

## ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИЛОВИХ ТРАНСФОРМАТОРІВ

Плешков П. Г., Кубкін М. В., Зінзура В. В.

Кіровоградський національний технічний університет

Запропоновано методику отримання передаточних функцій силового трансформатора на підставі схеми заміщення трансформатора з лінійними зосередженими параметрами.

**Постановка проблеми.** Силовий трансформатор (СТ) є одним із основних елементів електричної мережі. При розрахунках режимів роботи останніх (особливо пов'язаних з якістю електроенергії), а також при діагностуванні технічного стану СТ, виникає потреба представлення моделі трансформатора в частотній області.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Передаточні функції (ПФ) СТ можна отримати двома шляхами: теоретично та практично. Теоретичний пов'язан з аналітичним розрахунком ПФ за схемою заміщення [1]; практичний — в експериментальному отриманні частотних характеристик СТ за якими потім визначається ПФ СТ [2–6].

Хоча експериментальний спосіб є найбільш точним, проте для реалізації він потребує достатньо коштовного обладнання. При цьому отримана ПФ втрачає властивість загальності і буде справедлива лише для СТ на якому відбувались вимірювання.

Аналітично ПФ СТ можна отримати за схемою заміщення із зосередженими параметрами або схемою заміщення із розподіленими параметрами. Складання останньої представляє собою певну складність, так як неможливо безпосередньо визначити за паспортними даними СТ значення розподілених параметрів.

**Мета статті.** Отримати ПФ силового трансформатора за напругою та струмом на підставі схеми заміщення із зосередженими параметрами.

**Основні матеріали дослідження.** Для знаходження передаточних функцій силового трансформатора за напругою та струмом розглянемо схему заміщення з лінійними зосередженими параметрами однієї фази трансформатора (рис. 1). (Така схема буде достатньо адекватна при частотах до 10 кГц). [7]

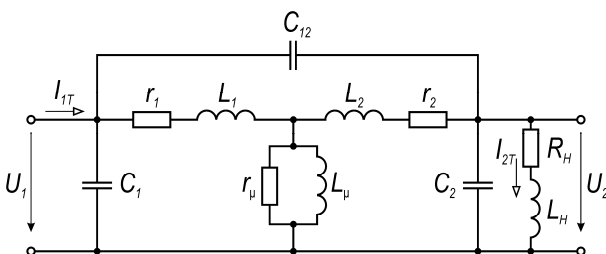


Рисунок 1 — Схема заміщення трансформатора

На схемі:  $r_1, L_1$  — активний опір та індуктивність розсіювання первинної обмотки,  $r_2, L_2$  — активний опір та індуктивність розсіювання вторинної обмотки;  $r_\mu, L_\mu$  — активний опір та індуктивність гілки намагнічування;  $R_\mu, L_\mu$  — активний опір та індуктивність

навантаження трансформатора;  $C_1, C_2$  — еквівалентна ємність по відношенню до землі первинної та вторинної обмоток відповідно;  $C_{12}$  — взаємна ємність первинної та вторинної обмоток. Параметри моделі  $r_2, L_2, R_\mu, L_\mu, C_2$  приведені до напруги  $U_1$ .

Передаточна функція за напругою  $W_{TU}(s)$  визначається як відношення зображень вторинної напруги до первинної:

$$W_{TU}(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)}, \quad (1)$$

де  $U_2(s)$  — зображення *приведеної* вторинної напруги;  $U_1(s)$  — зображення первинної напруги.

Аналогічно передаточна функція трансформатора за вторинним струмом:

$$W_{TI2}(s) = \frac{I_{2T}(s)}{U_1(s)}, \quad (2)$$

де  $I_{2T}(s)$  — зображення *приведеного* вторинного струму (струму навантаження) трансформатора.

Для знаходження зображень  $U_2(s)$  та  $I_{2T}(s)$  представимо схему заміщення (рис. 1) в операторній формі (рис. 2) і складемо для неї рівняння за законами Кірхгофа:

$$\begin{cases} I_{1T}(s) - I_1(s) - I_4(s) - I_6(s) = 0; \\ I_1(s) - I_2(s) - I_3(s) = 0; \\ I_2(s) + I_6(s) - I_5(s) = 0; \\ Z_1(s)I_1(s) + Z_3(s)I_3(s) - Z_4(s)I_4(s) = 0; \\ Z_2(s)I_2(s) + Z_5(s)I_5(s) - Z_3(s)I_3(s) = 0; \\ Z_6(s)I_6(s) - Z_1(s)I_1(s) - Z_2(s)I_2(s) = 0; \\ U_1(s) - Z_4(s)I_4(s) = 0; \end{cases} \quad (3)$$

