

Гринченко О.С.
Алфьоров О.І.

Харьковский национальный техниче-
ский университет сельского хозяй-
ства имени Петра Василенко

СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ ІНФОРМАЦІЇ ЩОДО
РЕСУРСНИХ ВИПРОБУВАНЬ З ЦЕНЗУРОВАНОЮ
ТРИВАЛІСТЮ

УДК 621.81

Розглянута послідовність і практична реалізація статистичного аналізу випадково цензурованих даних щодо надійності машин. Запропонована модифікація непараметричного множильного методу оцінювання показників надійності.

Ключові слова: показники надійності, машина, непараметричний методи оцінювання, експлуатаційні випробування.

Вступ. З тих особливостей інформації про надійність елементів мобільних машин, які ускладнюють її статистичний аналіз, насамперед слід виділити неповноту (цензурованість) вибірок даних про наробіток до відмов. Цензурованість даних про механічну надійність переважно викликана об'єктивними причинами, оскільки у одних і тих же елементів часто виникають механічні відмови різного виду: від зносу, втоми матеріалу або раптового перевантаження. Тому оцінка характеристик надійності, обумовлених яким-небудь одним з видів руйнування обов'язково буде пов'язана з аналізом цензурованих даних про наробіток.

Серед відомих методів статистичного аналізу цензурованих вибірок мають перевагу непараметричні методи [1, 2]. Нижче розглянуто модифікований для згрупованих по інтервалах даних варіант множильного методу, удосконалення якого дозволяє підвищити вірогідність оцінювання.

Метою статті було викласти детально і послідовно непараметричне оцінювання надійності на реальному прикладі випадково цензурованих результатів експлуатаційних випробувань.

Виклад основного матеріалу. Для статистичного оцінювання гамма-відсоткових показників надійності використовують непараметричний метод [1] за умови, що загальний обсяг цензурованої вибірки N перевищує 30 значень і відсутні відомості про закон розподілу наробітку до відмови або ресурсу. Оцінювання гамма-відсоткових показників ресурсу виконують за результатами скорочених за рахунок цензурування тривалості ресурсних випробувань або спостережень за контрольованою групою (вбіркою) машин. Слід зазначити, що метод аналізу поширюється і на випадок відсутності цензурування тривалості випробувань (повна нецензурована вибірка даних).

Для оцінки гамма-відсоткового ресурсу використовують наступні вихідні дані:

- цензуровану вибірку наробітків, при яких ресурс машини вичерпався t_1, t_2, \dots, t_n , та наробітків до припинення випробувань або спостережень (при яких ресурс ще не вичерпався) $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m$, в одиницях наробітку;

- довірчу імовірність α (приймають значення 0,9 або 0,95);

- нормовану імовірність $\gamma/100$.

Оцінювання гамма-відсоткових показників надійності непараметричним методом виконують за сукупною вибіркою наробітків до відмови (ресурсу), та до припинення випробувань, яка попередньо повинна бути згрупованою за інтервалами.

Розмах сукупної вибірки r визначають за формулою:

$$r = x_{\max} - x_{\min} \quad (1)$$

Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів
Technical service of agriculture, forestry and transport systems

де x_{\max} – максимальне значення наробітків до відмови t або до припинення випробувань τ у вибірці, за якою виконується оцінювання;

x_{\min} – мінімальне значення наробітків у сукупній вибірці, за якою виконується оцінювання.

Обирають кількість інтервалів k , яка для вибірок обсягом від 30 до 100 значень відповідно приймається в діапазоні від 6 до 12. Визначають довжину інтервалів групування вибірки h за формулою:

$$h = \frac{r}{k}. \quad (2)$$

Отримане значення h округлюють до більшого цілого числа. Обчислюють праві межі x_i кожного з інтервалів за формулами:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_{\min} + h, \\ x_2 &= x_1 + h, \end{aligned} \quad (3)$$

$$x_i = x_{i-1} + h;$$

де $i = 1, 2, \dots, k$;

x_1 – права межа першого інтервалу групування; x_2 – права межа другого інтервалу групування і т.д.

