

О ПРИМЕНЕНИИ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ НЕОДНОРОДНОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В МОДЕЛЯХ СЕПАРИРОВАНИЯ ЗЕРНА

Тищенко Л.Н. д.т.н., проф., чл.-кор. НААНУ, Ольшанский В.П.
д.ф.-м.н., проф., Ольшанский С.В. асп.

*Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства
имени Петра Василенко*

В прямоугольной системе координат составлена система уравнений течения неоднородной ньютоновской жидкости, у которой зависимость от одной из координат динамический коэффициент вязкости. Для случаев стационарного течения найдены аналитические решения системы и рассмотрено их применение к расчёту движения зерновой смеси по наклонному плоскому виброрешету. Показано, что излагаемая теория приводит к обобщениям известных результатов в моделях движения зерновой смеси по решету.

Постановка проблемы. Математическое моделирование движения сепарируемой зерновой смеси по решету связано с интенсификацией виброрешётного разделения зерновых материалов. Распространён способ моделирования, основанный на аналогиях движения вязкой жидкости и сыпучей среды в условиях вибраций. В нём обычно используют уравнения течения однородной жидкости без учёта изменения вибровязкости смеси по толщине движущегося слоя, вызванной изменением внутреннего давления. Для учёта этого изменения нужно вместо классических уравнений гидродинамики использовать уравнения течения неоднородной жидкости. Поэтому вывод таких уравнений и построение их решений относится к важным научно-практическим задачам.

Обзор последних публикаций. Из многочисленных публикаций, использующих гидродинамическую аналогию, отметим [1,2]. В них представлены в основном модели движения зерновой смеси как однородного слоя жидкости. Некоторым исключением в [2] является параграф, где рассмотрены установившиеся колебания скорости слоя зерна на плоском виброрешете, когда вибровязкость смеси изменяется линейным образом по толщине слоя. Аналогичная аппроксимация вибровязкости использована в [3,4] при исследовании неравномерности потока зерна во времени с учётом разделения его на две фракции. Но наличие указанных публикаций не даёт ответа на вопрос как система уравнений течения неоднородной жидкости сводилась к одному уравнению, которое решали авторы. Чтобы выяснить сущность упрощений и вносимые ими погрешности нужно составить уточнённую систему уравнений, а также определить её отличия от классических уравнений Навье-Стокса. Эти обстоятельства определили цель работы.

Целью работы является составление нелинейной системы дифференциальных уравнений движения неоднородной вязкой жидкости и построение её аналитических решений в частных случаях, которые представляют интерес при моделировании движения зерна на плоском виброрешете.

Учитывая малые изменения скорости потока по ширине плоского виброрешета, далее рассматривается двумерный вариант уравнений в прямоугольной системе координат, когда вязкость несжимаемой жидкости зависит лишь от одной координаты.

Составление системы уравнений. Его проводим в прямоугольной системе координат xoy , повёрнутой на угол θ , как показано на рис.1.

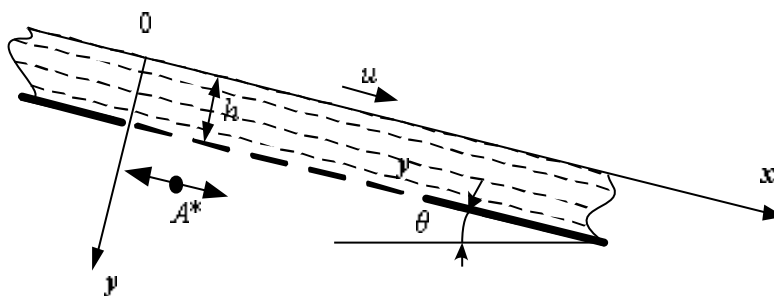


Рис. 1 – Расчетная схема движения зерновой смеси

Динамическое равновесие элемента жидкости описывается следующими уравнениями в напряжениях [5]:

$$\frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial p_{yx}}{\partial y} + \rho g \sin \theta = \rho \frac{du}{dt}, \quad \frac{\partial p_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial p_{yy}}{\partial y} + \rho g \cos \theta = \rho \frac{dv}{dt}. \quad (1)$$

Здесь $p_{xx}, p_{yy}, p_{xy} = p_{yx}$ – нормальные и касательные напряжения на соответствующих гранях; ρ – плотность жидкости, которую считаем постоянной; g – ускорение свободного падения; u, v – проекции скорости течения жидкости на оси ox и oy соответственно; t – время.

