

**Ловейкін В.С.,  
Ромасевич Ю.О.,  
Ляшко А.П.**  
Національний університет  
біоресурсів і природокорис-  
тування України,  
м. Київ, Україна  
**E-mail:** lovvs@ukr.net

**АНАЛІЗ ОПТИМАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ  
ПУСКУ МЕХАНІЗМУ ЗМІНИ ВІЛЬОТУ  
БАШТОВОГО КРАНУ ЗА УСТАЛЕНОГО  
РЕЖИМУ ПОВОРОТУ**

<https://doi.org/10.37700/ts.2024.24.130-142>

УДК 621.87

*Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О., Ляшко А.П. Аналіз оптимальних процесів пуску механізму зміни вільоту баштового крана за усталеного режиму повороту.*

**Анотація.** В представленій роботі наведено аналіз оптимальних режимів пуску механізму зміни вільоту вантажу баштового крана за усталеного руху механізму повороту. Отримані в попередніх дослідженнях оптимальні режими руху механізму зміни вільоту визначались при мінімізації середньоквадратичних за час руху значень рушійного моменту приводу, швидкості та пришвидшення його зміни в часі. Для цих режимів руху визначені екстремалі координати центру мас вантажу, що мінімізують обрані критерії. Для цих екстремалей визначені значення критеріїв оптимізації для різної тривалості пуску механізму зміни вільоту вантажу. Проведено аналіз отриманих критеріїв оцінки режимів пуску, з якого встановлено, що найкращі показники режимів руху досягаються при використанні критеріїв, визначених на основі мінімізації середньоквадратичного значення швидкості зміни рушійного моменту приводу. Аналіз визначених критеріїв для оптимальних режимів руху показує, що зі збільшенням тривалості пуску механізму зміни вільоту усі критерії мають тенденцію до зменшення їхніх абсолютних величин, причому це зменшення має нелінійний характер зміни. Наведено графічні залежності рушійного моменту приводу механізму зміни вільоту, швидкості та пришвидшення його зміни в часі для різної тривалості процесу пуску, які дають можливість пояснити причини зменшення критеріїв при збільшенні тривалості процесу пуску. Визначені безрозмірні значення критеріїв оптимізації режимів руху механізму зміни вільоту за усталеного повороту крана, на основі яких розроблено комплексний критерій у вигляді лінійної згортки з ваговими коефіцієнтами. Для оцінки впливу екстремалей на величину критеріїв оптимізації використано комплексний безрозмірний критерій. Наведені числові значення критеріїв оптимізації підтверджуються результатами графічних залежностей рушійних моментів, швидкостей та пришвидшень їхньої зміни в часі при використанні різних екстремалей. Висунуто гіпотезу, що існують такі крайові умови руху, які будучи використані для отримання екстремалі, забезпечать зменшення величин інтегральних критеріїв оптимізації і покращують режими руху кранових механізмів.

**Ключові слова:** баштовий кран, механізми зміни вільоту і повороту, рушійний момент, критерії оптимізації, результати аналізу.

*Loveikin V.S., Romasevych Yu.O., Liashko A.P. Analysis of optimal modes of tower crane trolley movement acceleration during steady crane rotation.*

**Abstract.** Analysis of the optimal starting modes of the mechanism of trolley movement along the tower crane boom during the steady movement of the slewing mechanism is presented.

*The optimal movement modes of the trolley movement mechanism obtained in previous studies were determined by minimizing the mean square values of the driving moment of the drive, its first and second derivatives by time. For these modes of movement, the extremals of the load coordinates, which minimize the selected criteria, are determined. For these extremals, the values of the optimization criteria for different durations of the slewing mechanism acceleration were determined. An analysis of the received criteria for the evaluation of the acceleration modes was carried out, from which it was established that the best indicators of the modes are achieved when using the criteria referred to the root-mean-square value of the driving torque rate. The dimensionless values of the criteria for optimized movement modes of the trolley during steady rotation of the crane were determined. A complex criterion in the form of a linear convolution with weighting coefficients was developed. To assess the impact of extremals on the value of the optimization criteria, a complex dimensionless criterion was used. The numerical values of the optimization criteria are confirmed by the results of plots of the driving torque, and its first and second derivatives by time were given.*

**Key words:** tower crane, trolley movement and slewing mechanisms, driving torque, optimization criteria, results analysis.

### Постановка проблеми

В баштових кранах для підвищення продуктивності часто здійснюється одночасне суміщення роботи декількох механізмів. Прикладом такого суміщення може бути спільна робота механізмів зміни вильоту вантажу та повороту крана. Для оцінки сумісної роботи механізмів та оптимізації їхньої роботи використовують інтегральні динамічні критерії, які представляються середньоквадратичними за час руху значеннями рушійного моменту, швидкості та пришвидшення його зміни в часі. В практичних задачах оптимізації режимів руху виникає задача вибору того або іншого критерію оцінки режиму руху. Тому виникає потреба в аналізі оптимальних режимів руху кранових механізмів за тими або іншими критеріями, щоб встановити переваги та недоліки кожного з критеріїв.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Динаміка кранових механізмів описана в значній кількості праць, зокрема (Sakawa & Nakazumi, 1985; Lee, 1996; Oguamanam et al., 2001; Sun & Kleeberger, 2003; Qian & Fang, 2018; Keum-Shik & Umer Hameed, 2019; Hamid N. A., Jabatan K. M., 2013; Schlott P., et al., 2016; Chwastek S., 2020; Loveikin et al., 2021; Loveikin et al., 2019; Naidenko, E. et al., 2022; Loveikin et al., 2020; Loveikin et al., 2023; Loveikin et al., 2022). Досліджувалась динаміка механізмів підйому та зміни вильоту вантажу для різних типів і конструкцій вантажопідйомних кранів (Sakawa & Nakazumi, 1985; Lee, 1996; Oguamanam et al., 2001; Sun & Kleeberger, 2003; Qian & Fang, 2018; Keum-Shik & Umer Hameed, 2019). Виявлялись причини виникнення коливань вантажу на гнучкому підвісі та встановлювались способи їхнього зменшення. Досліджується динаміка сумісного руху кранових механізмів (Hamid N. A., Jabatan K. M., 2013; Schlott P., et al., 2016; Chwastek S., 2020; Loveikin et al., 2021; Loveikin et al., 2019; Naidenko, E. et al., 2022; Loveikin et al., 2020). В працях (Schlott P., et al., 2016; Chwastek S., 2020) досліджено спільний рух механізмів зміни вильоту вантажу та повороту крана. З метою усунення коливань вантажу на гнучкому підвісі здійснювалось керування приводом механізму зміни вильоту при усталеному русі механізму повороту крана. Розроблено модель динаміки сумісного руху механізмів зміни вильоту та повороту баштового крана з балочною стрілою, на основі

