

2. Дрейпер, Н. Р. Прикладной регрессионный анализ [Текст] / Н. Р. Дрейпер, Г. Смит. – М. : Вильямс, 2007. – 912 с.

3. Хартман, К. И. Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов [Текст] / К. И. Хартман. – М. : Мир, 1977. – 522 с.

4. Физико-технические основы холодильной обработки пищевых продуктов [Текст] / под ред. Э. И. Кеухчешвили. – М. : Агропромиздат, 1985. – 253 с.

5. Гиндзбург, А. С. Теплофизические характеристики картофеля, овощей и плодов [Текст] / А. С. Гиндзбург, М. А. Громов. – М. : Агропромиздат, 1987. – 272 с.

Отримано 1.10.2010. ХДУХТ, Харків.

© В.О. Потапов, О.Г. Дьяков, В.В. Качалов, 2010.

УДК 532. 135; 532.5

Е.В. Білецький, канд. техн. наук (*ХТЕІ КНТЕУ, Харків*)

Ю.А. Толчинський, канд. техн. наук (*НТУ «ХП», Харків*)

Д.П. Семенюк, канд. техн. наук (*ХДУХТ, Харків*)

ДЕЯКІ ПЛИНИ РІДИНИ З В'ЯЗКІСТЮ, ЩО ЗАЛЕЖИТЬ ВІД ШВИДКОСТІ ЗСУВУ В ПЛОСКОМУ КАНАЛІ

Розглянуто питання плинуньютонівських рідин, в'язкість яких залежить від швидкості зсуву таким чином, щоб передбачити зв'язок між профілем швидкості плинуньютонівської рідини в плоскому каналі й структурних змінах у будові ньютонівської рідини.

Рассмотрен вопрос течения ньютонических жидкостей, вязкость которых зависит от скорости сдвига таким образом, чтобы предусмотреть связь между профилем скорости течения в плоском канале и структурных изменениях в строении ньютонической жидкости.

The current question non-Newtonian the liquids which viscosity depends on speed of shift so that to provide communication between a profile of speed of a current in the flat channel and structural changes in a structure non-Newtonian liquids is considered.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Плин ньютонівських рідин у каналах становить важливий розділ гідродинаміки стоксових плинів [1; 2]. Характеристики таких плинів дають інформацію про те, як розподіляються тиск і напруга зрушення в обсязі області плинуньютонівської рідини. Знання цих величин дозволяє проектувати робочі камери черв'ячних машин. Такі машини знаходять широке застосування у виробництві хімічних і харчових матеріалів [3; 4].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Робочі камери черв'ячних пристроїв складаються з послідовно з'єднаних каналів різної довжини, глибини й ширини. Глибокі канали використовуються в змішувальних черв'ячних пристроях, у функції яких не входить надання механофізичного й механохімічного впливу на матеріал. Дрібні канали використовуються в черв'ячних пристроях, призначених для надання вищезазначених, а також теплових впливів. У дрібних каналах ефект змішування здійснюється в умовах компресії в матеріалі в результаті спільної захопливої дії граничних поверхонь робочої камери [3-5]. Матеріали, що піддаються впливу в робочих камерах черв'ячних пристроїв мають неньютонівську реологію. Важливим прикладом неньютонівської реології є матеріали, поведження яких моделюється неньютонівською рідиною, в'язкість якої залежить від швидкості зрушення. Як окремий випадок, до такої рідини можна віднести й ступеневу рідину, що описує поведження багатьох полімерів і високомолекулярних сполук у розчинах [6].

Мета та завдання статті. У даній роботі розглядаються неньютонівські рідини, в'язкість яких залежить від швидкості зрушення. Види такої залежності обрані таким чином, щоб передбачати зв'язок між профілем швидкості плин у плоскому каналі й структурних змінах у будові неньютонівської рідини. Вибір на користь плоского каналу як типової області плин не є занадто обмежувальним для неглибоких каналів, у яких ширина значно більше глибини. З таких каналів складаються робочі канали черв'ячних пристроїв з інтенсивним впливом на матеріали. Розглядаються плин в поздовжньому напрямку з границями, що рухаються поздовжньо і умовами адгезії на них. Градієнт тиску в каналі вважається заданим. Вивчаються шість випадків в'язкості, що залежать від швидкості зрушення. Ці в'язкості зображуються на рис. 1а - 1ж.

Виклад основного матеріалу дослідження. Розглядається рідина з в'язкістю наступного виду (рис. 1а):

$$\mu = \frac{\mu_0}{|v'|/v'_s + 1}, \quad v' = dv/dy, \quad v = v \cdot \vec{e}_y, \quad (1)$$

де μ – в'язкість рідини; μ_0 – в'язкість рідини при нульовій швидкості зрушення; v – швидкість плин; v'_s – характерний масштаб швидкості зрушення; y – координата поперек каналу.

