УДК 519.87

МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ ОБРОБКИ ЗЕРНОВОГО МАТЕРІАЛУ У ХМАРІ ЕЛЕКТРИЗОВАНОГО АЕРОЗОЛЮ

Діордієв В. Т., Кашкарьов А. О., Новіков Г. В.

Таврійський державний агротехнологічний університет

Запропонована методика дослідження взаємодії зернового матеріалу та аерозолю на основі дискретних марківських процесів. Визначені задачі, які можуть бути вирішені за допомогою пропонованої моделі при практичній реалізації технології.

Постановка проблеми. Аналіз розвитку рільництва показує, що одним з визначальних факторів стабілізації його ефективності залишається висока технологічна дисципліна. При цьому, недосконалість технологій і технічних засобів хімічного захисту рослин від шкідників і хвороб, а також недотримання інших агротехнічних і технологічних вимог відходу й змісту садів, приводять до надлишкового змісту пестицидів у ґрунті, до забруднення водойм і ґрунтових вод, гнобленню життєдіяльності ґрунтових мікроорганізмів, знищенню корисної мікрофлори [3].

У свою чергу метою інкрустації насіння є захист молодих сходів рослини в цілому від бактеріальних збудників, грибних і вірусних захворювань, забезпечення стартовою дозою мікро- і макроелементів для подальшого розвитку й урожайності [3]. У контексті сказаного вище слід розглянути симбіоз використання сучасних препаратів стимулювання й захисту насінного матеріалу й електротехнологій. Потрібні нові технології й устаткування, побудоване по раціональних принципах і вигідно відрізняється від існуючого, що дозволяє забезпечити рівномірність хімічної обробки й знизити витрата препаратів.

У цих умовах зростає актуальність двох проблем: вибір принципових схем засобів хімічного захисту рослин [3, 4]; створення екологічно безпечного обприскувача, здатного значно знизити забруднення біосфери. Останню проблему нами пропонується вирішувати за рахунок інкрустації насіння зернових у полу електризованого аерозолю.

Основою проектування таких електротехнічних комплексів є результати математичного моделювання їх функціонування та взаємодії з об'єктом [2]. В якості такої оцінки необхідно використовувати моделі двостороннього впливу, оскільки вони найбільш повно дозволять оцінити ступінь пристосованості обраної технології електротехнологічного комплексу та зернового матеріалу до виконання поставлених задач. У даний час набирають популярності побудовані на основі динаміки середніх [1, 6].

У контексті обробки зернового матеріалу у полі електризованого аерозолю, при побудові моделей цього типу, можна вважати, що відповідно до закону великих чисел, численність необробленого зернового матеріалу у кожний момент часу близький до свого середнього значення (математичне очікування), що дає змогу відмовитись від вивчення подробиць, пов'язаних із випадковим станом окремо взятої зернини або краплини аерозолю, та розглядати процес обробки зернового матеріалу як детермінований.

До переваг моделей цього типу відноситься їх простота [2]. Але, не враховуючи стохастичний характер технологічного процесу (ТП), такі моделі можуть призвести до суттєвих помилок.

Інший тип моделей подібних технологічних процесів представляє собою статистичні моделі, побудовані на основі метода статистичних випробувань Монте-Карло [5]. Вони дозволяють описати ТП, а також його стан у заданий момент часу з будь-яким ступенем точності та повноти. Однак, через високі вимоги до обчислювальної потужності, що призводить до великих часових витрат при розрахунках, вони не можуть бути використані при розв'язанні ряду техніко-технологічних задач (а саме, на початкових етапах проектування нових технологій).

Одним з можливих способів побудови ймовірнісних моделей зазначеного ТП є використання теорії так званих марковських процесів [2]. Моделі цього типу суттєво простіші статистичних моделей, при обробці зерна аерозолем, процес носить стохастичний характер, вони дозволяють описати його та визначити його основні показники з високим ступенем достовірності, ніж моделі динаміки середніх.

Мета статті - розробка ймовірнісної моделі технологічного процесу обробки зернових у полі електризованого аерозолю на основі дискретних марковських процесів.