якоївстановлено динамічні процеси роботи двох механізмів, що дало можливість визначити їхні кінематичні, силові та енергетичні характеристики (Loveikin et al., 2021). Також досліджені маятникові коливання вантажу на гнучкому підвісі та встановлені перевантаження механізмів зміни вильоту і повороту крана. Для усунення коливань вантажу на гнучкому підвісі розв'язувались оптимізаційні задачі при роботі окремих механізмів баштового крана (Loveikin et al., 2019; Naidenko, E. et al., 2022; Loveikin et al., 2020). В роботі (Loveikin et al., 2019) розв'язувалась оптимізаційна задача зменшення коливань вантажу на гнучкому підвісі при роботі механізму повороту крана. В роботі (Naidenko, E. et al., 2022) оптимізовано процес пуску механізму повороту крана шляхом керування рушійним моментом приводного електродвигуна для зменшення часу розгону та зменшення коливань вантажу на гнучкому підвісі. При розв'язуванні задачі на швидкодію кранових механізмів рушійний момент має вигляд релейної функції (Loveikin et al., 2020), що приводить до додаткових динамічних навантажень на елементи приводних механізмів та крана в цілому. При оптимізації режимів руху кранових механізмів використовуються інтегральні динамічні критерії, які представляють собою середньоквадратичні значення рушійного моменту (Loveikin et al., 2023), швидкості (Loveikin et al., 2022) та пришвидшення (Loveikin et al., 2022) його зміни в часі. Тому при оптимізації режимів руху кранових механізмів виникає потреба у виборі тих або інших критеріїв. В зв'язку з чим аналіз цих критеріїв дасть можливість розробити рекомендації щодо вибору тих або інших критеріїв в кожному з конкретних випадків оптимізації режимів руху.

### Формулювання мети досліджень

Метою дослідження є аналіз інтегральних динамічних критеріїв, представлених у вигляді середньоквадратичних значень силових характеристик та швидкості і пришвидшення їхньої зміни в часі при оптимізації режиму руху механізму зміни вильоту за усталеного повороту баштового крана.

### Результати досліджень

В роботах (Loveikin et al., 2023; Loveikin et al., 2022; Loveikin et al., 2022) розв'язано оптимізаційні задачі процесів пуску механізму зміни вильоту баштового крану за усталеного режиму повороту. В цих роботах за критерії оптимізації використані середньоквадратичні, за час пуску  $t_1$ , значення рушійного моменту приводу  $M$  (Loveikin et al., 2023) швидкості  $\dot{M}$  (Loveikin et al., 2022) та пришвидшення  $\ddot{M}$  (Loveikin et al., 2022) його зміни в часі  $t$ , які визначаються наступними залежностями:

$$M_{\text{с.к.}}^{(0)} = \left[ \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} M^2 dt \right]^{1/2} \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$M_{\text{с.к.}}^{(1)} = \left[ \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \dot{M}^2 dt \right]^{1/2} \rightarrow \min; \quad (2)$$

$$M_{\text{с.к.}}^{(2)} = \left[ \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \ddot{M}^2 dt \right]^{1/2} \rightarrow \min. \quad (3)$$

При цьому рушійний момент приводу та швидкість і пришвидшення його зміни в часі мають наступний вигляд:

$$M = a_0 + a_1 x + a_2 \ddot{x} + a_3 x^{IV} + a_4 x^{VI} \quad (4)$$

$$\dot{M} = a_1 \dot{x} + a_2 \ddot{x} + a_3 x^V + a_4 x^{VII}; \quad (5)$$

$$\ddot{M} = a_1 \ddot{x} + a_2 x^{IV} + a_3 x^{VI} + a_4 x^{VIII}. \quad (6)$$

Тут

$$\begin{aligned} a_0 &= Wr; a_1 = -\left[ m + m_1 \left( 1 - \frac{H}{g} \omega^2 \right) \right] \omega^2 r; \\ a_2 &= \frac{I}{Cr} \left[ \left( C - m_1 \omega^2 \right) \left( 1 - \frac{H}{g} \omega^2 \right) - m \omega^2 \right] + \\ &+ \left[ m + m_1 \left( 1 - 2 \frac{H}{g} \omega^2 \right) \right] r; \\ a_3 &= \frac{I}{Cr} \left[ \left( C - m_1 \omega^2 \right) \frac{H}{g} + m_1 \left( 1 - \frac{H}{g} \omega^2 \right) + m \right] + \\ &+ m_1 \frac{H}{g} r; \\ a_4 &= \frac{m_1 I H}{C r g}; a_{0,1,2,3,4} = const. \end{aligned}$$

де  $x$  – координата центру мас вантажу в площині зміни вильоту;  $W$  – сила опору переміщенню візка;  $m_1, m$  – відповідно маси візка і вантажу;  $I$  – момент інерції приводу механізму зміни вильоту зведений до осі повороту барабана;  $C$  – коефіцієнт жорсткості тягового канату візка;  $r$  – радіус приводного барабану механізму зміни вильоту;  $H$  – довжина гнучкого підвісу вантажу;  $\omega$  – кутова швидкість усталеного повороту крана;  $g$  – прискорення вільного падіння.

Критерій (3) необхідно мінімізувати при задоволенні крайових умов руху:

$$\begin{aligned} t = 0: x &= x_0, \dot{x} = 0, \ddot{x} = x_0 \omega^2, \ddot{\ddot{x}} = 0, \\ x^{IV} &= x_0 \omega^4, x^V = 0, x^{VI} = x_0 \omega^6, x^V = 0; \\ t = t_1: x &= x_1, \dot{x} = V, \ddot{x} = x_1 \omega^2, \\ \ddot{\ddot{x}} &= V \omega^2, x^{IV} = x_1 \omega^4, x^V = V \omega^2, \\ x^{VI} &= x_1 \omega^6, x^V = V \omega^6, \end{aligned} \quad (7)$$

а критерій (3) та (2) мінімізуються за умовами (7), в яких відсутні відповідно по одному та двома останніми членами при  $t=0$  і  $t=t_1$ . Тут  $x_0, x_1 = x_0 + \frac{V t_1}{2}$  – початкове та кінцеве положення центру мас вантажу в процесі пуску,  $V$  – лінійна швидкість усталеного руху вантажу.