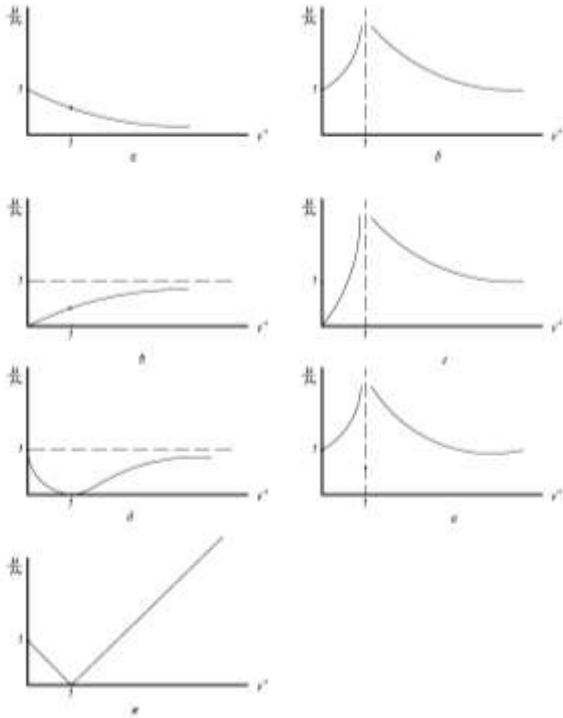


Рисунок – Залежності в'язкості рідин від швидкості зрушення

Граничні умови плинучості полягають у тому, що в точках $y = y_1$ і $y = y_2$ швидкість плинучості дорівнює швидкості руху твердих границь v_1 і v_2 відповідно. Для зручності при подальшому викладенні можна ввести такі позначення:

$$\frac{\nabla P}{\mu_0 v'_s} \Big|_{y=y^*} = x; \quad v' / v'_s = \bar{v}', \quad (2)$$

де ∇P – поздовжній градієнт тиску в каналі.

У цих змінних рівняння плинучості набуває вигляду:

$$\frac{\bar{v}'}{1 + |\bar{v}'|} = x. \quad (3)$$

Можливі два випадки: перший, коли $\bar{v}' > 0$ й $x > 0$; другий, коли $\bar{v}' < 0$ й $x < 0$. У першому випадку є $\bar{v}' = x / \mu - x$. З (3) випливає, що $|x| \leq 1$. Це означає, що градієнт тиску не може бути довільним за величиною. Ліва частина (3) – це напруга зрушення, що змінюється за абсолютною величиною від нуля до одиниці. Причина такого поведіння полягає в занадто швидкому зменшенні в'язкості у разі зростання швидкості рідини. Іншими словами рідина «розріджується» настільки швидко, що градієнт тиску не може «розвитися». У першому випадку рішення, що задовольняє граничній умові, записується в наступному вигляді:

$$v \bar{v}' = v_1 + \frac{\nu_s'^2 \mu_0}{\nabla P} \left[\mu - x_1 \bar{v}' + \ln \frac{1-x_1}{1-x} \right], \quad 0 \leq x \leq 1; \quad |x_1|, |x_2| \leq 1. \quad (4)$$

У другому випадку треба вирішити рівняння (3) відносно \bar{v}' , змінивши знак чисельника на протилежний. У результаті інша гілка рішення записується таким чином:

$$v \bar{v}' = v_2 + \frac{\nu_s'^2 \mu_0}{\nabla P} \left[\mu - x_2 \bar{v}' - \ln \frac{1+x}{1+x_2} \right]; \quad -1 \leq x \leq 0. \quad (5)$$

Із цих формул випливає, що в точці $x = 0$ похідна $v' = 0$, тобто є екстремум профілю швидкості. Точці $x = 0$ відповідає точка $y = y^*$, де y^* уведено у визначенні (2).

Точка y^* може бути розташована як усередині інтервалу $[y_1, y_2]$, так і поза ним. В останньому випадку екстремуму в області плинину немає. Для визначення єдиного невідомого параметра y^* з умови нерозривності профілю в цій точці, виходить наступне рівняння:

$$v_1 + \frac{\nu_s'^2 \mu_0}{\nabla P} \left[x_1 \bar{v}' + \ln \mu - x_1 \bar{v}' \right] = v_2 - \frac{\nu_s'^2 \mu_0}{\nabla P} \left[x_2 \bar{v}' - \ln \mu + x_2 \bar{v}' \right], \quad (6)$$

$$x_i = \frac{\nabla P \cdot [y_i - y^*]}{\nu_s' \mu_0}, \quad i = 1, 2.$$

Далі розглядається плин із в'язкістю, що змінюється за законом такого виду (рис. 1б):

$$\mu = \frac{\mu_0}{\left| |v'|/v'_s - 1 \right|}. \quad (7)$$

Цей закон виражає собою факт структурної перебудови рідини в ході плину, коли швидкість зрушення досягає критичного значення v'_s . Тут можливі такі випадки: перший $x \geq 0$, $0 \leq \bar{v}' \leq 1$; другий $x \geq 0$, $1 \leq \bar{v}' \leq \infty$; третій $x \leq 0$, $-1 \leq \bar{v}' \leq 0$; четвертий $x \leq 0$, $-\infty \leq \bar{v}' \leq -1$. Рівняння плину має такий вигляд:

$$\frac{\bar{v}'}{\left| \bar{v}' - 1 \right|} = x \rightarrow \frac{\bar{v}'}{1 - \bar{v}'} = x; \quad 0 \leq \bar{v}' \leq 1 \quad (8)$$

