

ДИНАМИКА ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ЧАСТИЦЫ В ЦЕНТРОБЕЖНОМ ПСЕВДООЖИЖЕННОМ СЛОЕ

Поперечный А.Н., д.т.н., проф., Жданов И.В.

(Донецкий национальный университет экономики и торговли имени Михаила Туган-Барановского)

В статье приведена математическая модель движения частицы в центробежном псевдоожигенном слое за счёт поля центробежных сил вращающегося барабана.

Постановка проблемы. Главным отличительным признаком сушки в центробежном псевдоожигенном слое (ЦПС) является характерный режим движения частиц продукта. Этот режим предполагает две стадии движения: первая стадия – движение частицы вместе с перфорированным барабаном, вторая стадия – отрыв частицы от барабана и падение - рисунок 1.

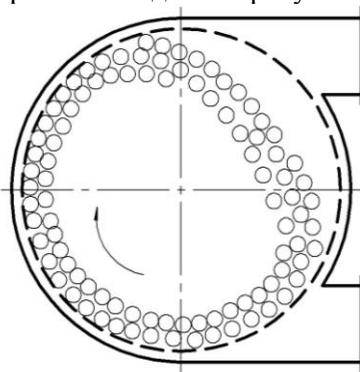


Рис.1. Схема движения частиц продукта в ЦПС

Такой режим движения может быть обеспечен одним из трёх способов:

- за счёт силы давления кольцевого потока воздуха;
- за счёт поля центробежных сил вращающегося барабана;
- за счёт совместного воздействия поля центробежных сил вращающегося барабана и силы давления кольцевого потока воздуха.

Цель работы является. В данной работе исследуется

математическая модель второго способа.

При составлении математической модели были приняты следующие допущения:

- рассматривается одна частица продукта – шар с эквивалентным диаметром d ;

- частица продукта до момента отрыва находится в контакте с цилиндрической поверхностью рабочей камеры – перфорированным барабаном;

- в момент отрыва частица продукта теряет контакт с корпусом рабочей камеры;

- эквивалентный диаметр частицы продукта значительно меньше, чем диаметр рабочей камеры, так что вполне можно считать, что она при движении вместе с барабаном находится на его радиусе.

На первой стадии движения частица поднимается вместе с поверхностью барабана за счёт силы трения трогания – рисунок 2. При этом барабан вращается с постоянной угловой скоростью ω . Этот случай известен и исследован, в частности, при движении насадки в барабанной мельнице [1].

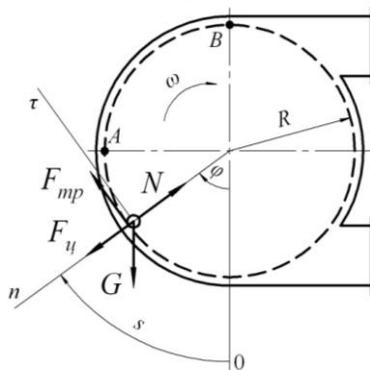


Рис.2. Схема движения частицы за счёт поля центробежных сил вращающегося барабана (первая стадия)

Уравнение движения частицы в естественных координатах:

$$s(t) = R\varphi(t) = \omega t + \varphi_0.$$

Используя принцип Даламбера и проецируя все силы (включая центробежную силу инерции $F_{ц}$) на нормаль n , получим условие, обеспечивающее падение частицы в зоне AB :

$$N = F_{ц} - G \cos \varphi = 0.$$

С учётом того, что $F_{ц} = m\omega^2 R$, получим выражение, связывающее угол отрыва частицы с угловой скоростью вращения барабана:

$$\varphi_{отр} = \arccos \frac{\omega^2 R}{g}. \quad (1)$$

Здесь угол отрыва отсчитывается от вертикали против часовой стрелки – рисунок 3.

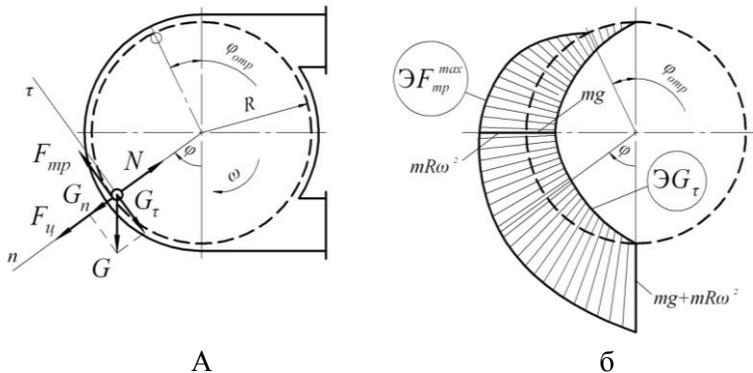


Рис.3. - Расчётная схема (а) и эпюры сил, определяющих возможность соскальзывания частицы (б)

Выражение (1) можно представить как зависимость для определения угловой скорости, обеспечивающей заданный угол отрыва:

$$\omega = \sqrt{\frac{g \cos \varphi_{отр}}{R}}. \quad (2)$$

Исследуем возможность соскальзывания частицы до момента отрыва.