де  $Z_1(s) = r_1 + sL_1$ ,  $Z_2(s) = r_2 + sL_2$ ,  $Z_3(s) = \frac{r_\mu \cdot sL_\mu}{r_\mu + sL_\mu}$ ,

$Z_4(s) = \frac{1}{sC_1}$ ,  $Z_5(s) = (R_\mu + sL_\mu) \parallel (1/sC_2)$ ,  $Z_6(s) = \frac{1}{sC_{12}}$ .

Розв'язавши (3) отримаємо:

$$I_5(s) = \frac{U_1(s)}{Z} Z_1(Z_2 + Z_3) + Z_3(Z_2 + Z_6); \quad (4)$$

де

$$Z = Z_1 [Z_2 (Z_5 + Z_6) + Z_3 (Z_5 + Z_6) + Z_5 Z_6] + Z_3 [Z_2 (Z_5 + Z_6) + Z_5 Z_6].$$

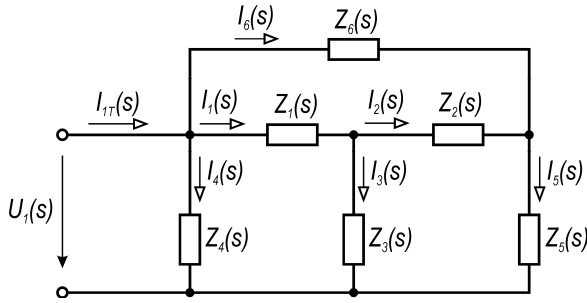


Рисунок 2 — Схема заміщення трансформатора в операторній формі

Зображення напруги  $U_2(s)$  визначимо як

$$U_2(s) = I_5(s) Z_5(s). \quad (5)$$

Підставивши в (5) зображення струму  $I_5(s)$  з (4) після перетворень отримуємо:

$$W_{TU}(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{a_5 s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s}{b_5 s^5 + b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}, \quad (6)$$

де  $a_5 = a_{5L} L_H = (C_{12} L_1 L_2 L_\mu) L_H$ ;

$$a_4 = a_{4R} R_H + a_{4L} L_H = (C_{12} L_1 L_2 L_\mu) R_H + (C_{12} L_1 L_2 r_\mu + C_{12} L_1 L_\mu r_2 + C_{12} L_1 L_\mu r_\mu + C_{12} L_2 L_\mu r_1 + C_{12} L_2 L_\mu r_\mu) L_H;$$

$$a_2 = a_{2R} R_H + a_{2L} L_H = [C_{12} (L_1 r_2 r_\mu + L_2 r_1 r_\mu + L_\mu r_1 r_2 + L_\mu r_1 r_\mu + L_\mu r_2 r_\mu)] R_H + (C_{12} r_1 r_2 r_\mu + L_\mu r_\mu) L_H;$$

$$a_1 = a_{1R} R_H = (C_{12} r_1 r_2 r_\mu + L_\mu r_\mu) R_H;$$

$$b_5 = b_{5L} L_H = (C_{12} L_1 L_2 L_\mu + C_2 L_1 L_2 L_\mu) L_H;$$

$$b_4 = b_{4R} R_H + b_{4L} L_H = (C_{12} L_1 L_2 L_\mu + C_2 L_1 L_2 L_\mu) R_H + (C_{12} L_1 L_2 r_\mu + C_{12} L_1 L_\mu r_2 + C_{12} L_1 L_\mu r_\mu + C_{12} L_2 L_\mu r_1 + C_{12} L_2 L_\mu r_\mu + C_2 L_1 L_2 r_\mu + C_2 L_1 L_\mu r_2 + C_2 L_1 L_\mu r_\mu + C_2 L_2 L_\mu r_1 + C_2 L_2 L_\mu r_\mu) L_H;$$

$$b_3 = b_{30} + b_{3R} R_H + b_{3L} L_H = L_1 L_2 L_\mu + (C_{12} L_2 L_\mu r_1 + C_2 L_2 L_\mu r_1 + C_{12} L_1 L_\mu r_2 + C_2 L_1 L_\mu r_2 + C_{12} L_1 L_2 r_\mu + C_2 L_1 L_2 r_\mu + C_{12} L_1 L_\mu r_\mu + C_2 L_1 L_\mu r_\mu + C_{12} L_2 L_\mu r_\mu + C_2 L_2 L_\mu r_\mu) R_H + (L_1 L_\mu + C_{12} L_\mu r_1 r_2 + C_2 L_\mu r_1 r_2 + C_{12} L_2 r_1 r_\mu + C_2 L_2 r_1 r_\mu + C_{12} L_\mu r_2 r_\mu + C_2 L_\mu r_2 r_\mu) L_H;$$