$$\frac{\bar{v}'}{\bar{v}' - 1} = x; \quad 1 \leq \bar{v}' < \infty$$

$$-\frac{\bar{v}'}{1 - \bar{v}'} = x; \quad -1 \leq \bar{v}' \leq 0;$$

$$\frac{\bar{v}'}{\bar{v}' + 1} = x; \quad -\infty < \bar{v}' \leq -1.$$

У першому випадку $v' = v'_s x / (1 + x)$ й на величину x немає ніяких обмежень. У другому випадку з умови $x \geq 0$ випливає, що $x \geq 1$, тобто на x є обмеження. Таке обмеження робить відповідне рішення фізично безглудим. Тому варто залишити тільки перший випадок. Зрозуміло, що з цих же міркувань для $x \leq 0$ варто залишити тільки третій випадок. За аналогією з випадком для в'язкості (1) можна відразу записати рівняння для параметра y^* і вираження для гілок, з яких складається профіль швидкості, у такий спосіб:

$$v \bar{y} = v_1 - \frac{v_s^2 \mu_0}{\nabla P} \left[\bar{y} - x_1 \bar{y} + \ln \frac{1+x_1}{1+x} \right]; \quad 0 \leq x < \infty \quad |x_1|, |x_2| < \infty \quad (9)$$

$$v \bar{y} = v_2 + \frac{v_s^2 \mu_0}{\nabla P} \left[\bar{y} - x_2 \bar{y} + \ln \frac{1-x_2}{1-x} \right]; \quad -\infty \leq x \leq 0$$

$$v_1 - \frac{\mu'_s{}^2 \mu_0}{\nabla P} x_1 + \ln \left| \frac{x_1}{2} + 1 \right| + x_1 = v_2 + \frac{\mu'_s{}^2 \mu_0}{\nabla P} x_2 + \ln \left| \frac{x_2}{2} + 1 \right| - x_2.$$

Профіль швидкості такого плинну обмежений за кривизною, але не за величиною градієнта тиску.

Наступна модель реології заснована на в'язкості такого виду (рис. 1в):

$$\mu = \mu_0 \frac{|v'/v'_s|}{1 + |v'/v'_s|}. \quad (10)$$

Ця в'язкість описує рідину, що має нульову в'язкість при відсутності зрушення й густішає в міру збільшення швидкості плинну. Для плинну із законом (10) можливі два випадки, що описують дві гілки профілю швидкості: перший, коли $\bar{v}' > 0$ й $x > 0$; і другий, коли $\bar{v}' < 0$ й $x < 0$. Рішення рівняння плинну в першому випадку призводить до такого вираження для \bar{v}' :

$$\bar{v}' = \frac{x}{2} \pm \sqrt{\frac{x^2}{4} + x}, \quad (11)$$

у якому, у силу того, що $x > 0$ варто залишити гілку зі знаком «плюс». Відповідно, у другому випадку для $x < 0$ варто обрати в рішенні (11) знак «мінус» і замінити знак «плюс» на знак «мінус» перед другим доданком під знаком квадратного кореня. Вирази для профілю позовжньої швидкості й рівняння для точки y^* записуються в наступному вигляді:

$$v_1 = v_2 + \frac{\mu'_s{}^2 \mu_0}{\nabla P} \left\{ \frac{x^2 - x_1^2}{4} + \left(\frac{x}{2} + 1 \right) \left(\frac{x^2}{4} + x \right)^{1/2} - \left(\frac{x_1}{2} + 1 \right) \cdot \left(\frac{x_1^2}{4} + x_1 \right)^{1/2} + \ln \left| \frac{x_1 |2 + 1 + x_1^2| |4 + x_1|}{x |2 + 1 + x^2| |4 + x|} \right| \right\};$$

$$\begin{aligned}
v_{\bar{v}} &= v_2 + \frac{\mu_0}{\nabla P} \left\{ \frac{x^2 - x_2^2}{4} + \left(\frac{x_2}{2} - 1 \right) \left(\frac{x_2^2}{4} - x_2 \right)^{1/2} - \left(\frac{x}{2} - 1 \right) \cdot \right. \\
&\cdot \left. \left(\frac{x^2}{4} - x \right)^{1/2} + \ln \left| \frac{x_2 |2 - 1 + x_2^2| |4 - x_2|}{x |2 - 1 + x^2| |4 - x|} \right| \right\}; \\
\frac{v_1 - v_2}{\mu_0} &= \frac{x_2^2 - x_1^2}{4} + \left(\frac{x_2}{2} - 1 \right) \left(\frac{x_2^2}{4} - x_2 \right)^{1/2} - \left(\frac{x_1}{2} + 1 \right) \cdot \\
&\cdot \left(\frac{x_1^2}{4} + x_1 \right)^{1/2} + \ln \left| \frac{x_2 |2 - 1 + x_2^2| |4 - x_2|}{x_1 |2 + 1 + x_1^2| |4 + x_1|} \right|. \tag{12}
\end{aligned}$$