При движении частицы вместе с поверхностью барабана тангенциальная составляющая силы тяжести $G_τ = mg \sin \varphi$ стремится сдвинуть частицу вниз – рисунок 3, а. Этому препятствует сила трения F_{mp} .

Частица будет сдвинута вниз, если сила $G_τ$ в какой-то момент времени превысит силу трения трогания $F_{mp}^{\max} = f_{mp} N$. На

основании принципа Даламбера, спроецировав все силы на нормаль, получим:

$$N = F_{\psi} + G_n = mR\omega^2 + mg\cos\varphi. \quad (3)$$

На рисунке 3, б приведены эпюры F_{mp}^{\max} и G_{τ} , наглядно демонстрирующие изменение этих сил в зависимости от угла φ . Анализ эпюр показывает, что соскальзывание частицы обязательно будет происходить, поскольку при подъеме частицы сила трения трогания непрерывно уменьшается и становится равной нулю в момент отрыва.

Угол, определяющий начальный момент соскальзывания частицы, определяется из условия, полученного на основании уравнения (3):

$$\frac{fR\omega^2}{g} + f\cos\varphi - \sin\varphi = 0. \quad (4)$$

Рассмотрим частный случай: $R = 0,07$ м, $f = 0,84$.

Зададимся углом отрыва частицы $\varphi_{отр} = 45^\circ$. Выбранный угол обеспечивается по условию (2) угловой скоростью $\omega = 9,95$ рад/с.

Графически условие (4) для принятых параметров представлено на рисунке 4.

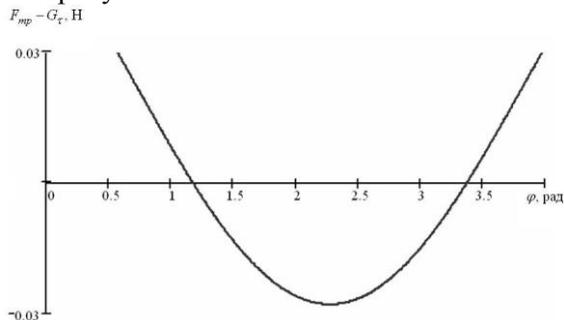


Рис.4. Изменение баланса сил, определяющих сдвиг частицы

Решая трансцендентное уравнение (4) в пакете Maple, получим $\varphi_{СК} = 1,17$ рад = 67° .

Таким образом, достигнув угла $\varphi_{СК} = 67^\circ$, частица начинает совершать сложное движение, состоящее из переносного вращения

вместе с барабаном и относительного скольжения вдоль стенки барабана вниз.

Вследствие скольжения на частицу дополнительно будет действовать сила Кориолиса [2] – рисунок 5:

$$F_K = 2m\omega_e v_r = 2mR\omega_e \omega_r.$$

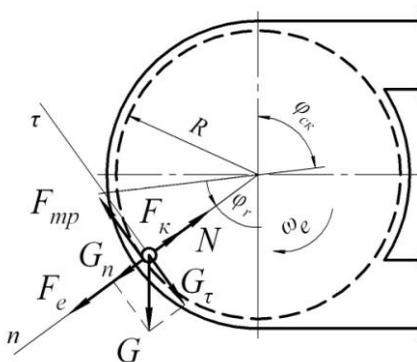


Рис.5. Схема относительного движения частицы

Здесь и далее индексами e и r обозначены параметры, соответствующие переносному (вращение барабана) и относительному (скольжение вдоль стенки барабана) движению частицы, соответственно.

Как показывает рисунок 5, сила Кориолиса уменьшает нормальную реакцию опоры, и, как следствие, увеличивает угол отрыва частицы.

Система дифференциальных уравнений относительного движения частицы в естественной подвижной системе координат примет вид:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2 s_r}{dt^2} &= G \sin(\omega_e t + \varphi_{ск} - \varphi_r) - F_{mp} \\ m \frac{v_r^2}{R} &= N - G \cos(\omega_e t + \varphi_{ск} - \varphi_r) + F_K - F_e \end{aligned} \right\}.$$

С учётом уравнения связи $s = R\varphi$ и значений сил, входящих в систему, получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\varphi_r}{dt} &= \omega_r \\ \frac{d\omega_r}{dt} &= 2f\omega_e\omega_r - f\omega_r^2 - f\omega_e^2 - \frac{fg}{R} \cos(\omega_e t + \varphi_{CK} - \varphi_r) + \\ &+ \frac{g}{R} \sin(\omega_e t + \varphi_{CK} - \varphi_r) \\ N &= mR\omega_e^2 - 2mR\omega_e\omega_r + mR\omega_r^2 + mg \cos(\omega_e t + \varphi_{CK} - \varphi_r) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Система уравнений (5) не имеет аналитического решения в виду нелинейности, и поэтому была решена для принятых ранее значений параметров численным методом Рунге-Кутты пятого порядка, модифицированного Фейхсбергом, в компьютерном пакете Maple. Решение системы в виде графиков $\varphi_r(t)$, $\omega_r(t)$ и $N(t)$ представлено на рисунке 6.