Для стрілової системи баштового крана з параметрами  $m=5000$  кг,  $m_1=300$  кг,  $I=30$  кгм<sup>2</sup>,  $C=1.65 \cdot 10^5 \frac{H}{M}$ ,  $r=0.15$  м,  $H=10$  м,  $g=9.81 \frac{M}{c^2}$ ,  $V=0.85 \frac{M}{c}$ ,  $x_0=7.0$  м,  $\omega=0.075$  рад/с при  $\alpha_1=26.21$ ,  $\alpha_2=1.976$  та  $\alpha_3=0.06705$  отримані екстремалі законів руху вантажу в площині зміни вильоту відповідно для критеріїв (1), (2) і (3):

$$\begin{aligned} x_{extr.No1} &= (C_1 + C_2 t) \cos(\alpha_1 t) + \\ &+ (C_3 + C_4 t) \sin(\alpha_1 t) + (C_5 + C_6 t) \cos(\alpha_2 t) + \\ &+ (C_7 + C_8 t) \sin(\alpha_2 t) + \\ &+ (C_9 + C_{10} t) e^{\alpha_3 t} + (C_{11} + C_{12} t) e^{-\alpha_3 t} - \frac{a_0}{a_1}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 x_{extr.No2} = & (C_1 + C_2t)\cos(\alpha_1t) + \\
 & + (C_3 + C_4t)\sin(\alpha_1t) + (C_5 + C_6t)\cos(\alpha_2t) + \\
 & + (C_7 + C_8t)\sin(\alpha_2t) + (C_9 + C_{10}t)e^{\alpha_3t} + \\
 & + (C_{11} + C_{12}t)e^{-\alpha_3t} + C_{13} + C_{14}t,
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 x_{extr.No3} = & (C_1 + C_2t)\cos(\alpha_1t) + \\
 & + (C_3 + C_4t)\sin(\alpha_1t) + (C_5 + C_6t)\cos(\alpha_2t) + \\
 & + (C_7 + C_8t)\sin(\alpha_2t) + (C_9 + C_{10}t)e^{\alpha_3t} + \\
 & + (C_{11} + C_{12}t)e^{-\alpha_3t} + C_{13} + C_{14}t + C_{15}t^2 + C_{16}t^3,
 \end{aligned} \tag{10}$$

$0 \leq t \leq t_1$

де  $C_1, C_2, \dots, C_{16}$  – постійні, які визначаються з крайових умов руху (7) відповідно до використаних критеріїв оптимізації.

Для різної тривалості процесу пуску механізму зміни вильоту при усталеному повороті стрілової системи визначені числові значення критеріїв (1), (2) і (3) з використанням екстремалей (8)–(10). Результати проведених розрахунків занесені в таблицю 1.

Таблиця 1

Абсолютні значення інтегральних критеріїв, які досягаються на різних екстремалях

Значення критеріїв	Екстремаль, що відповідає мінімуму критерію		
	$M_{с.к.}^{(0)}$ (8)	$M_{с.к.}^{(1)}$ (9)	$M_{с.к.}^{(2)}$ (10)
Тривалість розгону $t_1=3$ с			
$M_{с.к.}^{(0)}$	1074.16	1077.61	1085.11
$M_{с.к.}^{(1)}$	263.70	510.15	663.14
$M_{с.к.}^{(2)}$	6790.47	1744.45	3035.67
Тривалість розгону $t_1=5$ с			
$M_{с.к.}^{(0)}$	960.60	962.16	962.73
$M_{с.к.}^{(1)}$	94.889	89.435	96.971
$M_{с.к.}^{(2)}$	963.08	93.764	157.85
Тривалість розгону $t_1=8$ с			
$M_{с.к.}^{(0)}$	894.47	895.10	895.75
$M_{с.к.}^{(1)}$	41.707	26.611	32.902
$M_{с.к.}^{(2)}$	735.77	15.634	28.791

В таблиці 1 числові значення критеріїв, що знаходяться в першому стовбці, визначені з використанням екстремалі (8) і відповідають мінімуму критерію  $M_{с.к.}^{(0)}$  з базовими крайовими умовами (без двох останніх членів при  $t=0$  і  $t=t_1$  в умовах (7)). Аналогічно числові значення критеріїв другого та третього стовбців визначені з використанням відповідно екстремалей (9) і (10) і відповідають мінімуму критеріїв  $M_{с.к.}^{(1)}$  та  $M_{с.к.}^{(2)}$  з крайовими умовами (7) без останніх членів і з повними умовами (7). В кожному з рядків цієї таблиці знаходяться числові значення конкретного критерію, визначені за тією або іншою екстремалею, яка відповідає певним крайовим умовам при конкретній тривалості

розгону. Так, наприклад, при тривалості розгону  $t_1=3$ с числове значення критерію  $M_{с.к.}^{(0)}=1074,2$  у верхньому рядку відповідає оптимальному режиму руху за цим же критерієм, а числові значення 1077,6 та 1085,1 відповідають числовим значенням цього ж критерію при оптимальних режимах розгону відповідно екстремаліям (9) та (10). З цього прикладу можна зробити висновок, що числове значення критерію  $M_{с.к.}^{(0)}$  приймає найменше значення при оптимальному режимі розгону за цим же критерієм, тобто цей режим є найкращим (оптимальним) для цього критерію. Аналогічна картина спостерігається і для інших тривалостей процесу пуску 5 і 8 с, де також найменші значення критерію  $M_{с.к.}^{(0)}$  (960,60 та 894,47) відповідають оптимальному режиму руху за цим же критерієм.