Далі розглядається модель реології з в'язкістю, що залежить від швидкості зрушення за таким законом (див. рис. 1г):

$$\mu = \mu_0 \frac{|v' / v'_s|}{\left| \frac{v'}{v'_s} \right| - 1}. \tag{13}$$

Така рідина характеризується зникаюче малою в'язкістю при повільних рухах і постійній в'язкості при швидких. Поперек каналу така рідина в околиці екстремуму профілю швидкості рухається як ідеальна, а поблизу границі каналу стає більш густою. Тут можливі чотири випадки: перший – $x \geq 0$; $0 \leq \bar{v}' \leq 1$; другий – $x \geq 0$; $1 \leq \bar{v}' < \infty$; третій – $x \leq 0$; $-1 \leq \bar{v}' \leq 0$; четвертий – $x \leq 0$; $-\infty < \bar{v}' \leq -1$.

У першому випадку для \bar{v}' є таке вираження:

$$\bar{v}' = -\frac{x}{2} \pm \sqrt{\frac{x^2}{4} + x}. \tag{14}$$

Для гілки зі знаком «плюс» $\bar{v}' \rightarrow 0 \rightarrow 0$; $\bar{v}' \rightarrow \infty \rightarrow 1 + 0$. Для гілки зі знаком «мінус» $\bar{v}' \rightarrow \infty \rightarrow -x < 0$, що суперечить умові, $x > 0$, тобто друга гілка не підходить. У другому випадку, коли $\bar{v}' \geq 1$ теж виникає вираження, подібне (14), але зі знаком «мінус» перед другим доданком під знаком квадратного кореня. Рішення з обома варіан-

тами знака перед коренем неприйнятні з погляду фізичного змісту через обмеження на величину x . Оскільки під коренем повинна стояти позитивна величина, остільки повинна виконуватися умова на x : $x \geq 4$. Для другої гілки профілю швидкості із цих же міркувань варто залишити третій випадок зі знаком «мінус» перед квадратним коренем. Вираження, що описують профіль швидкості й рівняння для параметра y^* можуть бути представлені в такий спосіб:

$$\begin{aligned}
 v_{\pm} &= v_1 + \frac{\mu_0'^2}{\nabla P} \left\{ \frac{x_1^2 - x^2}{4} + \left(\frac{x}{2} + 1 \right) \left(\frac{x^2}{4} + 4 \right)^{1/2} - \left(\frac{x_1}{2} + 1 \right) \cdot \right. \\
 &\cdot \left. \left(\frac{x_1^2}{4} + x_1 \right)^{1/2} + \ln \left| \frac{x_1 |2 + 1 + x_1^2| |4 + x_1|}{x |2 + 1 + x^2| |4 + x|} \right| \right\}; \\
 v_{\pm} &= v_2 + \frac{\mu_0'^2}{\nabla P} \left\{ \frac{x_2^2 - x^2}{4} + \left(\frac{x_2}{2} - 1 \right) \left(\frac{x_2^2}{4} - x_2 \right)^{1/2} - \left(\frac{x}{2} - 1 \right) \cdot \right. \\
 &\cdot \left. \left(\frac{x^2}{4} - x \right)^{1/2} + \ln \left| \frac{x_2 |2 - 1 + x_2^2| |4 - x_2|}{x |2 - 1 + x^2| |4 - x|} \right| \right\}; \\
 \frac{\mu_1 - v_2}{\mu_0 \mu_0'^2} \frac{\nabla P}{\mu_0 \mu_0'^2} &= \frac{x_2^2 - x_1^2}{4} + \left(\frac{x_2}{2} - 1 \right) \left(\frac{x_2^2}{4} - x_2 \right)^{1/2} - \left(\frac{x_1}{2} + 1 \right) \cdot \\
 &\cdot \left(\frac{x_1^2}{4} + 1 \right)^{1/2} + \ln \left| \frac{x_2 |2 - 1 + x_2^2| |4 - x_2|}{x_1 |2 + 1 + x_1^2| |4 + x_1|} \right|. \tag{15}
 \end{aligned}$$

Наступною розглядається рідина, в'язкість якої поводить ся за таким законом (див. рис. 1д):

$$\mu = \mu_0 \frac{\left| |v'| / v_s' - 1 \right|}{\left| v' / v_s' + 1 \right|}. \tag{16}$$

Така рідина випробує перебудову структури при $v' = v'_s$ й розріджується при цьому. У випадку великої величини швидкість зрушення й (або) великої швидкості руху в'язкість набуває постійного значення. Знову варто розглядати такі чотири випадки: перший – $x \geq 0$, $0 \leq \bar{v}' \leq 1$; другий – $x \geq 0$, $1 \leq \bar{v}' < \infty$; третій – $x \leq 0$, $-1 \leq \bar{v}' \leq 0$; четвертий – $x < 0$, $-\infty < \bar{v}' \leq -1$.