Основні математичні залежності і формули. Розглядаємо технологічний процес з огляду на дві складові (зерно, аерозоль). Припустимо, перша сторона (x) на початку ТП має x_0 необробленого зерна. Друга сторона (y) на початку технологічного процесу матиме y_0 часток аерозолю. Можливі наступні варіанти реалізації ТП. У першому з них, усі елементи сторони x починають роботу, тобто зерно подається у робочий простір аерозольної обробки зерна, після чого подаються частинки аерозолю y. У другому випадку обидві сторони подаються у робочу камеру одночасно. Третій випадок полягає у тому, що аерозоль y вже знаходиться у робочій камері, а зерно починає подаватись на обробку. У подальшому елементи сторін подаються у робочу камеру одночасно.

У всіх випадках вважаємо, що краплини аерозолю переважно "атакують" необроблене зерно, що можливо у випадку електрично зарядженого зерна та часток аерозолю [4].

Також вважаємо, що ймовірність P_x потрапляння зерна на частинку аерозолю сторони y та ймовірність P_y потрапляння частинки аерозолю на необроблене зерно x протягом технологічного процесу залишаються незмінними, але не обов'язково рівними одна одної [4]. ТП зупиняється, коли зерно буде оброблене, або закінчиться робочий розчин аерозолю.

Пропонований до розгляду технологічний процес можна представити марківським процесом, стан якого відбивають двомірні точки

$$\{(p:q)/p=0;\ 1;\ \dots\ x_0;\ q=0;1;\dots\ y_0\}.$$

Якщо $p=0$ або $q=0$,то такий стан є стійким. Найважливішою характеристикою цього процесу є матриця стану системи:

$$A(t)=\begin{pmatrix} F_{00}(t) & F_{01}(t) & \dots & F_{0l}(t) & \dots & F_{0y_0}(t) \\ F_{10}(t) & F_{11}(t) & \dots & F_{1l}(t) & \dots & F_{1y_0}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{k0}(t) & F_{k1}(t) & \dots & F_{kl}(t) & \dots & F_{ky_0}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{x_00}(t) & F_{x_01}(t) & \dots & F_{x_0l}(t) & \dots & F_{x_0y_0}(t) \end{pmatrix}$$

де $F_{ij}(t)$ – ймовірність того, що у момент часу t залишилось i необроблених зерен сторони x та j часток аерозолю сторони y. На початку ТП (t_0=0) $F_{x0y0}(0)=1$; $F_{ij}(0)=0$ при $i+j<x_0+y_0$.

Стан (0:0) є станом даної системи тільки у тому випадку, коли існує моменти часу ТП, в які сторони x та y одночасно подають свої елементи у робочу зону. Якщо зерно та аерозоль подаються у робочу зону почергово, то стан (0:0) не є станом системи, яка розглядається, тобто $F_{00}(t)\equiv 0$ для будь-якого моменту часу ТП.

У першому та третьому випадках одна з сторін, яка попередньо знаходиться у робочій зоні, може перейти з стану (k:l) може перейти тільки у стан (k:i) у першому випадку, та (k:j) – у третьому випадку (у подальшому розглядаємо третій випадок, коли аерозоль наявний у робочій зоні до подачі зерна), де

$$i=\begin{cases} l-k;\ l-k+1;\dots l & при\ k<l \\ 0;\ 1;\dots l & при\ k\ge l. \end{cases}$$

Оскільки при подачі аерозолю зерно обробляється, ймовірність переходу в інші стани дорівнює нулю. У випадку використання електризованого аерозолю, можна зазначити, що покриття відбувається рівномірно по всіх необроблених зернах. Використовуючи схему Бернуллі [2], отримаємо, що ймовірності переходів системи зі стану (k:l) при подачі аерозолю x обчислюється наступним чином:

а) якщо $l=1$, то

$$P(k:1\to k:0)=1-(1-P_x)^k$$
$$P(k:1\to k:1)=(1-P_x)^k\ ; \tag{1}$$

б) якщо $k<l$ то

$$P(k:l\to k:0)=0$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$P(k:l\to k:(l-k-1))=0\ ;$$
$$P(k:l\to k:(l-k))=P_x^{\,k}$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$P(k:l\to k:i)=C_k^{k-l+i}P_x^{l-i}(1-P_x)^{k-l+1}$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$P(k:l\to k:(l-1))=kP_x(1-P_x)^{k-1}$$
$$P(k:l\to k:l)=(1-P_x)^k \tag{2}$$

де $C_i^j=\dfrac{i!}{j!(i-j)!}$;