Найбільше вибіркоче значення наробітку x_{\max} повинно знаходитись в межах останнього k -го інтервалу. Далі підраховують окремо кількість наробітків до відмови n_{oi} і кількість наробітків до припинення випробувань або спостережень n_{pi} , величина яких знаходиться в межах кожного інтервалу. Потім визначають значення відносної частоти W_i попадання наробітків в кожний i -й інтервал за формулою:

$$W_i = \frac{(n_{oi} + n_{pi})}{N_{ci}}, \quad (4)$$

де N_{ci} – обсяг цензурованої вибірки наробітків в i -тому інтервалі:

$$N_{ci} = N - \sum_{j=1}^{i-1} (n_{oj} + n_{pj}), \quad (5)$$

де N – загальний обсяг сукупної вибірки наробітків;

n_{oi} – кількість наробітків до відмови, які потрапили до i -го інтервалу;

n_{pi} – кількість наробітків до припинення випробувань або спостережень, під час яких відмова ще не настала, що потрапили до i -го інтервалу;

Розраховують значення параметра θ , який визначає частку наробітків до припинення випробувань або спостережень, за формулою:

$$\theta_i = \frac{1 - \sqrt{1 - W_i}}{W_i}, \quad (6)$$

де $i = 1, 2, \dots, k - 1$.

Розраховують умовну кількість випробуваних в кожному інтервалі об'єктів N_i за формулою:

$$N_i = N - \sum_{k=1}^{i-1} (n_{ok} + n_{pk}) - \theta_i n_{pi}, \quad (7)$$

де $i = 1, 2, \dots, k - 1$.

Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів
 Technical service of agriculture, forestry and transport systems

Послідовно для кожного інтервалу, крім останнього, визначають значення емпіричної імовірності безвідмовної роботи R_i за формулою:

$$R_i = \prod_{j=1}^i \left(1 - \frac{n_{oj}}{N_j} \right), \quad (8)$$

де $i = 1, 2, \dots, k-1$.

Оцінюють нижню довірчу межу імовірності безвідмовної роботи R_{in} в i -ому інтервалі:

$$R_{in} = \begin{cases} R_i - D_n^o(\alpha); & \text{якщо } R_i > D_n^o(\alpha) \\ 0; & \text{якщо } R_i < D_n^o(\alpha), \end{cases} \quad (9)$$

де $D_n^o(\alpha)$ - критичне значення статистики критерію Колмогорова, яке відповідає заданій довірчій імовірності α та еквівалентному обсягу вибірки n :

$$n = E[N(1 - R_{k-1})], \quad (10)$$

де $E[\bullet]$ - ціла частина числа.

Значення $D_n^o(\alpha)$ вибирають з таблиць [3, 4, 5], враховуючи довірчу імовірність α та обсяг n .

Графічне оцінювання гамма-відсоткового ресурсу виконують шляхом побудови графіка імовірності безвідмовної роботи та її нижньої довірчої межі. За допомогою графіка для вибраного значення імовірності γ визначають відповідне значення гамма-відсоткового показника.

Аналітичне оцінювання гамма-відсоткового ресурсу t_γ виконують за формулою:

$$t_\gamma = x_i - \frac{\left(\frac{\gamma}{100} - R_i \right) h}{R_{i-1} - R_i}, \quad (11)$$

де γ - задане значення імовірності безвідмовної роботи (у відсотках), а номер інтервалу i та відповідне x_i визначається з умови:

$$R_i \leq \frac{\gamma}{100} \leq R_{i-1}.$$

Аналітичне оцінювання нижньої довірчої межі $\min t_\gamma$ для гамма-відсоткового ресурсу виконується за формулою:

$$\min t_\gamma = x_i - \frac{\left(\frac{\gamma}{100} - R_{ii} \right) h}{R_{(i-1)i} - R_{ii}}, \quad (12)$$

де номер інтервалу i та відповідне x_i визначають з умови:

$$R_{in} \leq \frac{\gamma}{100} \leq R_{(i-1)n}.$$

Приклад проведення статистичного аналізу. В результаті спостережень в умовах експлуатації за роботою 40 мобільних сільськогосподарських машин отримані випадково цензуровані дані відносно наробітку в мото-годинах до перших відмов ведучих мостів.