Розгляд першого випадку призводить до такого вираження для \bar{v}' :

$$\bar{v}' = -\frac{x-1}{2} \pm \sqrt{\frac{\kappa-1}{4} - x}. \quad (17)$$

Для того, щоб це вираження мало сенс, необхідно, щоб x належав таким інтервалам: $0 \leq x \leq 3 - \sqrt{8}$, $x \geq 3 + \sqrt{8}$. Це рішення не підходить із-за обмежень на величину x . Крім того, не виконується умова $0 \leq \bar{v}' \leq 1$. У другому випадку \bar{v}' виражається через x у такий спосіб:

$$\bar{v}' = \frac{x+1}{2} \pm \sqrt{\frac{\kappa+1}{4} + x}. \quad (18)$$

Тут немає обмежень на величину x . Якщо взяти гілку зі знаком «плюс», то рішення має такі властивості: $\bar{v}' \rightarrow \infty \rightarrow x$; $\bar{v}' \rightarrow 0 \rightarrow I+0$. Якщо ж взяти гілку зі знаком «мінус», то рішення має наступні властивості: $\bar{v}' \rightarrow \infty \rightarrow -I+0$; $\bar{v}' \rightarrow 0 \rightarrow 0$. Це рішення суперечить умові $\bar{v}' \geq 1$. Тому залишається рішення другого випадку зі знаком «плюс». Для іншої гілки профілю швидкості, що відповідає значенням $x \leq 0$ підходить тільки випадок чотири зі знаком «мінус» перед коренем квадратним. Остаточне рівняння для параметра y^* й вираження для профілю швидкості плинні можуть бути записані в такому вигляді:

$$v \bar{v}' = v_I + \frac{\kappa'_s \mu_0}{\nabla P} \left\{ \frac{\kappa+1}{4} - \frac{\kappa-1}{4} + \left(\frac{\kappa+1}{2} + I \right) \cdot \left(\frac{\kappa+1}{4} + \kappa+1 \right)^{1/2} - \left(\frac{\kappa-1}{2} + I \right) \right\}.$$

$$\begin{aligned}
& \left. \left(\frac{\mathfrak{K}_1 + I^2}{4} + \mathfrak{K}_1 + I \right)^{1/2} - 2 \ln \left| \frac{\mathfrak{K}_1 + I \sqrt{2} + I + \mathfrak{K}_1 + I^2 / 4 + x_1 + I}{\mathfrak{K}_1 + I \sqrt{2} + I + \mathfrak{K}_1 + I^2 / 4 + x + I} \right| \right\}; \quad (19) \\
& v \mathfrak{K}_1 = v_2 + \frac{\mathfrak{K}'_s{}^2 \mu_0}{\nabla P} \left\{ \frac{\mathfrak{K}_1 - I^2 - \mathfrak{K}_2 - I^2}{4} + \left(\frac{\mathfrak{K}_2 - I^2}{2} - I \right) \cdot \right. \\
& \quad \left. \left(\frac{\mathfrak{K}_2 - I^2}{4} - \mathfrak{K}_2 - I \right)^{1/2} - \left(\frac{x - I}{2} - I \right) \cdot \right. \\
& \quad \left. \left(\frac{\mathfrak{K}_1 - I^2}{4} - \mathfrak{K}_1 - I \right)^{1/2} + 2 \ln \left| \frac{\mathfrak{K}_1 - I \sqrt{2} + I + \mathfrak{K}_1 - I^2 / 4 - \mathfrak{K}_1 - I}{\mathfrak{K}_2 - I \sqrt{2} + I + (x_2 - I)^2 / 4 - \mathfrak{K}_2 - I} \right| \right\}; \\
& \frac{\mathfrak{K}_1 - v_2 \nabla P}{\mu_0 \mathfrak{K}'_s{}^2} = \frac{\mathfrak{K}_1 + I^2 - \mathfrak{K}_2 - I^2}{4} + \left(\frac{x_2 - I}{2} - I \right) \cdot \\
& \quad \left(\frac{\mathfrak{K}_2 - I^2}{4} - \mathfrak{K}_2 - I \right)^{1/2} + \left(\frac{x_1 + I}{2} + I \right) \cdot \\
& \quad \left(\frac{\mathfrak{K}_1 + I^2}{4} + \mathfrak{K}_1 + I \right)^{1/2} + 2 \ln \left| \frac{\mathfrak{K}_1 + I \sqrt{2} + I + \mathfrak{K}_1 + I^2 / 4 + \mathfrak{K}_1 + I}{\mathfrak{K}_2 - I \sqrt{2} - I + \mathfrak{K}_2 - I^2 / 4 - \mathfrak{K}_2 - I} \right|;
\end{aligned}$$

Далі розглядається плин рідини, в'язкість якої підкоряється на-ступному закону (див. рис. 1е):

$$\mu = \mu_0 \frac{|v'/v'_s| + I}{\left| |v'/v'_s| - I \right|}. \quad (20)$$

Рідина з такою в'язкістю на початку руху або в околиці екстремальної точки має в'язкість, що дорівнює μ_0 . При великому значенні швидкості зрушення $v' \gg v'_s$ в'язкість рідини теж дорівнює μ_0 . При $v' = v'_s$ в'язкість рідини стає нескінченно великою, тобто в рідині відбуваються структурні зміни. Можливі такі ж чотири випадки, як і описані вище, перший – $0 \leq v' \leq I$; $x \geq 0$; другий – $v' \geq I$, $x \geq 0$; третій –