в) якщо $k=l\cdot r$, де r - ціле число, вважаємо, що по кожній одиниці зерна сторони x попадає r часток аерозолю сторони y, отримаємо:

$$P(k:l\to k:0)=P_{xr}^{\,l}$$
$$P(k:l\to k:1)=lP_{xr}^{\,l-1}(1-P_{xr})$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$P(k:l\to k:i)=C_l^iP_{xr}^{\,l-i}(1-P_{xr})^i$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$P(k:l\to k:(l-1))=lP_{xr}(1-P_{xr})^{l-1}$$
$$P(k:l\to k:l)=(1-P_{xr})^l\ , \tag{3}$$

де $P_{xr}=1-(1-P_x)^r$.

Якщо $k=r\cdot l+s$, де r, s - цілі числа, вважаємо, що по кожній з s часток аерозолю y попадає $r+1$ штук зерна сторони x, а l-s часток аерозолю y попадає по r зернівок потоку зерна x. Тоді маємо наступне:

г) при $2s<l$

$$P(k:l\to k:i)=$$
$$=\begin{cases} \sum\limits_{j=0}^{i}C_s^jC_{l-s}^{i-j}P_{x(r+1)}^{s-j}\left(1-P_{x(r+1)}\right)^j\times \\ \qquad\times P_{xr}^{l-i-s+j}\left(1-P_{xr}\right)^{i-j}\quad при\quad 0\le i\le s \\ \sum\limits_{j=0}^{s}C_s^jC_{l-s}^{i-j}P_{x(r+1)}^{s-j}\left(1-P_{x(r+1)}\right)^j\times \\ \qquad\times P_{xr}^{l-i-s+j}\left(1-P_{xr}\right)^{i-j}\quad при\quad s<i\le l-s \\ \sum\limits_{j=0}^{l-i}C_{l-s}^jC_s^{l-i-j}P_{x(r+1)}^{l-i-j}\left(1-P_{x(r+1)}\right)^{i-l+s+j}\times \\ \qquad\times P_{xr}^j\left(1-P_{xr}\right)^{l-s-j}\ при\ l-s<i\le l \end{cases} \tag{4}$$

де $P_{x(r+1)}=1-(1-P_x)^{r+1}$;

д) при $2s=l$

$$P(k:l \to k:i) = \\ = \begin{cases} \sum_{j=0}^{i} C_s^j C_s^{i-j} P_{x(r+1)}^{s-j} \left(1-P_{x(r+1)}\right)^j \times \\ \qquad P_{xr}^{s-i+j} \left(1-P_{xr}\right)^{i-j} \quad при \quad 0 \le i \le s \\ \sum_{j=0}^{l-i} C_{l-s}^j C_s^{l-i-j} P_{x(r+1)}^j \left(1-P_{x(r+1)}\right)^{s-j} \\ \qquad P_{xr}^{l-i-j} \left(1-P_{xr}\right)^{i-s+j} \; при \; s < i \le l \end{cases} \tag{5}$$

е) при $2s>l$

$$P(k:l \to k:i) = \\ = \begin{cases} \sum_{j=0}^{i} C_s^j C_{l-s}^{i-j} P_{x(r+1)}^{s-j} \left(1-P_{x(r+1)}\right)^j \times \\ \qquad \times P_{xr}^{l-i-s+j} \left(1-P_{xr}\right)^{i-j} \quad при \quad 0 \le i \le l-s \\ \sum_{j=0}^{l-s} C_{l-s}^j C_s^{l-i-j} P_{x(r+1)}^{l-i-j} \left(1-P_{x(r+1)}\right)^{i-l+s+j} \times \\ \qquad \times P_{xr}^j \left(1-P_{xr}\right)^{l-s-j} \; при \; l-s < i < s \\ \sum_{j=0}^{l-i} C_{l-s}^j C_s^{l-i-j} P_{x(r+1)}^{l-i-j} \left(1-P_{x(r+1)}\right)^{i-l+s+j} \times \\ \qquad \times P_{xr}^j \left(1-P_{xr}\right)^{l-s-j} \; при \; s \le i \le l \end{cases} \tag{6}$$

де P_x – ймовірність потрапляння аерозолю сторони *y* на зерно сторони *x*.

