

УДК 539.3

РОЗРАХУНКИ ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ОБЛАДНАННЯ ПЕРЕРОБНИХ ТА ХАРЧОВИХ ВИРОБНИЦТВ НА МІЦНІСТЬ З УРАХУВАННЯМ ГЕОМЕТРИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ

Сичов А.І., к.т.н., доц., Сичова Т.О., к.т.н., доц.

(Харківський національний технічний університет сільського
господарства імені Петра Василенка)

У статті розглядається використання теорії оболонок з урахуванням геометричної нелінійності для розрахунків міцності тонкостінних елементів обладнання переробних і харчових виробництв. В розрахунках враховано також накоплення пошкоджуваності при повзучості. Надаються вид визначальної системи рівнянь та метод розв'язку. Наведені результати розрахунків міцності круглих пластинчастих елементів обладнання.

Постановка проблеми та її актуальність. В переробних і харчових виробництвах широко використовують обладнання, яке складається з тонкостінних оболонкових та пластинчастих елементів [1,2]. В процесі роботи обладнання має достатньо велике силове навантаження. При підвищених температурах в конструкціях можуть виникати деформації повзучості та іде накопичення пошкоджуваності, яке при відповідних умовах приводить до руйнування обладнання. Збільшення прогину тонкостінних конструкцій до величин, які дорівнюють або більше їх товщини, потребує враховувати в теорії оболонок та пластин геометричну нелінійність.

Розглянемо постановку задачі для осесиметрично навантажених оболонок обертання з урахуванням геометричної нелінійності при повзучості та пошкоджуваності [3,4,5].

Для точки оболонки задано систему координат (ξ_1, ξ_2, ζ) . Координата ξ_1 – це координата вздовж твірної оболонки, ξ_2 – координата в окружному напрямку, ζ – координата в напрямку нормалі до поверхні оболонки. Навантаження, яке діє на оболонку, є осесиметричним. Це розподілене навантаження p_1, p_3 та зосереджені по краям кільцеві сили $n_{11}^0, n_{11}^L, q_1^0, q_1^L$ і моменти m_{11}^0, m_{11}^L .

Передбачається, що при деформуванні оболонки перетини

оболонки залишаються прямолінійними та перпендикулярними до деформованої серединної поверхні оболонки. Товщина оболонки при деформуванні не змінюється. Ці гіпотези відповідають відомим гіпотезам Кірхгофа-Лява.

Запишемо кінематичні співвідношення:

$$\begin{aligned} \gamma_{11} &= \alpha_{11} + \zeta \beta_{11}, & \gamma_{22} &= \alpha_{22} + \zeta \beta_{22}, \\ \alpha_{11} &= \partial_1 v_1 + k_1 v_3 + \frac{\varphi_1^2}{2}, & \beta_{11} &= \partial_1 w_1, \\ \alpha_{22} &= \phi_1 v_1 + k_2 v_3, & \beta_{22} &= \phi_1 w_1, \\ w_1 &= -\partial_1 v_3 + k_1 v_1. \end{aligned} \quad (1)$$

Тут α_{11}, α_{22} – відносні подовження елемента оболонки у напрямках ξ_1, ξ_2 ; β_{11}, β_{22} – зміни кривин елемента оболонки у напрямках ξ_1, ξ_2 ; A_1, A_2 – параметри Ляме; k_1, k_2 – головні кривини; v_1, v_3 – переміщення точки серединної поверхні оболонки у напрямках ξ_1, ζ ; w_1 – кут повороту перетину оболонки при деформуванні; $\phi_1 = A_2^{-1} \partial_1 A_2$ – коефіцієнт; $\partial_1(\dots) \equiv A_1^{-1} \partial(\dots) / \partial \xi_1$.

Рівняння рівноваги будуть мати вигляд:

$$\begin{aligned} \partial_1 n_{11} + \phi_1 (n_{11} - n_{22}) + k_1 q_1 + p_1 &= 0, \\ \partial_1 m_{11} + \phi_1 (m_{11} - m_{22}) - q_1 - \underline{n_{11} w_1} &= 0, \\ \partial_1 q_1 + \phi_1 q_1 - k_1 n_{11} - k_2 n_{22} + p_3 &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

де n_{11}, n_{22} – мембранні сили, q_1 – поперечна сила, m_{11}, m_{22} – згинальні моменти.