Кроме уравнений (1) выполняются условия неразрывности потока [5]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (2)$$

Выразим напряжения через проекции скорости с помощью соотношений обобщённого закона Ньютона [5]:

$$p_{xx} = -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}; \quad p_{yy} = -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}; \quad p_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right). \quad (3)$$

Здесь p – внутреннее (избыточное) давление; $\mu = \mu(y)$ – динамический коэффициент вязкости жидкости.

Подставив выражения (3) в (1), с учётом (2), получаем:

$$\begin{aligned} \nu \nabla^2 u + \nu'_y \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}; \\ \nu \nabla^2 v + 2\nu'_y \frac{\partial v}{\partial y} + g \cos \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – оператор Лапласа; $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ – кинематический

коэффициент вязкости жидкости.

Система (4) отличается от классических уравнений Навье-Стокса наличием дополнительных слагаемых с производной ν'_y . Совместно с (2) она может описывать течение неоднородной жидкости по наклонному лотку, что аналогично движению зерновой смеси по наклонному виброрешету [2]. В связи с этим далее рассмотрим возможные варианты упрощений уравнений (4) при моделировании движения зерновой смеси.

Аналитические решения краевой задачи для упрощённых уравнений движения. Рассмотрим два варианта таких решений. В первом, при стационарном течении жидкости, принимаем $v = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t} = 0$. Вследствие введённых предположений, из уравнения (2) вытекает, что

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \text{или} \quad u = u(y). \quad (5)$$

Тогда система (4) принимает упрощённый вид:

$$\nu \frac{d^2 u}{dy^2} + \nu'_y \frac{du}{dy} + g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad g \cos \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0. \quad (6)$$

Поскольку установившееся движение жидкости происходит в открытом пространстве, то

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad \text{или} \quad p = p(y).$$

Преобразуя первое уравнение в (6), получаем:

$$\frac{d}{dy} \left(\nu \frac{du}{dy} \right) = -g \sin \theta. \quad (7)$$

Интегрирование его даёт

$$\frac{du}{dy} = -\frac{g \sin \theta}{\nu} y + \frac{c_1}{\nu}; \quad u(y) = -g \sin \theta \int \frac{y}{\nu} dy + c_1 \int \frac{dy}{\nu} + c_2. \quad (8)$$

Здесь c_1, c_2 – постоянные интегрирования, которые зависят от вида граничных условий.

Условие отсутствия касательных напряжений:

$$p_{xy} = \rho v \frac{du}{dy}$$

на свободной поверхности слоя $y = 0$ выполняется, когда $c_1 = 0$.

Тогда, согласно (8), профиль скорости представится интегралом:

$$u(y) = c_2 - g \sin \theta \int \frac{y}{v} dy, \quad (9)$$

который связывает проекцию скорости течения с изменением вязкости по толщине слоя.

Интегрируя второе уравнение в (6), при граничном условии $p(0) = 0$, находим:

$$p = \rho g \cos \theta \cdot y.$$

Такое распределение давлений имеет место в однородном слое [2].

В качестве примера, используя (9), выясним каким будет профиль скорости, когда

$$v(y) = a_* y^\alpha. \quad (10)$$

Здесь a_*, α – положительные постоянные, причём $\alpha < 2$.

Подставив (10) в (9), получаем

$$u(y) = c_2 - g \frac{\sin \theta}{a_*} \frac{y^{2-\alpha}}{2-\alpha}.$$

Полагая $u(h) = 0$, где h – толщина слоя, находим c_2 и профиль скорости потока:

$$u(y) = \frac{g \sin \theta}{a_* (2-\alpha)} (h^{2-\alpha} - y^{2-\alpha}) \quad (11)$$

В частном случае, когда $\alpha = 0$, $a = \mu / \rho = const$ выражение (11) переходит в формулу, которой описывается движение однородного слоя зерна на плоском виброрешете [2]. Профиль скорости при этом является квадратной параболой.

Если $\alpha = 1$, то

$$u(y) = \frac{g \sin \theta}{a_*} (h - y), \quad (12)$$

т.е., профиль скорости прямолинейный. Он соответствует тому решению в [2], которым описывается движение неоднородного слоя зерновой смеси с линейным изменением вибровязкости.

Таким образом, формула (9) обобщает известные результаты и может

быть использована при расчёте сепарируемого зернового потока в стационарном режиме работы решета.

Рассмотрим далее второй вариант упрощения уравнений (4). В отличие от первого, предполагаем, что

$$v = const > 0, \quad (13)$$

т.е., граничная поверхность $y=h$ проницаемая и через неё просачивается жидкость со скоростью v . Такой подход к постановке задачи использовался в [6] при рассмотрении стационарного движения смеси по решету с учётом разделения её на проходovou и сходовую фракции.

