

ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ЗАГЛИБЛЕННЯ ПАЛЬ МЕТОДОМ ВДАВЛЮВАННЯ

Лютенко В.С., Оданець Б.Р.

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

Широкого використання набуває на будівництві, в тому числі і сільському господарстві, спосіб заглиблення палів вдавллюванням. Це зв'язано як з значним збільшенням об'ємів будівництва фундаментів, мостів і других земляних сучасних споруд в умовах щільної міської забудови, де в багатьох випадках не допускається високий рівень динамічних, шумових і других дій, так і з поліпшенням продуктивності палевдавллюючих установок. Це також вимагає досконалого вивчення процесу вдавллювання палів і більш раціонального вибору обладнання для його здійснення.

Заглиблення палів вдавллюванням являється однією із основних операцій при спорудженні сучасних фундаментів під будь-яку споруду. Від якості виконання цього процесу залежать надійність, міцність, стійкість, а також термін служби споруди.

Вдавллювання палів є одним з найбільш ефективних способів спорудження надійного фундаменту під споруди різного призначення. Вдавллювання палів, яке широко використовується на будівництві і в аграрному секторі, відноситься до безударної технології заглиблення палів. Для вдавллювання палів використовують різні палевдавллюючі установки та обладнання. Цими установками заглиблюють як легкі так і важкі палі, оболонки великого діаметра у глинистих та пісчаних ґрунтах.

Для забезпечення високої продуктивності і енергоефективності заглиблення палів на стадії проектування необхідно правильно визначати зусилля вдавллювання палів відповідно до конкретних ґрунтових умов, а також вибирати більш досконалу техніку і уосконалювати її.

При розрахунках палевдавллюючих установок на статичну й утомлену міцність коливальні процеси конструкцій та динамічні навантаження на них, в цей час, не враховуються. Однак їх несучу здатність можна значно підвищити, якщо у розрахунках при їх проектуванні враховувати їхні амплітудно-частотні характеристики. Відсутність ж уточненої методики розрахунку сучасних палевдавллюючих установок для здійснення ефективного заглиблення різноманітних палів ускладнює їхнє проектування і експлуатацію.

Для отримання більш точних розрахунків, механічні коливальні процеси нами розглядалися у взаємозв'язку з електромагнітними процесами і в результаті була розроблена математична модель динамічних процесів заглиблення палів, в яку входили як диференціальні рівняння руху привідної системи палевдавллюючої установки так і диференціальне рівняння електромагнітних явищ в електричному двигуні. За результати теоретичних досліджень побудовані графіки які характеризують процес заглиблення палів, що розглядався.

В роботі теоретично досліджено, з використанням математичного програмного середовища MathCAD, динаміку механізму привода палевдавллюючої установки і отримано результати які можуть бути використані при проектуванні, розрахунку та визначенні динамічних навантажень подібних палевдавллюючих машин.

Ключові слова: палевдавллююча установка, математична модель, коливання, динаміка, механізм привода, заглиблення палів.

Вступ

В даний час все більше використання отримує на будівництві, в тому числі і в сільському господарстві, спосіб заглиблення паль вдавлюванням Це безумовно зв'язано як з значним збільшенням об'ємів будівництва фундаментів, мостів і других земляних сучасних споруд в умовах щільної міської забудови, де в багатьох випадках не допускається високий рівень динамічних, шумових і других дій, так і з поліпшенням продуктивності палевдавлюючих установок, а також з їх вдосконаленістю. В свою чергу, це також вимагає вивчення процесу вдавлювання паль з врахуванням коливальних явищ і більш раціонального вибору обладнання для його здійснення.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Розробленням теоретичних основ створення різної техніки для заглиблення паль у Радянському Союзі, потім пост-радянському просторі та сучасній Україні займалися такі видатні науковці та провідні інженери, як І.І. Артоболевський, А.П. Бабічев, І.І. Блехман, І.І. Биховський, Є.Є Лавендел, Л.П. Левін, О.С. Ланець, І.І. Назаренко, В.П. Надутий, А.О. Співаковський, Я.Г. Пановко, В.О. Повідайло, В.М. Потураєв, В.Н. Франчук, П.А. Сергєєв та ін. [1– 3].

