

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ВЗАЄМОДІЇ ШНЕКА З ЗЕРНОМ В АГРЕГАТІ «МОКРОГО» ПОДРІБНЕННЯ

**Мерінець Н.А., аспірант**

*(Харківський національний технічний університет сільського  
господарства імені Петра Василенка)*

*В результаті математичного моделювання процесу взаємодії шнека з зерном в агрегаті «мокрого» подрібнення визначені залежності витрат потужності від конструктивних параметрів подрібнювача на технологічний процес.*

**Постановка проблеми та її актуальність.** Успішне ведення свинарства можливе лише при безперервному біологічно повноцінному годуванні свиней з використанням доброякісних кормів [1]. Будова шлунково-кишкового тракту визначає «меню» тварин та птиці і їх здатність перетравлювати ті чи інші корми. В практиці годування свиней застосовують наступні фізичні форми кормів: сухі розсипні; гранульовані; вологі і рідкі.

Сухій розсипний комбікорм навіть при дотриманні всіх вимог в якійсь мірі негативно впливає на продуктивність свиней. Пиловидні частини комбікорму, які складають до 20% його фізичного складу, роздражнюють верхні дихальні шляхи і призводять до легневих захворювань [2].

Рекомендації учених для тварин і птиці з прямою системою шлунково-кишкового тракту зводяться до того, що, наприклад, корми для свиней повинні бути рідкими, злаки повинні бути подрібнені до розмірів 0...30 мкм і в процесі їх приготування повинне бути забезпечене протікання процесів ферментативного зброджування крохмалю з переходом його в такі форми, які легко засвоюються організмом тварини, а саме: (глюкоза, фруктоза, мальтоза, галактоза і так далі), що складає більше 50% від вмісту крохмалю в кормі. Згодовування таких кормів тваринам збільшується вміст у тілі тварин: азоту до 30 %, кальцію до 12 %, фосфору - 6.4 %, магнію – 4 %, покращує перетравність сирого протеїну на 12.3 %, сирі клітковини на 14.5 % і позитивно впливає на зростання живої маси тварин, а відповідно зменшує витрати

корму [3].

Тому удосконалення засобів механізації приготування рідких кормів, які будуть відрізнятися простотою конструкції, низькими енергоємністю і металоємністю є актуальною і перспективною науковою задачею для розвитку тваринницької галузі України.

Для реалізації гідродинамічної технології подрібнення зернових кормів кафедрою технічних систем і технології тваринництва Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка запропонована нова технологія і конструкція подрібнювального пристрою [4, 5].

**Викладення основного змісту.** Принципова схема машини для приготування напіврідких концентрованих кормів із зерна представлена наступною схемою (рис. 1).

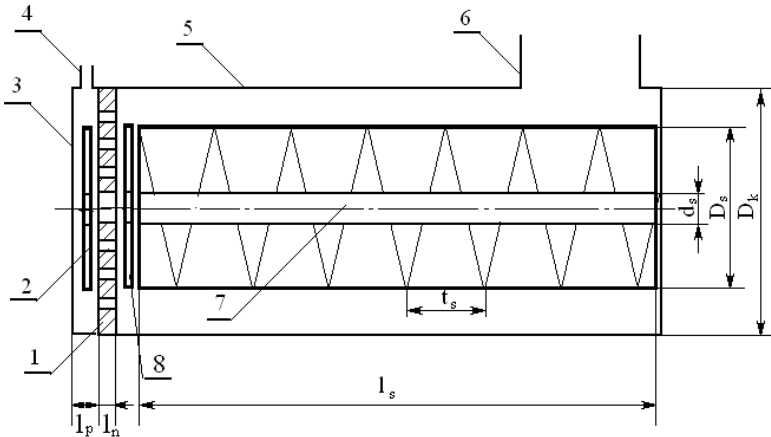


Рис. 2. Принципова схема машини для приготування напіврідких концентрованих кормів: 1 – нерухомий ніж; 2 – рухомий ніж, що виконує одночасно функції відцентрового насоса; 3 – корпус рухомого ножа; 4 – вихідний отвір для суміші подрібненого зерна і води; 5 – корпус шнека; 6 – завантажувальний отвір для суміші не подрібненого зерна і рідини; 7 – вал шнека; 8 – рухомий ніж шнека