$$b_2 = b_{20} + b_{2R} R_H + b_{2L} L_H = L_2 L_\mu r_1 + L_1 L_\mu r_2 + L_1 L_2 r_\mu + L_1 L_\mu r_\mu + L_2 L_\mu r_\mu + (L_1 L_\mu + C_{12} L_\mu r_1 r_2 + C_2 L_\mu r_1 r_2 + C_{12} L_2 r_1 r_\mu + C_2 L_2 r_1 r_\mu + C_{12} L_\mu r_2 r_\mu + C_2 L_\mu r_2 r_\mu) R_H + (L_\mu r_1 + L_1 r_\mu + L_\mu r_\mu + C_{12} r_1 r_2 r_\mu + C_2 r_1 r_2 r_\mu) L_H;$$

$$b_1 = b_{10} + b_{1R} R_H + b_{1L} L_H = L_\mu r_1 r_2 + L_2 r_1 r_\mu + L_\mu r_1 r_\mu + L_1 r_2 r_\mu + L_\mu r_2 r_\mu + (L_\mu r_1 + L_1 r_\mu + L_\mu r_\mu + C_{12} r_1 r_2 r_\mu + C_2 r_1 r_2 r_\mu) R_H + (r_1 r_\mu) L_H;$$

$$b_0 = b_{00} + b_{0R} R_H = r_1 r_\mu r_2 + (r_1 r_\mu) R_H.$$

Так як вторинний струм трансформатора  $I_{2\tau}(s)$  являє собою струм навантаження, то його можна знайти як:

$$I_{2\tau}(s) = \frac{U_2(s)}{Z_H(s)} = \frac{U_2(s)}{R_H + sL_H}.$$

Враховуючи це, передаточна функція силового трансформатора за вторинним струмом буде:

$$W_{T2}(s) = \frac{I_{2\tau}(s)}{U_1(s)} = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} \frac{1}{R_H + sL_H} = \frac{d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s}{b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0},$$

де  $d_4 = C_{12} L_1 L_2 L_\mu$ ;

$$d_3 = C_{12} L_1 L_2 r_\mu + C_{12} L_1 L_\mu r_2 + C_{12} L_1 L_\mu r_\mu + C_{12} L_2 L_\mu r_1 + C_{12} L_2 L_\mu r_\mu;$$

$$d_2 = C_{12} L_1 r_2 r_\mu + C_{12} L_2 r_1 r_\mu + C_{12} L_\mu r_1 r_2 + C_{12} L_\mu r_1 r_\mu + C_{12} L_\mu r_2 r_\mu;$$

$$d_1 = C_{12} r_1 r_2 r_\mu + L_\mu r_\mu.$$

Значення коефіцієнтів ПФ для СТ 10/0,4 кВ наведені в табл. 1-3. В якості прикладу на рис. 4 зображено ПФ  $W_{TU}(s)$  для трансформатора ТМ-1000/10.

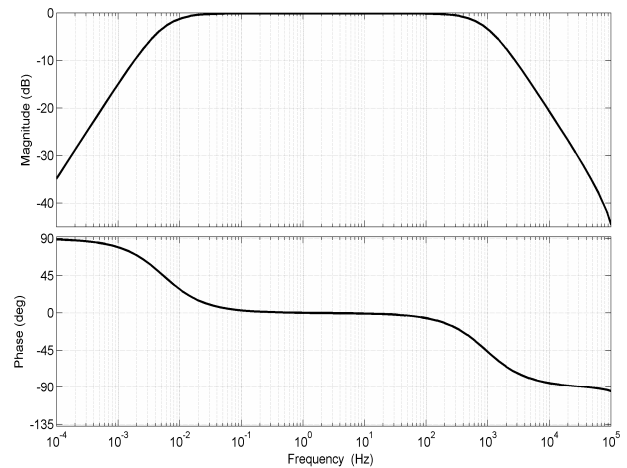


Рисунок 4 — ПФ СТ ТМ-1000/10 за напругою ( $R_H = 100$  Ом,  $L_H = 0$ )

**Висновки.** Отримані залежності дають змогу визначити ПФ силових трансформаторів в діапазоні частот до 10 кГц за паспортними даними. Аналогічно можна отримати ПФ СТ за первинним струмом.