Питанням визначення зусиль вдавлювання паль в різноманітні ґрунти присвячені ряд робіт вітчизняних та зарубіжних учених [10– 14], в яких викладено різні способи його визначення. Дослідженнями процесу занурення паль вдавлюванням займалися Б.В. Баходдин, Є.М. Перлей, Є.В. Светинський [10]. Науковцем О.В.Литвином розроблена технологія заглиблення паль вдавлюванням за допомогою установки з вакуумним якорем [11]. Б.Г. Фрейдманом удосконалена технологія вдавлювання паль і шпунтів в умовах щільної забудови [12]. А.С. Нестерів обґрунтував конструктивно-технологічні параметри обладнання для занурення паль методом вдавлювання з використанням анкерних пристроїв [13]. В.П. Буров дослідив процес заглиблення паль методом вдавлювання з метою обґрунтування вибору оптимальних параметрів палевдавлюючих установок [14].

Дослідженню коливальних явищ механічних систем також присвячені праці зарубіжних вчених Коллаца Л. [4], Тондла А. [5], Йагадіша Н.[8] і Каплана Д. [9].

Заглиблення паль вдавлюванням являється однією із основних операцій при спорудженні сучасних фундаментів під будь-яку споруду. Від якості виконання цього процесу залежать надійність, міцність, стійкість, , а також термін служби споруди.

Вдавлювання паль є одним з найбільш ефективних способів спорудження надійного фундаменту під споруди різного призначення. Вдавлювання паль, яке широко використовується на будівництві і в аграрному секторі, відноситься до безударної технології заглиблення паль. Для вдавлювання паль використовують різні палевдавлюючі установки та обладнання. Цими установками заглиблюють як легкі так і важкі палі, оболонки великого діаметра у глинистих та пісчаних ґрунтах. Робота різних видів заглиблювачів ґрунтується на різкому зменшенні коефіцієнта тертя між ґрунтом і поверхнею елемента палі під дією зусиль і їх коливань.

Для забезпечення більш високої достовірності результатів механічні коливальні процеси слід досліджувати у тісному взаємозв'язку з електромагнітними процесами, тому нами розроблена математична модель динамічних процесів, з використанням як диференціальних рівнянь руху привідної системи палевдавлюючої установки так і диференціального рівняння електромагнітних явищ в електричному двигуні його приводу [6 – 7].

Постановка проблеми

Метою статті є висвітлення результатів математичного моделювання коливальних процесів при роботі палевдавлюючої установки та визначення динамічних навантажень на її елементи.

Результати дослідження

При роботі палевдавлюючої установки відбуваються перехідні процеси у привідному механізмі електролебідки, що в результаті спричиняє динамічні навантаження в елементах його приводу. Також необхідно відмітити, що на динаміку процесів пуску й зупинення привідного механізму суттєво впливають інерційні й жорсткісні параметри його елементів.

Пуск і зупинення привідного механізму вдавлювання палі можуть відбуватися, аналогічно вантажопідйомним кранам, при підвищеному вантажі (при натягнутих канатах поліспасти), а також при його розташуванні на поверхні землі (основі), тобто при попередньо розпущених канатах.

У першому випадкові при запуску електродвигуна починають рухатися усі елементи приводу.

У другому випадкові процес пуску здійснюється у три етапи: вибірка слабини канату, у результаті чого починають рухатися всі елементи привода; натяг канату поліспасти системи, при якому сили пружності канату досягають значення сили, що врівноважує підйомну частину (зусилля в канаті набирає значення близького до величини опору вдавлювання палі) ; відрив вантажу від поверхні землі (зусилля в канаті має значення більше від величини опору вдавлювання палі).

В статті нами розглянуті найбільш характерні динамічні процеси, які виникають під час пуску приводного механізму електролебідки палевдавлюючої установки при підвищеному вантажі (аналогічно підйому з положення «підвісу» в вантажопідйомних кранах), при яких за основний випадок умов навантаження вдавлюючої системи прийнято пуск у бік підйому вантажу (натягування канатів поліспасти під попереднім навантаженням).

Як уже відзначалось, сучасні палевдавлюючі машини представляють собою пружну багатомасову систему, що володіє нескінченним числом ступенів вільності. Але, в свою чергу, можна виділити найбільш характерні елементи підйомної системи цих машин. Це паля з оголовком, канат вдавлюючого поліспасти, нерухома частина палевдавлюючої машини (її металоконструкція) і привід.