Спочатку в пристрій заливають певний об'єм рідини (води) через завантажувальне вікно в область шнека, потім рівномірно подають зерно. Шнек, що обертається, транспортує цю суміш у напрямі нерухомого ножа 1 і рухомого ножа шнека 8 («область нерухомого ножа»). Тут відбувається первинне подрібнення зерна і подальше його проштовхування разом з водою через круглі отвори нерухомого ножа. Ця суміш потрапляє в порожнину 3 в область

рухомого ножа 2 (вторинне подрібнення), який виконує одночасно функції відцентрового насоса, звідки вона транспортується через отвір 4 з дробарки в приймальну ємкість. Вибір відповідного діаметра отворів нерухомого ножа визначає ступінь подрібнення зерна [6].

Дане середовище (вода + зерно) є багатофазним середовищем (в даному випадку двофазне), де вода виконує роль середовища, що транспортує (дисперсне), а зерно – роль дисперсного середовища [7]. Позначимо через  $\varepsilon$  об'ємну щільність дисперсного середовища

$$\varepsilon = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta V_3}{\Delta V_0}, \quad (1)$$

де  $\Delta V_3$  - об'єм зерна, що знаходиться у виділеному об'ємі  $\Delta V_0$  багатофазного середовища.

Задасмося припущенням, що при подрібненні зерен їх об'ємна щільність  $\varepsilon$  в середовищі не міняється. Зерна, як дисперсне середовище, є ансамблем достатньо крупних твердих частинок, що приводить до достатньо складного механізму взаємодії їх як між собою, так і з фазою, що несе, – водою. Як наслідок – це є складне співвідношення реології, що описує динаміку таких середовищ. Проте для отримання якісної і приблизно кількісної картини поведінки таких середовищ буває досить скористатися моделлю ньютонівської рідини, в якій динамічні коефіцієнти об'ємної і зсунутої в'язкості середовища  $\mu_1$  і  $\mu$  приймають значення, залежними від складу багатофазного середовища, зокрема, від  $\varepsilon$ . Так для слабо концентрованих суспензій має місце формула Ейнштейна [7]. В цьому випадку для опису поведінки середовища досить залучити рівняння руху Нав'є-Стокса. Додаткові рівняння відносяться до замикаючих співвідношень і рівнянь, пов'язаних з явищами тепло - і масообміну [8]. У певних випадках впливом теплообміну на динаміку середовища можна нехтувати і для розрахунку динамічних характеристик течії досить залучити рівняння Нав'є-Стокса [8, 9].

У випадку складної геометрії просторового перебігу двофазного середовища в дробарці приймемо додаткові спрощуючі припущення. Для цього розглянемо рух середовища в окремих частинах пристрою.

Спочатку проведемо моделювання робочого процесу в області

шнека.

До області шнека віднесемо об'єм дробарки, обмежений циліндровою поверхнею  $\Sigma_{s1}$  довжини  $l_s$  і валом шнека  $\Sigma_{s2}$  (рис. 2).