Загальний варіаційний ряд (упорядкована за зростанням сукупна вибірка) наробітків до відмов та до припинення спостережень без відмов (помічено зірочкою (*)) має вигляд:

Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів
 Technical service of agriculture, forestry and transport systems

600, 872*, 1025*, 1082*, 1089, 1158, 1220, 1230*, 1282, 1318, 1387, 1401, 1419*, 1425, 1425*, 1540, 1602*, 1606, 1672*, 1680, 1700, 1740*, 1784, 1806*, 1926*, 1970, 1978, 1978*, 2025*, 2060*, 2120, 2123*, 2192*, 2200*, 2279*, 2520, 2858, 3390*, 3600, 4114*.

Відповідно до (1) визначають розмах вибірки r в мото-годинах:

$$r = 4114 - 600 = 3514.$$

Обравши кількість інтервалів $k = 9$, визначають довжину інтервалу в мото-годинах відповідно до (2):

$$h = \frac{3514}{9} = 390,4.$$

Для зручності розрахунків округлюють довжину інтервалу до $h = 400$ мото-год. Визначають межі інтервалів, по яких групують варіаційний ряд, визначають:

$$\begin{aligned} x_{\min} &= 600, & x_1 &= 600 + 400 = 1000, \\ & & x_2 &= 1000 + 400 = 1400, \\ & & x_3 &= 1400 + 400 = 1800, \\ & & & \dots \dots \dots \\ & & x_8 &= 3800 + 400 = 4200, \end{aligned}$$

Підрахунок кількості наробітків до відмов n_{oi} і наробітків до припинення спостережень n_{pi} в кожному інтервалі роблять окремо і результати заносять в таблицю 1 (як і усі результати подальших розрахунків).

Наприклад, межі першого інтервалу становлять від 600 мото-год до 1000 мото-год. Кількість наробітків до відмови, які відбулися у цей проміжок наробітку становить $n_{o1} = 1$ (з наробітком до відмови 600 мото-год), а кількість наробітків до припинення спостережень – $n_{p1} = 1$ (872* мото-год).

Таблиця 1

Оцінка імовірності безвідмовної роботи ведучих мостів

№ інтервалу	Межі інтервалу, мото-год.	n_o	n_{pi}		W_i	θ_i	N_i	R_i	R_{in}
1	600÷1000	1	1		0,050	0,5064	39,4936	0,9747	0,7956
2	1000÷1400	6	3		0,2368	0,5337	36,3989	0,8141	0,6350
3	1400÷1800	7	5		0,4138	0,5664	26,168	0,5963	0,4172
4	1800÷2200	3	7		0,5882	0,6091	12,7363	0,4559	0,2768
5	2200÷2600	1	2		0,4286	0,5695	5,861	0,3781	0,1990
6	2600÷3000	1	0		0,250	0,5359	4,000	0,2836	0,1045
7	3000÷3400	0	1		0,3333	0,5505	2,4495	0,2836	0,1045
8	3400÷3800	1	0		0,500	0,5858	2,000	0,1418	0
9	3800÷4200	0	1		-	-	-	-	-

Межі другого інтервалу становлять від 1000 до 1400. Для цього інтервалу $n_{o2} = 6$ з наробітками до відмови 1089 мото-год, 1158 мото-год, 1220 мото-год, 1282 мото-год, 1318 мото-год та 1387 мото-год, а $n_{p2} = 3$ з наробітками до призупинення спостережень 1025* мото-год, 1082* мото-год, 1230* мото-год.

