

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ЗМІШУВАННЯ СИПКИХ КОМПОНЕНТІВ У ЛОПАТЕВОМУ ЗМІШУВАЧІ ПЕРІОДИЧНОЇ ДІЇ

**Брюховецький А.М., кандидат технічних наук,
Боярський О.В., асистент, Мелков О.В., інженер**
(Луганський національний аграрний університет, м. Луганськ)

У статті розглядаються питання, пов'язані з моделюванням процесу змішування сипких компонентів у лопатевому змішувачі періодичної дії.

Вступ. Створення змішувача сипких компонентів нової конструкції (змішувача) є складним процесом. Експериментальне дослідження змішувачів у багатьох випадках залишається надійною і єдиною основою методів їх розрахунку і проектування. Однак навіть незначні зміни в конструкції змішувача з метою удосконалення його характеристик потребують повторення всього обсягу досліджень. У такому випадку значну допомогу можуть надати математичні моделі процесів за участю сипких середовищ.

Постановка завдання. Виконати математичне моделювання процесу змішування в лопатевому змішувачі сипких компонентів періодичної дії з метою визначення коефіцієнта однорідності суміші в залежності від основних параметрів змішувача.

Виклад основного матеріалу. Структура математичної моделі змішувача визначається характером переміщення частинок компонентів суміші у відповідності до механіки потоку сипкої маси.

Найбільшого поширення серед дослідників набули наступні типові математичні моделі структури потоку матеріалу: моделі ідеального витіснення і ідеального змішування, дифузійна модель, осередкова модель і комбіновані моделі.

Модель ідеального витіснення припускає поршневе переміщення матеріалу вздовж змішувача без перемішування частинок. У напрямі, який є нормальним до руху, компоненти матеріалу вважаються розподіленими рівномірно.

Модель ідеального заміщення приймається для тих потоків, у яких у змішувачеві частинки матеріалу практично миттєво рівномірно розподіляються за об'ємом [1].

Дифузійна модель відповідає потоку з поршневим рухом матеріалу, ускладненим подовжнім, або поперечним, а іноді і тим і іншим одночасно перемішуванням частинок. Даний процес є дифузійним. Якщо спостерігається тільки подовжнє перемішування частинок, то дифузійна модель в цьому випадку є однопараметричною.

Осередкова модель передбачає, що потік матеріалу послідовно проходить через декілька осередків, на які розбитий весь об'єм змішувача, і що в межах кожного осередку частинки матеріалу ідеально перемішуються. Осередкова модель може бути успішно використана для опису процесу змішування сипких матеріалів в змішувачах безперервної дії і в змішувачах періодичної дії з явно вираженою внутрішньою циркуляцією матеріалу по замкнутому контуру.

Методи розрахунку лопатевого змішувача базуються на узагальненні експериментальних даних, отриманих при дослідженні лабораторного змішувача. Складність взаємодії лопатей з робочим середовищем, не дозволяє будувати, детальні математичні моделі процесу, які могли б бути покладені в основу методів розрахунку. Найбільш природним, на наш погляд, є побудова моделей змішування на основі дифузійної моделі [3]:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -W \frac{\partial c}{\partial x} + \overline{D}_L \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}; \quad (1)$$

де c – концентрація ключового компоненту;

t – час змішування компонентів суміші;

\overline{D}_L – коефіцієнт подовжнього змішування.

За наявності одночасно подовжнього і поперечного перемішування частинок дифузійна модель є двохпараметричною та описується іншим рівнянням:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -W \frac{\partial c}{\partial t} + \overline{D}_L \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\overline{D}_R}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial R} \left(R \cdot \frac{\partial c}{\partial R} \right), \quad (2)$$

де \overline{D}_R - коефіцієнт поперечного перемішування;

R – радіус поперечного січення апарату.