При тривалості розгону  $t_1=3$  с критерій  $M_{с.к.}^{(1)}$  також приймає найменше значення (263,70) при оптимальному режимі за критерієм  $M_{с.к.}^{(0)}$  при використанні екстремалі (8) в порівнянні з оптимальними режимами пуску за критеріями  $M_{с.к.}^{(1)}$  та  $M_{с.к.}^{(2)}$ , де використані екстремалі (9) і (10) з відповідними крайовими умовами. Тут критерій  $M_{с.к.}^{(1)}$  приймає числові значення відповідно 510,15 та 663,14. Ця тенденція не спостерігається при збільшенні тривалості пуску до 5 і 8 с, де найменші числові значення (89,435 та 26,611) критерію  $M_{с.к.}^{(1)}$  спостерігаються при оптимальному режимі пуску за цим же критерієм, коли використовується екстремаль (9).

За тривалості розгону  $t_1=3$  с критерій  $M_{с.к.}^{(2)}$  досягає найменшого значення (1744,5) при оптимальному режимі пуску за критерієм  $M_{с.к.}^{(1)}$  при використанні екстремалі (9). Для порівняння наведемо числові значення критерію  $M_{с.к.}^{(2)}$  при оптимальних режимах пуску за критеріями  $M_{с.к.}^{(0)}$  (6790,5) та  $M_{с.к.}^{(1)}$  (3035,7). Така ж тенденція зберігається і при збільшенні тривалості розгону, де також найменші числові значення критерію  $M_{с.к.}^{(2)}$  досягаються при оптимальному режимі пуску за критерієм  $M_{с.к.}^{(1)}$ , коли використовується екстремаль (9), і приймають значення 93,764 при  $t_1=5$  с та 15,634 при  $t_1=8$  с.

Числові значення критеріїв, наведених в табл. 1, зведемо до безрозмірного виду. Для цього абсолютні числові значення критеріїв в кожній стрічці табл.1 розділимо на їхнє мінімальне значення в цій стрічці. В результаті чого отримаємо безрозмірні критерії:

$$\begin{aligned} K_0^{(0)} &= \frac{M_{с.к.}^{(0)}}{\min M_{с.к.}^{(0)}}; \\ K_1^{(1)} &= \frac{M_{с.к.}^{(1)}}{\min M_{с.к.}^{(1)}}; \\ K_2^{(2)} &= \frac{M_{с.к.}^{(2)}}{\min M_{с.к.}^{(2)}}; \end{aligned} \quad (11)$$

де  $\min M_{с.к.}^{(0)}$ ,  $\min M_{с.к.}^{(1)}$ ,  $\min M_{с.к.}^{(2)}$  – мінімальні значення відповідно критеріїв  $M_{с.к.}^{(0)}$ ,  $M_{с.к.}^{(1)}$ ,  $M_{с.к.}^{(2)}$ .

Безрозмірні числові значення критеріїв з табл.1 зведені в табл. 2.

Для оцінки впливу екстремалей на критерії оптимізації можна використати комплексний критерій

$$K_{012}^{(i)} = \delta_0 K_0^i + \delta_1 K_1^i + \delta_2 K_2^i \quad (12)$$

де  $\delta_0, \delta_1, \delta_2$  – вагові коефіцієнти, які відповідають порядковому номеру критерію, сума яких дорівнює одиниці;  $i$  – порядковий номер екстремалі, при якій розраховується критерій.

Таблиця 2

Безрозмірні значення інтегральних критеріїв, які досягаються на різних екстремалях

Значення критеріїв	Екстремаль, що відповідає мінімуму критерію		
	$M_{с.к.}^{(0)}$ (8)	$M_{с.к.}^{(1)}$ (9)	$M_{с.к.}^{(2)}$ (10)
Тривалість розгону $t_1=3$ с			
$K_0^{(i)}$	1,0	1,003	1,010
$K_1^{(i)}$	1,0	1,935	2,515
$K_2^{(i)}$	3,893	1,0	1,740
Тривалість розгону $t_1=5$ с			
$K_0^{(i)}$	1,0	1,002	1,002
$K_1^{(i)}$	1,061	1,0	1,084
$K_2^{(i)}$	10,271	1,0	1,683
Тривалість розгону $t_1=8$ с			
$K_0^{(i)}$	1,0	1,001	1,002
$K_1^{(i)}$	1,567	1,0	1,236
$K_2^{(i)}$	47,062	1,0	1,842

Якщо прийняти, що всі три критерії рівнозначні, тобто  $\delta_0=\delta_1=\delta_2=1/3$ , то для тривалості розгону  $t_1=3$  с комплексні критерії для кожної з екстремалей приймуть такі значення:  $K_{012}^{(0)}=1.964$ ;  $K_{012}^{(1)}=1.313$ ;  $K_{012}^{(2)}=1.755$ . Аналогічно для тривалості розгону  $t_1=5$  с –  $K_{012}^{(0)}=4.111$ ;  $K_{012}^{(1)}=1.001$ ;  $K_{012}^{(2)}=1.256$  і для  $t_1=8$  с –  $K_{012}^{(0)}=16.543$ ;  $K_{012}^{(1)}=1.000$ ;  $K_{012}^{(2)}=1.360$ . З отриманих результатів можна зробити висновок, що зі збільшенням тривалості розгону комплексний критерій для першої екстремалі зростає, а для другої та третьої спадає. Причому для кожної тривалості пуску комплексний критерій для першої екстремалі приймає найбільші значення, а для другої – найменші. Для другої екстремалі комплексний критерій стрімко прямує до одиниці при збільшенні тривалості розгону. Тому ця екстремаль є найбільш доцільною при оптимізації режимів руху механізму зміни вильоту при усталеному повороті крана. Можна передбачити, що і для інших механізмів цей висновок буде справедливим.

Наведемо також графічні залежності рушійного моменту та його похідних за часом, щоб отримати пояснення наведеним числовим результатам критеріїв при використанні різних режимів процесу пуску механізму зміни вильоту за усталеного повороту крана. На рис.1 наведені графічні залежності рушійного моменту, швидкості та пришвидшення його зміни в часі при тривалості розгону  $t_1=8$  с. З графічної залежності зміни рушійного моменту (рис.1,а) видно, що залежність, отримана в результаті використання екстремалі (8) при базових крайових умовах, забезпечує найменші відхилення від середнього значення в порівнянні з іншими залежностями. Такий характер зміни рушійного моменту приводить до того, що його середньоквадратичне значення за час пуску (критерій  $M_{с.к.}^{(0)}$ ) є найменшим, що пояснює результати наведені в табл.1. В той же час рушійний момент, який відповідає екстремалі (10), має найбільшу амплітуду відхилень від середнього значення і досягає найбільшого середньоквадратичного значення,

тобто критерію  $M_{с.к.}^{(0)}$ .

