

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА В БУНКЕРЕ С КОЛЬЦЕВЫМ ОТВЕРСТИЕМ

Бойко И.Г., профессор, к.т.н., Русалев А.М., к.т.н., доцент,
(Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенко)

В роботі приведені теоретичні дослідження руху сипучого матеріалу в бункері з кільцевим випускним отвором.

Постановка проблемы. При работе дозаторов сыпучих материалов важным фактором является равномерность истечения материала из бункера на дозирующий рабочий орган, что оказывает существенное влияние на точность дозирования. Выпускное отверстие предложенного дозатора имеет кольцевидную форму. Поэтому возникла необходимость рассмотреть движение сыпучего материала в данном бункере.

Анализ последних исследований и публикаций. Изучением закономерностей гидравлического истечения сыпучих материалов из бункеров различных конструкций, конфигураций и с различными формами выпускного отверстия занимались Алферов К.В., Зенков Р.Л., Гячев Л.В. Леонтьев П.И., Рогинский Г.А. и др.

Например, Гячев Л.В. в своей работе [1] предложил дифференциальное уравнение движения элементарного объема сыпучего тела в бункере:

$$dma = dG - dR_x - dP \quad (1)$$

где dm – масса элемента,

a - ускорение центра масс,

dG – сила тяжести, приложенная в центре масс элемента,

dR_x – сумма проекций реакций стенок на ось Ox ,

dP - приращение силы, приложенной к элементу со стороны слоев.

Цель исследования. Целью исследования является разработка теоретических основ истечения сыпучего материала из бункера с кольцевидной формой выпускного отверстия.

Результаты исследований. Рассмотрим движение материала в коническом бункере с кольцевидной формой выпускного отверстия.

Бункер 1 имеет форму усеченного конуса, расположенного большим основанием вверх. Внутри бункера расположен распределительный конус 2 (см. рисунок).

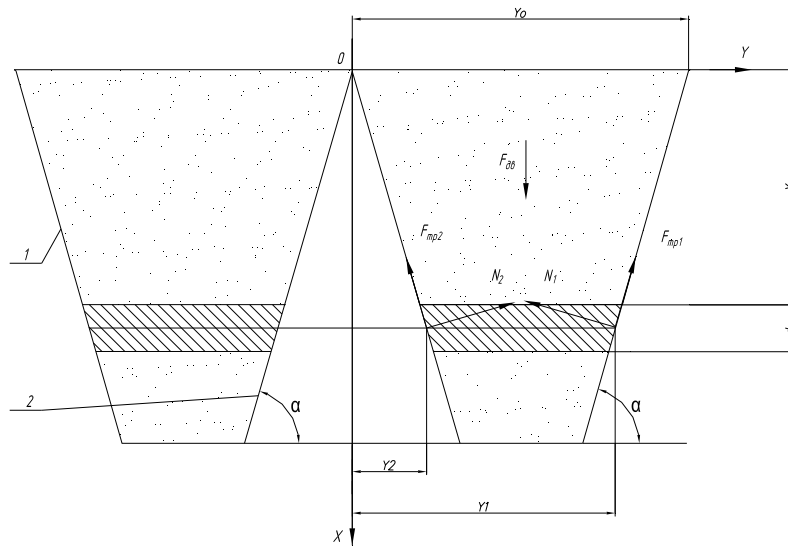


Рисунок - Схема бункера и сил, действующих на выделенный элемент сыпучего материала

Угол наклона образующей обоих конусов одинаковый и составляет угол α . Выпускное отверстие (затвор) образуется между конусами и имеет кольцевидную форму. Вовнутрь бункера засыпается сыпучий материал и открывается заслонка затвора. Материал начинает свое истечение. Одновременно с этим весь объем материала, находящийся в бункере, движется вниз к выпускному отверстию. Закономерности движения сыпучего материала в бункере рассмотрим в этой статье.

Для этого на рисунке изобразим схему сил, действующих на элементарный объем.