До рівнянь (1)-(2) додаються кінематичні та статичні граничні умови при $\xi_1 = \xi_1^0$ та $\xi_1 = \xi_1^L$. Доданки підкреслені в рівняннях відносяться до геометричної нелінійності.

Фізичні рівняння формулюються для швидкостей деформацій та швидкостей силових факторів:

$$\begin{aligned} \dot{n}_{11} &= \frac{Eh}{1-\nu^2} (\dot{\alpha}_{11} + \nu \dot{\alpha}_{22}) - \dot{n}_{11}^*, \\ \dot{m}_{11} &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} (\dot{\beta}_{11} + \nu \dot{\beta}_{22}) - \dot{m}_{11}^*, \\ \dot{n}_{22} &= \frac{Eh}{1-\nu^2} (\dot{\alpha}_{22} + \nu \dot{\alpha}_{11}) - \dot{n}_{22}^*, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\dot{m}_{22} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} (\dot{\beta}_{22} + \nu\dot{\beta}_{11}) - \dot{m}_{22}^*,$$

де E – модуль пружності матеріалу, ν – коефіцієнт Пуассона, h – товщина оболонки.

Доданки $n_{11}^*, n_{22}^*, m_{11}^*, m_{22}^*$ описують нелінійне деформування:

$$\dot{n}_{11}^* = \frac{E}{1-\nu^2} \int_{-h/2}^{h/2} (\dot{\gamma}_{11}^* + \nu\dot{\gamma}_{22}^*) d\zeta, \quad \dot{n}_{22}^* = \frac{E}{1-\nu^2} \int_{-h/2}^{h/2} (\dot{\gamma}_{22}^* + \nu\dot{\gamma}_{11}^*) d\zeta,$$

$$\dot{m}_{11}^* = \frac{E}{1-\nu^2} \int_{-h/2}^{h/2} (\dot{\gamma}_{11}^* + \nu\dot{\gamma}_{22}^*) \zeta d\zeta, \quad \dot{m}_{22}^* = \frac{E}{1-\nu^2} \int_{-h/2}^{h/2} (\dot{\gamma}_{22}^* + \nu\dot{\gamma}_{11}^*) \zeta d\zeta,$$

де швидкості нелінійних деформацій $\dot{\gamma}_{11}^*, \dot{\gamma}_{22}^*$ визначаються обраною моделлю нелінійного деформування та залежить від напружень і структурних параметрів.

Розв'язувальну систему рівнянь отримаємо, якщо продиференціювати за часом геометричні рівняння та рівняння рівноваги. Лінеаризована початково-крайова задача сформульована відносно швидкостей основних невідомих. Початковою умовою для початково-крайової задачі буде розв'язок задачі пружності для конструкції, що розглядається.

Для розв'язку початково-крайової задачі використовуємо чисельні методи продовження розв'язку за параметром і дискретної прогонки з ортогоналізацією розв'язків С.К.Годунова. Початкова задача інтегрувалась за схемою вкладеного методу Рунге-Кутта-Мерсона.

Розглянемо розрахунок круглого кільцевого пластинчастого елемента виготовленого з алюмінієвого сплаву. Пластина жорстко закріплена по зовнішньому краю та вільна по внутрішньому краю. Геометричні розміри та навантаження пластини приймалися: товщина $h = 0,003$ м, зовнішній радіус $R = 0,04$ м, внутрішній радіус $r_0 = 0,01$ м, $p_3 = 0,3$ МПа. В розрахунках використовується модель повзучості з пошкоджуваністю [3]. На Рис. 1 показано розподіл прогину пластини по радіальній координаті. Для порівняння приведено розв'язок задачі без урахування геометричної нелінійності. Величина прогину отриманого по моделі з урахуванням геометричної нелінійності майже у два рази менше ніж прогин отриманий по моделі без урахування геометричної нелінійності. Цей ефект можна пояснити тим, що пошкоджуваність в моделі з урахуванням геометричної нелінійності накопичується більш повільно. Це відбувається за рахунок наявності подовжніх сил, які

розтягують пластину у її площині та, таким чином, величина напружень згину зменшується на величину напружень розтягу.