При експериментальному визначенні коефіцієнтів перемішування їх представляють у вигляді безрозмірних комплексів Пеклі. $Pe = \frac{W_L}{D_L}$, або $Pe = \frac{W_L}{D_R}$ (L - визначальний лінійний розмір апарату, W - лінійна швидкість потоку матеріалу по змішувачеві).

У цьому випадку рівняння (1) і (2) можуть бути представлені в безрозмірному вигляді, якщо прийняти $\frac{c}{c_0} = C$; $\frac{x}{L} = z$; $t = \frac{L}{W} = \frac{Q}{V}$

$$-\frac{\partial C}{\partial z} + \frac{\overline{D}_L}{W_L} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} = 0. \quad (3)$$

О. Левеншпілем [2, 3] встановлене, що при малих значеннях комплексу $\frac{\overline{D}_L}{W_L}$, які мають місце в змішувачах для сипких матеріалів, зв'язок між

дисперсією функції розподілу часу перебування частинок у змішувачі і цим комплексом має вигляд:

$$S^2 = 2 \frac{\overline{D_L}}{W_L}. \quad (4)$$

Дифузійною моделлю можна описати процес в більшості змішувачів. Проте для вирішення рівняння цієї моделі необхідне знання величин $\overline{D_L}$ і $\overline{D_R}$, Зазвичай їх значення знаходять експериментально на дослідних зразках.

Основне диференціальне рівняння процесу змішування:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -V \frac{\partial c}{\partial r} - \overline{D_L} \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{\overline{D_R}}{Z} \cdot \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial c}{\partial Z} \right), \quad (5)$$

де c – концентрація ключового компонента;

t – час змішування компонентів суміші;

V – лінійна швидкість потоку;

$\overline{D_L}$, $\overline{D_R}$ - коефіцієнти продольного та поперечного змішування;

φ_i – кут повороту полюса;

r – радіус вектор.

Розглянемо кінематику змішування суміші в одному з секторів пристрою. Робимо припущення про те, що суміш поводить себе аналогічно і в інших секторах. Проінтегруємо результат на весь об'єм змішувача.

Поклавши в рівняння (5)

$$\rho = \frac{r_1}{r}, \quad z = \frac{Z}{r}, \quad u = \frac{kC}{qr},$$

$$\overline{D_L} \approx \overline{D_R} = \frac{1}{D},$$

де k - коефіцієнт тертя суміші;

q - коефіцієнт суміші $q = \frac{a}{b}$, $\frac{k}{q} = const$.

Рівняння (5) перепишемо у вигляді:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -V \frac{\partial u}{\partial \rho} - \frac{1}{D} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \cdot \frac{1}{\rho z} \right). \quad (6)$$

Функція швидкості потоку, яка апроксимує розподіл швидкості в об'ємі суміші, визначається наступним виразом:

$$V = r \cdot \exp\left(\theta \tan \frac{\varphi}{2}\right), \quad (7)$$

де r - полярний радіус щодо осі;

θ - кут щодо вертикалі, $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq 0$;

φ - кут щодо горизонталі $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

Коефіцієнт дифузії з урахуванням характеристик суміші прийме вигляд:

$$D = \exp\left(\frac{k^{0.3}\bar{l}}{\rho_s q}\right), \quad (8)$$

де \bar{l} - характерний розмір суміші;

ρ_s - вологість суміші;

q - коефіцієнт однорідності суміші.

Застосувавши до рівняння (4) перетворення Ханкеля [4] за координатою ρ :

$$\bar{u} = \int_0^\infty u(\rho) \cdot \rho \cdot J_0(a\rho) \cdot d\rho, \quad (9)$$

з урахуванням умов регулярності $u \rightarrow 0$, $\frac{du}{d\rho} \rightarrow 0$, при $\rho \rightarrow 0$.