Аналогічно підраховують кількість відмов та припинення спостережень по кожному з інтервалів. В останньому інтервалі знаходиться тільки найбільший наробіток до припинення спостережень – 4144* мото-год, тому $n_{o9} = 0$, а $n_{p9} = 1$.

Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів
Technical service of agriculture, forestry and transport systems

Визначають значення відносної частоти W_i попадання наробітків в i -й інтервал згідно з (4). Згідно з отриманими даними, частота у першому інтервалі буде дорівнювати:

$$W_1 = \frac{(n_{o1} + n_{п1})}{N_{c1}} = \frac{(1+1)}{40} = 0,05,$$

де $N_{c1} = 40$, оскільки n_o та $n_{п}$ до початку випробувань дорівнюють нулю.

Частоту у другому інтервалі підраховують наступним чином:

$$W_2 = \frac{(n_{o2} + n_{п2})}{N_{c2}} = \frac{(6+3)}{38} = 0,2368,$$

де $N_{c2} = 40 - (1+1) = 38$.

Підрахунки частоти по інших інтервалах проводять за аналогічною схемою. Результати усіх розрахунків зведені в таблицю 1.

Параметр θ , який визначає частку наробіток до припинення спостережень, які враховують по кожному з інтервалів під час визначення показників надійності, буде згідно з (6) дорівнювати:

у першому інтервалі:

$$\theta_1 = \frac{1 - \sqrt{1 - W_1}}{W_1} = \frac{1 - \sqrt{1 - 0,050}}{0,050} = 0,5064,$$

у другому інтервалі:

$$\theta_2 = \frac{1 - \sqrt{1 - W_2}}{W_2} = \frac{1 - \sqrt{1 - 0,2368}}{0,2368} = 0,5337,$$

і т.д.

Кількість умовно випробуваних в кожному інтервалі об'єктів розраховують відповідно до (7) наступним чином:

перший інтервал:

$$N_1 = N - \theta_1 n_{п1} = 40 - 0,5064 \cdot 1 = 39,4936$$

другий інтервал:

$$N_2 = N - \sum_{\kappa=1}^{2-1} (n_{o\kappa} + n_{п\kappa}) - \theta_2 n_{п2} = 40 - (1+1) - 0,5337 \cdot 3 = 36,3989,$$

і т.д.

Імовірність безвідмовної роботи об'єктів визначають згідно з (8) наступним чином:

у першому інтервалі:

$$R_1 = 1 - \frac{1}{39,4936} = 0,9747,$$

у другому інтервалі:

$$R_2 = \left(1 - \frac{1}{39,4936}\right) \cdot \left(1 - \frac{6}{36,3989}\right) = 0,8141,$$

і т.д.

Відповідно до (9) визначають нижню довірчу межу імовірності.

Еквівалентний об'єм вибірки визначають за формулою (10):

$$n = E[40(1 - 0,1418)] = E[34,328] = 34.$$

Для визначеного значення $n = 34$ та заданій довірчій імовірності $\alpha = 0,9$ в [4] вибирають критичне значення статистики критерію Колмогорова, яке дорівнює

$$D_n^o(\alpha) = 0,1791.$$

Нижня довірча межа імовірності безвідмовної роботи у першому інтервалі згідно з (9) складає:

$$R_{1H} = 0,9747 - 0,1791 = 0,7956$$

у другому інтервалі:

$$R_{2H} = 0,8141 - 0,1791 = 0,6350$$

і т.д.

Для графічного визначення гамма-відсоткового наробітку до відмови будується графік (рис.1) в координатах: наробіток до відмови в одиницях наробітку (права межа кожного інтервалу) та імовірності безвідмовної роботи та її нижньої межі. За графіком відповідно до значення імовірності γ визначають відповідне значення гамма-відсоткового наробітку до відмови, $t_{80} \approx 1420$ мото-год.

