УДК. 631. 358

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЗАМКНУТОЙ КОЛЬЦЕВОЙ СКОБЫ С ПОЧВОЙ

Кобец А.С. к.т.н., Науменко Н.Н. к.т.н., Сокол С.П. инж.

(Днепропетровский государственный аграрный университет)

Определяется частота свободных колебаний упругой кольцевой скобы, при взаимодействии с почвой, в процессе ее обработки. Предполагается возбуждение вынужденных колебаний на основной частоте.

Актуальным направлением в сельхозмашиностроении есть проектирование и разработка активных рабочих органов, которые могут быть использованы в технологических операциях по обработке почвы, выкопки корнеплодов и многих других с целью снижения энергозатрат и повышения качества выполнения агротехнических требований на различных типах почв [1, 2].

Создаются теории перемещения вибрационных рабочих органов в сплошной среде и теории вибрационного разрушения почвы. Разработана теория разрушения сельскохозяйственных материалов при их ударном взаимодействии с активными органами машин [3].

Постановка проблемы: Применение вибрации в почвообработке, а именно использование рабочего органа типа вибрирующая скоба позволяет не только уменьшить сопротивление, но и улучшить качество крошения почвы. Такой рабочий орган обеспечивает максимальную потерю межпочвенных связей за счет знакопеременных нагрузок, действующих в нескольких направлениях, что приводит к повышению трещинообразований и, соответственно накоплению влаги и улучшению аэрации почвы.

Выкапывание корнеплодов вибрационными копачами имеет широкое применение во многих машинах известных фирм производителей свеклоуборочной техники (“Кляйне”, “Холмер”, “Ропа” – Германия; “Моро”, “Матро” – Франция; “Тим” – Дания; “Вик” – США). Принцип их работы основан на разрезании почвы режущей кромкой, расшатывании корнеплода и перемещении его в вертикальном направлении. Конструктивным недостатком таких копачей есть использование в их конструкции отрицательного угла вхождения в почву, а это не позволяет их использовать на полную глубину залегания корнеплода, что зачастую приводит к его обрыву. Кроме этого, построенные на таком принципе рабочие органы не создают замкнутого пространства, поэтому воздействие окружающих почвенных комков на корень минимально способствует их треблению.

Анализ исследований и публикаций: Фундаментальные теоретические исследования процесса использования вибрационных рабочих органов при обработке почвы, выкапывании корнеплодов отображены в работах А.А. Дубровского, О.В. Верняева, Г.Н. Гряника, П.М. Василенка, Л.В. Погорелого, В.В. Брея, В.М. Булгакова, И.В. Головача и многих других. Однако в существующих исследованиях с почвой всегда взаимодействует жесткое тело, которое совершает колебания как единое целое.

Цель исследований: обоснование возможности обработки почвы и выкапывания корнеплодов кольцевой скобой при ее упругих колебаниях и определение ее рабочей частоты.

Объект и методика исследований. Рассмотрена возможность взаимодействия с почвой тела упругого, выполненного в виде замкнутой кольцевой скобы [4]. Предполагается, что скоба движется в почве в направлении перпендикулярном плоскости кольца, и совершает изгибные поперечные колебания в плоскости кольца в резонансном режиме, при этом вынужденные колебания наводятся кинематическим возмущением верхней точки кольца.

При движении скобы в почве, каждое ее нормальное сечение (рис. 1, а) совершает колебания амплитуды, u в радиальном направлении взаимодействуя с почвой, каждый элемент длины скобы по ее окружности будет перемещать почву внутрь кольца, одновременно разрушая ее. При этом сила трения (сопротивление передвижению в направлении оси Z) при достаточно высокой частоте колебаний существенно уменьшается.