Якщо врахувати податливість нерухомої частини палевдавлюючої машини, хоча вона складає значно велику жорсткість, в даному випадку розрахункову схему машини із приводом і палею з оголовком можна представити у вигляді чотиримасової пружної системи (рис.1).

На схемі (рис.1) вдавлювання палі передбачається здійснювати за допомогою електропривода. Елементи обертових частин привода, паля з оголовком, які володіють значними жорсткостями й невеликими довжинами, приймаємо як ланки із зосередженими масами

Розглянемо, для прикладу, найбільш популярну палевдавлюючу установку ПБУ-В-6 як чотиримасову систему (рис.1). Приведення всіх мас системи, жорсткостей пружних ланок, а також сил та моментів робимо до осі обертання ротора електродвигуна.

На розрахунковій схемі (див. рис.1) прийняті наступні позначення: m_1 – приведена маса оголовка з кноблоком; m_2 – приведена маса талевих блоків; m_3 – приведена маса палі

з оголовком; ϕ_0, X_1, X_2, X_3 – координати руху зосереджених мас; C_k, C_o, C_p – жорсткість канату вдавлюючого поліспа, оголовка і нерухомої частини палевдавлюючої машини (рами). J_0 – момент інерції ротора електродвигуна; $M(t)$ – момент електродвигуна палевдавлюючого механізму установки; $N_{оп}$ – приведенне зусилля опору вдавлювання палі; G_3 – приведена вага палі з оголовком.

Обмежуючись розглядом навантаження при вдавлювання палі, рівняння руху мас у період пуску привода запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned}
 J_0 \ddot{\phi}_0 + P_k \frac{d_\sigma}{2} &= M(t); \\
 m_1 \ddot{X}_1 + iP_k - C_o(X_3 - X_1) &= 0; \\
 m_2 \ddot{X}_2 - C_p(X_3 - X_2) + iP_k &= 0; \\
 m_3 \ddot{X}_3 + C_o(X_3 - X_1) - G_3 &= -N_{оп},
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

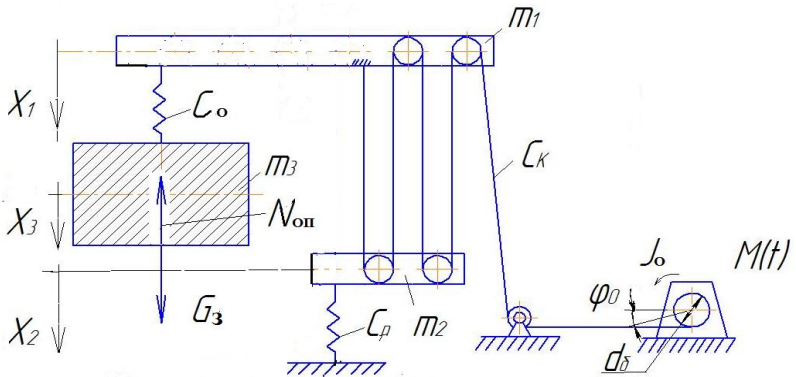


Рис.1. Розрахункова схема навантаження механізму привода елетролебідки палевдавлюючої системи установки під час пуску привідного механізму

де d_σ – діаметр барабана лебідки; i – кратність вдавлюючого поліспа; $u = u_p i$; u_p – передавальне число редуктора; P_k – зусилля в канаті вдавлюючого поліспа, що визначається за такою формулою:

$$P_k = C_k \left[\phi_0 \frac{d_\sigma}{2} + i(X_1 - X_2) \right],
 \tag{2}$$

Момент електродвигуна привода виразимо диференціальною залежністю [6, 7]

$$M(t) = A_0 u + A_1 \dot{M}(t) + A_2 \phi_0,
 \tag{3}$$

де A_0, A_1, A_2 – постійні електродвигуна. Значення постійних визначаються виразами:

$$A_0 = \frac{2M_k}{S_k}; A_1 = \frac{1}{\omega_0 S_k}; A_2 = \frac{2M_k}{\omega_0 S_k}, \quad (4)$$

де M_k – критичний момент електродвигуна; S_k – критичне ковзання ротора; ω_0 – синхронна кутова швидкість двигуна; t – час.

