

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Харківський державний університет харчування та торгівлі

АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЕКЦІЇ

Методичні вказівки

для самостійної роботи з дисципліни «Інженерна та комп'ютерна графіка»

для студентів напряму підготовки 181 «Харчові технології»

ступінь освіти – бакалавр

Харків

ХДУХТ

2019

Аксонетричні проєкції: Методичні вказівки для самостійної роботи з дисципліни «Інженерна та комп'ютерна графіка» для студентів напряму підготовки 181 «Харчові технології» ступінь освіти – бакалавр [Електронний ресурс]/ укладачі Ю. М. Тормосов, І. В. Нечипоренко, С. Ю. Саєнко – Х. : ХДУХТ, 2019. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM); 12 см. – Назва з тит. екрана

Укладачі: Ю.М. Тормосов, І.В. Нечипоренко, С.Ю. Саєнко

Рецензент: Н.В. Федак

Кафедра підготовки та перепідготовки фахівців холодильної та торговельної галузей

Схвалено методичною комісією вищого навчального закладу за напрямом підготовки «Харчові технології»

Протокол від «27» лютого 2019 року № 4

Схвалено Вченою радою ХДУХТ

Протокол від «24» грудня 2018 року № 8

Схвалено редакційно-видавничою радою ХДУХТ

Протокол від «21» грудня 2018 року № 10

© Тормосов Ю. М.,
Нечипоренко І. В.,
Саєнко С. Ю., укладачі, 2019
© Харківський державний
університет
харчування та торгівлі, 2019

ВСТУП

Методичні вказівки до індивідуального вивчення теми «Аксонетричні проекції» для студентів напряду підготовки 181 «Харчові технології» з курсу «Інженерна та комп'ютерна графіка» розроблені відповідно до навчальної робочої програми, затвердженої методичною комісією Навчально-наукового інституту харчових технологій та бізнесу.

Прямокутні проекції об'єктів, що використовуються на кресленнях у різних галузях промисловості, дають змогу розв'язувати різноманітні позиційні та метричні задачі щодо цих об'єктів, а також виконувати вимірювання. Проте недоліком способу прямокутних проекцій є відсутність одного з вимірів об'єкта на кожній з проекцій, а це призводить до зменшення наочності зображень.

Систему, при якій зображуються всі три виміри об'єкта, називають **аксонетричною**, або просто **аксонетрією**. Отже, головною перевагою аксонетрії є наочність та оборотність.

Ці методичні вказівки дадуть змогу самостійно опрацювати лекційний матеріал за темою «Аксонетричні проекції». Після вивчення теми студент повинен розбиратись у теоретичному матеріалі і вміти застосовувати його до розв'язання конкретних задач. Свої знання треба перевірити відповідями на питання для самоконтролю, вміщені у цьому виданні, і розв'язанням задач у робочому зошиті.

Розв'язанню задач повинна бути приділена особлива увага, оскільки це найкращий спосіб більш глибокого і всебічного вивчення основних положень теорії. Після виконання кожне завдання захищається студентом у співбесіді з викладачем. Викладач має право анулювати завдання і видати нове, якщо під час цієї співбесіди переконався, що студент виконав його не самостійно.

АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЕКЦІЇ

"Аксонометрія" - в перекладі з грецького означає вимір по осях. Суть методу аксонометричного проєкціювання полягає в тому, що геометричний об'єкт разом з осями прямокутних координат, до якої він віднесений в просторі, паралельно проєкціюється в заданому напрямку на деяку площину, яку прийнято називати картинною або аксонометричною.

Правила побудови аксонометричного зображення визначаються теоремою Польке–Шварца, яка формулюється так: три довільно вибраних відрізки на площині, що виходять з однієї точки, представляють паралельну проєкцію трьох рівних і взаємно перпендикулярних відрізків, що виходять з деякої точки простору. Висновок з теореми Польке–Шварца: аксонометричні осі на картинній площині і масштаби на осях можуть бути вибрані абсолютно довільно.

Ідея аксонометрії полягає в тому, що об'єкт жорстко зв'язується з просторовою декартовою системою координат, яка разом з об'єктом проєкціюється центрально або паралельно на площину аксонометричних проєкцій. При центральному проєкціюванні аксонометрію називають *центральною*, а при паралельному — *паралельною*. Нижче буде розглянуто паралельну аксонометрію.

1. Принцип одержання аксонометричних зображень

На рис. 1 показано точку A в системі прямокутних декартових координат.

Щоб зв'язати точку з системою координат, її проєкціюють на одну з координатних площин (найчастіше на горизонтальну). Таку проєкцію називають *вторинною*. При цьому відразу визначаються всі три декартові координати точки.

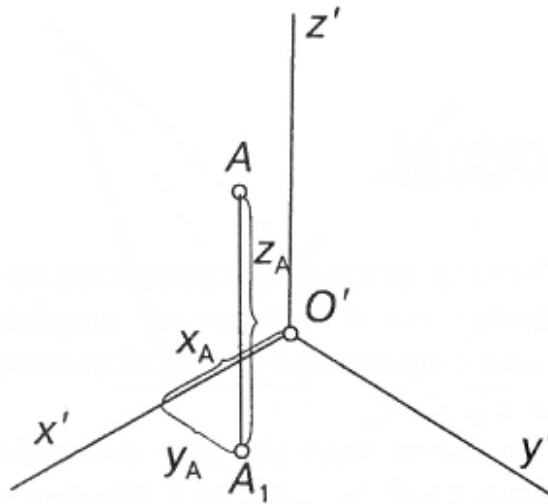


Рисунок 1 – Точка в декартовій системі координат

Напрямок аксонометричного проєкціювання вибирають так, щоб він не збігався з напрямом координатних осей або площин, бо інакше матимемо вироджену проєкцію осі чи площини.