$-1 \leq v' \leq 0$; $x \leq 0$; четвертий $-\infty < v' \leq -1$; $x \leq 0$. У першому випадку v' виражається через x у такий спосіб:

$$v' = -\frac{x+1}{2} \pm \sqrt{\frac{x+1}{4} + x}. \quad (21)$$

У цьому вираженні немає обмежень на величину x . Гілка із «плюсом» перед коренем квадратним має наступні властивості: $v' \rightarrow 0 \rightarrow 0$; $v' \rightarrow \infty \rightarrow 1+0$. Гілка зі знаком «мінус» перед квадратним коренем не підходить, оскільки дає $v' < 0$, що суперечить вихідному допущенню. У другому випадку зв'язок між v' і x приймає такий вигляд:

$$v' = \frac{x-1}{2} \pm \sqrt{\frac{x-1}{4} - x}. \quad (22)$$

Ці рішення з будь-яким знаком перед коренем квадратним варто відкинути, оскільки вони дійсні тільки якщо x належить інтервалам: $0,3 - \sqrt{8}$ і $0 + \sqrt{8}, +\infty$. Із третього й четвертого випадків за допомогою аналогічних міркувань варто залишити третій, якому відповідає така форма зв'язку між v' і x :

$$v' = -\frac{x-1}{2} - \sqrt{\frac{x-1}{4} - x}. \quad (23)$$

З огляду на сказане для профілю швидкості $v \Phi$ й визначення параметра y^* виходять наступні рівняння й вираження:

$$\begin{aligned}
v_{\bar{s}} &= v_1 + \frac{\mu'_s \bar{\mu}_0}{\nabla P} \left\{ \frac{\bar{\kappa}_1 + 1 - \bar{\kappa}_1^2}{4} + \left(\frac{x+1}{2} + 1 \right) \cdot \right. \\
&\quad \cdot \left. \left(\frac{\bar{\kappa}_1 + 1 - \bar{\kappa}_1^2}{4} + \bar{\kappa}_1 + 1 \right)^{1/2} - \left(\frac{x_1 + 1}{2} + 1 \right) \right\} \\
&\quad \cdot \left. \left(\frac{\bar{\kappa}_1 + 1 - \bar{\kappa}_1^2}{4} + \bar{\kappa}_1 + 1 \right)^{1/2} + 2 \ln \left| \frac{\bar{\kappa}_1 + 1 - \bar{\kappa}_1^2 / 2 + 1 + \bar{\kappa}_1 + 1 - \bar{\kappa}_1^2 / 4 + \bar{\kappa}_1 + 1}{\bar{\kappa}_1 + 1 - \bar{\kappa}_1^2 / 2 + 1 + \bar{\kappa}_1 + 1 - \bar{\kappa}_1^2 / 4 + \bar{\kappa}_1 + 1} \right| \right\}; \quad (24) \\
v_{\bar{s}} &= v_2 + \frac{\mu'_s \bar{\mu}_0}{\nabla P} \left\{ \frac{\bar{\kappa}_2 - 1 - \bar{\kappa}_2^2}{4} + \left(\frac{x_2 - 1}{2} - 1 \right) \cdot \right. \\
&\quad \cdot \left. \left(\frac{\bar{\kappa}_2 - 1 - \bar{\kappa}_2^2}{4} - \bar{\kappa}_2 - 1 \right)^{1/2} - \left(\frac{x - 1}{2} - 1 \right) \right\} \\
&\quad \cdot \left. \left(\frac{\bar{\kappa}_2 - 1 - \bar{\kappa}_2^2}{4} - \bar{\kappa}_2 - 1 \right)^{1/2} + 2 \ln \left| \frac{\bar{\kappa}_2 - 1 - \bar{\kappa}_2^2 / 2 - 1 + \bar{\kappa}_2 - 1 - \bar{\kappa}_2^2 / 4 - \bar{\kappa}_2 - 1}{\bar{\kappa}_2 - 1 - \bar{\kappa}_2^2 / 2 - 1 + \bar{\kappa}_2 - 1 - \bar{\kappa}_2^2 / 4 - \bar{\kappa}_2 - 1} \right| \right\}; \\
\frac{\bar{\kappa}_1 - v_2 \bar{\nabla} P}{\mu_0 \mu'_s} &= \frac{\bar{\kappa}_2 - 1 - \bar{\kappa}_2^2 - \bar{\kappa}_1 + 1 - \bar{\kappa}_1^2}{4} + \left(\frac{x_1 + 1}{2} + 1 \right) \cdot \\
&\quad \cdot \left(\frac{\bar{\kappa}_1 + 1 - \bar{\kappa}_1^2}{4} + \bar{\kappa}_1 + 1 \right)^{1/2} + \left(\frac{x_2 - 1}{2} - 1 \right) \cdot \\
&\quad \cdot \left(\frac{\bar{\kappa}_2 - 1 - \bar{\kappa}_2^2}{4} - \bar{\kappa}_2 - 1 \right)^{1/2} + 2 \ln \left| \frac{\bar{\kappa}_1 + 1 - \bar{\kappa}_1^2 / 2 + 1 + \bar{\kappa}_1 + 1 - \bar{\kappa}_1^2 / 4 + \bar{\kappa}_1 + 1}{\bar{\kappa}_2 - 1 - \bar{\kappa}_2^2 / 2 - 1 + (\bar{x}_2 - 1)^2 / 4 - \bar{\kappa}_2 - 1} \right|.
\end{aligned}$$