Ймовірності стану системи після подачі зерна на обробку матимуть наступні значення:

а) якщо k=1; 2 … x_0, l=1; 2 … y_0, то

$$F_{kl}(t) = P(k;l) = \sum_{i=l}^{y_0} P_0(k:i) P^*(k:i \to k:l) - \\ - P_0(k:l) \sum_{j=0}^{l-1} P(k:l \to k:j); \tag{7}$$

де $P_0(i:j)$ - ймовірність того, що до подачі зерна на обробку система знаходилась у стані ($i:j$);

б) якщо k=1; 2 … x_0, l=0, то

$$F_{k0}(t) = P(k;0) = P_0(k:0) + \\ + \sum_{i=1}^{y_0} P_0(k:i) P(k:i \to k:0); \tag{8}$$

Якщо k=0 , тобто все зерно сторони *x* оброблене, то вона більше не може змінити стан сторони *y*, тому ймовірності станів (0:j) , де j=0; 1; … y_0 залишаються без змін.

Аналогічним чином визначаються ймовірності переходу з стану ($k:l$) у стан ($i:l$) при попередній подачі зерна *y* (i=0; 1; … k), а також ймовірності стану системи після осадження аерозолю на зерно при їх механічному зіткненні.

У другому випадку, при одночасній подачі зерна та аерозолю у робочий простір ймовірності переходу з стану $(k:l)P^*(k:l \to i:j)$ $(i \le k;\ j \le l)$ обчислюються наступним чином

$$P^*(k:l \to i:j) = P(k:l \to k:j) P(k:l \to i:l) \tag{9}$$

де $P(k:l \to k:j)$ - ймовірність переходу з стану ($k:l$) у стан ($k:j$) при подачі зерна *x*,

$P(k:l \to i:l)$ - ймовірність переходу з стану ($k:l$) у стан ($i:l$) при подачі аерозолю.

Вирази для обчислення ймовірностей стану системи після одночасної подачі елементів сторін мають наступний вигляд:

а) якщо k =1; 2 … x_0, l=1; 2 … y_0, то

$$F_{kl}(t) = P(k;l) = \\ = \sum_{i=k}^{x_0} \sum_{j=l}^{y_0} P_0(i:j) P^*(i:j \to k:l) - \\ - P_0(k:l) \sum_{\substack{i=0 \\ i+j \ne k+l}}^{k} \sum_{j=0}^{l} P^*(k:l \to i:j); \tag{10}$$

б) якщо k=0, l=1; 2 … y_0, то

$$F_{0l}(t) = P(0;l) = P_0(0:l) + \\ + \sum_{i=1}^{x_0} \sum_{j=l}^{y_0} P_0(i:j) P^*(i:j \to 0:l); \tag{11}$$

в) якщо k =1; 2 … x_0, l=0, то

$$F_{k0}(t) = P(k;0) = P_0(k:0) + \\ + \sum_{i=k}^{x_0} \sum_{j=1}^{y_0} P_0(i:j) P^*(i:j \to k:0); \tag{12}$$

г) якщо k=0, l=0, то

$$F_{00}(t) = P(0;0) = P_0(0:0) + \\ + \sum_{i=1}^{x_0} \sum_{j=1}^{y_0} P_0(i:j) P^*(i:j \to 0:0). \tag{13}$$

Математичне очікування M_x відносно кількості необробленого зерна можна визначити наступним чином

$$M_x = \frac{\sum_{i=1}^{x_0} i F_{i0}(\infty)}{x_0}, \tag{14}$$

а математичне очікування M_y відносно кількості аерозольних крапель, які не потрапили на зерно

$$M_y = \frac{\sum_{j=1}^{y_0} j F_{0j}(\infty)}{y_0}. \tag{15}$$

Залежності (1)-(15) можуть бути покладені в основу алгоритму опису ТП за допомогою дискретної марковської моделі. Макет результатів, які будуть отримані за цим алгоритмом наведені у табл. 1, 2.

Оцінка результатів розрахунків за пропонованою методикою. Дискретні марківські моделі ТП двосторонньої взаємодії дозволяють врахувати ряд факторів, урахування яких неможливо при описі ТП моделями, які побудовані на основі неперервних випадкових процесів за положеннями статистичної фізики. До таких факторів відноситься, перш за все, можливість одночасного обробітку двох і більш елементів різних сторін.