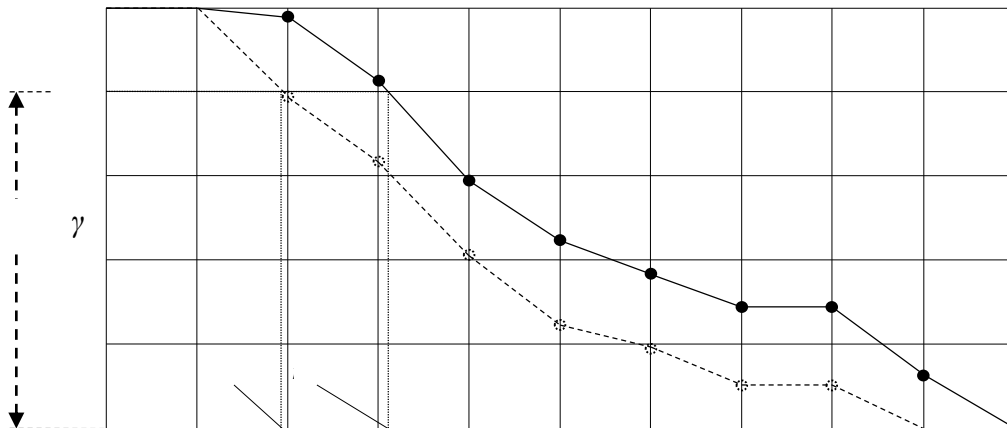


Рисунок 1 - Графік імовірності безвідмовної роботи з нижньою довірчою межею.

Висновок. Застосування непараметричного множильного методу статистичного аналізу цензурованих вибірок даних дає можливість оцінювати показники надійності, не використовуючи будь-яких припущень відносно виду розподілу ресурсу. Основні положення розробленого модифікованого множильного методу є теоретичною підставою галузевого стандарту [6] Мінагрополітики України.

Література

1. Анилович В.Я., Гринченко А.С., Литвиненко В.Л. Надежность машин в задачах и примерах.- Харьков: Око, 2001.- 320 с.
2. Гринченко А.С. Ускоренная оценка механической надежности по результатам стендовых и эксплуатационных испытаний. Вісник ХДТУСГ.Вип.21, Харків,2003.- С.349-359.
3. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1983. - 416 с.
4. Шор Я.Б., Кузьмин Ф.И. Таблицы для анализа и контроля надежности.- М.: Советское радио, 1968.- 288 с.
5. Таблицы по математической статистике/ П.Мюллер, П.Нойман, Р.Шторм – М.: Финансы и статистика, 1982.- 278 с.
6. СОУ 74.3-37-04604309-904:2011. Випробування сільськогосподарської техніки. Оцінювання показників надійності при скорочених ресурсних випробуваннях. Стандарт Мінагрополітики України. Київ, 2011. - 20 с.

A.C. Grinchenko, A.I. Alferov **Statistical analysis of information about resource tests with limitation duration**

In the article described a sequence and practical realization of statistical analysis of accidental limitation data about reliability of machines. In the article suggested modification of not parametric multiplying method of reliability indices evaluation.

Keywords: reliability performance, car, nonparametric estimation methods, operational test.

References

1. Anilovich VJ, Grinchenko AS, Litvinenko VL Reliability problems in machines and primerah.- Kharkov: Eye, 2001.- 320 p.
2. Hrinchenko AS Rapid assessment of the mechanical reliability of the results of bench and performance tests. News HDTUSG.Vip.21, Kharkiv, 2003-S.349-359.
3. Large LN, Smirnov NV Tables of mathematical statistics. M.: Nauka, 1983 - 416 p.
4. Shore YB, Kuzmin FI Tables for analysis and control nadezhnosti.- M.: Soviet Radio, 1968.- 288 p.
5. Tables in mathematical statistics / P.Myuller, P.Noyman, R.Shtorm - M.: Finance and Statistics, 1982.- 278 p.
6. SOU 74.3-37-04604309-904: 2011. Testing of agricultural machinery. Evaluation indicators of reliability at reduced resource tests. Standard Agrarian Policy of Ukraine. Kyiv, 2011. - 20 p.