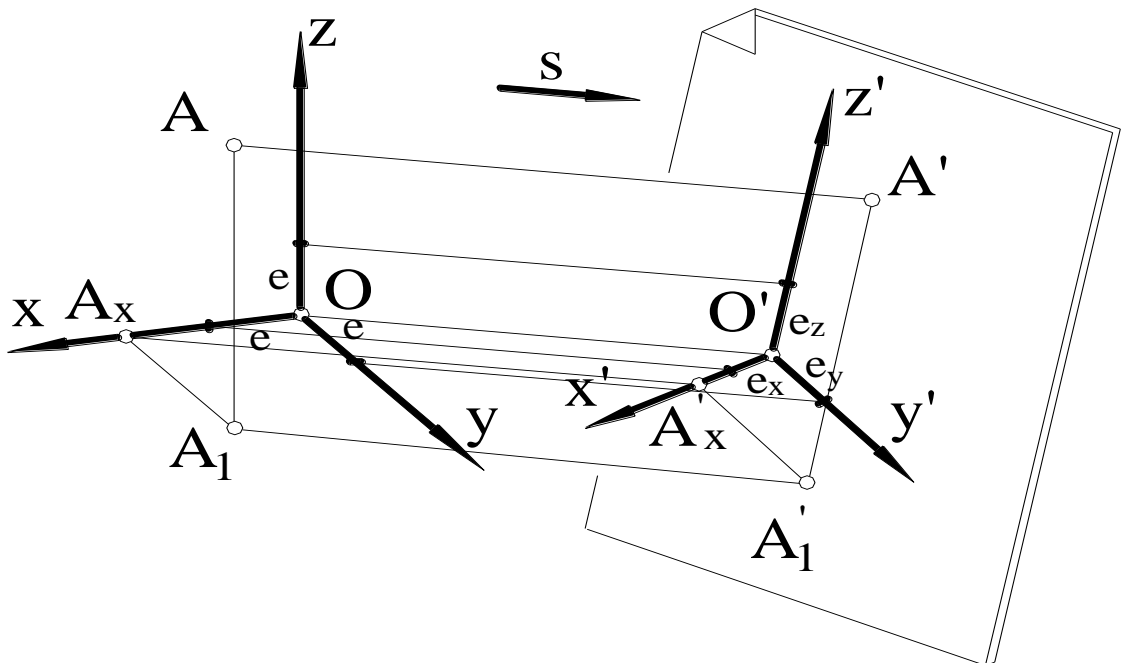


Рисунок 2 – Вибір напрямку аксонометричного проєкціювання

При цьому відрізки, паралельні координатним осям, будуть спотворюватися залежно від кута нахилу відрізка до аксонометричної

площини проєкцій. Міру спотворення виражають так званими коефіцієнтами, або показниками, спотворення.

На рис. 3 прямокутну декартову систему координат спроекціювали на площину аксонометричних проєкцій Π' . На кожній з осей задалегідь відкладено від початку координат по одиничному відрізку e , кожен з яких проєкціюється відповідним відрізком: e'_x, e'_y, e'_z .

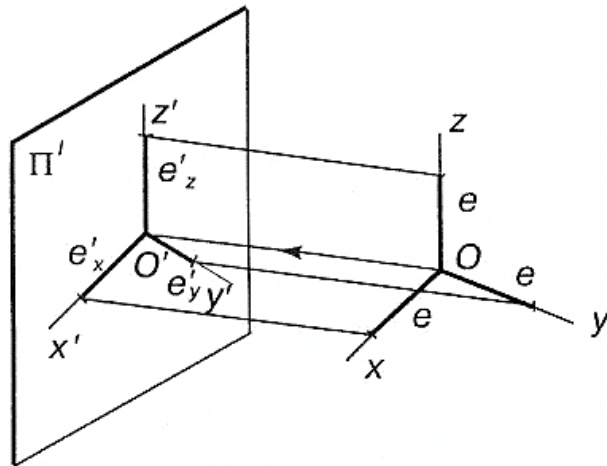


Рисунок 3 – Проекціювання координатних осей

Якщо скласти відношення аксонометричних проєкцій до дійсних величин, то дістанемо коефіцієнти спотворення по трьох осях:

$$\frac{e'_x}{e} = p, \frac{e'_y}{e} = q, \frac{e'_z}{e} = r.$$

Залежно від кута, що утворюється між напрямом проєкціювання та площиною аксонометричних проєкцій, розрізняють косокутну та прямокутну аксонометрії. В першому випадку цей кут є непрямым, а в другому — прямим.

У косокутній аксонометрії залежність між показниками спотворення виражають формулою

$$p^2 + q^2 + r^2 = 2 + \text{ctg}^2 \alpha,$$

де α — кут між напрямом проєкціювання та площиною аксонометричних проєкцій. У косокутній аксонометрії показники спотворення лежать у межах від 0 до ∞ , тобто $0 \leq p < \infty, 0 \leq q < \infty, 0 \leq r < \infty$.

