

Лютенко В.Є.,  
Яковенко А.М.  
Полтавський національний  
технічний університет  
імені Юрія Кондратюка,  
м. Полтава, Україна  
E-mail: vlutik@ukr.net

## ТЕОРЕТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ РУЧНОГО ВІБРАЦІЙНОГО КОТКА

УДК 625.032.43

*Останнім часом все більше уваги приділяється процесу ущільнення на будівництві, а також в сільському господарстві. Це вимагає досконалого вивчення процесу ущільнення і вибору більш раціональних способів його здійснення.*

*Ущільнення є важливою операцією при спорудженні будь-якої земляної споруди. Від якості виконаної операції залежать надійність, міцність, стійкість, водонепроникність споруди, а також термін її служби.*

*Віброущільнення є найбільш ефективним способом ущільнення. Для його виконання ефективно використовується компактна вібраційна техніка (віброкотки, віброплити) яка призначена для ущільнення матеріалів та укладання асфальту на ділянках з обмеженою площею. Компактна техніка застосовується при проведенні ремонтних робіт на невеликих вулицях, тротуарах, велосипедних доріжках та інших об'єктах, де в силу своїх габаритів, не може бути використана більш габаритна техніка.*

*При розрахунку вібраційних котків на статичну й утомлену міцність коливальні процеси конструкцій та їх динамічні навантаження, в цей час, не враховуються. Однак несучу здатність вібраційних котків можна підвищити, якщо у розрахунках при їх проектуванні враховувати їхні амплітудно-частотні характеристики. Відсутність ж уточненої методики розрахунку сучасних вібраційних машин, в тому числі і котків, для поверхневого ущільнення будівельних матеріалів та сумішей ускладнює їхнє проектування і експлуатацію.*

*Для досягнення більш високої достовірності результатів, механічні вібрації нами досліджувались у тісному взаємозв'язку з електромагнітними процесами і в результаті була розроблена математична модель динамічних процесів, з використанням рівняння Лагранжа другого роду, яка включала як диференціальні рівняння руху привідної системи котка так і диференціальне рівняння електромагнітних явищ в асинхронному двигуні. За результати теоретичних досліджень побудовані графіки.*

*В роботі теоретично досліджено, з використанням рівняння Лагранжа другого роду та математичного програмного середовища MathCAD, динаміку механізму привода вібратора ручного вібраційного котка і отримано результати які можуть бути використані при проектуванні, розрахунку та визначенні динамічних навантажень подібних вібраційних машин.*

**Ключові слова:** математична модель, вібрація, віброущільнення, ручний вібраційний коток.

**Вступ.** Ущільнення є однією із найважливіших операцій на будівництві при спорудженні будь-якої земляної споруди. Від якості цієї операції залежать не тільки надійність, міцність, стійкість, водонепроникність споруди, а й рівність покриття, термін його служби і безпека руху.

Компактна вібраційна техніка (віброкотки, віброплити) призначена для ущільнення матеріалу та укладання асфальту на ділянках дорожнього покриття з обмеженою площею. Компактна техніка застосовується при проведенні ремонтних робіт на невеликих вулицях, тротуарах, велосипедних доріжках та інших об'єктах, де в силу своїх габаритів, не може бути використана велика техніка.

У цей час при розрахунку вібраційних котків на статичну й утомлену міцність коливальні процеси конструкцій та їх динамічні навантаження не враховуються. Однак несучу здатність вібраційних котків можна підвищити, якщо у розрахунках при їх проектуванні враховувати їхні амплітудно-частотні характеристики.

Вібрування є прогресивним методом ущільнення, що отримує значне розповсюдження. Цим і пояснюється наявність у цей час великої кількості різних типів вібромашин. Відсутність ж уточненої методики розрахунку сучасних вібраційних машин, в тому числі і котків, для поверхневого ущільнення будівельних матеріалів та сумішей ускладнює їхнє проектування і експлуатацію.