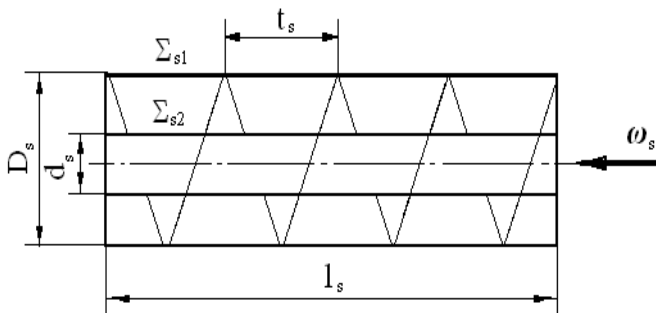


Рис. 2. Будова шнекової частини агрегату для «мокрого» подрібнення зерна

Відповідно [6] вважатимемо, що суміш в області шнека переміщується уздовж його осі у напрямі нерухомого ножа з осьовою швидкістю  $V_{sz} = t_s n_s$ , і кількість суміші  $Q_s$  (витрата), що подається через шнек за одиницю часу, визначається кроком шнека  $t_s$  числом оборотів валу  $n_s$

$$Q_s = \frac{\pi}{4} (D_s^2 - d_s^2) V_{sz} = \frac{\pi}{4} (D_s^2 - d_s^2) t_s n_s, \quad (2)$$

де  $t_s$  – крок шнека;  $n_s$  – число оборотів валу шнека за одиницю часу, пов'язане з кутовою швидкістю  $\omega_s$  співвідношенням  $\omega_s = 2\pi n_s$ .

Для рухомої між гвинтовими поверхнями шнека суміші можна застосувати аналогію з рухомих русловим потоком, як це розглядається в гідравліці [10]. На рухомий потік діє, зокрема, сила опору  $T_c$

$$T_c = \tau_0 P_s l, \quad (3)$$

де  $\tau_0$  – середня дотична напруга на поверхні зіткнення потоку з руслом;  $P_s$  – змочений периметр;  $l$  – довжина русла потоку.

Величина  $\tau_0$  пов'язана з середньою по перетину швидкістю потоку  $V_s$  співвідношенням

$$\tau_0 = \rho \frac{\lambda_g}{8} V_s^2, \quad (4)$$

де  $\lambda_g$  – гідравлічний коефіцієнт тертя, визначуваний для гладких стінок русла формулою Блазіуса [9].

$$\lambda_g = \frac{0.3164}{\text{Re}^{1/4}} \quad (5)$$

через число Рейнольдса  $\text{Re}$

$$\text{Re} = \frac{V_* L}{\nu},$$

де  $V_*$  - характерна швидкість потоку;  $L$  - характерний лінійний розмір поперечного перетину;  $\nu$  – кінематична в'язкість рідкого середовища, пов'язана з динамічною в'язкістю  $\mu$  і щільністю середовища із співвідношенням  $\mu = \nu \rho$ .

Для випадку, що розглядається тут, характерну швидкість  $V_*$  можна прийняти рівну середній швидкості потоку в каналі

$$V_s = Q_s / \Sigma_s, \quad (6')$$

характерний розмір  $L$  рівним гідравлічному радіусу

$$R_g = \Sigma_s / P_s, \quad (7)$$

де  $\Sigma_s$  - площа живого перетину потоку.

Сила тертя є дисипативною силою, що приводить до перетворення механічної енергії на теплову. Потужність  $W_s$  енергії, перехідної в тепло в об'ємі всього потоку, при цьому рівна

$$W_s = T_c V_s. \quad \square(8)\square$$

У застосуванні до області шнека руслом є канал між гвинтовими поверхнями  $\Sigma_1$  і  $\Sigma_2$ , а живим перетином є поперечний перетин ABCDEK каналу площиною  $N_s$ , перпендикулярною до його осі (рис.3).

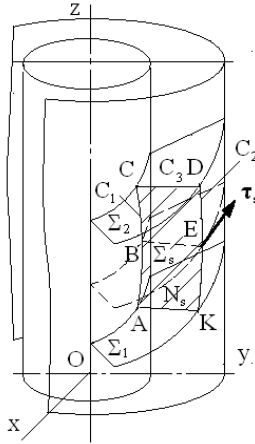


Рис. 3. Поперечний перетин каналу шнека площиною перпендикулярною до його осі

Для визначення площі і периметра цього перетину проведемо наступні побудови. Введемо декартову систему координат  $(x, y, z)$  з віссю  $Oz$ , лежачою на осі валу шнека, і відповідну циліндрову систему координат  $(x, y, z)$ . Гвинтова поверхня шнека в параметричному вигляді описується рівняннями [11].