Для аналітичного опису пуску електродвигуна скористаємося рівнянням (3). Межі використання рівняння (3) обмежуються значеннями моменту [6, 7]

$$-0,8M_k \leq M \leq 0,8M_k. \quad (5)$$

Подальше перетворена система диференціальних рівнянь (1) після заміни і пониження її порядку, для зручності рішення на ЕОМ з використанням математичної програми MathCAD, приведена до такого вигляду:

$$\begin{aligned} z'(t) &= d(t); \\ d'(t) &= \frac{M(t)}{J_0} - \frac{S(t)d_\sigma}{2J_0}; \\ q'(t) &= v(t); \\ v'(t) &= C_0(t)((w(t) - q(t)) / m_1 - iS(t) / m_1); \\ r'(t) &= b(t); \\ b'(t) &= iS(t) / m_2 - C_p r(t) / m_2; \\ w'(t) &= o(t); \\ o'(t) &= G_3 / m_3 - C_0((w(t) - q(t)) / m_3 - N_{on} / m_3); \\ M'(t) &= M(t) / A_1 - A_0 u / A_1 - A_2 d(t) / A_1; \\ s(t) &= C_k((z(t)d_\sigma / 2)) + C_k((iq(t) - ir(t))); \\ e(t) &= M(t)u / J_0 - S(t)d_\sigma / 2J_0; \\ k(t) &= C_0(t)((w(t) - q(t)) / m_1 - iS(t) / m_1); \\ c(t) &= iS(t) / m_2 - C_p r(t) / m_2; \\ u(t) &= G_3 / m_3 - C_0((w(t) - q(t)) / m_3 - N_{on} / m_3, \end{aligned} \quad (6)$$

де $s(t)$ – зусилля в канаті поліспасти; $e(t)$, $k(t)$, $c(t)$, $u(t)$ – кутове та лінійні прискорення відповідно ротора електродвигуна і мас m_1 , m_2 та m_3 .

Виконана наступна заміна:

$$\begin{aligned} \phi_0 &= z(t); \phi_0' = z'(t) = d(t); X_1 = q(t); X_1' = q'(t) = v(t); X_2 = r(t); X_2' = r'(t) = b(t); \\ X_3 &= w(t); X_3' = w'(t) = o(t); s(t) = P_k; e(t) = d'(t) = z''(t); k(t) = v'(t) = q''(t); \\ c(t) &= b'(t) = r''(t); u(t) = o'(t) = w''(t). \end{aligned} \quad (7)$$

Початкові умови прийняті наступні:

$$t = 0; z(0) = 0; d(0) = 0; q(0) = 0; v(0) = 0; r(0) = 0; b(0) = 0; w(0) = 0; o(0) = 0; \\ s(0) = 0; e(0) = 0; k(0) = 0; c(0) = 0; u(0) = 0. \quad (8)$$

Розв'язання системи рівнянь (6) робимо для механізму вдавлювання палі установки ПВУ-В-6 з електроприводом, що мають параметри, наведені в таблицях 1 і 2.

Таблиця 1

Параметри палевдавлюючої установки ПВУ-В-6

Параметри	Одиниці вимірювання	Числові значення	Параметри	Одиниці вимірювання	Числові значення
m_1	кг	1027	J_0	кг·м ²	1,077
m_2	кг	375	d_6	м	0,377
m_3	кг	3000	C_0	Н/м	$1,47 \cdot 10^7$
G_3	Н	29400	i	–	4
C_k	Н/м	$1,605 \cdot 10^7$	u	–	203,76
C_p	Н/м	$40,5 \cdot 10^7$	u_p	–	50,94
N_{on}	Н	801607			

Розв'язуючи систему рівнянь (6) отримуємо значення моменту привідного електродвигуна, переміщення, швидкості і прискорення привідної частини приводу й палі, а також зусилля в канаті поліспасти, основні із яких показані на рисунках 2–4.

Побудований за виконаними розрахунками графік зміни моменту електродвигуна у функції часу (рис. 2) показує, що розгін привода триває близько 2 с від моменту його включення. Максимального значення момент досягає при $t = 1,1$ с від початку пуску.

