УДК 681.5

ОСОБЛИВОСТІ МАТЕМАТИЧНИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОЦЕСУ ОБРОБКИ ГРУНТУ

Піскарьов О. М.

Харківський Національний технічний університет сільського господарства

Представлені особливості математичного моделювання технологічних процесів обробки грунту у комплексній формі та у вигляді ряду Фур'е.

Постановка проблеми. У концепції розвитку сільськогосподарської техніки намічено створення комбінованих, універсальних і унифікованих машин нового покоління, що забезпечують високу продуктивність при мінімальних витратах засобів і виконують за один прохід агрегату кілька технологічних операцій без зниження якості показників роботи знаряддя і при надійності машин на рівні зарубіжних аналогів [1]. Для раціонального використання потужності двигуна трактора необхідно визначити оптимальні параметри, що забезпечують максимальну продуктивність агрегату при різних значеннях глибини обробки і питомого опору грунту, а також особливості конструкційних матеріалів та їх профілів для виготовлення робочих органів.

Для розв'язання поставлених завдань необхідно створення точних математичних моделей роботи систем обробки грунту призначених для подальшого комп'ютерного моделювання їх роботи.

Мета статті - розробка математичних моделей роботи систем обробки грунту, придатних для подальшого комп'ютерного моделювання.

Основні матеріали статті. Будь-яка сільгоспмашина являє собою складну механічну систему. Теоретичний аналіз динаміки сільгоспмашин з урахуванням всіх особливостей їх функціонування досить важкий, тому в практиці розрахунків використовують простіші моделі. При виборі розрахункової схеми, перш за все, вирішують питання про кількість визнаних ступенів свободи. Ступенем свободи коливань називають число незалежних координат механічної системи, які повністю визначають положення всіх її точок. Реальна механічна система складається з нескінченного числа матеріальних точок. Оскільки зв'язки між ними не є абсолютно жорсткими, то число ступенів свободи такої системи нескінченно велика. Однак залежно від конкретно розв'язуваної задачі можна без втрат точності визнати кінцеве число ступенів свободи. Експериментальні дослідження сільгоспмашин в лабораторних і польових умовах показали, що в багатьох випадках їх можна представити у вигляді механічної системи з одним ступенем свободи, що істотно спрощує розв'язання динамічних задач.

Можна вказати на три способи утворення скінченновимірних моделей.

Перший спосіб полягає в тому, що відносно менш масивні частини системи покладаються зовсім позбавленими маси і подаються у вигляді безінерційних елементів, а найбільш жорсткі частини конструкції приймаються за абсолютно тверді тіла з кінцевою масою. На рис. 1 показана система з одним ступенем свободи, яка застосовується для дослідження стійкості руху причіпної сільгоспмашини.

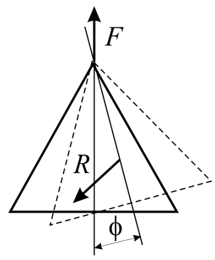

Рисунок 1 – Система з одним ступенем свободи

На рис. 2 наведена розрахункова схема стійки культиватора, яка має два ступені свободи. Тут лапа культиватора замінена зосередженої масою. Для дослідження коливань транспортної машини, її також можна представити у вигляді системи з трьома ступенями свободи (рис. 3).

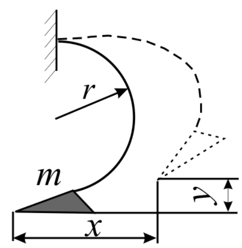

Рисунок 2 – Система з двома ступенями свободи

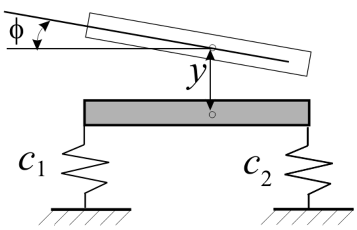

Рисунок 3 – Система з трьома ступенями свободи

Відповідно до другого способу розподілені по всьому об'єму системи властивості податливості локалізуються в кінцевому числі точок. При цьому система представляється у вигляді сукупності пружно зчленованих жорстких елементів.

Третій спосіб заснований на деяких апріорних припущеннях про зміни конфігурації системи в процесі коливань (форми коливань). Якщо форма задана, то становище всіх точок системи визначено, отже, в системі визнається одна ступінь свободи. Ця ідея приведення до системи з одним ступенем свободи лежить в основі наближених методів визначення динамічних характеристик механічних систем (метод Релея) [2].

