УДК 531.01

УПРОЩЁННЫЙ РАСЧЁТ ДАЛЬНОСТИ ПОЛЁТА ЧАСТИЦ УДОБРЕНИЙ, ВЫЛЕТАЮЩИХ С РАЗБРАСЫВАТЕЛЯ

Ольшанский В.П., д.ф.-м.н., проф., Ольшанский С.В., к.ф.-м.н.
Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенко

Изложен упрощённый способ расчёта дальности разбрасывания частиц твёрдых удобрений при линейном сопротивлении газовой среды. Упрощение достигается введением аппроксимации типа Паде для экспоненциальной функции.

Постановка проблемы. При малых скоростях разбрасывания и дальностях полёта частиц твёрдых удобрений силу сопротивлении среды можно считать пропорциональной скорости полёта частицы [1,2]. Линейная модель расчёта гораздо проще нелинейных теорий, в том числе тех, где сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости. При квадратичном сопротивлении среды координаты траектории полёта выражаются интегралами, которые "не беруться" в элементарных или затабулированных специальных функциях [3,4]. Их приходится вычислять на компьютере, что затрудняет параметрический анализ модели. Подчеркнём, что и в рамках линейной теории сопротивления среды расчёт дальности связан с численным решением трансцендентного уравнения [4]. Поэтому в [1], с целью упрощения расчёта движения частицы на сравнительно небольшие расстояния, полностью пренебрегают действием силы сопротивления. В отличие от известных публикаций, здесь излагается приближённый способ, который позволяет без затруднений вычислить дальность полёта частицы, как материальной точки, с учётом линейного сопротивления среды.

Целью работы является разработка упрощённого способа расчёта дальности полёта частиц твёрдых удобрений в газовой среде с линейным сопротивлением.

Основная часть работы. Движение частицы описываем в прямоугольных координатах xoy, показанных на рис. 1

Задача заключается в вычислении горизонтального расстояния l, пройдя которое движущаяся точка окажется на h ниже исходного положения на траектории. Её решение связанно с вычислением корня трансцендентного уравнения

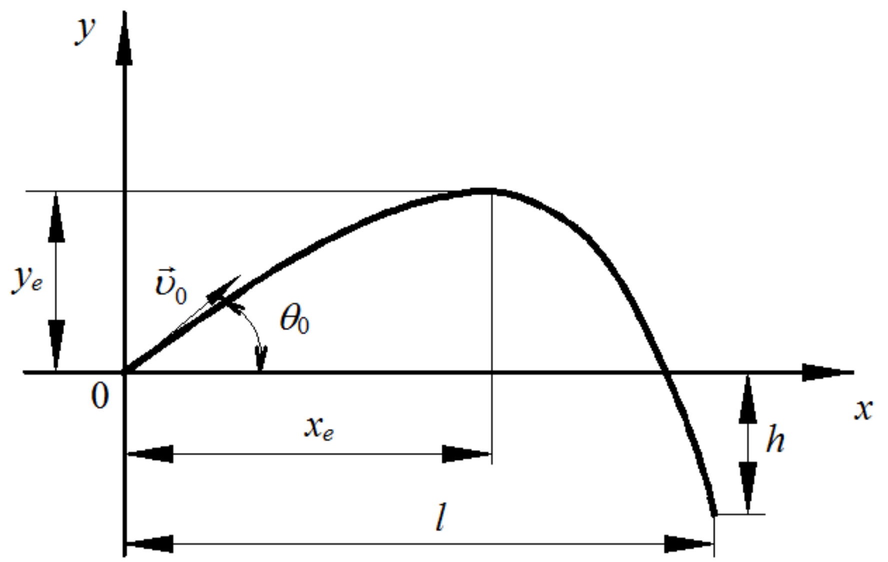

Рис. 1 – Расчётная схема

$$\frac{g+\alpha\upsilon_2}{\alpha\upsilon_1}l+\frac{g}{\alpha^2}\ln\left(1-\frac{\alpha l}{\upsilon_1}\right)=-h, , \tag{1}$$

в котором $\upsilon_1=\upsilon_0\cos\theta_0;\ \upsilon_2=\upsilon_0\sin\theta_0;$ υ_0 – скорость вылетания частицы с диска разбрасывателя; θ – угол, образованный вектором $\vec{\upsilon}_0$ с горизонтом; g – ускорение свободного падения; α – коэффициент линейного сопротивления воздуха.

