2. Безпека харчування: сучасні проблеми [Текст] : посібник-довідник / укл. А. В. Бабюк [та ін.]. – Чернівці : Книги – XXI, 2005. – 456 с.

3. ГОСТ 30178-96. Сырье и продукты пищевые. Атомно-абсорбционный метод определения токсичних элементов [Текст]. – Введ. 1996. – Москва : Изд-во стандартов, 1996.

4. ДСТУ 2660-93. Баклажани свіжі. Технічні умови [Текст]. – Чинний від 1995-07-01. – Київ : Держстандарт України, 1995. – 9 с.

Отримано 30.10.2011. ХДУХТ, Харків.

УДК 534.1:539.3

Є.Г. Янютін, д-р техн. наук (*ХДУХТ, Харків*)
Н.І. Воропай, асп. (*ХНАДУ, Харків*)

РЕГУЛЯРИЗАЦІЯ ЗА МЕТОДОМ А.М. ТИХОНОВА У ЗАДАЧІ КЕРУВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИМИ КОЛИВАННЯМИ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ

Досліджено поведінку нескінченно довгої циліндричної оболонки під дією нестаціонарного навантаження. Моделювання деформування оболонки виконується на основі уточненої теорії С.П. Тимошенко. Розглянуто задачу керування коливаннями оболонки. Під час визначення керуючої сили використаний метод регуляризації А.М. Тихонова.

Исследуется поведение бесконечно длинной цилиндрической оболочки под действием нестационарной нагрузки. Моделирование деформирования оболочки производится на основе уточненной теории С.П. Тимошенко. Рассматривается задача управления колебаниями оболочки. При определении управляющей силы используется метод регуляризации А.Н. Тихонова.

A behavior of the infinitely long cylindrical shell under non-stationary load is investigated. The simulation of the shell deforming is based on S.P. Timoshenko's refined theory. The vibration control problem of the shell is considered. The Tihonov's regularizing method is used at determination control force.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Задача керування у механіці деформованого твердого тіла є важливим напрямом задач віброзахисту елементів конструкцій, причому актуальність останніх у даний час безсумнівна. Вона полягає у наступному: нехай на об'єкт, що розглядається, впливає навантаження, закон зміни у часі якого відомий і яке викликає первинний нестаціонарний коливальний процес. Припустимо також, що на коливання накладається деяка умова (критерій керування, що відповідає, наприклад, гасінню коливань) у деякій точці. Для задовільності необхідної умови до досліджуваного об'єкта прикладається керуюча сила у деякій іншій точці, закон зміни якої у часі підлягає визначенню.

Задача керування полягає в ідентифікації закону зміни керуючої сили у часі для конкретної точки прикладання цієї сили.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання нестаціонарного деформування пружних елементів конструкцій досить добре вивчено, про що свідчать досягнення, отримані вітчизняними та зарубіжними ученими. Зокрема, з сучасними результатами за низкою наукових напрямів механіки можна ознайомитися в оглядових працях [5, 6].

При розв’язку задач ідентифікації навантажень, які впливають на конструкцію і їх відновлення згідно з необхідною умовою часто доводиться стикатися з розв’язанням інтегрального рівняння Вольтера I роду. Слід зазначити, що сама математична природа інтегральних рівнянь Вольтера I роду під час їх розв’язку шляхом якої-небудь апроксимації невідомої функції призводить до необхідності розв’язку некоректної задачі математичної фізики. А для такого роду задач необхідно використовувати спеціальні регуляризуючі алгоритми.

На сьогодні використання сучасної теорії некоректних задач дає можливість побудови стійких алгоритмів під час розв’язку обернених задач механіки деформованого твердого тіла.

Мета та завдання статті. У даній роботі на основі теорії інтегральних рівнянь Вольтера, що дозволяють отримати аналітико-чисельні рішення, з одночасним використанням регуляризуючого алгоритму А.М. Тихонова будується досить стійка методика ідентифікації закону зміни керуючої сили у часі згідно з необхідною умовою керування.

Виклад основного матеріалу дослідження. Нехай на нескінченно довгу круглу пружну циліндричну оболонку впливає навантаження $Q(t)$ у точці θ_0, закон зміни у часі якої відомий і яка викликає первинний нестаціонарний коливальний процес в оболонці. Деформування оболонки передбачається незалежним від осьової координати. Припустимо також, що на коливання оболонки накладається деяка умова (критерій керування) у точці θ_S. Для задоволення необхідної умови до циліндричної оболонки прикладається ще керуюча сила $G(t)$ у точці θ_C, закон зміни якої у часі підлягає визначенню (рис. 1).