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \\ z = t_s \varphi / 2\pi \end{cases} \quad \left( \begin{array}{l} d_s \leq r \leq D_s \\ -\infty \leq \varphi \leq \infty \end{array} \right). \quad (9)$$

Виберемо деякий інтервал зміни кута  $\varphi$ :  $[\varphi_1, \varphi_2] \subset [-\pi, \pi]$ . Як поверхні  $\Sigma_1, \Sigma_2$  (рис. 3) візьмемо дві частини гвинтової поверхні шнека  $\Sigma_1$

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \\ z = t_s \varphi / 2\pi - t_s / 2 \end{cases} \quad \left( \begin{array}{l} d_s \leq r \leq D_s \\ \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2 \end{array} \right), \quad (10)$$

і  $\Sigma_2$

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \\ z = t_s \varphi / 2\pi + t_s / 2 \end{cases} \quad \left( \begin{array}{l} d_s \leq r \leq D_s \\ \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2 \end{array} \right). \quad (11)$$

В якості осі каналу виберемо гвинтову лінію  $L_s$

$$\begin{cases} x = D_s \cos \varphi \\ y = D_s \sin \varphi \\ z = t_{s,s} \varphi / 2\pi \end{cases} \quad (\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2). \quad (12)$$

Позначимо через  $\vec{\tau}_s$  одиничний вектор, дотичний до цієї осі

$$\begin{aligned} \vec{\tau}_s = \vec{\tau}_s(\varphi) &= \left( \frac{dx}{d\varphi} \vec{e}_x + \frac{dy}{d\varphi} \vec{e}_y + \frac{dz}{d\varphi} \vec{e}_z \right) \left[ \left( \frac{dx}{d\varphi} \right)^2 + \left( \frac{dy}{d\varphi} \right)^2 + \left( \frac{dz}{d\varphi} \right)^2 \right]^{-1/2} =. \quad (13) \\ &= -\frac{2D_s \sin \varphi}{\sqrt{4D_s^2 + (t_s / \pi)^2}} \vec{e}_x + \frac{2D_s \cos \varphi}{\sqrt{4D_s^2 + (t_s / \pi)^2}} \vec{e}_y + \frac{t_s / \pi}{\sqrt{4D_s^2 + (t_s / \pi)^2}} \vec{e}_z \end{aligned}$$

Візьмемо координати точки E рівними

$$x_E = D_s, \quad y_E = 0, \quad z_E = 0, \quad (14)$$

що відповідає значенню  $\varphi = 0$ . Побудуємо площину  $N_s$  (заштрихована на рис.3), що проходить через точку E так, щоб нормаль до неї співпадала з вектором  $\vec{\tau}_s(0)$ . Якщо позначити через  $\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$  радіус-вектор довільної точки простору,  $\vec{r}_E = x_E\vec{e}_x + y_E\vec{e}_y + z_E\vec{e}_z$  радіус-вектор точки E, то рівняння цієї площини у векторній формі записується у вигляді [10]

$$(\vec{r} - \vec{r}_E, \vec{\tau}_s) = 0, \quad (15)$$

або в координатній формі

$$D_s y + \frac{t_s}{2\pi} z = 0. \quad (16)$$

Звідси видно, що ця площина проходить через вісь Oх, а її нормаль і вісь Oz складають кут  $\alpha$ , рівний

$$\alpha = \arccos \left( \frac{t_s / \pi}{\sqrt{4D_s^2 + (t_s / \pi)^2}} \right). \quad (16')$$