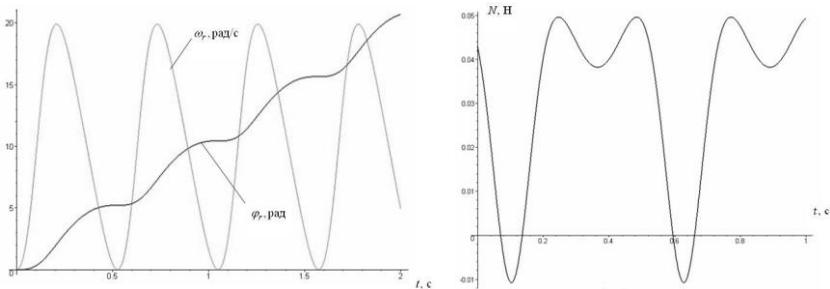


Рис. 6. Пример численного решения системы (5) для следующих значений констант: $m=0,004$ г, $R=0,07$ м, $f=0,84$, $\varphi_{отр} = 45^\circ$, $\omega_e = 9,95$ рад/с (диапазон времени 0...1 с)

Полученные графики $\varphi_r(t)$ и $\omega_r(t)$ могут быть описаны уравнениями:

$$\omega_r(t) = -A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) + A; \varphi_r(t) = -\frac{AT}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) + At. \quad (6)$$

Здесь A , T – соответственно, амплитуда и период колебаний функции $\omega_r(t)$.

Коэффициенты уравнений (6) легко могут быть найдены с помощью аппроксимации данных численного решения с помощью указанных функций.

Так, например, для рассматриваемого случая получены следующие зависимости:

$$\omega_r(t) = -9,95 \cos\left(\frac{2\pi}{0,524}t\right) + 9,95, \quad \varphi_r(t) = -\frac{5,214}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{0,524}t\right) + 9,95t.$$

На основании уравнений (6) и третьего уравнения системы (5) график $N(t)$ описывается уравнением:

$$N(t) = mR\omega_e^2 - 2mR\omega_e \left[-A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) + A \right] + mR \left[-A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) + A \right]^2 + m g \cos\left(\omega_e t + \varphi_{ck} - \left[-\frac{AT}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) + At \right] \right). \quad (7)$$

Для рассматриваемого случая получим:

$$N(t) = -0,028 + 0,055 \cos(1,985t) + 0,00028 [-9,95 \cos(1,985t) + 9,95]^2 + 0,0392 \cos[1,17 + 0,83 \sin(1,985t)].$$

Для определения момента отрыва частицы после начала скольжения с помощью пакета Maple было решено уравнение $N(t) = 0$. Решением является момент времени $t = 0,077$ с. За это время частица соскользнет относительно барабана вниз на $\varphi_r(0,077) = 0,104$ рад = 6° , как показывает уравнение (6). При этом барабан повернется на 44° . В результате угол отрыва частицы составит приблизительно 75° вместо 45° принятых. Абсолютная угловая скорость частицы в момент отрыва составит $\omega = \omega_e - \omega_r(0,077) = 9,95 - 3,95 = 6$ рад/с.

Выводы. При повышении угловой скорости вращения барабана до 12 рад/с с помощью аналогичных расчётов получим угол отрыва 41° . Абсолютная угловая скорость частицы в момент отрыва составит $\omega = 9,57$ рад/с.

Таким образом, условие (2) даёт заниженное значение угловой скорости для отрыва частицы.

Список литературы

1. Общий курс процессов и аппаратов химической технологии: Учебник: В 2-х кн. / В.Г. Айнштейн, М.К. Захаров, Г.А. Носов и др.; Под ред. В.Г. Айнштейна. – М.: Логос, Высшая школа, 2003. Кн. 1.- 912 с. Кн. 2.-872 с.

2. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики: Учеб. для машиностроит. и приборостроит. спец. вузов. – 5-е изд., перераб. и

доп. – М.: Высш. шк., 1990. – 607 с.

ДИНАМІКА РУХУ МАТЕРІАЛЬНОЇ ЧАСТИНКИ У ЦЕНТРОБІЖНОМ ПСЕВДОЗРІДЖЕНОМУ ШАРІ

У статті наведена математична модель руху частинки у відцентровому псевдозрідженому шарі за рахунок поля відцентрових сил обертового барабана.

DYNAMICS OF MOVEMENT OF THE MATERIAL PARTICLE IN CENTRIFUGAL THE LAYER

In article the mathematical model of movement of a particle in centrifugal a layer for the account of a field of centrifugal forces of a rotating drum is resulted.