У прямокутній аксонометрії ця формула набуває такого вигляду:

$$p^2 + y^2 + r^2 = 2,$$

де $0 \leq p \leq 1$, $0 \leq q \leq 1$, $0 \leq r \leq 1$.

Отже, якщо відомі два показники спотворення та кут між напрямом проєкціювання і площиною аксонометричних проєкцій, то можна за наведеними формулами знайти третій показник спотворення.

Основною теоремою паралельної аксонометрії є теорема Польке — Шварца. Будь-які три відрізки прямої на площині, що виходять з однієї точки, можна розглядати як паралельні проєкції трьох рівних та взаємно перпендикулярних відрізків у просторі.

Спочатку цю теорему сформулював К. Польке, а потім К. Шварц узагальнив її.

2. Основні параметри і класифікація аксонометричних проєкцій

На основі теореми Польке — Шварца при побудові аксонометричного зображення передбачається свобода вибору осей та аксонометричних показників. Якщо показники спотворення по всіх трьох осях однакові, тобто $p = q = r$, то аксонометрію називають *ізометрією*; якщо $p = r \neq q$, то аксонометрію називають *диметрією*; якщо $p \neq q \neq r$, то аксонометрію називають *триметрією*.

Нагадаємо, що при косокутному проєкціюванні показники спотворення лежать у межах від 0 до ∞ , тому відрізок прямої може зобразитися як завгодно великим порівняно з натуральною величиною. А при прямокутному проєкціюванні показники спотворення лежать у межах від 0 до 1, тому відрізок прямої завжди не більше від своєї натуральної величини.

Якщо виключити граничні значення коефіцієнтів, то можна стверджувати, що в прямокутній аксонометрії сума квадратів двох будь-яких коефіцієнтів спотворення більша ніж 1, але менша ніж 2. У косокутній

аксонометрії сума квадратів двох будь-яких коефіцієнтів спотворення також більша ніж 1.

3. Стандартні аксонометричні проекції

У конструкторській практиці широкоживані прямокутні ізометрія та диметрія. Дослідження аксонометричних зображень та розрахунки за певними їх закономірностями дозволили встановити розміщення осей для ізометрії (рис. 4) та диметрії (рис. 5).

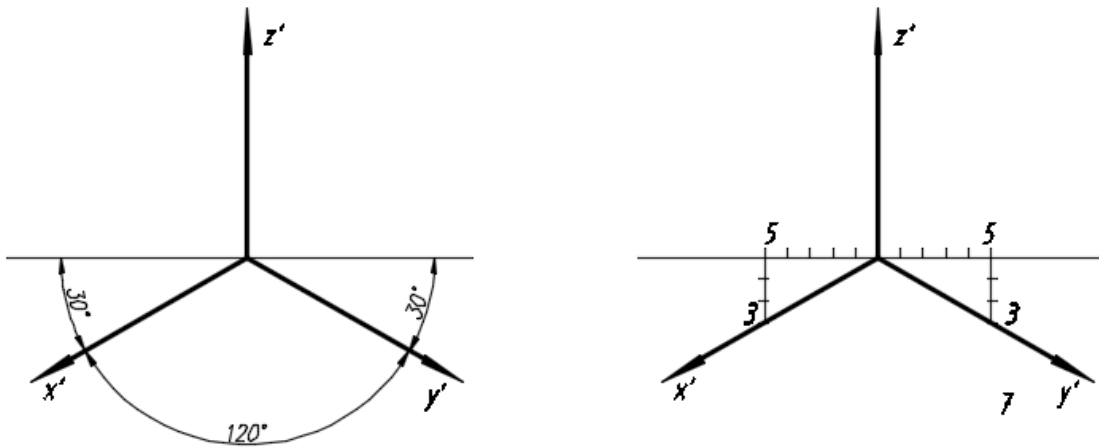


Рисунок 4 – Розміщення осей в ізометрії

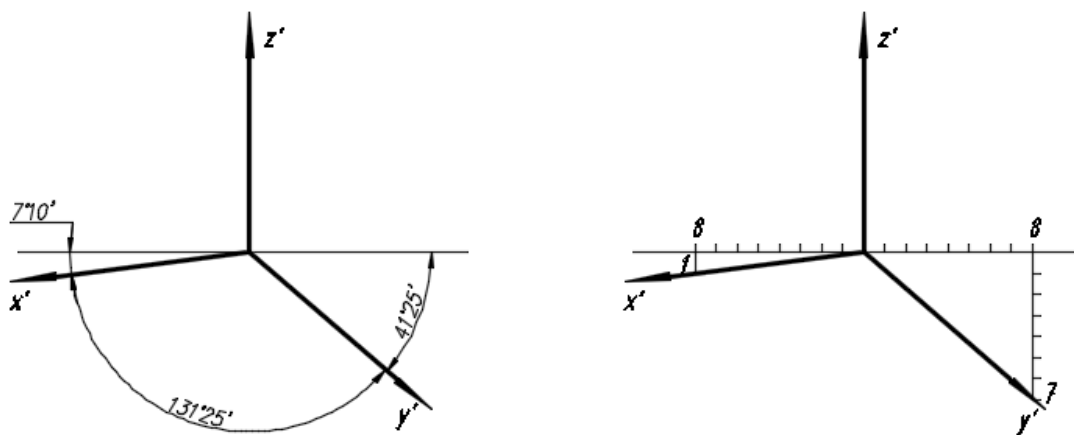


Рисунок 5 – Розміщення осей в диметрії

Встановлено також величини показників спотворення. Для ізометрії це $p = q = r = 0,82$. Для диметрії $p = r = 0,94$, $q = 0,47$.