Таблиця 1 — Коефіцієнти полінома чисельника ПФ  $W_{TU}(s)$  для СТ 10/0,4 кВ

	$a_{5L}$	$a_{4R}$	$a_{4L}$	$a_{3R}$	$a_{3L}$	$a_{2R}$	$a_{2L}$	$a_{1R}$
TM-25/10	1.088E-09	1.088E-09	8.093E-03	8.093E-03	1.800E+00	1.800E+00	3.460E+08	3.460E+08
TM-40/10	3.068E-10	3.068E-10	2.446E-03	2.446E-03	4.775E-01	4.775E-01	1.608E+08	1.608E+08
TM-63/10	8.917E-11	8.917E-11	8.157E-04	8.157E-04	1.422E-01	1.422E-01	8.202E+07	8.202E+07
TM-100/10	2.443E-11	2.443E-11	2.292E-04	2.292E-04	3.847E-02	3.847E-02	3.627E+07	3.627E+07
TM-160/10	6.980E-12	6.980E-12	6.806E-05	6.806E-05	9.314E-03	9.314E-03	1.658E+07	1.658E+07
TM-250/10	1.527E-12	1.527E-12	1.085E-05	1.085E-05	1.278E-03	1.278E-03	4.042E+06	4.042E+06
TM-400/10	4.501E-13	4.501E-13	5.302E-06	5.302E-06	5.562E-04	5.562E-04	3.121E+06	3.121E+06
TM-630/10	1.846E-13	1.846E-13	1.763E-06	1.763E-06	1.323E-04	1.323E-04	1.304E+06	1.304E+06
TM-1000/10	5.602E-14	5.602E-14	5.730E-07	5.730E-07	3.450E-05	3.450E-05	6.663E+05	6.663E+05
TM-1600/10	1.463E-14	1.463E-14	1.792E-07	1.792E-07	1.177E-05	1.177E-05	3.345E+05	3.345E+05
TM-2500/10	7.562E-15	7.562E-15	1.033E-07	1.033E-07	5.814E-06	5.814E-06	2.996E+05	2.996E+05

Таблиця 2 — Коефіцієнти полінома знаменника ПФ  $W_{TU}(s)$  для СТ 10/0,4 кВ

	$b_{5L}$	$b_{4R}$	$b_{4L}$	$b_{30}$	$b_{3R}$	$b_{3L}$	$b_{20}$	$b_{2R}$	$b_{2L}$	$b_{10}$	$b_{1R}$	$b_{1L}$	$b_{00}$	$b_{0R}$
TM-25/10	1.538E-09	1.538E-09	1.144E-02	2.175E+01	1.144E-02	9.558E+01	1.619E+08	9.558E+01	3.462E+08	3.601E+10	3.462E+08	4.522E+07	2.351E+09	4.522E+07
TM-40/10	4.564E-10	4.564E-10	3.639E-03	6.135E+00	3.639E-03	4.105E+01	4.891E+07	4.105E+01	1.609E+08	9.551E+09	1.609E+08	1.799E+07	5.342E+08	1.799E+07
TM-63/10	1.402E-10	1.402E-10	1.282E-03	1.783E+00	1.282E-03	1.816E+01	1.631E+07	1.816E+01	8.207E+07	2.843E+09	8.207E+07	7.874E+06	1.364E+08	7.874E+06
TM-100/10	4.086E-11	4.086E-11	3.834E-04	4.886E-01	3.834E-04	7.799E+00	4.585E+06	7.799E+00	3.629E+07	7.694E+08	3.629E+07	3.141E+06	3.329E+07	3.141E+06
TM-160/10	1.251E-11	1.251E-11	1.220E-04	1.396E-01	1.220E-04	3.419E+00	1.361E+06	3.419E+00	1.659E+07	1.863E+08	1.659E+07	1.123E+06	6.306E+06	1.123E+06
TM-250/10	2.942E-12	2.942E-12	2.090E-05	3.054E-02	2.090E-05	1.141E+00	2.169E+05	1.141E+00	4.045E+06	2.556E+07	4.045E+06	3.010E+05	9.510E+05	3.010E+05
TM-400/10	9.417E-13	9.417E-13	1.109E-05	9.001E-03	1.109E-05	5.312E-01	1.060E+05	5.312E-01	3.122E+06	1.112E+07	3.122E+06	1.781E+05	3.173E+05	1.781E+05
TM-630/10	4.209E-13	4.209E-13	4.020E-06	3.691E-03	4.020E-06	2.734E-01	3.525E+04	2.734E-01	1.305E+06	2.646E+06	1.305E+06	6.543E+04	6.635E+04	6.543E+04
TM-1000/10	1.403E-13	1.403E-13	1.435E-06	1.120E-03	1.435E-06	1.304E-01	1.146E+04	1.304E-01	6.667E+05	6.900E+05	6.667E+05	2.275E+04	1.177E+04	2.275E+04
TM-1600/10	4.059E-14	4.059E-14	4.971E-07	2.926E-04	4.971E-07	5.467E-02	3.584E+03	5.467E-02	3.347E+05	2.353E+05	3.347E+05	1.153E+04	4.052E+03	1.153E+04
TM-2500/10	2.325E-14	2.325E-14	3.175E-07	1.512E-04	3.175E-07	4.390E-02	2.065E+03	4.390E-02	2.997E+05	1.163E+05	2.997E+05	4.565E+03	8.856E+02	4.565E+03