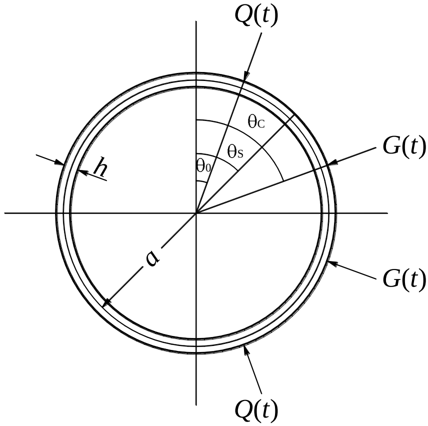

Рисунок 1 – Схема навантаження циліндричної оболонки у разі її плоского деформування

Рівняння лінійних коливань циліндричної оболонки з урахуванням інерції обертання і поперечного зсуву [2] мають такий вигляд:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial s^2}+\frac{1}{a}\frac{\partial w}{\partial s}-\gamma^2\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=0;$$

$$k_1^2\left(\frac{\partial^2 w}{\partial s^2}+\frac{\partial\psi}{\partial s}\right)-\frac{1}{a}\left(\frac{\partial u}{\partial s}+\frac{w}{a}\right)+\frac{1-\nu^2}{Eh}P-\gamma^2\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=0; \qquad (1)$$

$$\frac{h^2}{12}\frac{\partial^2\psi}{\partial s^2}-k_1^2\left(\frac{\partial w}{\partial s}+\psi\right)-\gamma^2\frac{h^2}{12}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=0,$$

де u, w – компоненти переміщення серединної поверхні оболонки у радіальному та окружному напрямках відповідно; ψ – кут повороту нормалі до серединної поверхні оболонки; a – радіус серединної поверхні оболонки; h – товщина оболонки; $\gamma^2=\rho(1-\nu^2)/E$; $k_1^2=k^2(1-\nu)/2$ – коефіцієнт зсуву; s – окружна координата; P – навантаження, яке описується функцією, що незалежна від подовжньої координати і є парною функцією кутової координати.

Для зручності розв'язку системи рівнянь (1) перейдемо до безрозмірних змінних за формулами:

$$\bar{t}=t\sqrt{E}\Big/\left(a\sqrt{\rho(1-\nu^2)}\right);\ \theta=s/a,$$

де $\bar{t}$ – безрозмірний час, θ – кутова координата.

В (1) навантаження $P(\theta,\bar{t}) = Q(\theta,\bar{t}) + G(\theta,\bar{t})$, де $Q(\theta,\bar{t}) = Q(\bar{t}) \cdot \delta(\theta - \theta_0)$; $G(\theta,\bar{t}) = G(\bar{t}) \cdot \delta(\theta - \theta_C)$, причому $\delta(\theta)$ – дельта-функція.

Побудова розв'язку системи (1) при нульових початкових умовах шукається у вигляді розгалуження у ряди Фур'є [3]:

$$w(\theta,\bar{t}) = \frac{a_0(\bar{t})}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k(\bar{t}) \cos k\theta;$$

$$u(\theta,\bar{t}) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k(\bar{t}) \sin k\theta; \tag{2}$$

$$\psi(\theta,\bar{t}) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k(\bar{t}) \sin k\theta.$$

Коефіцієнти тригонометричних рядів (2) $a_k(\bar{t})$, $b_k(\bar{t})$, $c_k(\bar{t})$ визначаються за допомогою стандартних методів, у тому числі й за допомогою теорії інтегрального перетворення Лапласа [1]. Підставляючи їх явні вирази у співвідношення (2) знаходимо розв'язок системи рівнянь (1).