Дослідженню та аналізу вібраційної техніки, в тому числі і котків присвячені праці науковців Баладінського В. Л., Назаренка І.І, Ловейкіна В.С, Бородачова І.П., Єлисєєва В.В. та інш. У цих роботах котки описувалися різними розрахунковими схемами і їх динамічні системи розглядалися як одно – та двомасові коливальні системи, які давали можливість визначати частоти власних коливань [2, 3, 7].

Дослідженню коливальних явищ механічних систем також присвячені праці зарубіжних вчених Коллаца Л. [3] і Тондла А. [4], Йагадіша Н. [6], Каплана Д. [7].

Для забезпечення високої достовірності результатів механічні вібрації слід досліджувати у тісному взаємозв'язку з електромагнітними процесами [6 – 7], тому нами зроблена математична модель динамічних процесів, з використанням рівняння Лагранжа другого роду, яка включає як диференціальні рівняння руху привідної системи котка так і диференціальне рівняння електромагнітних явищ в асинхронному двигуні.

**Постановка проблеми.** Метою статті є висвітлення результатів математичного моделювання коливальних процесів, з використанням рівняння Лагранжа другого роду, при роботі ручного вібраційного котка та визначення динамічних навантажень на його елементи.

**Результати дослідження.** Як уже відзначалось, сучасні вібраційні котки являють собою пружну багатомасову систему, що володіє нескінченним числом ступенів вільності. Однак можна виділити найбільш характерні елементи: це рама котка, валець з дебалансним валом та його привід.

Розглянемо, нами спроектований і виготовлений, ручний вібраційний коток як двомасову систему (рис.1). Для складання рівнянь руху та електромагнітного стану електродвигуна привода скористаємося рівнянням Лагранжа другого роду у формі:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial q_i} = Q_{q_i}, \quad (1)$$

де  $i = 1, 2$ ;  $T$  – кінетична енергія;  $\Pi$  – потенційна енергія;  $\Phi$  – функція Релея, функція опору (дисипативна функція);  $q_i$  – узагальнена координата;  $Q_{q_i}$  – узагальнена сила, що відповідає координаті  $q_i$ .

Кінетична енергія системи:

$$T = J_1 \frac{\omega_1^2}{2} + J_2 \frac{\omega_2^2}{2}, \quad (2)$$

де  $J_1$  – зведений до дебалансного вала момент інерції ротора електродвигуна з ведучим шківом клинопасової передачі;  $J_2$  – момент інерції дебалансного вала з веденим шківом клинопасової передачі;  $\omega_1, \omega_2$  – кутові швидкості відповідно першої і другої мас.

Потенційна енергія системи:

$$\Pi = c(\varphi_1 r_1 - \varphi_2 r_2)^2, \quad (3)$$

де  $c$  – приведений коефіцієнт жорсткості клинового паса на розтяг;  $\varphi_1, \varphi_2$  – кути повороту відповідно першої і другої мас;  $r_1, r_2$  – радіуси відповідно ведучого і веденого шківів.

Дисипативна функція:

$$\Phi = \nu(\omega_1 r_1 - \omega_2 r_2)^2, \quad (4)$$

де  $\nu$  – коефіцієнт в'язкого тертя клинового паса на розтяг.

Тоді можемо записати наступні вирази:

$$\begin{aligned} Q_1 &= M_E = M(t); \\ Q_2 &= -M_0, \end{aligned} \quad (5)$$

де  $M_E = M(t)$  – зведений до дебалансного вала момент електродвигуна;  $M_0$  – момент опору.