Розглянемо динаміку сільгоспмашини та її агрегатів під дією змушуючих сил або кінематичних збуджень (вимушені коливання).

Вимушеними називають механічні коливання, викликані дією змушуючих сил або кінематичних збуджень.

Незалежно від фізичної природи змушуючих сил будемо виходити з того, що кожна з них задана у вигляді деякої явної функції часу:

$$P_i = P_i(t).$$

Розглянемо дію збурюючої сили, що змінюється за довільним законом.

Рівняння руху для системи з одним ступенем свободи має вигляд

$$m\ddot{x} + kx + cx = P(t),$$

У випадку кінематичного порушення (рис. 4), рівняння руху знову зводиться до стандартної форми, якщо прийняти за наведену силу вираження

$$Q(t) = cf(t)/m$$

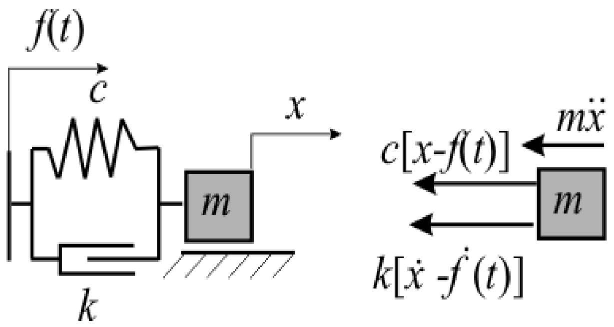

Рисунок 4 – Кінематичні порушення

Загальний розв'язок рівняння руху складається з розв'язку однорідного диференціального рівняння, що визначає власні коливання системи, і частки розв'язку, що визначають змушені коливання.

Якщо P(0) = 0 і функція P(t) дифференцируемая, то розв'язок має вигляд

$$x = \frac{P(t)}{c} - \frac{1}{c}\int_0^t \dot{P}(\tau)e^{-n(t-\tau)}[\cos p_*(t-\tau) - \frac{n}{p_*}\sin p_*(t-\tau)d\tau$$

Тут перший член описує результат статичної дії сили P(t), а другий член – динамічне виправлення.

Гармонійна сила, що обурює, нехай змінюється за законом

$$P(t) = P_0 \sin \omega t.$$

У цьому випадку диференціальне рівняння руху має вигляд

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + p^2 x = \frac{P_0 \sin \omega t}{m},$$

$$x = e^{-nt}(A_1 \sin p_* t + A_2 \cos p_* t) + \frac{P_0}{m\sqrt{(p^2-\omega^2)^2 + 4n^2\omega^2}}\sin(\omega t - \varphi)$$

де постійні A1 і A2 визначаються з початкових умов, а кут φ, що характеризує відставання фази переміщення від фази сили, визначається вираженням

$$tg(\varphi) = \frac{2n\omega}{p^2 - \omega^2}.$$

Перша частина отриманого розв'язку являє собою коливання із частотою p*, які із часом загасають і незабаром після початку процесу стають практично несуттєвими.

Поступове встановлення стаціонарного коливального процесу ілюстроване на рис.5.

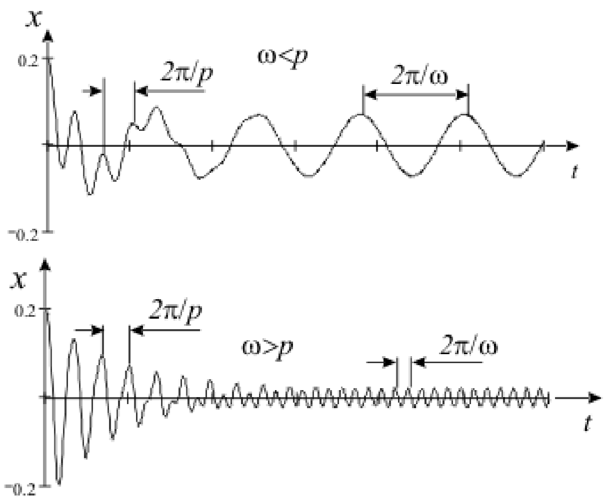

Рисунок 5 – Встановлення стаціонарного коливального процесу

Основне значення має друга частина загального розв'язку (чисто змушені коливання)

$$x = \frac{P_0}{m\sqrt{(p^2-\omega^2)^2 + 4n^2\omega^2}}\sin(\omega t - \varphi)$$

що описує незатухаючі коливання, що встановилися, відбуваються із частотою порушення.