Для кольца не связанного с материалом частота основного тона колебаний может быть определена выражением [5]:

$$f = \sqrt{\frac{EgI}{\gamma \cdot A\, r^4} \cdot \frac{i^2\left(1-i^2\right)^2}{1+i^2}},$$

где E – модуль упругости материала скобы;

g – ускорение свободного падения;

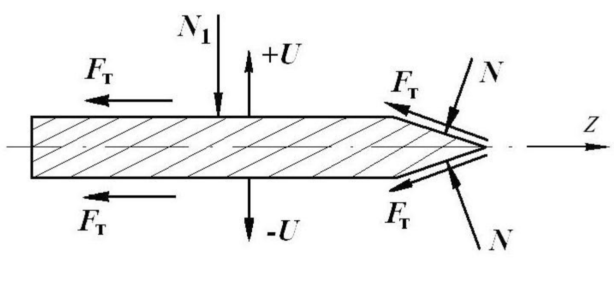
γ – удельный вес материала скобы;

I – осевой момент инерции нормального сечения относительно оси Z;

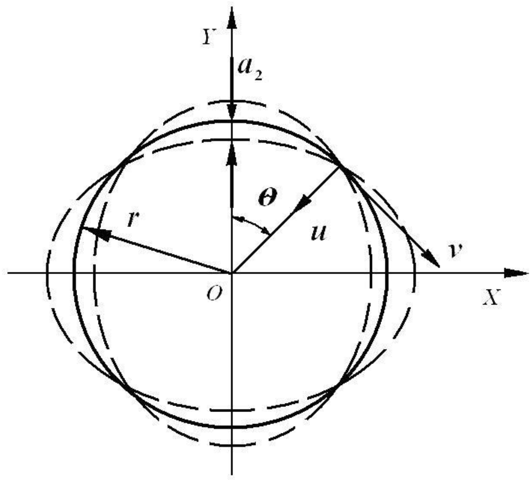
A – площадь поперечного сечения;

r – радиус нейтральной линии недеформированного кольца.

При этом, если $i = 1,$ то $f_1 = 0$ и скоба движется как твердое тело, при $i = 2$ скоба совершает изгибные колебания, соответствующие основной нормальной форме. Крайние положения скобы при этих колебаниях показаны штриховой линией на рис. 1, б.



а)



б)

Рис. 1. Схема замкнутой кольцевой скобы: а) сечение скобы; б) крайние положения скобы, соответствующей основной нормальной форме колебаний

Установим выражение для частоты свободных колебаний кольца, взаимодействующего с почвой и воспользуемся при этом обозначениями, принятыми в работе [5]:

θ – угол, определяющий положение точки осевой линии;

u – радиальное перемещение, принимаемое положительное по направлении к центру;

v – касательное перемещение положительное в направлении возрастания θ.

Представляя по аналогии [5] радиальное перемещение в виде тригонометрического ряда:

$$u = a_1 \cos\theta + a_2 \cos 2\theta + \ldots + b_1 \sin\theta + b_2 \sin 2\theta + \ldots; \tag{1}$$

а касательное перемещение в виде:

$$v = a_1 \sin\theta + \frac{1}{2} a_2 \sin 2\theta + \ldots - b_1 \cos\theta - \frac{1}{2} b_2 \cos 2\theta, \tag{2}$$

для потенциальной энергии изгиба и для кинетической энергии получим соответственно выражения:

$$\Pi = \frac{EI\pi}{2r^3} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \left(1 - i^2\right)^2 \cdot \left(a_i^2 + b_i^2\right); \tag{3}$$

$$T = \frac{\pi\, r \cdot A \cdot \gamma}{2g} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{i^2}\right)\left(\dot{a}_i^2 + \dot{b}_i^2\right), \tag{4}$$

где $a_1, a_2 \ldots b_1, b_2 \ldots$ – функции времени, точкой обозначена производная по времени.

Очевидно, вид формулы (3) не зависит от взаимодействия скобы с почвой, а выражение (4) с учетом присоединяемой при движении кольца массы материала запишется так:

$$T=\frac{\pi\, r\left(A\cdot\gamma+A_1\cdot\gamma_1\right)}{2g}\cdot\sum_{i=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{i^2}\right)\left(\dot{a}_i^2+\dot{b}_i^2\right), \tag{5}$$

где A_1 – площадь поперечного сечения присоединяемого объема материала при колебаниях.