Таблиця 1 – Ймовірності повної обробки

P_y / P_x	0,1	…..	0,9
0,1			
….			
0,9			

Таблиця 2 – Математичні очікування відносно кількості збережених елементів зерна по завершенню ТП

P_y / P_x	0,1	…	0,9
0,1	M_{x1} M_{x2} M_{x3}		
….			
0,9			

З'являється відмінна від "0" ймовірність $F_{00}(\infty)$ повної обробки зернового матеріалу або повного використання аерозолю (стан (0:0)), причому ця ймовірність може мати суттєве значення. Такі результати можна отримати за формою таблиці 1 ймовірностей $F_{00}(\infty)$ повної обробки при значеннях ймовірностей P_x та P_y для нерівного співвідношення сторін у випадку, коли сторони подаються у робочий простір одночасно.

Ймовірність F_{00} може приймати великі значення ($F_{00}(\infty)>0,2$) при дослідженні обробки в умовах нестачі компонентів P_x та P_y ($P_x >0,4$ або $P_y >0,4$). Із збільшенням початкової чисельності компонентів сторін ймовірність $F_{00}(\infty)$ зменшується та стає статистично не значущою при дослідженні ТП.

Пропонована модель дозволяє урахувати вплив на результат ТП попередньої подачі у робочий простір однієї з сторін, що можна буде побачити у таблицях 2 для ТП з рівним за поверхнею обробки при різних значеннях ймовірностей P_x та P_y. Таблиці 2 можна скласти наступним чином. У верхній строчці кожної клітинки таблиці – значення M_x при попередній подачі зерна, у середній строчці – значення M_x при одночасній подачі сторін, у нижній строчці – значення M_x при попередній подачі аерозолю.

Висновки. 1) На основі дискретних марківських процесів запропонована модель двостороннього аналізу технологічного процесу обробки зернових аерозолями хімічних розчинів.

2) Стає можливим обґрунтування попередньої подачі компонентів сторін на початку технологічного процесу, для формалізації перехідних процесів.

3) Модель дозволяє промоделювати варіант повної обробки зернового матеріалу або використання аерозольної суміші.

Пропонований алгоритм дозволяє також урахувати зміну ймовірностей P_x та P_y у процесі реалізації ТП, а також обмежити тривалість технологічного процесу.

Список використаних джерел

1. Вентцель Е. С. Исследование операций / Е. С. Вентцель. М.: УРСС, 2006. – 432 с.

2. Дубограй И. В. Дискретная марковская модель двухстороннего боя многочисленных группировок / И. В. Дубограй, В. Ю. Чуев // Наука и образование [электронный ресурс]. – М: научное издание МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2013. – С. 109-120. Режим доступа: http://technomag.bmstu.ru/doc/617171.html

3. Новіков Г. В. Анализ устройств предпосевной обработки зерновых / Новіков Г. В. // Науковий вісник ТДАТУ [електронний ресурс]. - Мелітополь: ТДАТУ, 2014. - Вип. 4, Т. 2. – С. 186-196

4. Новіков Г. В. Обґрунтування конструкції електротехнічного комплексу передпосівної обробки зернових з використанням електроаерозолів / Діордієв В. Т., Новіков Г. В. // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. Технічні науки. Випуск 165 "Проблеми енергозабезпечення та енергозбереження в АПК України". – Харків: ХНТУСГ, 2015. – С. 89-90.

5. Соболь И. М. Метод Монте-Карло / И. М. Соболь. М.: Наука, 1968. – 64 с.

6. Jaswal N. K. Military Operations Research: Quantitative Decision Making./ N. K. Jaswal // Kluwer Academic Publishers, 1997. – P. 388.

Аннотация

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОБРАБОТКИ ЗЕРНОВОГО МАТЕРИАЛА В ОБЛАКЕ ЭЛЕКТРИЗОВАННОГО АЭРОЗОЛЯ

Диордиев В. Т., Кашкарёв А. А., Новиков Г. В.

Предложенная методика исследования взаимодействия зернового материала и аэрозоля на основе дискретных марковских процессов. Определены задачи, которые могут быть решены с помощью предлагаемой модели при практической реализации технологии.

Abstract

MATHEMATICAL BASES OF MODELING PROCESS GRAIN MATERIAL IN THE CLOUDS ELECTRIFYING AEROSOL

V. Diordiev, A. Kashkarov, G. Novikov

The proposed method of research of interaction a grain material and aerosol on the basis of discrete Markov processes. Identified tasks that can be solved with the proposed model for the practical implementation of technology.