Для більшої зручності на практиці користуються так званими наведеними показниками спотворення, які для ізометрії всі три дорівнюють 1, а для диметрії за осями **x** та **z** дорівнюють 1, а за віссю **y** наведений показник спотворення вдвічі менший, тобто 0,5.

Для більшої наочності зведемо всі дані про показники спотворення у таблиці.

Таблиця 1. Показники спотворення в ізометрії.

За віссю	Показники спотворення	
	дійсні	наведені
x	0,82	1
y	0,82	1
z	0,82	1

Таблиця 2. Показники спотворення в диметрії.

За віссю	Показники спотворення	
	дійсні	наведені
x	0,94	1
y	0,47	0,5
z	0,94	1

4. Побудова аксонометричного зображення

Під час побудови аксонометричного зображення об'єктів (крім окружностей) дотримуються певної послідовності дій.

Нехай на комплексному кресленнику проекціями A_1 й A_2 задана точка A і початок координат у точці O . Необхідно побудувати аксонометричне зображення точки. Для цього:

1. Вимірюють на комплексному кресленнику координату **x** точки A .

2. Отриману величину помножують на коефіцієнт спотворення p вздовж осі x' , одержуючи таким чином аксонометричну координату $x_A \times p$ точки A .
3. Аксонометричну координату $x_A \times p$ відкладають вздовж аксонометричної осі x' .
4. Вимірюють на комплексному кресленику координату y точки A .
5. Отриману величину помножують на коефіцієнт спотворення q вздовж осі y' , одержуючи таким чином аксонометричну координату $y_A \times q$ точки A .
6. Аксонометричну координату $y_A \times q$ відкладають вздовж аксонометричної осі y' .
7. Одержані аксонометричні координати дозволяють побудувати так звану вторинну проекцію точки A .
8. Після вимірювання координати z точки A і її помноження на відповідний коефіцієнт спотворення r з отриманої вторинної проекції A' проводять пряму, що паралельна аксонометричній осі z' та відкладають на ній одержану величину $z_A \times r$.

У результаті виконання перелічених операцій одержують точку A' – аксонометричне зображення точки A .

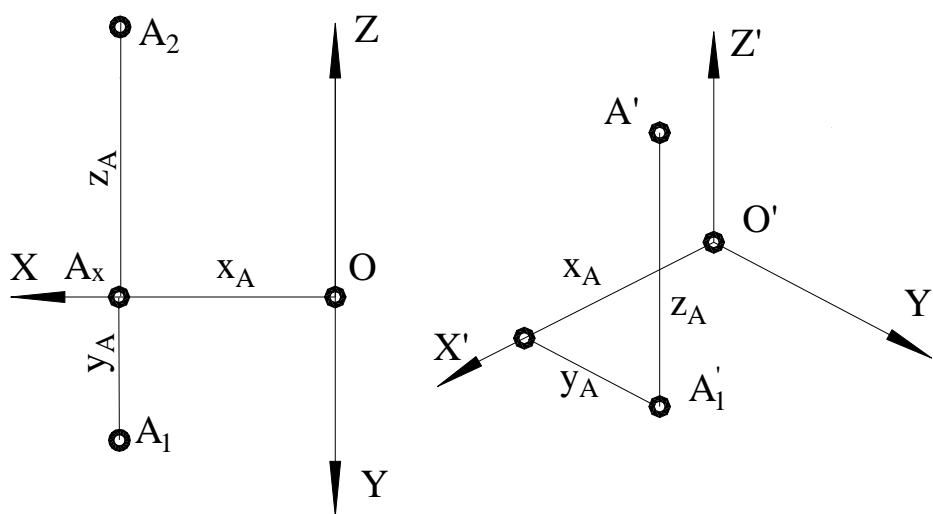


Рисунок 6 – Побудова точки в ізометрії з наведеними коефіцієнтами

На рисунку 6 показана побудова аксонометричної (конкретно – ізометричної) проекції заданої точки A . На комплексному кресленні координати точки A вказані відповідними відрізками XA , YA та ZA .

Описані операції повторюють певну кількість разів для одержання аксонометричних проекцій необхідної кількості точок. Одержані точки з'єднують відповідними лініями.

5. Побудова аксонометричного зображення окружності

Описані операції одержання аксонометричного зображення можна не виконувати, якщо треба побудувати аксонометрію окружності, що лежить у площині, паралельній площині проекцій. Відомо, що у загальному випадку аксонометричною проекцією окружності є еліпс. Як виявилось, в залежності від виду аксонометрії існують певне розміщення осей еліпса та певні показники спотворення їх довжини.

Розглянемо розташування та величини осей еліпсів, які використовують при побудові прямокутної ізометрії окружностей.