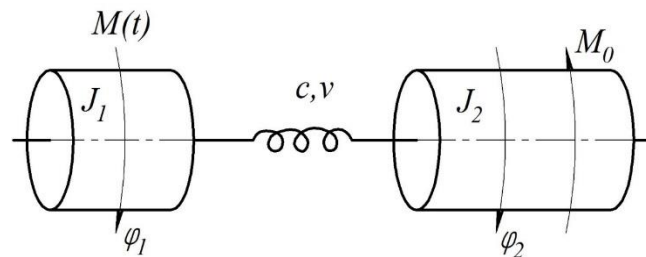


Рис. 1 – Розрахункова схема ручного вібраційного котка

Подальший розв'язок рівняння (1) буде мати наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \omega_1} \right) &= J_1 \dot{\omega}_1; \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \omega_2} \right) = J_2 \dot{\omega}_2; \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = 0; \\ \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_1} &= 2c(\varphi_1 r_1 - \varphi_2 r_2) r_1; \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_2} = 2c(\varphi_1 r_1 - \varphi_2 r_2) r_2; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \omega_1} = 2\nu(\omega_1 r_1 - \omega_2 r_2) r_1; \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \omega_2} &= -2\nu(\omega_1 r_1 - \omega_2 r_2) r_2; \quad \varphi_1' = \omega_1; \quad \varphi_2' = \omega_2; \\ J_1 \dot{\omega}_1 + 2c(\varphi_1 r_1 - \varphi_2 r_2) r_1 + 2\nu(\omega_1 r_1 - \omega_2 r_2) r_1 &= M(t); \\ J_2 \dot{\omega}_2 - 2c(\varphi_1 r_1 - \varphi_2 r_2) r_2 - 2\nu(\omega_1 r_1 - \omega_2 r_2) r_2 &= -M_0; \end{aligned} \quad (6)$$

Для зручності рішення на ЕОМ системи рівнянь з використанням застосунку MathCAD приводимо її до такого вигляду:

$$\varphi_1' = \omega_1;$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_1 &= -\frac{2cr_1^2 \varphi_1}{J_1} + \frac{2c\varphi_2 r_1 r_2}{J_1} - \frac{2\nu r_1^2 \omega_1}{J_1} + \frac{2\nu \omega_2 r_1 r_2}{J_1} + \frac{M_E}{J_1}; \\ \varphi_2' &= \omega_2; \\ \dot{\omega}_2 &= \frac{2c\varphi_1 r_1 r_2}{J_2} - \frac{2cr_2^2 \varphi_2}{J_2} + \frac{2\nu \omega_1 r_1 r_2}{J_2} - \frac{2\nu r_2^2 \omega_2}{J_2} - \frac{M_0}{J_2}; \\ M_E &= \frac{A_2 u}{A_1} \omega_1 + \frac{1}{A_1} M_E - \frac{A_0 u}{A_1}, \end{aligned} \quad (7)$$

де в диференційній залежності моменту двигуна [5]  $A_0, A_1, A_2$  – постійні електродвигуна. Значення постійних визначаються виразами:

$$A_0 = \frac{2M_k}{S_k}; A_1 = \frac{1}{\omega_0 S_k}; A_2 = \frac{2M_k}{\omega_0 S_k}, \quad (8)$$

де  $M_k$  – критичний момент електродвигуна;  $S_k$  – критичне ковзання ротора;  $\omega_0$  – синхронна кутова швидкість електродвигуна;  $u = \frac{\omega_1}{\omega_2}$  – передавальне число клинопасової передачі.

Здійснюємо заміну:

$$\varphi_1 = z(t); \varphi_2 = q(t); M_E = M(t); \dot{\varphi}_1 = \omega_1 = \dot{z}(t);$$

$$K(t) = \omega_1; N(t) = \omega_2; \dot{\varphi}_2 = \omega_2 = \dot{q}(t); \omega_1 = V(t); \omega_2 = D(t). \quad (9)$$

Початкові умови наступні:

$$z(0) = 0; q(0) = 0; V(0) = 0; d(0) = 0; K(0) = 0; N(0) = 0; M(0) = 0. \quad (10)$$

Таблиця 1

Параметри привода ручного віброкотка

Параметри	Одиниці вимірювання	Числові значення	Параметри	Одиниці вимірювання	Числові значення
$J_1$	кг·м <sup>2</sup>	0,031	$u$	–	1,2
$J_2$	кг·м <sup>2</sup>	0,0009	$\nu$	Нс	25
$M_0$	Нм	2,84	$C$	Нм/рад	19286
$\omega_1$	с <sup>-1</sup>	157	$r_1$	м	0,075
$\omega_2$	с <sup>-1</sup>	188	$r_2$	м	0.1

Таблиця 2

Значення постійних електродвигуна привода ручного віброкотка

Тип електродвигуна	Режим роботи електродвигуна	Кутова швидкість ротора електродвигуна, рад/с	Постійні електродвигуна		
			$A_0$	$A_1$	$A_2$
4AA63B2Y3 N = 0,55 кВт n = 1500 об/хв	Робоча характеристика	157	2842	-0,0124	-36,18

Розв'язання системи рівнянь (7) робимо для механізму привода віброкотка з електроприводом, що мають параметри, наведені в таблицях 1 і 2 (рис. 2 – 3).