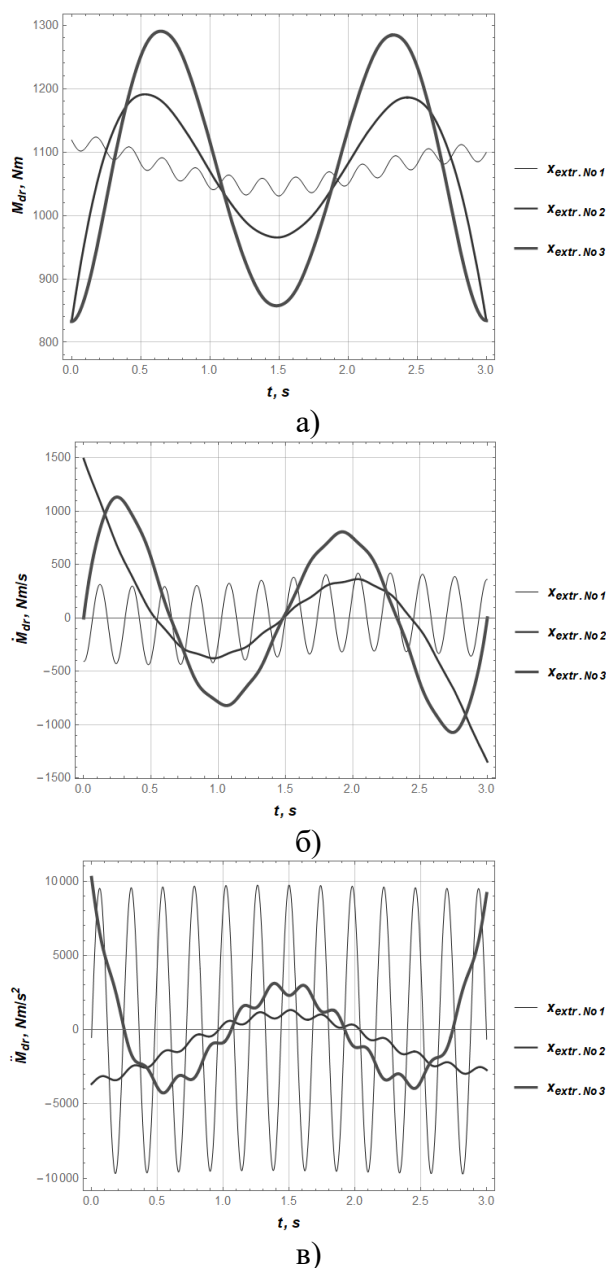


Рис. 1. Графічні залежності функцій при  $t_1=3$  с: а) рушійного моменту; б) швидкості зміни рушійного моменту; в) пришвидшення рушійного моменту.

Враховуючи результати опублікованих раніше робіт (Loveikin et al., 2023; Loveikin et al., 2022; Loveikin et al., 2022) було отримано графічні залежності швидкості зміни рушійного моменту (рис. 1, б). З них можна бачити, що найменше відхилення від нульової лінії має залежність, яка відповідає екстремалі (8) і забезпечує мінімальне значення критерію  $M_{с.к.}^{(1)}$ . Найбільше відхилення від нульової лінії має залежність швидкості зміни рушійного моменту, яка відповідає екстремалі (10) і забезпечує максимальне значення критерію  $M_{с.к.}^{(1)}$ .

Екстремаль (8) забезпечує мінімальні значення критеріям  $M_{с.к.}^{(0)}$  і  $M_{с.к.}^{(1)}$  в процесі пуску механізму зміни вильоту тривалістю 3 с. Разом з тим, при цій екстремалі спостерігаються високочастотні коливання рушійного моменту та швидкості його зміни в часі,



що приводить до збільшення динамічних навантажень на елементи конструкції та привод механізму зміни вильоту в процесі пуску. Найбільші відхилення від нульової лінії має залежність зміни пришвидшення рушійного моменту, яка отримана на базі екстремалі (8). Цій залежності відповідає найбільше значення критерію  $M_{с.к.}^{(2)}$ , а найменше значення цей критерій приймає при режимі пуску, який відповідає екстремалі (10). При всіх режимах пуску механізму зміни вильоту, які відповідають екстремалам (8) та (9) спостерігаються високочастотні коливання пришвидшень рушійного моменту з різною амплітудою, що приводить до зародження коливань в системі. Розглянемо також режим пуску тривалістю 8 с при зміні вильоту вантажу (рис.2). При цьому режимі пуску найменші відхилення рушійного моменту  $M$  від середнього значення (рис.2,а) спостерігаються в залежності, яка відповідає екстремалі (8) і забезпечує найменше значення критерію  $M_{с.к.}^{(0)}$  при цьому режимі руху. Однак тут мають місце як низькочастотні, так і високочастотні коливання зміни рушійного моменту. Рушійний момент, що відповідає екстремалі (10), змінюється плавно без наявності коливань, але він має найбільші відхилення від середнього значення і забезпечує максимальне значення критерію  $M_{с.к.}^{(0)}$ .