Для всіх трьох координатних площин осі еліпсів розміщуються за таким правилом: великі осі еліпсів завжди перпендикулярні аксонометричним осям, що не лежать в площинах, в яких будуються еліпси.

Таким чином, при побудові еліпса в площині $x'O'y'$ його велику вісь розміщують перпендикулярно осі z' . За таким же правилом визначається положення великих осей еліпсів, що лежать, відповідно, в площинах $x'O'z'$ і $y'O'z'$. Малі осі еліпсів завжди перпендикулярні відповідним великим осям.

Величини осей еліпсів однакові для всіх координатних площин і визначаються із співвідношень

$$2a = 1.22D$$

$$2b = 0.71D,$$

де a та b – велика та мала півосі еліпсів, відповідно;

D – діаметр окружності, аксонометричну проекцію якої необхідно побудувати.

Після визначення розміщення осей та їх величини, побудову еліпсів виконують з використанням існуючих графічних способів.

На рис. 7 зображені осі еліпсів для ізометрії та вказані їх величини (реальні та наведені) в залежності від діаметра D окружності, аксонометрія якої будується.

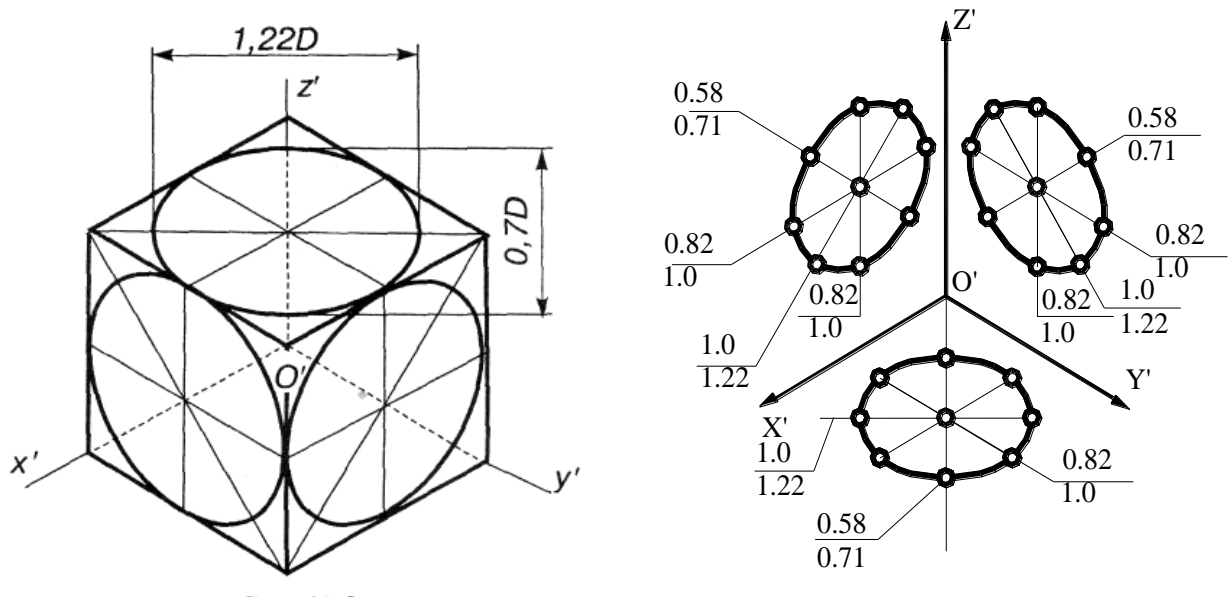


Рисунок 7 – Побудова окружності в ізометрії

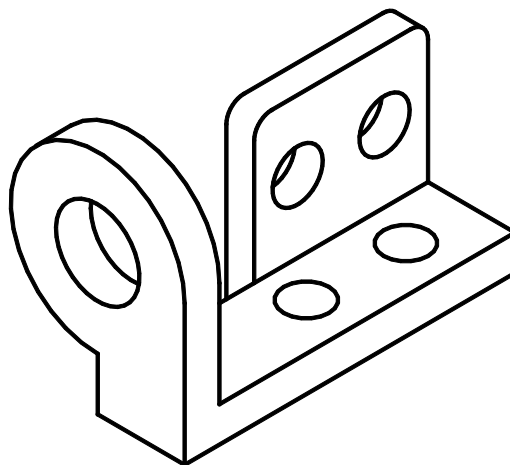


Рисунок 8 – Ізометричне зображення деталі

Для прямокутної диметрії розташування великих осей еліпсів визначається за тим же алгоритмом.

Таким чином, при побудові еліпса в площині $x'O'y'$ його велику вісь розміщують перпендикулярно осі z' . Мала вісь, як завжди, перпендикулярна великій. За тими же правилами будують великі та малі осі еліпсів, що лежать в площинах $x'O'z'$ і $y'O'z'$.

Величини осей еліпсів для координатних площин $x'O'y'$ та $y'O'z'$ дорівнюють $2a = 1,06D$ та $2b = 0,35D$. Для координатної площини $x'O'z'$ величина великої осі еліпса $2a = 1,06D$, а малої $2b = 0,95D$.

На рис. 9 зображені осі еліпсів для диметрії та вказані їх величини (реальні та наведені) в залежності від діаметра D окружності, аксонометрія якої будується.