В некоторый фиксированный момент времени t из потока сыпучего материала выделим элементарный объем толщиной dx . Выделенный элемент имеет кольцеобразную форму с внешним радиусом Y_1 и внутренним – Y_2 . При движении материала на этот элемент действуют следующие силы: вертикальная движущая сила $F_{дв}$, сила трения материала о поверхность бункера $F_{тр1}$, сила трения материала о поверхность распределительного конуса $F_{тр2}$, нормальная реакция N_1 поверхности бункера и нормальная реакция N_2 поверхности распределительного конуса. Рассматриваемый выделенный элемент является некоторой механической системой материальных точек.

Дифференциальное уравнение движения центра масс элемента в проекции на ось X имеет вид:

$$dm\ddot{X} = dF_{дв} - \sum dN_x - \sum dF_{мрх}, \quad (2)$$

где dm – масса выделенного элемента,

$dF_{дв}$ – вертикальная движущая сила,

$\sum dN_x$ – сумма проекций реакций поверхностей бункера и распределительного конуса на ось X ,

$\sum dF_{\text{мрх}}$ - сумма проекций сил трения сыпучего материала о поверхности бункера и распределительного конуса.

Найдем величины, входящие в уравнение (2).

Масса выделенного элемента определится формулой:

$$dm = \rho S_o dx, \quad (3)$$

где ρ - плотность сыпучего материала,

S_o - площадь выделенного элемента сечения на глубине X . Т. к. выделенный элемент имеет кольцеобразную форму с радиусами Y_1 и Y_2 , то площадь находится по формуле:

$$S_o = \pi(Y_1^2 - Y_2^2). \quad (4)$$

Тогда масса элемента будет:

$$dm = \rho \pi(Y_1^2 - Y_2^2) dx \quad (5)$$

Вертикальная движущая сила сыпучего материала определяется по формуле:

$$F_{\text{дв}} = \sigma S_o \eta, \quad (6)$$

где σ - давление сыпучего материала на горизонтальную поверхность,

η - коэффициент, зависящий от физико-механических свойств материала, определяемый опытным путем,

S_o - площадь выделенного элемента, которая составляет:

$$S_o = \pi(Y_1^2 - Y_2^2). \quad (7)$$

Давление сыпучего материала на горизонтальную поверхность определяется по формуле[3]:

$$\sigma = K_g H \rho g \varepsilon, \quad (8)$$

где K_g - коэффициент динамичности, учитывающий условия эксплуатации бункера ($K_g = 1 - 2,5$),

H - высота слоя сыпучего материала, которая по своему значению совпадает с координатой X ,

ε - коэффициент зависания.

Коэффициент зависания определяется по формуле[2]:

$$\varepsilon = \frac{1}{\chi} \left(1 - \frac{1}{e^\chi} \right), \quad (9)$$

где $e = 2,718$ - основание натурального логарифма.

Коэффициент χ определяют по формуле[2]:

$$\chi = \frac{KHf_1}{r}, \quad (10)$$

где K - коэффициент бокового давления,

f_1 – коэффициент трения сыпучего материала о поверхность бункера,
 r - гидравлический радиус выделенного элемента.

Коэффициент бокового давления K для круглых бункеров по предложению Зенкова Р.Л.[2] определяется по формуле:

$$K = \frac{1}{1 + 2f^2 + \sqrt{1 + f^2} (f + \sqrt{f^2 - f_1^2})}, \quad (11)$$

где f_1 и f – коэффициенты трения сыпучего материала о поверхность бункера и внутреннего трения.

Подставив уравнения (7) и (8) в уравнение (6), получим:

$$F_{\partial v} = K_g X \rho g \varepsilon \eta \pi (Y_1^2 - Y_2^2). \quad (12)$$

Дифференциал вертикальной движущей силы будет:

$$dF_{\partial v} = K_g \rho g \varepsilon \eta \pi (Y_1^2 - Y_2^2) dX. \quad (13)$$

Проекция суммы реакций поверхностей бункера и распределительного конуса на ось X представляет собой:

$$\sum N_x = (N_1 + N_2) \cos \alpha, \quad (14)$$

где N_1 – реакция поверхности бункера,

N_2 - реакция поверхности распределительного конуса.