Розв'язуючи систему диференціальних рівнянь (7) визначасмо також прискорення  $K(t)$  маси  $J_1$  та  $N(t)$  маси  $J_2$  (рис. 4).

У результаті розв'язання одержуємо значення моменту електродвигуна механізму привода віброкотка, кутові переміщення і швидкості привода та дебалансного вала, а також їх кутові прискорення.

Побудований за виконаними розрахунками графік зміни моменту електродвигуна привода віброкотка у функції часу (рис. 2 – 4) показує, що розгін привода дебалансного вала триває близько 0,4 с від моменту його включення. Максимального значення момент досягає при  $t = 0,3$  с від початку пуску.

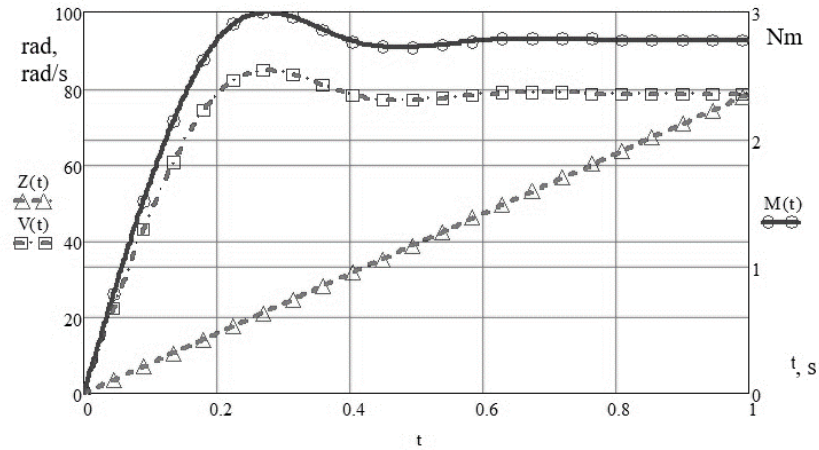


Рис. 2 – Зміна кутового переміщення маси  $Z(t) = \varphi_1$ , кутової швидкості  $V(t) = \varphi'_1 = Z'(t)$  та моменту електродвигуна привода вібратора  $M(t)$  (з згасанням)

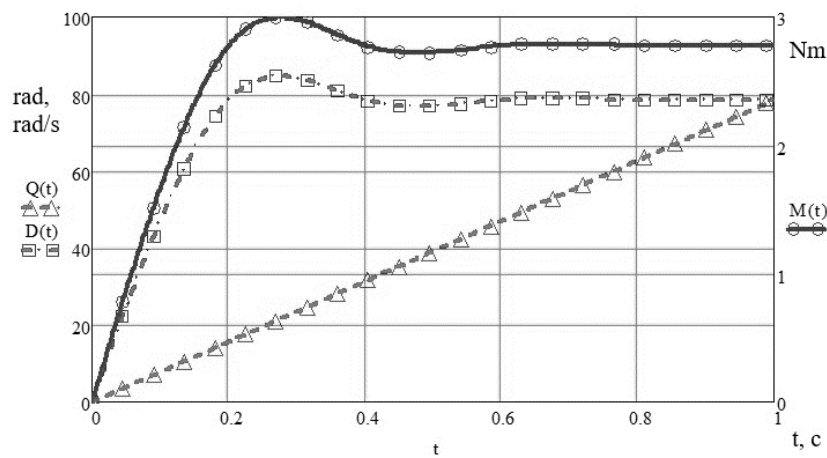


Рис. 3 – Зміна кутового переміщення маси  $Q(t) = \varphi_2$ , кутової швидкості  $D(t) = \varphi'_2 = Q'(t)$  та моменту електродвигуна привода вібратора  $M(t)$  (з згасанням)