Таблиця 2

Значення постійних електродвигуна привода установки ПВУ-В-6

Тип електро-двигуна	Режим роботи електро-двигуна	Кутлова швидкість ротора електро-двигуна, рад/с	Постійні електродвигуна		
			A_0	A_1	A_2
МТВ412–8 N = 22 кВт n = 715 об/хв	Робоча характеристика	77,99	26315	-0,21221	-334,66

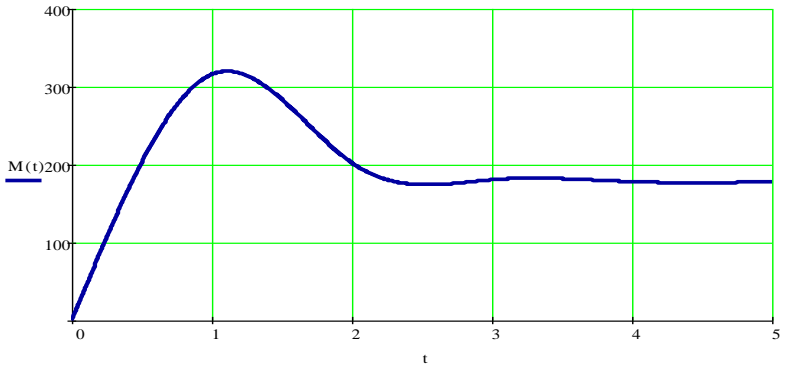


Рис.2. Графіки зміни моменту $M(t)$ привідного електродвигуна

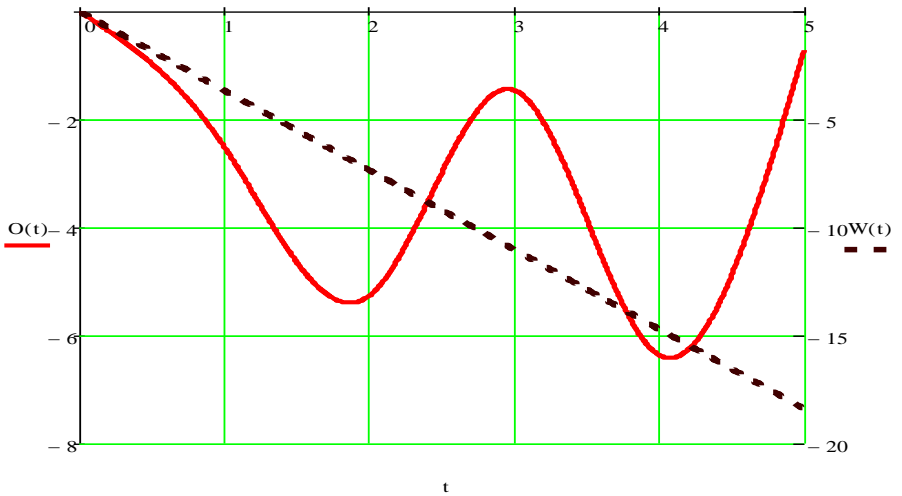


Рис.3. Переміщення маси $W(t) = m_3$ та її швидкості $O(t) = m_3 \dot{W}(t)$

$$\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

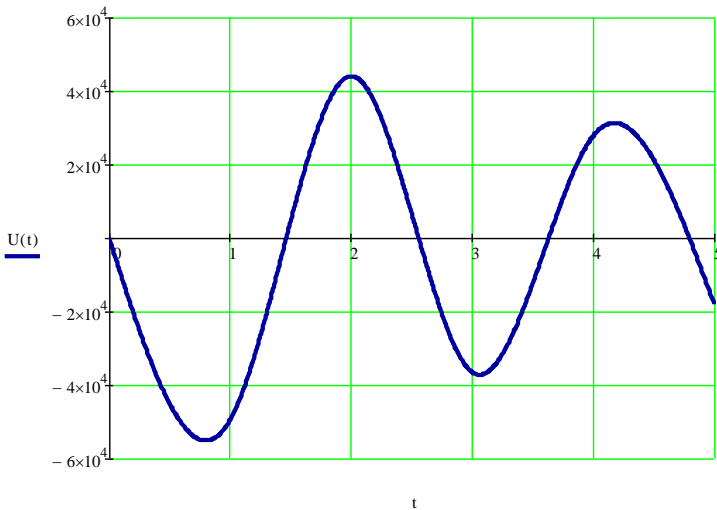


Рис.4. Графік зміни прискорення $U(t)$ маси $W(t) = m_z$

Для перехідних процесів, показаних на рис. 2, 3 і 4, характерне коливання переміщень, швидкостей, а також їх прискорень. Тому розрахунок робочих режимів палевдавлюючої установки необхідно виконувати на основі рівнянь електромеханічного стану системи.