Проекция суммы сил трения сыпучего материала о поверхности бункера и распределительного конуса на ось X представляет собой:

$$\sum F_{\text{тр}x} = (F_{\text{тр}1} + F_{\text{тр}2}) \sin \alpha, \quad (15)$$

где $F_{\text{тр}1}$ - сила трения сыпучего материала о поверхность бункера,

$F_{\text{тр}2}$ - сила трения сыпучего материала о поверхность распределительного конуса.

Тогда уравнение (15) будет иметь вид:

$$(F_{\text{тр}1} + F_{\text{тр}2}) \sin \alpha = (N_1 f_1 + N_2 f_1) \sin \alpha = (N_1 + N_2) f_1 \sin \alpha \quad (16)$$

где f_1 - коэффициент трения.

Сумма сил, препятствующих вертикальной движущей силе будет представлять собой:

$$\sum N_x + \sum F_{\text{тр}x} = (N_1 + N_2) \cos \alpha + (N_1 + N_2) f_1 \sin \alpha = (N_1 + N_2) (\cos \alpha + f_1 \sin \alpha) \quad (17)$$

Нормальная реакция определяется по формуле:

$$N = \sigma S, \quad (18)$$

где σ - давление сыпучего материала на наклонную поверхность,

S – площадь наклонной поверхности.

Давление сыпучего материала на наклонную поверхность Леонтьев П.И. [3] предложил определять по формуле:

$$\sigma = K_g h \rho g \varepsilon (\cos^2 \alpha + K \sin^2 \alpha), \quad (19)$$

где h – глубина расположения точки, в которой определяется сила трения.
 В данном случае эта величина совпадает с координатой X ,
 α - угол наклона образующей конуса.

Площадь боковой поверхности элементарного объема составляет:
 для бункера

$$dS_1 = 2\pi Y_1 dX, \quad (20)$$

для распределительного конуса

$$dS_2 = 2\pi Y_2 dX. \quad (21)$$

Для бункера и распределительного конуса элементарные реакции будут, соответственно, равны:

$$dN_1 = K_g X \rho g \varepsilon (\cos^2 \alpha + K \sin^2 \alpha) 2\pi Y_1 dX \quad (22)$$

$$dN_2 = K_g X \rho g \varepsilon (\cos^2 \alpha + K \sin^2 \alpha) 2\pi Y_2 dX \quad (23)$$

Сумма элементарных реакций составит:

$$dN_1 + dN_2 = 2\pi K_g X \rho g \varepsilon (\cos^2 \alpha + K \sin^2 \alpha) (Y_1 + Y_2) dX \quad (24)$$

Подставив уравнение (24) в уравнение (17), а уравнения (17), (13) и (5) в уравнение (2), получим:

$$\rho \pi (Y_1^2 - Y_2^2) dX \ddot{X} = \pi K_g \rho g \varepsilon \eta (Y_1^2 - Y_2^2) dX - 2\pi K_g X \rho g \varepsilon (\cos^2 \alpha + K \sin^2 \alpha) (Y_1 + Y_2) dX \quad (25)$$

Сократив обе части уравнения на $\rho \pi dX$ и $Y_1^2 - Y_2^2$, получим:

$$\ddot{X} = K_g g \varepsilon \eta - \frac{2K_g X g \varepsilon}{Y_1 - Y_2} (\cos^2 \alpha + K \sin^2 \alpha) (\cos \alpha + f_1 \sin \alpha) \quad (26)$$

Слагаемое $K_g g \varepsilon \eta$ есть величина постоянная, поэтому ее можно обозначить через A , т.е.

$$K_g g \varepsilon \eta = A - const \quad (27)$$

Во втором слагаемом постоянной является величина

$$2K_g g \varepsilon (\cos^2 \alpha + K \sin^2 \alpha) (\cos \alpha + f_1 \sin \alpha) \quad (28)$$