Введемо допоміжну систему координат  $(\xi, \eta, \zeta)$ , пов'язану із старою системою  $(x, y, z)$  співвідношеннями

$$\begin{aligned} x &= \xi \cdot \\ y &= \frac{2D_s \eta - \zeta t_s / \pi}{\sqrt{4D_s^2 + (t_s / \pi)^2}} \\ z &= \frac{\eta t_s / \pi + 2D_s \zeta}{\sqrt{4D_s^2 + (t_s / \pi)^2}} \end{aligned} \quad (17)$$

Таке перетворення відповідає повороту старої системи координат навколо осі  $Ox$  на кут  $\alpha$ . При цьому площина  $N_s$  стає координатною площиною  $\xi O \zeta$  і визначається рівнянням  $\eta = 0$ . Перетин площини  $N_s$  з поверхнею валу  $\Sigma_{s2}$  відбувається по кривій  $C_1$ , а з поверхнею циліндра шнека  $\Sigma_{s1}$  по кривій  $C_2$ . Обидві ці криві являють собою еліпси з піввісьями

$$\begin{aligned} a_1 &= d_s, \quad b_1 = \sqrt{4D_s^2 + (t_s / \pi)^2} d_s \pi / t_s, \\ a_2 &= D_s, \quad b_2 = \sqrt{4D_s^2 + (t_s / \pi)^2} D_s \pi / t_s \end{aligned} \quad (18)$$

а відповідні рівняння в нових змінних мають вигляд

$$\begin{aligned} \left( \frac{\xi}{a_1} \right)^2 + \left( \frac{\eta}{b_1} \right)^2 &= 1 \quad (C_1) \\ \left( \frac{\xi}{a_2} \right)^2 + \left( \frac{\eta}{b_2} \right)^2 &= 1 \quad (C_2) \end{aligned} \quad (19)$$

Лінії перетину площини  $N_s$  з поверхнями  $\Sigma_1, \Sigma_2$  розташовуються симетрично щодо осі  $O\xi$  (або  $Ox$ ). Тому при визначенні як площі живого перетину, так і змоченого периметра досить розглянути лише фігуру BCDE, що є криволінійним чотирикутником. Для знаходження кривої  $C_3$  скористаємося рівняннями, (11) і (17) рівнянням площини  $N_s$ :  $\eta = 0$



$$\xi = r \sin \varphi \quad (20)$$

$$\frac{-\zeta t_s / \pi}{\sqrt{4D_s^2 + (t_s / \pi)^2}} = r \sin \varphi$$

$$\frac{2D_s \zeta}{\sqrt{4D_s^2 + (t_s / \pi)^2}} = \frac{t_s}{\pi} \varphi + \frac{t_s}{2}$$

Виключаючи з даних співвідношень змінні  $r, \varphi$ , отримаємо рівняння кривої  $C_3$  в змінних  $\xi$  і  $\zeta$ .

$$\xi = -\frac{t_s \zeta}{\sqrt{4D_s^2 \pi^2 + t_s^2}} \operatorname{ctg} \left( \frac{4D_s \pi^2 \zeta}{t_s \sqrt{4D_s^2 \pi^2 + t_s^2}} \right). \quad (21)$$

Для знаходження точок  $C, D$  перетину кривих  $C_1$  і  $C_2$  з кривою  $C_3$  необхідно вирішувати трансцендентне рівняння (21) з одним з рівнянь(19). Щоб спростити дану процедуру скористаємося наступними міркуваннями. Візьмемо конкретні значення параметрів  $d_s, D_s, t_s$  і побудуємо графіки відповідних кривих. Ці графіки зображені на рис.5 (тут  $D_s=0.1$  м). На цих малюнках криві  $C_3$  представлені декількома екземплярами, що говорить про єдине вирішення трансцендентного рівняння. З реальної точки зору необхідно вибирати з відповідних кривих найнижчу. З рисунків видно, що криволінійний чотирикутник фактично є прямокутником, вертикальні сторони якого лежать на прямих  $\xi = d_s$  і  $\xi = D_s$ .