Використання числових методів інтегрування диференціальних рівнянь руху і електромагнітного стану дає можливість використовувати запропоновану методіку для розрахунку динамічних навантажень у електромашинній та механічній системах палевдавлюючої установки.

Висновки

Побудована математична модель дає можливість проводити докладний аналіз пускових режимів роботи палевдавлюючої установки з урахуванням нерозривної взаємодії електричної машини і механічної частини приводу.

У роботі теоретично досліджено, з використанням математичного програмного середовища MathCAD, динаміку механізму привода палевдавлюючої установки.

Отримані результати дослідження механізму привода палевдавлюючої установки, з використанням математичного програмного середовища MathCAD, можуть бути використані при проектуванні, розрахунку та визначенні динамічних навантажень подібних палевдавлюючих машин.

Список використаних джерел

1. Потураев В. Н. Вибрационная техника и технологии энергоемких производств / В.Н. Потураев, В.П. Франчук, В.П. Надутый: Монография. – Днепропетровск, 2002. – 190 с.
2. Назаренко І.І. Машини для виробництва будівельних матеріалів / І.І. Назаренко: Підручник. – К.: КНУБА, 1999. – 488 с.

3. Повідайло В.О. Вібраційні процеси та обладнання / В.О. Повідайло: Навч. посібник. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту «Львівська політехніка», 2004. – 261 с.
4. Коллац Л. Задачи на собственные значения: Монография.– М.:Наука, 1968.– 504 с.
5. Тондл А. Автоколебания механических систем: Монография.– М.: Мир, 1979.– 432 с.
6. Чабан В. Й. Математичне моделювання в електротехніці / В.Й. Чабан. –Львів.: Вид-во Тараса Сороки, 2010. – 508 с.
7. Ключев В.И. Ограничение динамических нагрузок электропривода / В.И. Ключев. – М.: Энергия, 1976. – 320 с.
8. Jagadish, H. P. Robust Sensorless Speed Control of Induction Motor with DTC and Fuzzy Speed Regulator / H. P. Jagadish, S. F. Kodad // International Journal of Electrical and Electronics Engineering. – 2011. – № 5. – P. 17–27.
9. Kaplan, D. Understanding Nonlinear Dynamics / D. Kaplan, L. Glass. – New York: Springer-Verlag, 1995. – 420 p.
10. Бахолдин Б.В. Исследование процесса погружения свай вдавливанием /Б.В. Бахолдин, Е.М. Перлей, Е.В. Светинский // Основание, фундаменты и механика грунтов. – 1997.– № 3 – С. 25 – 27.
11. Литвин О.В. Технология погружения свай вдавливанием с помощью установки с вакуумным анкером: автореф. дис. ...канд. техн. наук. – Киев, 1991. – 20 с.
12. Фрейдман Б.Г. Совершенствование технологии вдавливание свай и шпунтов в условиях плотной застройки: автореф. дис. ...канд. техн. наук.– СПб. 2002. – 22 с.
13. Нестеров А.С. Обоснование конструктивно-технологических параметров оборудования для погружения свай вдавливанием (с применением анкерного устройства): автореф. дис. ...канд. техн. наук.– Омск, 2008. – 21 с.
14. Буров В.П. Исследование процесса погружения свай методом вдавливанием с целью обоснования выбора оптимальных параметров сваевдавливающих установок: автореф. дис. ...канд. техн. наук.– Омск, 1969 .– 21 с.

Аннотация

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА УГЛУБЛЕНИЕ СВАЙ МЕТОДОМ ВДАВЛИВАНИЯ

Лютенко В.Е., Оданець Б.Р.

Широкое использование приобретает на строительстве, в том числе и сельском хозяйстве, способ углубления свай вдавливанием. Это связано как со значительным увеличением объемов строительства фундаментов, мостов и других земляных современных сооружений в условиях плотной городской застройки, где во многих случаях не допускается высокий уровень динамических, шумовых и других действий, так и с улучшением производительности сваевдавливающих установок. Это также требует досконального изучения процесса вдавливания свай и более рационального выбора оборудования для его осуществления.