Побудований, за виконаними розрахунками, графік зміни прискорення дебалансного вала  $N(t)$  показує, що прискорення має коливальний характер маси  $J_2$ . Графіки (рис. 4) також показують, що після 0,8 с прискорення дебалансного вала  $N(t)$  дорівнює нулю і рух набуває рівномірного характеру, як видно із графіка зміни моменту електродвигуна привода вібратора  $M(t)$ .

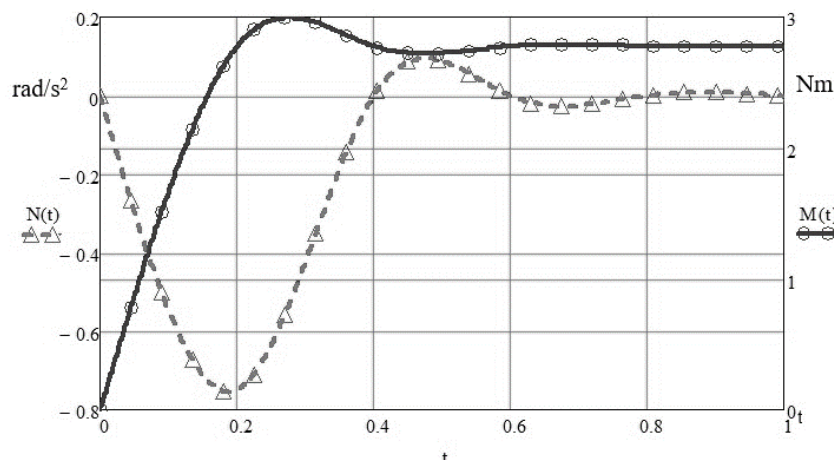


Рис. 4 – Зміна кутового прискорення дебалансного вала  $N(t) = \omega'_2 = \varphi''_2 = Q''(t)$  та моменту електродвигуна привода вібратора  $M(t)$  (з згасанням)

Для перехідних процесів, показаних на рис. 2, 3 і 4, характерне коливання електромагнітного моменту, кутової швидкості і прискорень дебалансного вала. Тому розрахунок робочих режимів ручного вібраційного котка необхідно виконувати на основі рівнянь електромеханічного стану системи.

Використання числових методів інтегрування диференціальних рівнянь руху і електромагнітного стану дає можливість використовувати запропоновану методика для розрахунку динамічних навантажень у електромашинній та механічній системах вібраційних котків.

#### **Висновки.**

1. В роботі теоретично досліджено, з використанням рівняння Лагранжа другого роду та математичного програмного середовища MathCAD, динаміку механізму привода вібратора ручного вібраційного котка.

2. Отримані результати дослідження механізму привода вібраційного котка, з використанням математичного програмного середовища MathCAD, можуть бути використані при проектуванні, розрахунку та визначенні динамічних навантажень подібних вібраційних машин.

#### **Література:**

1. Баладінський В. Л., Назаренко І.І., Онищенко О. Г. Будівельна техніка: Підручник. – Київ-Полтава: КНУБА-ПНТУ, 2002. – 463 с.
2. Елисеєв В.В. Новые конструкции электромеханических вибраторов. «Строительное и дорожное машиностроение», 1996, №7. С. 24-28.
3. Коллац Л. Задачи на собственные значения: Монография.– М.:Наука, 1968.– 504 с.
4. Тондл А. Автоколебания механических систем: Монография.–М.: Мир, 1979.– 432 с.
5. Ключев В.И. Ограничение динамических нагрузок электропривода / В.И. Ключев. – М.: Энергия, 1976. – 320 с.
6. Jagadish, H. P. Robust Sensorless Speed Control of Induction Motor with DTC and Fuzzy Speed Regulator / H. P. Jagadish, S. F. Kodad // International Journal of Electrical and Electronics Engineering. – 2011. – № 5. – P. 17–27.
7. Kaplan, D. Understanding Nonlinear Dynamics / D. Kaplan, L. Glass. – New York: Springer-Verlag, 1995. – 420 p.