Обозначим эту величину через B , т.е.

$$2K_g g \varepsilon (\cos^2 \alpha + K \sin^2 \alpha) (\cos \alpha + f_1 \sin \alpha) = B - const \quad (29)$$

Тогда уравнение (27) примет вид:

$$\ddot{X} = A - \frac{BX}{Y_1 - Y_2} \quad (30)$$

Из схемы на рисунке видно, что переменные Y_1 и Y_2 имеют зависимость

$$Y_1 = Y_0 - \frac{X}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (31)$$

$$Y_2 = \frac{X}{\operatorname{tg}\alpha} \quad (32)$$

Подставив эти значения в уравнение (30), получим:

$$\ddot{X} = A - \frac{BX}{Y_0 \operatorname{tg}\alpha - 2X} \operatorname{tg}\alpha \quad (33)$$

Это дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\ddot{X} = f(X) \quad (34)$$

Произведя замену $\dot{X} = P$ и $\ddot{X} = \frac{dP}{dX}P$, получим дифференциальное уравнение первого порядка, решая которое, находим:

$$P^2 = 2AX + B \left(X + \frac{Y_0 \operatorname{tg}\alpha}{2} \ln|Y_0 \operatorname{tg}\alpha - 2X| \right) + 2C \quad (35)$$

или:

$$\dot{X}^2 = 2AX + B \left(X + \frac{Y_0 \operatorname{tg}\alpha}{2} \ln|Y_0 \operatorname{tg}\alpha - 2X| \right) + 2C \quad (36)$$

Постоянная интегрирования определяется из начальных условий: при $t = 0$, $X = 0$ и $\dot{X} = 0$

$$C = -\frac{B}{4} Y_0 \operatorname{tg}\alpha \ln|Y_0 \operatorname{tg}\alpha|. \quad (37)$$

Тогда скорость движения материала в бункере с кольцевым выпускным отверстием будет:

$$V_x = \sqrt{X(2A+B) + \frac{1}{2} B Y_0 \operatorname{tg}\alpha \ln|Y_0 \operatorname{tg}\alpha - 2X| + 2C}, \quad (38)$$

где $A = K_g g \varepsilon \eta$,

$$B = 2K_g g \varepsilon (\cos^2 \alpha + K \sin^2 \alpha) (\cos \alpha + f_1 \sin \alpha),$$

$$C = -\frac{B}{4} Y_0 \operatorname{tg}\alpha \ln|Y_0 \operatorname{tg}\alpha|$$

Выводы: Получено аналитическое уравнение для определения скорости движения сыпучего материала в бункере с кольцевым выпускным отверстием в зависимости от физико-механических параметров сыпучего материала.

Это уравнение возможно использовать при проектировании бункеров дисковых, тарельчатых и других типов дозаторов, в которых выпускное отверстие бункеров имеет кольцевую форму.

Задаваясь необходимой производительностью, физико-механическими параметрами сыпучих материалов и внутренним диаметром кольцевого выпускного отверстия можно определить другие геометрические параметры бункера.

Список литературы

1. Гячев Л.В. Основы теории бункеров. - Новосибирск, издательство Новосибирского университета, 1992. – 310с.

2. Зенков Р.Л., Гриневич Г.П., Исаев В.С. Бункерные устройства. - М.: Машиностроение, 1997. – 223с.

3. Леонтьев П.И., Земсков В.И., Потемкин В.М., Технологическое оборудование кормоцехов. М.: Колос, 1984. – 157с.

Аннотация

Теоретичні дослідження движения сыпучего материала в бункере с кольцевым отверстием

Бойко И.Г., Русалев А.М.

В работе приведены теоретические исследования движения сыпучего материала в бункере с кольцевым выпускным отверстием.

Abstract

Mathematical model of pouring material movement in the bunker with ring outlet valve

Bojko I.G., Rusaljov A.M.

Theoretical investigation of pouring material movement in the tank with ring outlet valve is propounded.