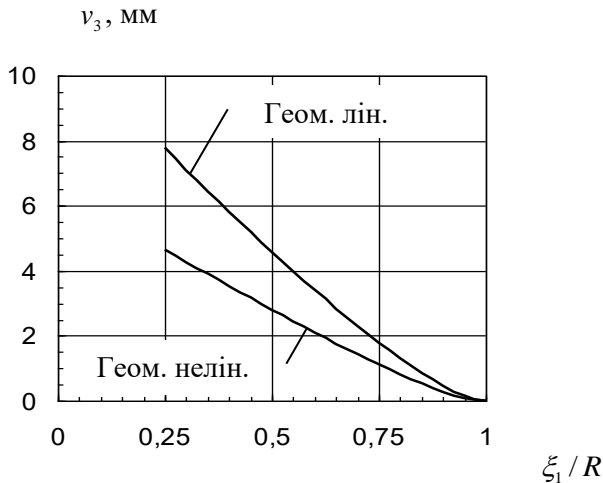


Рис. 1. Розподіл прогину пластини по радіальній координаті

Висновки: При розрахунках тонкостінних елементів обладнання по моделі з урахуванням геометричної нелінійності отримаємо рівень прогину майже у два рази менше ніж без урахування. Таким чином розрахунок обладнання по більш точним моделям дає можливість правильно оцінити рівень внутрішнього навантаження та зменшити матеріалоємність обладнання. Використання при проектуванні обладнання переробних і харчових виробництв моделі з урахуванням геометричної нелінійності дає змогу більш повно та більш раціонально використовувати можливості обладнання по міцності.

Список літератури

1. Соколов В.И. Основы расчета и конструирования машин и аппаратов пищевых производств. М.:Машиностроение, 1983. – 447 с.
2. Остриков А.Н., Абрамов О.В. Расчет и конструирование машин и аппаратов пищевых производств. СПб.: ГИОРД, 2003. – 352 с.
3. Altenbach H., Morachkovsky O., Naumenko K., Sychov A. Geometrically nonlinear bending of thin-walled shells and plates under

creep-damage conditions // Archive of Applied Mechanics. – 1997. – №67. – P. 339-352.

4. Галишин А.З., Шевченко Ю.Н. Определение осесимметричного геометрически нелинейного термовязкоупругопластического состояния тонких слоистых оболочек с учетом повреждаемости материала // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2008. – Вып. 51, № 2. – С. 175-187.

5. Сичов А.І., Сичова Т.О. Розрахунки на міцність тонкостінних елементів обладнання переробних і харчових виробництв зі зниженою жорсткістю // Інженерія переробних і харчових виробництв. – Харків, ХНТУСГ, 2017. – №2(1) – С.79-82.

Аннотация

РАСЧЕТЫ ТОНКОСТЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ОБОРУДОВАНИЯ ПЕРЕРАБАТЫВАЮЩИХ И ПИЩЕВЫХ ПРОИЗВОДСТВ НА ПРОЧНОСТЬ С УЧЕТОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

В статье рассматривается применение теории оболочек с учетом геометрической нелинейности для расчетов прочности тонкостенных элементов оборудования перерабатывающих и пищевых производств. В расчетах учтено также накопление повреждаемости при ползучести. Представлен вид разрешающих уравнений и метод решения. Приводятся результаты расчетов прочности круглых пластинчатых элементов оборудования.

Abstract

STRENGTH CALCULATIONS THIN-WALLED ELEMENTS OF EQUIPMENT FOR PROCESSING AND FOOD MANUFACTURES WITH GEOMETRIC NONLINEARITY

In article it is considered use of theory of shells with geometric nonlinearity for calculating the strength of thin-walled elements of equipment for processing and food manufactures. The calculation also takes into account the accumulation of damage during creep. Generalized final equalizations and method of solution are presented. Results of strength calculations for round plate elements of equipment are resulted.