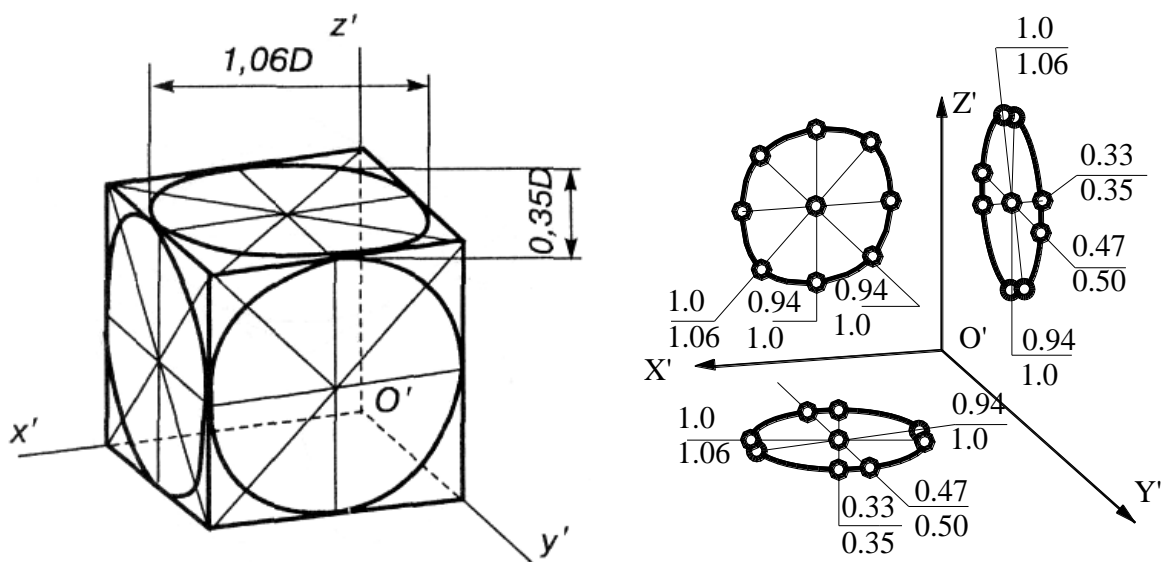


Рисунок 9 – Побудова окружності в диметрії

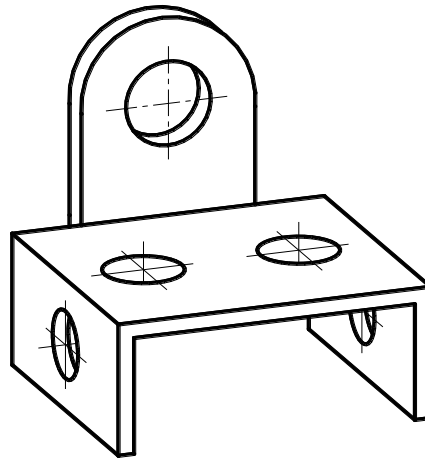
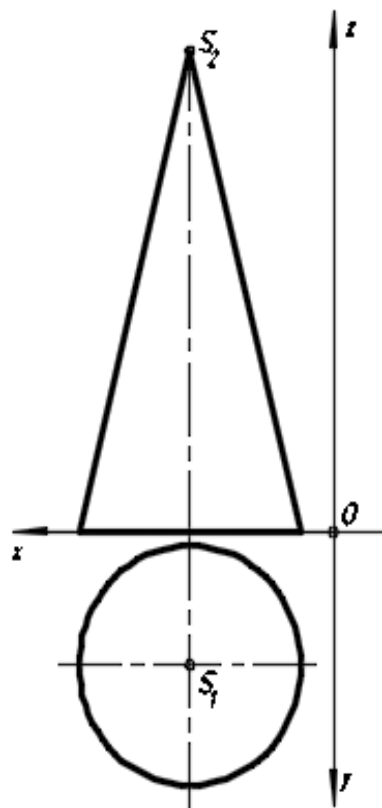


Рисунок 10 – Диметричне зображення деталі

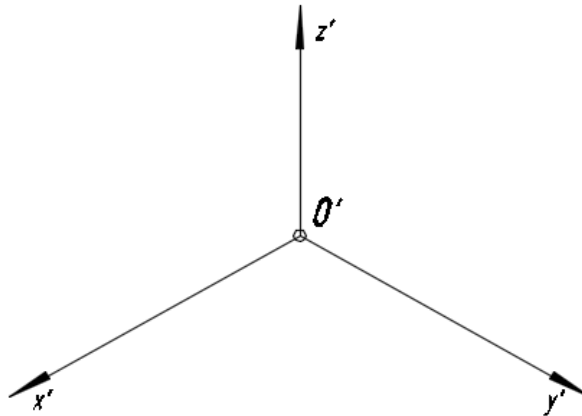
6. Побудова аксонометричного зображення конусу

Розглянемо побудову ізометричної проєкції прямого кругового конусу.

Нехай на комплексному кресленнику двома проєкціями заданий прямий круговий конус з основою, що має радіус R .