#### **Summary**

**Liutenko V. Ye. , Yakovenko A.M.** Theoretical research pet vibratory compactor

*Recently, more and more attention is paid to the sealing process in construction, as well as in agriculture. This requires a thorough study of the process of compaction and the choice of more rational ways of implementing it.*

*Sealing is an important operation in the construction of any excavation facility. The quality of the performed operation depends on the reliability, strength, durability, waterproofing of the structure, as well as the duration of its service.*

*Vibration sealing is the most effective sealing method. For its implementation effectively used compact vibrating technology (vibrating cubes, vibroplates), which is intended for compaction of materials and laying of asphalt in areas with a limited area. Compact technology is used for repairs on small streets, sidewalks, cycling paths and other objects where, due to its size, more dimensional technology can not be used.*

*When calculating vibration rollers for static and tired strength, the oscillatory processes of structures and their dynamic loads, at this time, are not taken into account. However, the capacity of the vibration rollers can be increased if the calculations in their design take into*

*account their amplitude-frequency characteristics. The lack of a precise method for calculating modern vibration machines, including rollers, for the surface sealing of building materials and mixtures complicates their design and operation.*

*The study of the vibrational phenomena of mechanical systems and the analysis of vibration equipment, including the rollers, is devoted to the work of a number of domestic and foreign scientists. In these works rollers were described by different calculation schemes and their dynamical systems were considered as one and two mass oscillatory systems, which made it possible to determine the frequency of oscillations and dynamic loads on the constructions considered.*

*To achieve higher accuracy of the results, mechanical vibrations were studied in close connection with electromagnetic processes and as a result a mathematical model of dynamic processes was developed using the Lagrange equation of the second kind, which included both differential equations of motion of the drive system of the roller and the differential equation of the electromagnetic phenomena in the asynchronous engine. According to the results of theoretical studies, graphs are constructed.*

*For the transient processes shown in the charts, characteristic oscillation of the electromagnetic moment, angular velocity and acceleration of the unbalanced shaft. Therefore, the calculation of operating modes of manual vibration roller must be performed on the basis of the equations of the electromechanical state of the system.*

*The theoretical study, with the use of the second-generation Lagrange equation and mathematical software environment MathCAD, dynamics of the mechanism of actuation of the vibrator of a manual vibration roller theoretically, and obtained results that can be used for designing, calculating and determining the dynamic loads of such vibration machines.*

**Keywords:** *mathematical model, vibration, vibrocompaction, pet vibratory compactor.*

## References

1. Baladinskij V. L., Nazarenko I.I., Onishenko O. G. *Budivselna tehnika: Pidruchnik.* – Kiyiv-Poltava: KNUBA-PNTU, 2002. – 463 s.
2. Eliseev V.V. *Novye konstrukcii elektromekhanicheskikh vibratorov.* «Stroitelnoe i dorozhnoe mashinostroenie», 1996, №7. S. 24-28.
3. Kollac L. *Zadachi na sobstvennye znacheniya: Monografiya.* – M.: Nauka, 1968. – 504 s.
4. Tondl A. *Avtokolebaniya mekhanicheskikh sistem: Monografiya.* – M.: Mir, 1979. – 432 s.
5. Klyuchev V.I. *Ogranichenie dinamicheskikh nagruzok elektroprivoda / V.I. Klyuchev.* – M.: Energiya, 1976. – 320 s.
6. Jagadish, H. P. Robust Sensorless Speed Control of Induction Motor with DTFC and Fuzzy Speed Regulator / H. P. Jagadish, S. F. Kodad // *International Journal of Electrical and Electronics Engineering.* – 2011. – № 5. – P. 17–27.
7. Kaplan, D. *Understanding Nonlinear Dynamics / D. Kaplan, L. Glass.* – New York: Springer-Verlag, 1995. – 420 p.