Таблиця 3 — Коефіцієнти полінома чисельника ПФ  $W_{T12}(s)$  для СТ 10/0,4 кВ

	$d_4$	$d_3$	$d_2$	$d_1$
TM-25/10	1.088E-09	8.093E-03	1.800E+00	3.460E+08
TM-40/10	3.068E-10	2.446E-03	4.775E-01	1.608E+08
TM-63/10	8.917E-11	8.157E-04	1.422E-01	8.202E+07
TM-100/10	2.443E-11	2.292E-04	3.847E-02	3.627E+07
TM-160/10	6.980E-12	6.806E-05	9.314E-03	1.658E+07
TM-250/10	1.527E-12	1.085E-05	1.278E-03	4.042E+06
TM-400/10	4.501E-13	5.302E-06	5.562E-04	3.121E+06
TM-630/10	1.846E-13	1.763E-06	1.323E-04	1.304E+06
TM-1000/10	5.602E-14	5.730E-07	3.450E-05	6.663E+05
TM-1600/10	1.463E-14	1.792E-07	1.177E-05	3.345E+05
TM-2500/10	7.562E-15	1.033E-07	5.814E-06	2.996E+05

### Список використаних джерел

1. K. Ragavan, L. Satish. An Efficient Method to Compute Transformer Function of a Transformer from its Equivalent Circuit // IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 20, No. 2, April 2005, p. 780–788.

2. M. Florkowski, J. Furgał. Detection of Transformer Winding Deformations Based on the Transfer Function—Measurements and Simulations // Institute of Physics Publishing Measurement, Science and Technology, No. 14, 2003, p. 1986–1992.

3. E. Rahimpour, J. Christian, K. Feser, H. Mohseni. Transfer Function Method to Diagnose Axial Displacement and Radial Deformation of Transformer Windings // IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 18, No 2, April 2003, p. 493–505.

4. J. Christian, K. Feser. Procedures for Detecting Winding Displacements in Power Transformers by the Transfer Function Method // IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 19, No. 1, January 2004, p. 214–220.

5. R. Wimmer, K. Feser. Calculation of the Transfer Function of a Power Transformer with Online Measuring Data // Prace Naukowe Instytutu Podstaw Elektrotechniki i Elektrotechnologii Politechniki Wrocławskiej. Konferencje, 2004, Vol. 40, nr 15, s. 86–90.

6. H. Firoozi, M. Kharezi, N. Mahmoodi, M. I. Ghiyasi. Frequency Response Analysis — Low Frequency Characteristics and Fault Diagnosis on Power

Transformers // International Conference on Solid Dielectrics, Potsdam, Germany, July 4–9, 2010.

7. Бернас С. Математические модели элементов электроэнергетических систем / С. Бернас, З. Цёк — М.: Энергоатомиздат, 1982. — 512 с.

### Аннотация

#### ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИЛОВЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ

Плешков П. Г., Кубкин М. В., Зинзура В. В.

Предложена методика получения передаточных функций силового трансформатора на основании схемы замещения трансформатора с линейными сосредоточенными параметрами.

### Abstract

#### FREQUENCY CHARACTERISTICS OF POWER TRANSFORMERS

P. Pleshkov, M. Kubkin, V. Zinzura

There was proposed a method to compute the transfer function of a power transformer based on the transformer substitution circuit with linear lumped parameters.