Приведемо це рівняння до :

$$\frac{1}{D} \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \cdot \frac{1}{\rho z} \right) + V \frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{\partial u}{\partial t} = 0; \quad (10)$$

$$\frac{1}{D} \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} - \frac{1}{D\rho z} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + V \frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{\partial u}{\partial t} = 0; \quad (11)$$

$$\frac{1}{z} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} - \alpha \cdot \bar{u} + \frac{V}{D} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = 0. \quad (12)$$

Застосувавши перетворення Лапласа за часом [5], з обліком початкової умови $u(t) = 0$ при $t = 0$ отримуємо рівняння:

$$\frac{1}{z} \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \rho^2} - \alpha \cdot \bar{u} + \frac{V}{D} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = 0. \quad (13)$$

Застосувавши перетворення до граничних умов отримуємо:

$$\frac{d\bar{u}}{dz} = - \int_0^1 \rho J_0(a\rho) \cdot d\rho \quad (14)$$

$$\frac{d\bar{u}}{dz} = - \frac{1}{S} \int_0^1 \rho J_0(a\rho) \cdot d\rho \quad (15)$$

Вирішуючи рівняння (12) за умови $u \rightarrow 0$, при $t \rightarrow \infty$ знаходимо

$$\bar{u} = C \exp\left(-\sqrt{a^2 + \frac{V}{D}}Z\right), \quad (16)$$

$$\frac{d\bar{u}}{dz} = -C\left(-\sqrt{a^2 + \frac{V}{D}}\right), \text{ при } t = 0. \quad (17)$$

Оскільки $\int_0^1 \rho' J_0 \cdot (a\rho') \cdot d\rho' = \frac{j_1(\alpha)}{\alpha}$ вираз для зворотнього перетворення $u = \int_0^\infty \bar{u} \alpha J_0 \cdot (a\rho) \cdot d\alpha$ дає наступний результат:

$$u = \int_0^\infty J_0 \cdot (a\rho) J_1(\alpha) \cdot LT^{-2} \left[\frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \frac{V}{D}}} \right] d\alpha. \quad (18)$$

Отже

$$u = \int_0^\infty \frac{J_0 \cdot (a\rho) J_1(\alpha)}{\alpha} \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{\alpha}{r_1} \sqrt{Dt}\right) d\alpha. \quad (19)$$

Повертаючись до початкових змінних отримаємо:

$$C_{(r,z)} = \frac{qr}{k} \int_0^\infty \frac{J_0 \cdot (za) J_1(z)}{z} \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{z}{r_1} \sqrt{Dt}\right) dz. \quad (20)$$

Висновок. У результаті моделювання процесу змішування кормів в лопатовому змішувачі періодичної дії отримано математичну модель для визначення коефіцієнта однорідності суміші в залежності від основних параметрів змішувача.

Список літератури

1. Макаров Ю.И. Аппараты для смешивания сыпучих материалов/Ю.И. Макаров.- М.: Машиностроение, 1973. – 216 с.

2. Процессы и аппараты химической технологии. Явления переноса, макрокинетика, подобие, моделирование, проектирование: в 5 т. Т. 2. Механические и гидромеханические процессы / Д.А. Баранов и др.; под ред. А.М. Кутепова. М.: Логос, 2001. 600 с.

3. Козин В. 3. Экспериментальное моделирование и оптимизация процессов обогащения полезных ископаемых. - М. Недра, 1984.- 112 с.

4. Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры. - М.: Физматгиз, 1963.- 735 с.

5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. - М.: Наука, 1978. - 831 с.

Аннотация

Моделирование процесса смешивания сыпучих компонентов в лопастном смесителе периодического действия

Брюховецкий А.Н., Боярский А.В., Мелков А.В.

В статье рассматриваются вопрос моделирования процесса смешивания в лопастном смесителе периодического действия

Abstract

A design of process of mixing of friable components is in the blade mixer of periodic action

A. Bryuhovetskiy, A. Boyarskiy A. Melkov

In the article examined question of design of process of mixing in the blade mixer of periodic action