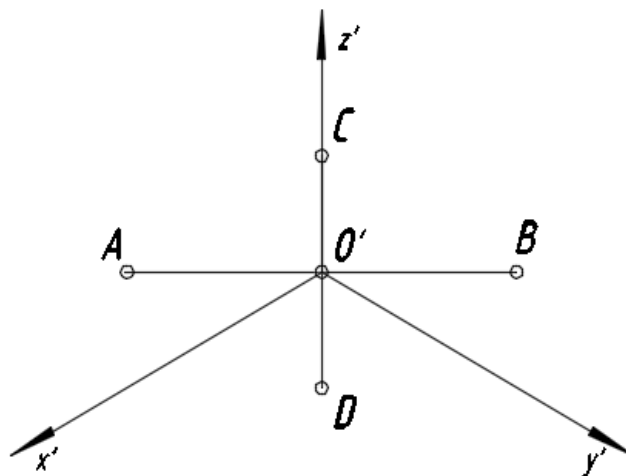
Будуємо ізометричні осі.



Приймаємо початок аксонометричних координат точку O' як центр основи конуса.

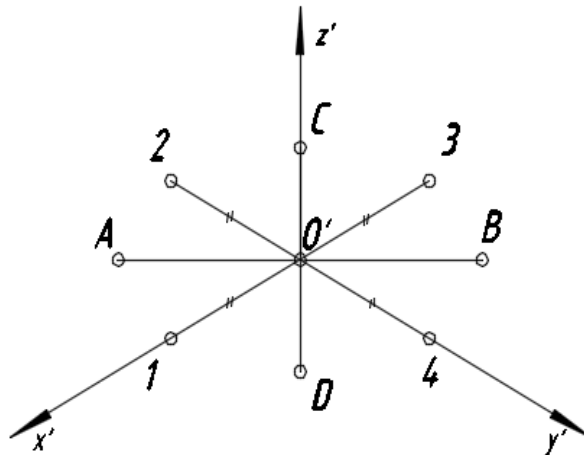
У зв'язку з розташуванням основи конуса в горизонтальній площині xOy , тобто Π_1 , будуємо велику вісь еліпса $[AB]$ перпендикулярно осі z' . Для визначення величини великої осі еліпса вимірюємо величину діаметра основи конуса i , помноживши її на коефіцієнт 1.22, відкладаємо в обидві боки від центру O' .

Аналогічно будуємо малу вісь $[CD]$, величина якої визначається множенням величини діаметра основи конуса на 0.7, а напрямок обирається перпендикулярно до великої осі, тобто вздовж осі z' .

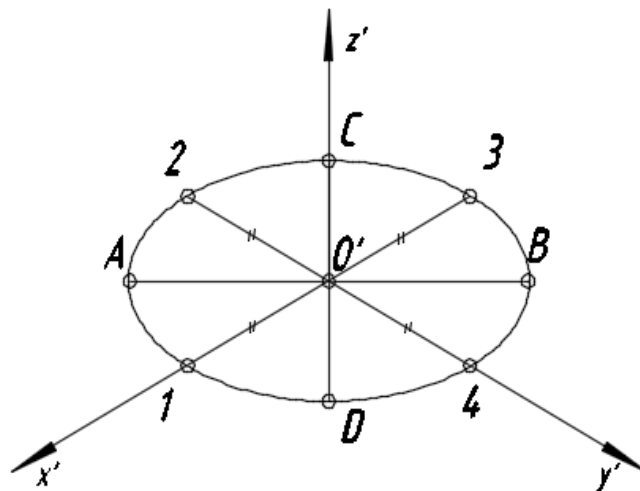


Безпосередньо по аксонометричним осям від точки O' відкладаємо відрізки, що дорівнюють радіусу R основи конуса, позначаємо їх як точки **1, 2, 3, 4**.

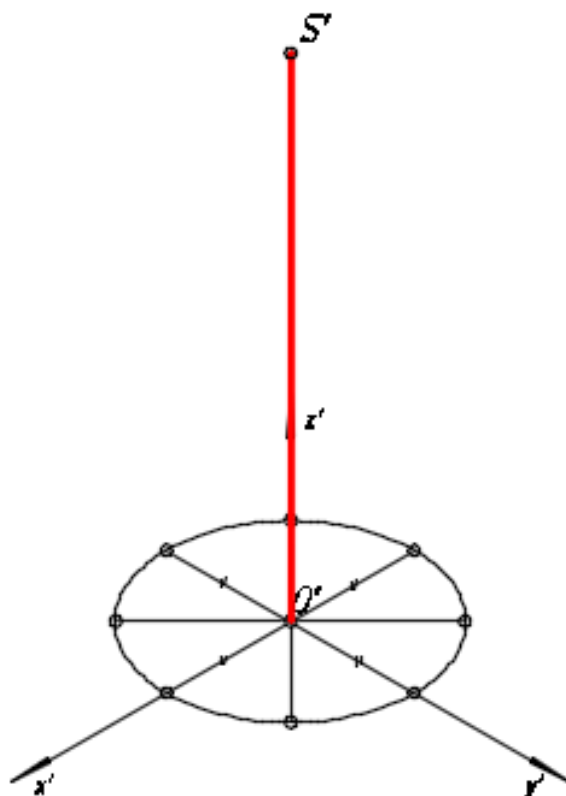
Завдяки виконаним операціям одержано вісім точок, що належать еліпсу.