Для определения частоты колебаний составим для рассматриваемой системы уравнения Лагранжа [6], при этом в качестве обобщенных координат примем коэффициенты $a_1, a_2 \ldots b_1, b_2 \ldots$ в выражениях (1, 2). Обобщенную силу, соответствующую возможному перемещению определяемому вариацией $\delta\, a_i$ установим в виде:

$$Q_i^1=-\frac{\partial \Pi}{\partial\, a_i}=-\frac{EI\pi}{r^3}\left(1-i^2\right)^2 a_i.$$

Принимая, что сопротивление R радиальному перемещению кольца в массе почвы, отнесенное к единице длины окружности постоянно, для элементарной работы силы сопротивления на рассматриваемом возможном перемещении можно получить:

$$\delta A=-\,4i\int_0^{(\pi/2i)} R\cdot\delta a_i\cos i\theta\; r d\theta=-\,4R\; r\delta a_i.$$

Полное выражение для обобщенной силы будет иметь вид:

$$Q_i=-\left[\frac{EI\pi}{r^3}\cdot\left(1-i^2\right)^2\cdot a_i+4Rr\right].$$

Так как:

$$\frac{\partial T}{\partial a_i}=0,\qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial\, \dot{a}_i}\right)=\frac{\pi\, r\left(A\cdot\gamma+A_1\cdot\gamma_1\right)}{g}\left(1+\frac{1}{i^2}\right)\ddot{a}_i\,,$$

то уравнение движение для любой формы колебаний примет вид:

$$\frac{\pi\, r\left(A\cdot\gamma+A_1\cdot\gamma_1\right)}{g}\left(1+\frac{1}{i^2}\right)\ddot{a}_i+\frac{EI\pi}{r^3}\left(1-i^2\right)^2 a_i=4Rr,$$

Или

$$\ddot{a}_i+k^2 a_i=C, \tag{6}$$

где $$C = \frac{4 \cdot R \cdot r \cdot g \cdot i^2}{\pi\, r\left(A \cdot \gamma + A_1 \cdot \gamma_1\right)\left(i^2 + 1\right)},$$

$$k = \sqrt{\frac{EIg\left(1 - i^2\right)^2 \cdot i^2}{r^4\left(A \cdot \gamma + A_1 \cdot \gamma_1\right)\left(1 + i^2\right)}}. \qquad (7)$$

Таким образом, в силу принятых предположений, установлено уравнение (6), которое аналогично дифференциальному уравнению колебаний системы с одной степенью свободы при наличии кулонового трения [5]. Частота колебаний для любой формы колебаний может быть установлена формулой (7). При этом для основной формы, при $i = 2$ получим:

$$K_1^0 = \sqrt{\frac{36\, E\, I\, g}{5r^4\left(A \cdot \gamma_1 + A_1 \cdot \gamma_1\right)}}.$$

Приведенные выкладки получены в предположении, что вся скоба движется в почве. Если же с почвой взаимодействует только часть скобы, определяемая глубиной внедрения в почву, то очевидно уменьшится кинетическая энергия присоединяемой при колебаниях массы почвы. Будем считать эту энергию пропорциональной длине работающей части скобы. Тогда формула (5) может быть записана так:

$$T = \frac{\pi\, r\left(A\,\gamma + \beta\, A_i\,\gamma_i\right)}{r\, g} \sum_{i=1}^{\infty}\left(1 + \frac{1}{i^2}\right)\left(a_i^2 + b_i^2\right),$$

где: β - коэффициент пропорциональности.