Для дослідження керування коливаннями оболонки у сформульованій постановці досить мати вирази для прогину $w(\theta,\bar{t})$. Вираз для цієї функції такий:

$$w(\theta,\bar{t}) = \frac{1}{2}\int_0^{\bar{t}} P_0(\tau) \sin(\bar{t} - \tau) d\tau +$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{3} \frac{(B_k - \omega_{ki}^2)(C_k - \omega_{ki}^2)}{\omega_{ki} \prod\limits_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{3} (\omega_{kj}^2 - \omega_{ki}^2)} \int_0^{\bar{t}} P_k(\tau) \sin \omega_{ki}(\bar{t} - \tau) d\tau \cos k\theta. \tag{3}$$

З (3) витікає вираз для прогину оболонки у точці, в якій необхідно виконати умову керування. Цей вираз має вигляд:

$$w(\theta_S,\bar{t}) = \int_0^{\bar{t}} Q(\tau) K_Q(\bar{t} - \tau) d\tau + \int_0^{\bar{t}} G(\tau) K_G(\bar{t} - \tau) d\tau, \tag{4}$$

де $K_Q(\bar{t}) = K_{Q0}(\bar{t}) + K_{Qk}(\bar{t})$; $K_G(\bar{t}) = K_{G0}(\bar{t}) + K_{Gk}(\bar{t})$, причому

$$K_{Q0}(\bar{t}) = \frac{(1-\nu^2)a^2}{Eh}\theta_0 \sin(\bar{t})\,;\; K_{G0}(\bar{t}) = \frac{(1-\nu^2)a^2}{Eh}\theta_c \sin(\bar{t})\,;$$

$$K_{Qk}(\bar{t}) = \sum_{k=1}^{K} \frac{2(1-\nu^2)r^2}{Eh\pi k} \cdot \sin(k\theta_0) \cdot \cos(k\theta_s) \cdot \Omega_k$$

$$K_{Gk}(\bar{t}) = \sum_{k=1}^{K} \frac{2(1-\nu^2)r^2}{Eh\pi k} \cdot \sin(k\theta_c) \cdot \cos(k\theta_s) \cdot \Omega_k\,,$$

а вираз для величини Ω_k, що входить у наведені формули, такий

$$\Omega_k = \sum_{i=1}^{3} \frac{(B_k - \omega_{ki}^2)(C_k - \omega_{ki}^2)}{\omega_{ki} \prod\limits_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{3} (\omega_{kj}^2 - \omega_{ki}^2)} \cdot \sin(\omega_{ki}\bar{t})\,.$$

Досліджено випадок, коли умовою керування є повне усунення коливань у точці θ_S, тобто $w(\theta_S, \bar{t}) = 0$. Тоді для знаходження керуючої сили необхідно розв'язати наступне рівняння

$$\int_0^{\bar{t}} Q(\tau) K_Q(\bar{t}-\tau)\,d\tau = -\int_0^{\bar{t}} G(\tau) K_G(\bar{t}-\tau)\,d\tau\,, \qquad (5)$$

яке є лінійним інтегральним рівнянням Вольтера І роду відносно функції $G(\bar{t})$.

У цій роботі використовується метод регуляризації А.М. Тихонова [4], що складається у введенні згладжуючого функціоналу.

Якщо застосувати до рівняння (5) скінченновимірну апроксимацію за допомогою метода прямокутників [1], розв'язок задачі зведеться до аналізу наступного матричного рівняння

$$(\mathbf{A}_G^T \mathbf{A}_G + \alpha \mathbf{C}) \cdot \mathbf{G} = -\mathbf{A}_G^T \mathbf{A}_Q \cdot \mathbf{Q}\,, \qquad (6)$$

де $\mathbf{A}_G^T$ – транспонована матриця до матриці $\mathbf{A}_G$; $\mathbf{A}_G$ – матриця, яка відповідає ядру $K_G(\bar{t})$; $\mathbf{A}_Q$ – $K_Q(\bar{t})$; α – параметр регуляризації; $\mathbf{C}$ – симетрична тридіагональна матриця, що має наступний вигляд [3]:

$$
\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1+\frac{1}{\Delta t^2} & -\frac{1}{\Delta t^2} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\Delta t^2} & \frac{2}{\Delta t^2}+1 & -\frac{1}{\Delta t^2} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{2}{\Delta t^2}+1 & -\frac{1}{\Delta t^2} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{1}{\Delta t^2} & 1+\frac{1}{\Delta t^2} \end{bmatrix}.
$$

Параметр регуляризації, значення якого є надзвичайно важливим чинником, що впливає на стійкість одержуваного розв'язку, вибирався за допомогою метода нев'язки [1]. Метод нев'язки полягає у мінімізації за α функціоналу $\left\| Az^{\alpha(\delta)} - \bar{u} \right\| \to 0$ при $\delta \to 0$, де z – шукана функція, яка відповідає $G(\bar{t})$; $\bar{u}$ – точно відома функція переміщення точки; δ – рівень похибки.