Амплітуда коливань, що встановилися, визначається виразом

$$A = \frac{P_0}{m\sqrt{(p^2-\omega^2)^2 + 4n^2\omega^2}}.$$

Відношення амплітуди A до статичного переміщення називають коефіцієнтом динамічності Кд

$$K_д = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\omega^2/p^2\right)^2 + 4n^2\omega^2/p^4}}.$$

У багатьох випадках технічної реалізації виникає задача про коливання, викликана дією негармонійної (полігармонійної), але періодичної сили

$$P(t) = P(t+T),$$

де T – період зміни сили.

Періодичну функцію можна представити у вигляді ряду Фур'є

$$P(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos k\omega_k t + \sum_{k=0}^{\infty} B_k \sin k\omega_k t$$

Для лінійної системи можна розглянути окремо дію кожного з складових сили, що змушує, і знайти змушені коливання, що встановилися, а потім скласти отримані результати

$$x = \frac{1}{c}\left[\frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{A_k\cos(k\omega t - \varphi_k) + B_k\sin(k\omega_k t - \varphi_k)}{\sqrt{\left(1-\frac{k^2\omega^2}{p^2}\right)^2 + \frac{4n^2\omega^2}{p^4}}}\right]$$

де фаза φ до визначається виразом

$$tg(\varphi_k) = \frac{2nk\omega}{p^2 - k^2\omega^2},$$

Таким чином, рух, викликуваний полігармонійної силою, що змушує, також є полігармонійним. Резонанс наступає щораз, коли частота якої-небудь гармоніки збігається із частотою власних коливань системи (kω = p). Зрозуміло, що відносини між амплітудами коливань системи не дорівнюють відносинам між амплітудами відповідних гармонік сили, що змушує.

У практичних розрахунках часто користуються комплексною формою розв'язання. До неї можна прийти наступним шляхом.

Розглядаючи дію синусоїдальної сили, що змушує, запишемо диференціальне рівняння у вигляді

$$\ddot{x}_1 + 2n\dot{x} + p^2 x_1 = \frac{P_0}{m}\sin\omega t$$

Аналогічно при дії сили, що змушує, маємо

$$\ddot{x}_2 + 2n\dot{x} + p^2 x_2 = \frac{P_0}{m}\cos\omega t \cdot$$

Стаціонарне розв'язання рівняння слід шукати у формі

$$x = Ae^{i\omega t}.$$

Одержимо комплексну амплітуду відгуку системи на гармонійне порушення

$$A^* = \frac{P_0}{(p^2 - \omega^2 + i2n\omega)m}$$

Відношення комплексної амплітуди відгуку до комплексної амплітуди сили, що змушує, називається частотною характеристикою системи, або її передатною функцією

$$W(\omega) = \frac{A^*}{P_0} = \frac{1}{(p^2 - \omega^2 + i2n\omega)m}.$$

Передатні функції механічних систем потрібні для оцінки відгуку системи на випадкові зовнішні впливи.

Висновки. Розглянуто особливості моделювання технологічних истем обробки грунту у комплексній формі та у вигляді ряду Фурьє, що дозволяє порівняти роботу моделі у декількох режимах.

Представлені результати можуть бути використані при імітаційному моделюванні роботи систем обробки грунту для визначення характеристик робочих органів.

Список використаних джерел

1 Бидерман В. Л. Теория механических колебаний: Учебник для вузов. / В. Л. Бидерман. - М.: Высш. школа, 1980. - 408 с.

2 Лурье А. Б. Моделирование сельскохозяйственных агрегатов и их систем управления. / А. Б. Лурье. - Л.: Колос, Ленингр. отд, 1979. - 312 с.

3 Лурье А. Б. Расчет и конструирование сельскохозяйственных машин / А. Б. Лурье, А. А. Громбчевский. - Л.: "Машиностроение", 1977. - 528 с.

Аннотация

ОСОБЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ ПОЧВЫ

Пискарев А. Н.

Представлены особенности математического моделирования технологических процессов обработки почвы в комплексной форме и в виде ряда Фурье.

Abstract

FEATURES OF MATHEMATICAL MODELING PROCESS TILLAGE

A. Piskarev

Presented features of mathematical modeling of technological processestillage in a complex form and in a Fourier series.