Для визначення  $\zeta$ -вой координати точок перетину  $C_3$  з  $C_1$  (або  $C_2$ ) потрібно в співвідношення (21) підставити значення  $\xi = d_s$  (або  $\xi = D_s$ ) і вирішити отримане рівняння відносно  $\zeta$ . Права частина функції (21) має асимптоту, найближча з яких до  $\zeta = 0$ , є вертикальній прямій  $\zeta = \zeta^*$ , визначуваною рівнянням

$$\frac{4D_s \pi^2 \zeta}{t_s \sqrt{4D_s^2 \pi^2 + t_s^2}} = \pi. \quad (22)$$

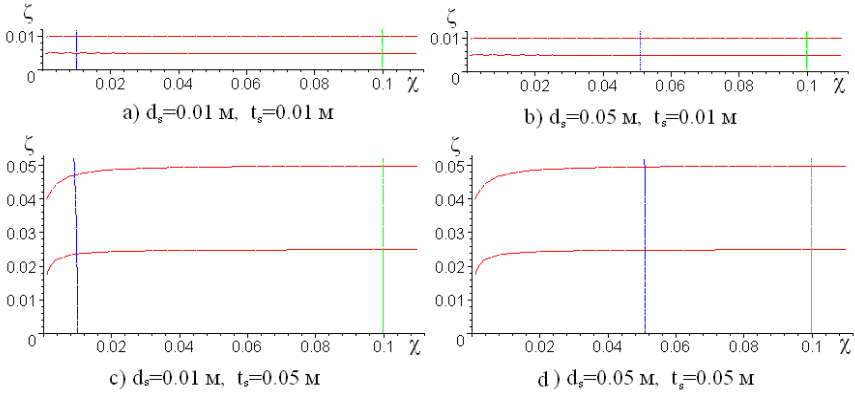


Рис. 5. Перетин площини  $N_s$  з гвинтовою поверхнею шнека  $\Sigma_1$ .

Звідки знаходимо величину  $\zeta^*$

$$\zeta^* = \frac{t_s \sqrt{4D_s^2 \pi^2 + t_s^2}}{4D_s \pi}, \quad (23)$$

значення якої можна прийняти за наближене значення  $\zeta$ -вой координати лінії  $C_3$ . В цьому випадку змочений периметр  $P_s$  і площа  $\Sigma_s$  живого перетину каналу шнека будуть рівні

$$P_s = 2 \left( D_s - d_s + \frac{t_s \sqrt{4D_s^2 \pi^2 + t_s^2}}{4D_s \pi} \right). \quad (24)$$

$$\Sigma_s = \frac{t_s \sqrt{4D_s^2 \pi^2 + t_s^2}}{2D_s \pi} (D_s - d_s)$$

Для визначення потужності  $W_s$  енергії, що перетворюється на тепло в шнеку, необхідно знайти довжину  $l$  каналу – довжину кривої  $L_s$ , визначеною рівняннями (12) на інтервалі  $[0 \leq \varphi \leq 2\pi]_s / t_s]$

$$\begin{cases} x = D_s \cos \varphi \\ y = D_s \sin \varphi \\ z = t_s \varphi / 2\pi \end{cases} \quad (25)$$

Довжина кривої, як відомо, визначається інтегралом [6]

$$l = \int_0^{2\pi l_s / t_s} \frac{ds}{d\varphi} d\varphi \quad (26)$$

де за допомогою співвідношення (25)

$$ds = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\varphi}\right)^2} = \sqrt{D_s^2 + (t_s / 2\pi)^2} d\varphi. \quad (27)$$

Остаточно

$$l = \int_0^{2\pi l_s / t_s} \frac{ds}{d\varphi} d\varphi = \sqrt{D_s^2 + (t_s / 2\pi)^2} \frac{2\pi l_s}{t_s}. \quad (28)$$

Визначимо середню швидкість  $V_s$  через продуктивність шнека  $Q_s$ :

$$V_s = Q_s / \Sigma_s. \quad (29)$$

Тоді, використовуючи формули (2–8), (24), (28) отримаємо вираз для потужності  $W_s$ .

$$W_s = 0.03955 \rho \frac{Q_s^3 P_s l}{\Sigma_s^3} \left( \frac{P_s v}{Q_s} \right)^{1/4} \quad (30)$$

де  $P_s, \Sigma_s$  визначаються співвідношеннями (24).