Чисельний розрахунок керуючої сили оболонки згідно (6) був виконаний для наступних параметрів: a=0.3 м; h=0.04 м; E=2.1·10^{11} Па; ν=0.3; ρ=7800 кг/м^3; k^2=5/6; θ_0=0.25; θ_S=0.3; θ_C=0.35; T=0.05 с; α=10^{-21}.

Результати розв'язку рівняння (6) наведено на рис. 2.

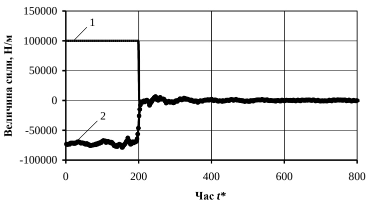

Рисунок 2 – Закон зміни збурюючої та керуючої сили в часі

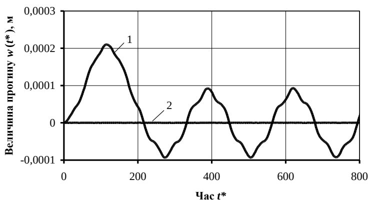

Рисунок 3 – Результати розв'язку задачі керування коливаннями циліндричної оболонки

На графіку кривій 1 відповідає закон зміни у часі збурюючої сили, яка викликає первинне деформування, а кривій 2 – керуючої сили.

На рис. 3 показано зміну прогину у часі циліндричної оболонки у точці керування. Крива 1 відповідає випадку, коли керуючий вплив відсутній, а крива 2 – випадку, коли здійснюється управління згідно зі знайденою керуючою силою.

Висновки. Використання регуляризуючого алгоритму А.М. Тихонова дозволило побудувати стійку методику теоретичної ідентифікації нестаціонарного динамічного навантаження. Запропонований спосіб дає можливість досить ефективно визначати закон зміни навантаження у часі згідно з заданим критерієм керування.

Список літератури

1. Верлань, А. Ф. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы [Текст] : справочное пособие / А. Ф. Верлань, В. С. Сизиков. – К. : Наукова думка, 1986. – 544 с.
2. Григолюк, Э. И. Механика твердых деформируемых тел. [Текст] Т. 5. Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек / Э. И. Григолюк, И. Т. Селезов. – М. : ВИНИТИ, 1973. – 272 с.
3. Задачи импульсного деформирования элементов конструкций [Текст] / Е. Г. Янютин [и др.]. – Х. : ХНАДУ, 2004. – 392 с.
4. Тихонов, А. Н. Методы решения некорректных задач [Текст] / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – М. : Наука, 1979. – 288 с.
5. Успехи механики [Текст]. В 6 т. / ред. А. Н. Гузя. – К. : А.С.К., 2005. – Т. 1. – 776 с. ; 2006. – Т. 2. – 832 с. ; 2007. – Т. 3. – 752 с.
6. Успехи механики [Текст]. В 6 т. / ред. А. Н. Гузя. – К. : Літера ЛТД. – 2008. – Т. 4. – 720 с. ; 2009. – Т. 5 – 752 с.

Отримано 30.10.2011. ХДУХТ, Харків.

УДК 544.147:544.35

М.Ф. Перцевий, асп.
Ю.О. Савгіра, канд. хім. наук, проф.
Т.О. Кузнецова, канд. хім. наук, доц.
М.Б. Колеснікова, канд. техн. наук, доц.

ЯКІСНА ОЦІНКА МІЖМОЛЕКУЛЯРНОЇ ВЗАЄМОДІЇ В МОДЕЛЬНИХ РОЗЧИНАХ ХАРЧОВИХ РЕЧОВИН

Досліджено ефективну в'язкість розчинів харчових речовин, що входять до складу продукту структурованого на основі сиру кисломолочного нежирного з використанням концентрату ядра соняшникового насіння. Якісно оцінено стан міжмолекулярної взаємодії та залежність її від складу розчинів та температури. Визначено зміну форми часточок розчину з температурою за допомогою рівняння Ейнштейна.

Исследована эффективная вязкость растворов пищевых веществ, которые входят в состав продукта структурированного на основе сыра кисломолочного нежирного с использованием концентрата ядра подсолнечника.