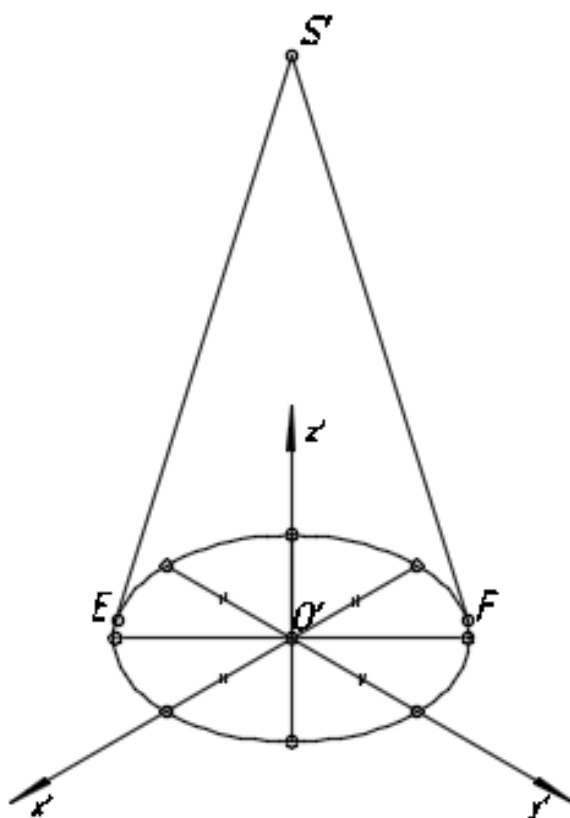
З'єднуємо вісім точок плавною кривою і маємо ізометричну проекцію окружності, що є основою заданого конуса.



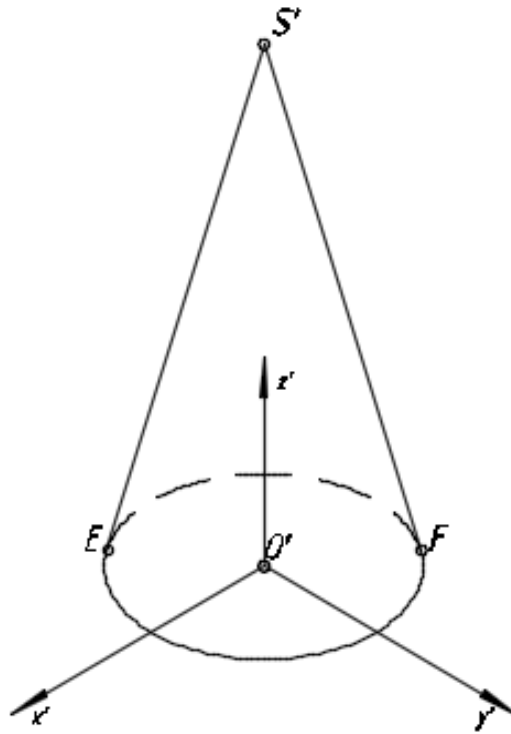
Після вимірювання на комплексному кресленку висоти конуса, відкладаємо одержану величину від початку аксонометричних координат вздовж осі z' , отримуємо точку S' .



Із одержаної точки будемо дотичні до еліпса, позначаємо їх точками **E** та **F**.



Для наочності зображення дугу від точки **E** до точки **F** виконуємо штриховою лінією, що відповідає вимогам державного стандарту нанесення невидимої лінії на кресленику. Виконані побудови дозволили одержати ізометричне зображення прямого кругового конуса.



Студентові надається можливість самостійно сформулювати порядок дій, що виконують під час побудови прямокутної диметрії прямого кругового конуса.

Контрольні запитання за темою

1. Які проєкції називають аксонометричними?
2. Що називають показниками спотворення в аксонометрії?
3. Як класифікують аксонометричні проєкції?
4. Назвіть послідовність дій побудови аксонометричних проєкцій.
5. За якими закономірностями будують аксонометричні проєкції окружностей, що паралельні площинам проєкцій?

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Нарисна геометрія: підручник / В. Є. Михайленко, М. Ф. Євстіфеев, С. М. Ковальов, О. В. Кащенко ; за ред. В. Є. Михайленка. – 3-тє вид., переробл. – К. : Слово, 2013. – 304 с.

2. Комп'ютерна графіка та моделювання: навч. посіб. / Ю. М. Тормосов, І. В. Нечипоренко, С. Ю. Саєнко.– Харків : ХДУХТ, – 2008. – 143 с.

Навчальне електронне видання
комбінованого використання
Можна використовувати в локальному та мережному режимах

АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЕКЦІЇ

Методичні вказівки
для самостійної роботи з дисципліни «Інженерна та комп'ютерна графіка»
для студентів напряму підготовки 181 «Харчові технології»
ступінь освіти - бакалавр

Укладачі:

ТОРМОСОВ Юрій Михайлович
НЕЧИПОРЕНКО Ірина Володимирівна
САЄНКО Сергій Юрійович

Відповідальний за випуск завідувач кафедри проф. В.О. Потапов

План 2019 р. поз. 47

Підп. до друку 10.06.2019 р. Один електронний оптичний диск (CD-ROM);
супровідна документація. Об'єм даних 1,7 Мб. Тираж 10 прим.

Видавець і виготівник
Харківський державний університет харчування та торгівлі
вул. Клочківська, 333, Харків, 61051.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4417 від 10.10.2012 р.