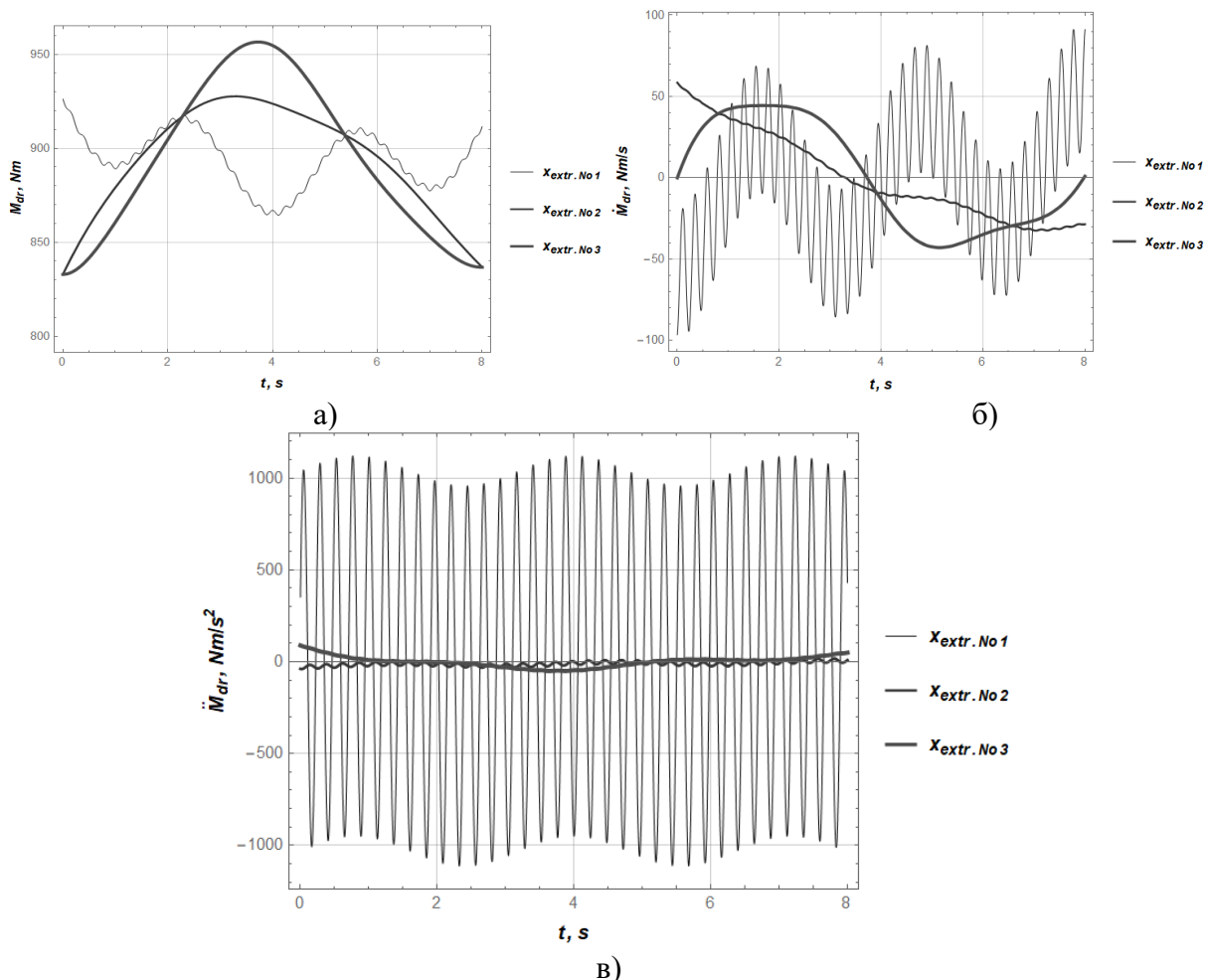


Рис. 2. Графічні залежності функцій при  $t_1=8$  с: а) рушійного моменту; б) швидкості зміни рушійного моменту; в) другої похідної функції рушійного моменту

Залежність швидкості зміни рушійного моменту (рис.2,б) має найменші відхилення від нульової лінії при режимі пуску, який відповідає екстремалі (9) і забезпечує

найменше значення критерію  $M_{с.к.}^{(1)}$ . Разом з тим, при цьому режимі пуску спостерігаються високочастотні коливання із незначною амплітудою швидкості зміни рушійного моменту. Найбільші відхилення залежності швидкості зміни рушійного моменту від нульової лінії досягаються при режимі пуску, який базується на екстремалі (8) і забезпечується максимальне значення критерію  $M_{с.к.}^{(1)}$ . Тут мають місце значні низько – та високочастотні коливання швидкості зміни рушійного моменту.

Пришвидшення зміни рушійного моменту (рис.2,в) мають найбільші відхилення від нульової лінії при режимі пуску, який забезпечується екстремаллю (8) і надає критерію  $M_{с.к.}^{(2)}$  максимального значення. При цьому режимі пуску мають місце значні коливання пришвидшень зміни рушійного моменту. Режими пуску механізму зміни вильоту, що відповідають екстремалам (9) і (10) мають незначні відхилення від нульової лінії пришвидшення зміни рушійного моменту, тому їх можна вважати рівнозначними. Однак, режим пуску з мінімальним значенням критерію  $M_{с.к.}^{(2)}$  має високочастотні коливання з незначною амплітудою функції пришвидшення зміни рушійного моменту.

## Висновки

Аналіз наведених результатів досліджень дає змогу зробити наступні висновки:

1) вид екстремалі, який залежить від крайових умов, не має суттєвого впливу на величину критерію  $M_{с.к.}^{(0)}$ . Очевидно, що на його величину має найбільший вплив статична складова рушійного моменту. Цей висновок підтверджується значенням критерію  $M_{с.к.}^{(0)}$ , підінтегральний вираз якого відповідає квадрату статичної складової рушійного

моменту:  $M_{с.к.}^{(0)} = \left( t_1^{-1} \int_0^{t_1} M_0^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} = \left( t_1^{-1} \int_0^{t_1} (Wr)_0^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} = 825 \text{ Н} \cdot \text{м}$  друга екстремаль, за виключенням

випадку  $t_1=3$  с, відповідає найменшим значенням критеріїв  $M_{с.к.}^{(1)}$  та  $M_{с.к.}^{(2)}$  з поміж інших варіантів;

2) збільшення тривалості перехідного процесу розгону  $t_1$  зменшує значення всіх інтегральних функціоналів для всіх випадків екстремалей. Причому така залежність є нелінійною. Величини критеріїв  $M_{с.к.}^{(1)}$  та  $M_{с.к.}^{(2)}$  значно зменшуються при переході з тривалості пуску  $t_1=3$  с до тривалості  $t_1=5$  с. Наступний перехід з тривалості пуску  $t_1=5$  с до тривалості  $t_1=8$  с вже не приносить такого значного зменшення величин критеріїв. На критерій  $M_{с.к.}^{(0)}$  величина тривалості пуску  $t_1$  має незначний вплив.