Следует отметить, что для случая, когда скоба представляет собой полное кольцо число i во всех формулах должно быть целым, при этом колебания будут такими, что в окружности кольца уложится i целых длин волны (число i должно быть больше единицы) [7]. Особенностью деформирования кольца при свободных колебаниях является очевидное отсутствие неподвижных узловых точек. Вынужденные колебания в связи с этим предполагается возбуждать кинематически, задавая движение верхней точке скобы. Пусть для нее при условии, что $i = 2$, $y = a_2$. Тогда, для основной формы колебаний:

$$\varPi = \frac{E \cdot I\pi}{2r^3} \cdot 9a_2^2.$$

$$T = \frac{\pi\, r\left(A\gamma + \beta A_1\gamma_1\right)}{2g} \cdot \frac{5}{4}\dot{a}_2^2 .$$

Так как:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{a}_2}\right) = \frac{5}{4}\frac{\pi\, r\left(A \cdot \gamma + \beta_1 A_1 \cdot \gamma_1\right)}{g}\ddot{a}_2,$$

то уравнение колебаний скобы примет вид:

$$\frac{5}{4}\frac{\pi\, r\left(A \cdot \gamma + \beta_1 A_1 \cdot \gamma_1\right)}{g}\ddot{a}_2 + \frac{E \cdot I\pi}{r^3}9a_2 = 4\, R\, r.$$

Для цикличной частоты в этом случае получим

$$k_1 = \sqrt{\frac{36\, E\, I\, g}{13r^4\left(A \cdot \gamma + \beta_1 A_1 \cdot \gamma_1\right)}}\,. \qquad (8)$$

Как видно из выражения (8) частота колебаний существенно зависит от площади сечения присоединяемого в процессе колебаний объема почвы. Этот объем всегда присоединяется к поверхности кольца с той стороны, в какую движется его сечение. Будем считать площадь сечения присоединяемого объема постоянной и в первом приближении равной произведению ширины скобы на амплитуду вынужденных ее колебаний. Тогда задаваясь амплитудой колебаний и размерами скобы, по формуле (8) можно устанавливать рабочую частоту.

Выводы. 1. Установлена формула для расчета рабочей частоты упругих колебаний скобы при обработке почвы.

2. Требуется экспериментальная проверка и уточнение рекомендуемого значения присоединяемой массы почвы при упругих колебаниях скобы.

Список литературы:

1. Дубровский А.А. Вибрационная техника в сельском хозяйстве. – М.: Машиностроение, 1968. – 204 с.

2. Верняев О.В. Активные рабочие органы культиваторов. – М.: Машиностроение, 1983. – 79 с.

3. Горячкин В.П. Собрание сочинений: Изд. 2-е. – М.: Колос, 1968. – Т.1. – 720 с.; т.2. – 455 с.

4. Рішення Державного департаменту інтелектуальної власності про видачу деклараційного патенту на корисну модель ґрунтообробна скоба по заявці № и 2008 14836 від 11.02.09, № 2983/1.

5. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Наука, 1967. – 444 с.

6. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории упругих колебаний. – М.: Машиностроение, 1967. – 316 с.

7. Ляв А. Математическая теория упругости. – М.: ОНТИ НКТП СССР, 1935. – 531 с.

8. Булгаков В.М., Головач І.В. Теорія вібраційного викопування коренеплодів. Збірник наукових праць НАУ. – Київ: Видавничий центр НАУ, 2003. –Т. XIV, с. 34 – 86.

Анотація

Теоретичні дослідження взаємодії замкненої кільцевої скоби з ґрунтом

Кобець А.С., Науменко М.М., Сокол С.П.

Визначається частота вільних коливань пружної кільцевої скоби, при її взаємодії з ґрунтом під час обробітку. Передбачається збудження вимушених коливань на основній частоті.

Abstract

The theoretical investigation on interaction of closed annular crampon and soil

A.Kobets', N.Naumenko, S.Sokol

The researcher defines the frequency of free fluctuations of elastic annular crampon under the conditions of interaction with soil during its cultivation. The initiation of the forced fluctuations on the basic frequency is supposed.