При соблюдении (13) также выполняется (5) и уравнения (4) сводятся к системе:

$$v \frac{d^2 u}{dy^2} + (v'_y - v) \frac{du}{dy} + g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad g \cos \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad (14)$$

которая отличается от (6) только первым уравнением.

Найдём его интегралы, когда $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$.

Введя вспомогательную функцию $w = \frac{du}{dy}$, вместо (14) получаем дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\frac{dw}{dy} + f(y)w = -\frac{g \sin \theta}{v}. \quad (15)$$

Здесь $f(y) = \frac{v'_y - v}{v}$; $v'_y - v > 0$.

Интегрируя (15), находим общее решение:

$$w = \left(c_3 - g \sin \theta \int \frac{e^{F(y)}}{v} dy \right) e^{-F(y)}; \quad u = \int w dy + c_4, \quad (16)$$

в котором $F(y) = \int f(y) dy$; c_3, c_4 – произвольные постоянные, зависящие от граничных условий:

$$v \cdot w|_{y=0} = 0; \quad u(h) = 0; \quad |w(0)| < \infty. \quad (17)$$

Используя (16) и (17), определим $u(y)$, когда $v = \mu / \rho = const$. В этом случае:

$$F(y) = -\frac{\rho v}{\mu} y; \quad w = \frac{g}{v} \sin \theta \left[1 - \exp\left(\frac{\rho v}{\mu} y\right) \right];$$

$$u = \frac{g}{v} \sin \theta \left\{ y - h + \frac{\mu}{\rho v} \left[\exp\left(\frac{\rho v}{\mu} h\right) - \exp\left(\frac{\rho v}{\mu} y\right) \right] \right\}.$$

Аналогичные результаты несколько другим способом были получены в [6].

Если $v = a_* y$, то согласно (16) и (17)

$$F(y) = \frac{a_* - v}{a_*} \ln y; \quad w = -\frac{g \sin \theta}{a_* - v}; \quad u = \frac{g \sin \theta}{a_* - v} (h - y). \quad (18)$$

При $v = 0$ формула (18) переходит в (12). Таким образом, решение (16) позволяет найти профиль скорости потока при известной функции $v = v(y)$.

В работе [7] эта функция представлена выражением:

$$v(y) = \frac{by}{12\omega r_0 \rho \sqrt{(A^*)^2 - (\delta by)^2}}, \quad (19)$$

где $\delta = \pi(4M\omega^2)^{-1}$; $b = 0,7f(\pi r_0)^2 \rho g \cos \theta$; M, r_0 – эффективные масса и радиус условно сферических частиц, образующих смесь плотности ρ ; f – коэффициент внутреннего трения в смеси; A^*, ω – амплитуда и круговая частота вибраций решета.

Кроме того, в [7] проинтегрировано уравнение (7) с учётом (19). Используя полученное там решение, выясним нельзя ли в практических расчётах вместо (19) применять более простые зависимости, например линейную аппроксимацию

$$v(y) = a_* y, \quad (20)$$

в которой [2]

$$a_* = \frac{b}{6\omega r_0 \rho \sqrt{(2A^*)^2 - (\delta bh)^2}}. \quad (21)$$

Чтобы ответить на поставленный вопрос проведём вычисления $u(y)$ при $\rho = 850 \text{ кг/м}^3$; $r_0 = 0,00113 \text{ м}$; $M = 7 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$; $f = 0,52$; $h = 0,004 \text{ м}$; $\theta = 8^\circ$; $A^* = 0,0075 \text{ м}$; $\omega = 52,33 \text{ с}^{-1}$. Эти исходные данные использованы в [7] при расчёте движения слоя проса. Для указанных исходных данных по формуле (21) находим $a_* = 0,0092 \text{ м/с}$. Вычисленные по формуле (12) значения $u(y)$ для различных y заносим в таблицу, где для сравнения также указаны $u(y)$, полученные с помощью (7), (19) в работе [7].

Таблица

yh^{-1}	0	0,75	0,5	0,25	0
$u(y)$, м/с; по (12)	0,60	0,45	0,30	0,15	0,00
$u(y)$, м/с; из [7]	0,60	0,43	0,27	0,13	0,01

Расчёты показали, что использование вместо (19) линейной аппроксимации (20), (21) не приводит к большим погрешностям при малой толщине движущегося слоя зерновой смеси.