Беручи до уваги дані таблиць 1 і 2 та зроблені на основі цих даних висновки, можна висунути гіпотезу: існують такі крайові умови, які будучи використані для отримання екстремалі, забезпечать зменшення величин інтегральних функціоналів  $M_{с.к.}^{(0)}$ ,  $M_{с.к.}^{(1)}$  та  $M_{с.к.}^{(2)}$ . Дані таблиць 1 і 2 показують, що, скоріше за все, крайові умови для другої екстремалі найбільш близькі до цих гіпотетичних крайових умов.

## Список використаних джерел

1. Sakawa Y., Nakazumi A. Modeling and Control of a Rotary Crane. Journal of Dynamic Systems. Measurement and Control. 1985. Vol. 107(3). P. 200–206.
2. Lee H. P. Dynamic responses of a beam with a moving mass. Journal of Sound and

Vibration. 1996. Vol. 191(2). P. 289–294. doi: 10.006/jsvi.1996.0122.

3. Oguamanam D.C.D., Hansen J.S., Heppler G.R. Dynamics of a three-dimensional over head crane system. *Journal of Sound and Vibration*. 2001. Vol. 242 (3). P. 411–426. doi: 10.1006/jsvi.2000.3375.

4. Sun G., Kleeberger M. Dynamic responses of hydraulic mobile crane with consideration of the drive system. *Mechanism and Machine Theory*. 2003. Vol. 38 (12). P. 1489–1508. doi: 10.1016/S0094-114X(03)00099-5.

5. Qian Y., Fang Y. Switching logic-based nonlinear feedback control of offshore ship-mounted tower cranes: a disturbance observer-based approach. *IEEE Transaction on Automation Science and Engineering*. 2018. P. 1–12.

6. Keum-Shik H., Umer Hameed S. *Dynamics and Control of Industrial Cranes*. Springer Singapore. 2019. 177 p. DOI: 10.1007/978-981-13-5770-1.

7. Hamid N. A., Jabatan K. M. Dynamic analysis of the tower crane. *Jabatan Kejuruteraan Mekanik, Fakulti Kejuruteraan, Universiti Malaya*. 2013. 228 p.

8. Schlott P., Rausher F., Sawodny O. Modelling the structured dynamics of a tower crane. 2016 IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM). 2016. P. 763–768. DOI: 10.1109/AIM.2016.7576860.

9. Chwastek S. Optimization of crane mechanism to reduce vibration. *Automation in construction*. 2020. Vol. 119. P. 103335–103344. DOI: 10.1016/j.autcon.2020.103335.

10. Loveikin V., Romasevych Y., Shymko L., Mushtin D., Loveikin Y. The optimization of luffing and slewing regimes of a tower crane. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. 2021. Vol. 51. P. 421–436.

11. Loveikin V., Romasevych Y., Kadykalo I., Liashko A. Optimization of the swinging mode of the boom crane upon a complex integral criterion. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics (Bulgaria)*. 2019. Vol. 49(3). P. 285–296.

12. Naidenko E., Bondar O., Boiko A., Fomin O., Turmanidze R. Control optimization of the swing mechanism. 3rd Grabchenko's International Conference on Advanced Manufacturing Processes. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*. 2022. P. 13–21. DOI: 10.1007/978-3-030-91327-4\_2.

13. Loveikin V.S., Romasevich Yu.A., Khoroshun A.S., Shevchuk A.G. Time-Optimal Control of a Simple Pendulum with a Movable Pivot. Part 1. *International Applied Mechanics*. 2020. Vol. 54(3). P. 358–365.

14. Loveikin V., Romasevych Y., Loveikin A., Shymko L., Lyashko A. Minimization of the drive torque of the trolley movement mechanism during tower cranes steady slewing. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. 2023. Vol. 53. P. 19–33.

15. Loveikin V., Romasevych Y., Loveikin A., Lyashko A., Korobko M. Minimization of high frequency oscillations of trolley movement mechanism during steady tower crane slewing. *U.P.B Sci. Bull. 2022. Series D*. Vol. 84(1). P. 31–44.

16. Loveikin V.S., Romasevych Yu.O., Loveikin A.V., Korobko M.M. Optimization of the trolley mechanism acceleration during tower crane steady slewing. *Archive of Mechanical Engineering*. 2022. Vol. 69(3). P. 411–429.

17. Nazarenko I., Mishchuk Y., Mishchuk D., Ruchynskiy M., Rogovskii I., Mikhailova L., Titova L., Berezovyi M., Shatrov R. Determination of energy characteristics of material destruction in the crushing chamber of the vibration crusher. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2021. Vol. 4(7(112)). P. 41–49. doi: 10.15587/1729-4061.2021.239292.

18. Zagurskiy O., Pokusa Z., Pokusa F., Titova L., Rogovskii I. Study of efficiency of transport processes of supply chains management under uncertainty. *Monograph*. Opole: The Academy of Management and Administration in Opole. 2020. ISBN 978-83-66567-13-9. 162 p.