Останнім розглядається плин рідини, закон в'язкості якої має такий вигляд (див. рис. 1ж):

$$\mu = \mu_0 \left| |v'| / v'_s - 1 \right|. \quad (25)$$

Ця рідина на початку руху має в'язкість, значення якої близьке до μ_0 . При швидкості зрушення, що дорівнює v'_s ця рідина повністю розріджується, а потім, у міру росту в'язкості необмежено росте.

Так само, як і вище, можливі чотири випадки: перший – коли, $x \leq 0$, $0 \leq y' \leq 1$; другий – коли $x \geq 0$, $1 \leq y' < \infty$; третій коли – $x \leq 0$, $-1 \leq y' \leq 0$; четвертий – коли $x \leq 0$, $-\infty \leq y' \leq -1$. Для першого випадку величина \bar{v}' й x зв'язані таким співвідношенням:

$$\bar{v}' = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - x}, \quad (26)$$

з якого випливає, що $x \leq 1/4$. При цьому вибір знака «мінус» дає профіль гладкий у точці $x=0$, а профіль зі знаком «плюс» у цій точці дає «злам». У цілому через обмеження на величину x цей випадок не підходить. У другому випадку величини \bar{v}' й x зв'язані наступним співвідношенням:

$$\bar{v}' = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + x}. \quad (27)$$

У ньому обмежень на величину x немає. Умова $\bar{v}' > 0$ вимагає вибору знака «плюс», а профіль має властивість $\bar{v}' \rightarrow 0 \rightarrow 1$, $\bar{v}' \rightarrow \infty \rightarrow \sqrt{x}$.

Із сказаного зрозуміло, що іншу гілку рішення доставляє випадок чотири, для якого зв'язок між величинами \bar{v}' й x дається вираженням (27) після зміни знака в доданках $1/2$ й x і залишення перед коренем квадратним знака «мінус».

Виразення для профілю швидкості й рівняння для параметра u^* записується в такому вигляді:

$$v'_{\pm} = v_1 + \frac{\mu_0'^2}{\nabla P} \left[\frac{x - x_1}{2} + \left(\frac{1}{4} + x \right)^{3/2} \frac{2}{3} - \left(\frac{1}{4} + x_1 \right)^{3/2} \frac{2}{3} \right]; \quad (28)$$

$$v'_{\pm} = v_2 + \frac{\mu_0'^2}{\nabla P} \left[\frac{x_2 - x}{2} + \left(\frac{1}{4} - x \right)^{3/2} \frac{2}{3} - \left(\frac{1}{4} - x_2 \right)^{3/2} \frac{2}{3} \right];$$

$$\frac{\mu_0 \nu_2 \bar{\nabla} P}{\mu_0 \nu_s'^2} = \frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{2}{3} \left[\left(\frac{1}{4} + x_1 \right)^{3/2} - \left(\frac{1}{4} - x_2 \right)^{3/2} \right].$$

Варто сказати, що вираження для профілів швидкості влаштовані так, що екстремум досягається в точці y^* , що може попадати в інтервал (y_1, y_2) , тобто розташовуватися усередині каналу, а може перебувати поза ним. В останньому випадку екстремуму профілю швидкості усередині каналу немає. Обчислення точки y^* можливе в кожному окремому випадку для певної комбінації параметрів $\nu_1, \nu_2, \nu_s', \mu_0, \bar{\nabla} P$ за допомогою комп'ютера через нелінійність рівняння, що отримується. Проте можлива груба оцінка величини y^* , заснована на наступних міркуваннях. Усі рівняння для визначення y^* мають такий вигляд:

$$\frac{\mu_0 \nu_2 \bar{\nabla} P}{\mu_0 \nu_s'^2} = f(y_1 - y^*) + g(y_2 - y^*), \quad (29)$$

у якому позначення f і g відносяться до доданків з x_1 і x_2 в формулах (5), (9), (12), (15), (19), (24), (28). Функції f та g можна представити в такому вигляді:

$$f(y_1 - y^*) \approx f(y_1) + \frac{df}{dy} \Big|_{y_1} y^*; \quad g(y_2 - y^*) \approx g(y_2) - \frac{dg}{dy} \Big|_{y_2} y^*. \quad (30)$$

Тоді для y^* виходить наступне вираження:

$$\frac{-\frac{\mu_0 \nu_2 \bar{\nabla} P}{\mu_0 \nu_s'^2} + f(y_1) + g(y_2)}{\frac{df}{dy} \Big|_{y_1} + \frac{dg}{dy} \Big|_{y_2}} \approx y^*. \quad (31)$$

Точність подібного вираження повинна досліджуватися окремо для кожного з розглянутих випадків в'язкості.