Выводы. Составленная система уравнений течения вязкой неоднородной жидкости применима к расчёту движения зерна по наклонному плоскому

виброрешету с учётом изменения вибровязкости смеси по толщине слоя. Из полученных аналитических решений системы, как частные случаи, вытекают известные формулы скорости потока зерновой смеси в установившемся режиме работы решета. При расчёте движения зернового слоя малой относительной толщины, что наблюдается на практике, изменение вибровязкости смеси по толщине слоя с небольшой погрешностью можно аппроксимировать линейной функцией.

Список использованных источников

1. Тищенко Л.Н. Интенсификация сепарирования зерна. – Харьков: Основа, 2004. – 224 с.
2. Тищенко Л.Н., Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. Гидродинамика сепарирования зерна. – Харьков: Міськдрук, 2010. – 174 с.
3. Тищенко Л.Н., Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. О колебаниях скорости неоднородного слоя зерновой смеси на плоском виброрешете // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь: ТДАТУ, 2010. Вип. 10. Т.7. – С. 32-42.
4. Ольшанский В.П., Ольшанский С.В., Дидур В.А. Колебания скорости неоднородного слоя зерновой смеси, вызванные поперечными вибрациями решета // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь: ТДАТУ, 2010. Вип. 10. Т.7. – С. 173-180.
5. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973, – 847с.
6. Тищенко Л.Н., Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. О гидродинамической модели движения зерновой смеси по наклонному плоскому решету // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: Пол. НТУ, 2009. – Вип. 3(25), т.1. – С. 205-213.
7. Ольшанский В.П., Кучеренко С.И., Бурлака В.В. К расчёту движения зерновой смеси по плоскому вибрирующему решету // Технічний сервіс АПК, техніка та технології у сільськогосподарському машинобудуванні: Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ, 2009. – Вип. 77. – С. 238-244.

Анотація

ПРО ВИКОРИСТАННЯ РІВНЯНЬ РУХУ НЕОДНОРІДНОЇ В'ЯЗКОЇ РІДИНИ В МОДЕЛЯХ СЕПАРУВАННЯ ЗЕРНА

Тищенко Л.М., Ольшанський В.П., Ольшанський С.В.

В прямокутній системі координат складена система рівнянь течії неоднорідної ньютонівської рідини, в якій залежить від однієї з координат динамічний коефіцієнт в'язкості. Для найпростіших випадків стаціонарного руху знайдені аналітичні розв'язки системи та розглянуто їх застосування до розрахунку руху зернової суміші по нахиленому плоскому виброрешету. Показано, що викладена теорія призводить до узагальнень відомих результатів в моделях руху зернової суміші по решету.

Abstract

ABOUT APPLICATION OF THE EQUATIONS OF MOTION OF A NON-UNIFORM VISCOUS LIQUID IN MODELS OF A SEPARATION GRAIN

L. Tishchenko, V. Olshanskii, S. Olshanskii

In rectangular system of coordinates the system of the equations of current non-uniform of a newton liquid is made, at which dynamic factor of viscosity is dependent from one of coordinates. For the elementary cases of stationary current the analytical solutions of system are found and their application to account of motion of a grain mix on a inclined flat vibrosieve is considered. Is shown, that the stated theory will carry out to generalizations of known results in models of movement of a grain mix on a sieve.

УДК 662.767.2

ВИКОРИСТАННЯ ВІДХОДІВ ПЕРЕРОБНИХ ПІДПРИЄМСТВ В АЛЬТЕРНАТИВНІЙ ЕНЕРГЕТИЦІ

Радчук О.В. к.т.н., доц., Машкін М.І. к.с.-г.н., проф.

Сумський національний аграрний університет

**Богомолів О.В. д.т.н., проф., Денисенко С.А. к.т.н., доц.,
Токолов Ю.І. ст. викл.**

*Харківський національний технічний університет сільського господарства
імені Петра Василенка*

В статті розглянуті основні види відходів переробних підприємств та технологія і обладнання для переробки їх в альтернативне паливо. Приведені основні показники паливних брикетів та пеллетів та рекомендовані шляхи їх використання.

Постановка проблеми у загальному вигляді. В останні роки у зв'язку із зменшенням поставок та зі збільшенням вартості енергоресурсів в Україні широке використання набувають альтернативні види палива та відновлювання джерел енергії. Одним з напрямків зменшення обсягів використання традиційних енергоресурсів є використання відходів переробних підприємств. Взагалі затрачені енергоресурси на переробних підприємствах лягають на собівартість виготовленої продукції. Використання власних відходів у якості енергоресурсів дозволить знизити залежність від покупних та знизити собівартість виготовленої продукції.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Енергоємність виробництва в Україні є найвищою серед країн західної Європи. Це пов'язано з тим що обладнання та технології, які використовуються на підприємствах застарілі. Велика кількість відходів, які остаються після переробки зернових культур