## References

1. Sakawa Y., Nakazumi A. (1985). Modeling and Control of a Rotary Crane. *Journal of Dynamic Systems. Measurement and Control*. Vol. 107(3). P. 200–206.
2. Lee H. P. (1996). Dynamic responses of a beam with a moving mass. *Journal of Sound and Vibration*. Vol. 191(2). P. 289–294. doi: 10.006/jsvi.1996.0122.
3. Oguamanam D.C.D., Hansen J.S., Heppler G.R. (2001). Dynamics of a three-dimensional over head crane system. *Journal of Sound and Vibration*. Vol. 242 (3). P. 411–426. doi: 10.1006/jsvi.2000.3375.
4. Sun G., Kleeberger M. (2003). Dynamic responses of hydraulic mobile crane with consideration of the drive system. *Mechanism and Machine Theory*. Vol. 38 (12). P. 1489–1508. doi: 10.1016/S0094-114X(03)00099-5.
5. Qian Y., Fang Y. (2018). Switching logic-based nonlinear feedback control of offshore ship-mounted tower cranes: a disturbance observer-based approach. *IEEE Transaction on Automation Science and Engineering*. P. 1–12.
6. Keum-Shik H., Umer Hameed S. (2019). *Dynamics and Control of Industrial Cranes*. Springer Singapore. 177 p. DOI: 10.1007/978-981-13-5770-1.
7. Hamid N. A., Jabatan K. M. (2013). Dynamic analysis of the tower crane. *Jabatan Kejuruteraan Mekanik, Fakulti Kejuruteraan, Universiti Malaya*. 228 p.
8. Schlott P., Rausher F., Sawodny O. (2016). Modelling the structured dynamics of a tower crane. 2016 IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM). P. 763–768. DOI: 10.1109/AIM.2016.7576860.
9. Chwastek S. (2020). Optimization of crane mechanism to reduce vibration. *Automation in construction*. Vol. 119. P. 103335–103344. DOI: 10.1016/j.autcon.2020.103335.
10. Loveikin V., Romasevych Y., Shymko L., Mushtin D., Loveikin Y. (2021). The optimization of luffing and slewing regimes of a tower crane. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. Vol. 51. P. 421–436.
11. Loveikin V., Romasevych Y., Kadykalo I., Liashko A. (2019). Optimization of the swinging mode of the boom crane upon a complex integral criterion. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics (Bulgaria)*. Vol. 49(3). P. 285–296.
12. Naidenko E., Bondar O., Boiko A., Fomin O., Turmanidze R. (2022). Control optimization of the swing mechanism. 3rd Grabchenko's International Conference on Advanced Manufacturing Processes. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*. P. 13–21. DOI: 10.1007/978-3-030-91327-4\_2.
13. Loveikin V.S., Romasevich Yu.A., Khoroshun A.S., Shevchuk A.G. (2020). Time-Optimal Control of a Simple Pendulum with a Movable Pivot. Part 1. *International Applied Mechanics*. Vol. 54(3). P. 358–365.
14. Loveikin V., Romasevych Y., Loveikin A., Shymko L., Lyashko A. (2023). Minimization of the drive torque of the trolley movement mechanism during tower cranes steady slewing. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. Vol. 53. P. 19–33.
15. Loveikin V., Romasevych Y., Loveikin A., Lyashko A., Korobko M. (2022). Minimization of high frequency oscillations of trolley movement mechanism during steady tower crane slewing. *U.P.B Sci. Bull. Series D*. Vol. 84(1). P. 31–44.
16. Loveikin V.S., Romasevych Yu.O., Loveikin A.V., Korobko M.M. (2022). Optimization of the trolley mechanism acceleration during tower crane steady slewing. *Archive of Mechanical Engineering*. Vol. 69(3). P. 411–429.
17. Nazarenko I., Mishchuk Y., Mishchuk D., Ruchynskiy M., Rogovskii I., Mikhailova L., Titova L., Berezoviy M., Shatrov R. (2021). Determination of energy

characteristics of material destruction in the crushing chamber of the vibration crusher. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Vol. 4(7(112)). P. 41–49. doi: 10.15587/1729-4061.2021.239292.

18. Zagurskiy O., Pokusa Z., Pokusa F., Titova L., Rogovskii I. (2020). Study of efficiency of transport processes of supply chains management under uncertainty. Monograph. Opole: The Academy of Management and Administration in Opole. ISBN 978-83-66567-13-9. 162 p.

**Ромасевич Ю.О.,  
Маліневський О.Д.**  
Національний університет  
біоресурсів і природокорис-  
тування України,  
м. Київ, Україна  
**E-mail:** romase-  
vichyuriy@ukr.net

**ДИНАМІЧНИЙ ТА ЕНЕРГЕТИЧНИЙ  
АНАЛІЗ ЧАСТОТНО-КЕРОВАНОВОГО  
ПУСКУ ГВИНТОВОГО КОНВЕЄРА**

<https://doi.org/10.37700/ts.2024.24.143-155>

УДК 621.87

*Ромасевич Ю.О., Маліневський О.Д. Динамічний та енергетичний аналіз частотно-керованого пуску гвинтового конвеєра.*

**Анотація.** У наведеному дослідженні у першому наближенні представлено аналіз частотно-керованого режиму пуску гвинтового конвеєра. Виходячи з кінематичної схеми гвинтового конвеєра, до складу якої входять двигун, пасова передача та шнек, було розроблено двомасову динамічну модель. За узагальнені координати було прийнято кутові координати зведеної маси приводу та шнеку. Рух динамічної моделі у часі описано за допомогою системи диференціальних рівнянь другого порядку, при побудові якої було використано принцип д'Аламбера. Привод більшості сучасних підіймально-транспортуючих машин, у тому числі й гвинтових конвеєрів, здійснюється за допомогою асинхронного електроприводу. Деякі гвинтові конвеєри обладнують частотними перетворювачами, які мають доволі розширені опції налаштування. Однією з них є тип характеристики наростання частоти напруги живлення двигуна від нуля до номінального значення. У сучасних частотних перетворювачів є чотири основні типи характеристик: лінійна, S-подібна, U-подібна та подвійна S-подібна. У даному дослідженні у першому наближенні досліджено їхній вплив на динамічні та енергетичні характеристики гвинтового конвеєра під час його розгону. Для цього виконано розв'язок рівняння руху динамічної системи та встановлено залежності, які описують рух окремих елементів конвеєра у часі. Надалі проведено аналітичні розрахунки окремих оціночних показників руху конвеєра (середньоквадратичні значення рушійного моменту, крутного моменту у пружно-в'язкому зв'язку, амплітуди коливань та енергія коливань динамічної системи у кінці розгону) та побудовано відповідні графічні залежності. Крім того, за допомогою відповідних просторових графічних залежностей досліджено вплив тривалості розгону динамічної системи до номінального значення та самої номінальної швидкості на величини оціночних показників.

**Ключові слова:** гвинтовий конвеєр, характеристики наростання частоти, частотно-керований привід, оціночні показники.

*Romasevych Yu.O., Malinevskiy O.D. Dynamic and energy analysis of frequency-controlled screw conveyor start.*

**Abstract.** In the study, the analysis of the frequency-controlled start-up mode of the screw conveyor is presented in the first approximation. A two-mass dynamic model was developed based on the kinematic scheme of the screw conveyor, which includes a motor, belt drive and screw. The angular coordinates of the reduced mass of the drive and the screw were taken as generalized coordinates. The movement of the dynamic model in time is described by using