**Висновок:** В результаті теоретично виконаного моделювання процесу транспортування (зерна + вода) в області шнека отримано змочений периметр  $P_s$  і живий перетин каналу  $\Sigma_s$ , довжину каналу транспортування  $l$  а також вираз для знаходження потужності  $W_s$ , яка переходить в тепло в суміші шнека.

### Список літератури

1. В.Г. Козловский. Технология промышленного свиноводства / В.Г. Козловский. – М.: Колос, 1981. – 240 с.

2. Ресурсозберігаючі технології виробництва свинини: теорія і практика / [Царенко О.М., Крятов О.В., Крятова Р.Є., Бондарчук Л.В.] - Суми: ВТД «Університетська книга», 2004. – 269 с.

3. Коваленко В.Ф. Гомогенна кормова суспензія – для ефективної відгодівлі свиней / В.Ф. Коваленко, М.Б. Смоляник // Тваринництво.– 2007. – № 3. – С. 7-8.

4. Пат. 73370 Україна, МПК В02С 7/02, А01F 29/00. Подрібноувальний пристрій для приготування рідких кормів / Дзюба Н.А., Дзюба А.І., Троянов М.М., Нанка О.В., Бойко І.Г.; заявники і патентовласники Дзюба Н.А., Дзюба А.І., Троянов М.М., Нанка О.В., Бойко І.Г. - №2003032165; заявл.12.03.03; опубл. 15.07.05, Бюл. № 7.

5. Мерінець Н.А. Сучасні технології приготування гомогенної кормової суміші / Мерінець Н.А., Дзюба А.І., Троянов М.М., Нанка О.В., Фісяченко О.І., Семенцов В.І. // Сучасні проблеми вдосконалення технічних систем і технологій тваринництва: Вісник ХНТУСГ ім. П.М. Василенка. - Харків: ХНТУСГ, 2010. - Вип.. 95. - С. 199-204.

6. Мельников С.В. Механизация и автоматизация животноводческих ферм. Л.: Колос, Ленинградск.отд., 1978. - 560 с.

7. Соу С. Гидродинамика многофазных систем / Соу С. - М.: Мир, 1971. - 536 с.

8. Померанцев А.А. Курс лекций по теории тепло-массообмена / Померанцев А.А. - М.: Высшая школа, 1965. - 350 с.

9. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи / Михеев М.А., Михеева И.М. - М.: Энергия, 1973. - 320 с.

10. Константинов Ю.М. Гидравлика / Константинов Ю.М. - К: Выща школа, - 1988, - 398 с.

11. Погорелов А.В. Лекции по дифференциальной геометрии / Погорелов А.В. - Харьков: Изд-во Харьковского. гос. университета, 1967. - 163 с.

## **Аннотация**

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ШНЕКА С ЗЕРНОМ В АГРЕГАТЕ «МОКРОГО» ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ**

*В результате математического моделирования процесса взаимодействия шнека с зерном в агрегате «мокрого» измельчения определены зависимости расходов мощности от конструктивных*

*параметров измельчителя на технологический процесс.*

## **Abstract**

### **MATHEMATICAL DESIGN OF PROCESS OF CO-OPERATION OF WITH GRAIN IN AN AGGREGATE “WET” GRINDING DOWN**

*As a result of mathematical design of process of co-operation of шнека with grain in the aggregate of the «wet» grinding down dependences of charges of power are certain on the structural parameters of grinding down on a technological process.*