Углубление свай вдавливанием является одной из основных операций при сооружении современных фундаментов под любое сооружение. От качества выполнения этого процесса зависят надежность, прочность, устойчивость,, а также срок службы сооружения.

Вдавливания свай является одним из наиболее эффективных способов сооружения надежного фундамента под сооружения различного назначения. Вдавливания свай, широко используется на строительстве и в аграрном секторе, относится к безударным

технологиям углубление свай. Для вдавливания свай используют различные сваевдавляющих установки и оборудование. Этими установками углубляют как легкие так и тяжелые сваи, оболочки большого диаметра в глинистых и песчаных почвах.

Для обеспечения высокой производительности и энергоэффективности углубление свай на стадии проектирования необходимо правильно определять усилия вдавливания свай в соответствии с конкретными грунтовыми условиями, а также выбирать более совершенную технику и совершенствовать ее.

При расчетах сваевдавляющих установок на статическую и уставшую прочность колебательные процессы конструкций и динамические нагрузки на них, в это время, не учитываются. Однако их несущую способность можно значительно повысить, если в расчетах при их проектировании учитывать их амплитудно-частотные характеристики. Отсутствие же уточненной методики расчета современных сваевдавляющих установок для осуществления эффективного углубление различных свай затрудняет их проектирование и эксплуатацию.

Для получения более точных расчетов, механические колебательные процессы нами рассматривались во взаимосвязи с электромагнитными процессами и в результате была разработана математическая модель динамических процессов углубления свай, в которую входили как дифференциальные уравнения движения приводной системы сваевдавляющих установки так и дифференциальное уравнение электромагнитных явлений в электрическом двигателе. По результатам теоретических исследований построены графики характеризующих процесс углубления свай, рассматривался.

В работе теоретически исследовано, с использованием математического программного среды MathCAD, динамику механизма привода сваевдавляющих установки и получены результаты которые могут быть использованы при проектировании, расчете и определении динамических нагрузок подобных сваевдавляющих машин.

Ключевые слова: сваевдавляющих установка, математическая модель, колебания, динамика, механизм привода, углубление сваи.

Abstract

THE RESEARCH PROCESS DEEPENING OF PILES METHOD OF PRESS

V. Liutenko, B. Odanets

Widespread use in construction, including agriculture, a way to deepen piles by indentation. This is due both to a significant increase in the volume of construction of foundations, bridges and other earthquake-proof modern structures in dense urban areas, where in many cases the high level of dynamic, noise and other actions is not allowed, as well as to the improvement of the performance of the combustion plants. It also requires a thorough study of the process of pile driving and a more rational selection of equipment for its implementation.

Depression of piles by indentation is one of the main operations in the construction of modern foundations for any structure. The reliability, strength, durability, and life of the structure depend on the quality of this process.

Piling is one of the most effective ways to build a solid foundation for a variety of applications. Pile driving, which is widely used in construction and in the agricultural sector, is a faultless technology for pile driving. Different palletizing plants and equipment are used to pile in piles. These installations deepen both light and heavy piles, large diameter shells in clayey and sandy soils.

In order to ensure high productivity and energy deepening of pile recesses at the design stage, it is necessary to correctly determine the force of pile driving in accordance with specific soil conditions, as well as to choose and refine the technique.

At calculations of burning units for static and fatigue strength the oscillatory processes of structures and dynamic loads on them, at this time, are not taken into account. However, their load-bearing capacity can be significantly increased if their amplitude-frequency characteristics are taken into account in their design calculations. The lack of a refined methodology for calculating modern fire-extinguishing plants for the effective deepening of various piles complicates their design and operation.

In order to obtain more accurate calculations, we considered mechanical oscillation processes in relation to electromagnetic processes, and as a result a mathematical model of dynamic pile deepening processes was developed, which included both the differential equations of motion of the drive system of the combustion system and the differential equation of the electromagnetic electromagnetic processes. . Based on the results of theoretical studies, graphs have been constructed that characterize the pile-up process considered.

The mathematical software environment MathCAD has been theoretically investigated, the dynamics of the drive mechanism of the combustion plant and obtained the results that can be used in the design, calculation and determination of the dynamic loads of such combustion machines.

Keywords: *fuming plant, mathematical model, oscillations, dynamics, drive mechanism, deepening of the pile.*