Висновки. Варто зупинитися на деяких особливостях отриманих рішень. Для профілю плинину рідини з в'язкістю за формулою (1)

профіль є гладким, має екстремум у точці $y = y^*$, але є обмеження на ріст величини ∇P через дуже швидке розрідження рідини з ростом швидкості плинину. Для профілю плинину з в'язкістю за формулою (7) існує безперервний, але не гладкий профіль зі зломом у точці $y = y^*$, що не має обмежень на величину ∇P . При цьому величина ν' змінюється в обмежених межах. Можливо також нескінченно велика кількість профілів швидкості, кожний з яких безперервний, має гладке поведіння в точці $y = y^*$, але містить злам у якій-небудь точці $y \neq y^*$. Критерій вибору між різними профілями відсутній. Тобто можна сказати, що за відновлення гладкості в екстремальній точці $y = y^*$ доводиться платити втратою однозначності вибору рішення та появі зламів у двох точках $y \neq y^*$, $y_2 < y \leq y^*$, $y^* < y < y_1$.

Плини рідини з в'язкістю за законом (10) є гладкими, не мають обмежень на величину ∇P , «добре» поведуться в екстремальній точці й не мають обмежень на величину ν' при $\nabla P \rightarrow \infty$. Рідина з в'язкістю за законом (13) має гладкий профіль скрізь, у тому числі й в екстремальній точці; не має обмежень на величину ∇P , але є обмеження на величину ν' . Можлива також ситуація, характерна для рідини з в'язкістю за формулою (7), коли можна побудувати нескінченне число рішень без обмежень на ∇P й ν' , але які мають злам в точках $y \neq y^*$, для яких немає критерію відбору. Для рідини з в'язкістю за формулою (16) є безперервне рішення для профілю швидкості, що має злам в екстремальній точці, що не має обмежень на ∇P та обмежень на ν' при $\nabla P \rightarrow \infty$. Так само, як і в попередніх випадках, є нескінченно багато різних профілів швидкості, гладких в екстремальній точці, але які мають злам у двох точках $y \neq y^*$ і не мають обмежень на значення ν' та ∇P . Для рідини з в'язкістю за формулою (20) є гладке скрізь, у тому числі й в екстремальній точці, рішення, що не має обмежень на величину ∇P , але обмежуюче діапазон змін величини ν' . І в цьому випадку можливо нескінченно багато рішень, у яких обмежень на величину ν' немає, але які мають злам у неекстремальних точках. В останньому випадку з реологією за законом (25) є безперервний профіль із порушенням гладкості в екстремальній точці. Не має обмежень на величину ∇P й величину ν' . І також існує нескінченно велика кількість рішень, гладких в екстремальній точці, що мають злам у неекстремаль-

ній й не містять обмежень на величини v' та ∇P при $\nabla P \rightarrow \infty$. Між цими рішеннями також не можна зробити однозначний вибір.

Список літератури

1. Уилкинсон, У. А. Неньютоновские жидкости [Текст] / У. А. Уилкинсон. – М. : Мир, 1964. – 216 с.
2. Фрейденталь, А. Математические теории непружинной сплошной среды [Текст] / А. Фрейденталь, Х. Гейрингер. – М. : ГИТТЛ, 1962. – 432 с.
3. Герман, Х. Шнековые машины в технологии [Текст] / Х. Герман. – Л. : Химия : Лен. отд., 1975. – 229 с.
4. Тадмор, З. Теоретические основы переработки полимеров [Текст] / З. Тадмор, К. Гогос. – М. : Химия, 1984. – 628 с.
5. Ясногородский, А. Я. Многоцелевые двухшнековые машины для перерабатывающих технологий [Текст] / А. Я. Ясногородский, А. Г. Звездин. – Х. : Прапор, 2006. – 184 с.
6. Торнер, Р. В. Теоретические основы переработки полимеров [Текст] / Р. В. Торнер. – М. : Мир, 1977. – 464 с.

Отримано 1.10.2010. ХДУХТ, Харків.

© Е.В. Білецький, Ю.А. Толчинський, Д.П. Семенюк, 2010.

УДК621.9.:681.3

В.О. Потапов, д-р техн. наук

І.С. Ковш

О.Ю. Гриценко

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИВЧЕННЯ ВПЛИВУ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ МАСООБМІННОГО МОДУЛЯ ЄМНОСТІ ТА ПАРАМЕТРІВ СУШИЛЬНОГО АГЕНТА НА ПРОЦЕС ЗТП-СУШІННЯ

Наведено методи експериментального визначення впливу геометричних параметрів масообмінного модуля та параметрів сушильного агента на процес ЗТП-сушіння. Знайдено параметри оцінювання ефективності проведених експериментів. Приведені результати експериментів з визначення впливу геометричних параметрів масообмінного модуля та параметрів сушильного агента на процес ЗТП-сушіння.

Приведены методы экспериментального определения влияния геометрических параметров массообменного модуля и параметров сушильного агента на процесс СТП-сушки. Найдены параметры оценки эффективности проведенных экспериментов. Приведены результаты экспериментов по определению влияния геометрических параметров функциональной емкости и параметров сушильного агента на процесс СТП-сушки.