К уравнению (1) приводят выражения [4]:

$$l=\frac{\upsilon_1}{\alpha}\left(1-e^{-\alpha t_1}\right);\ -h=\frac{1}{\alpha}\left(\upsilon_2+\frac{g}{\alpha}\right)\left(1-e^{-\alpha t_1}\right)-\frac{gt_1}{\alpha}, , \tag{2}$$

после исключения в них времени полёта t_1.

Для упрощения вычисления l, далее введём аппроксимацию

$$1-e^{-\alpha t_1}\approx f\left(\alpha t_1\right)=\alpha t_1\frac{1-\frac{1}{6}\alpha t_1}{1+\frac{1}{3}\alpha t_1}, , \tag{3}$$

погрешность которой меньше 1%, когда $\alpha t_1<0,9$. Это подтверждают вычисления, представленные в табл. 1

Таблица 1 – К оценке погрешности аппроксимации

αt_1	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
$1-e^{-\alpha t_1}$	0,0952	0,2592	0,3935	0,5034	0,5934
$f\left(\alpha t_1\right)$	0,0952	0,2591	0,3929	0,5014	0,5885

Учитывая (3), из (2) получаем квадратное уравнение:

$$\left(\frac{\alpha\upsilon_2}{6}+\frac{g}{2}\right)t_1^2-\left(\upsilon_2+\frac{1}{3}\alpha h\right)t_1+h=0, , \tag{4}$$

для приближённого вычисления времени полёта t_1, когда $\alpha t_1 < 0,9$.

Решив (4), находим:

$$t_1 = A + \sqrt{A^2 + B}, , \quad (5)$$

где $A = \dfrac{\upsilon_2 + \alpha h/3}{g + \alpha\upsilon_2/3}$; $B = \dfrac{2h}{g + \alpha\upsilon_2/3}$.

В частном случае при $\alpha = 0$ из (5) следует известное выражение времени полёта частицы в вакууме, за которое она станет на h ниже исходного положения.

Учитывая (2) и (5), получаем приближённое выражение дальности полёта частицы:

$$l = \frac{\upsilon_1}{\alpha}\left\{1 - \exp\left[-\alpha\left(A + \sqrt{A^2 + B}\right)\right]\right\}, \quad (6)$$

Используя (6), определим влияние силы сопротивления среды и угла θ_0 на дальность полёта частицы.

Пример 1. Три частицы имеют разные $\alpha = 0,2; 0,3; 0,4$ с$^{-1}$, но вылетают с одинаковой начальной скоростью $\upsilon_0 = 15$ м/с. Выясним как будет различаться их дальности полёта, когда $\theta_0 = 30^0$; $h = 1$ м. Результаты расчётов представлены в табл. 2.

Таблица 2 – Значения l для разных α

α, с$^{-1}$	A	B	αt_1	l,м
0,2	0,734	0,194	0,318	17,69
0,3	0,720	0,189	0,468	16,19
0,4	0,706	0,185	0,613	14,89

При движении частиц в вакууме (без учёта сопротивления среды) дальности полёта трёх частиц одинаковы и равны 21,46 м, что значительно превышает те l, что указаны в табл. 2.

Пример 2. Четыре частицы вылетают с одинаковой начальной скоростью $\upsilon_0 = 10$ м/с, но под разными углами θ_0. Определим различия в дальностях их полёта, когда $\alpha = 0,3$ с$^{-1}$; $h = 1$ м. Результаты вычислений представлены в табл. 3.

Таблица 3 – Значения l для разных θ_0

θ_0, град	A	B	αt_1	l,м
20	0,347	0,197	0,273	7,48
30	0,495	0,194	0,347	8,46
40	0,625	0,191	0,416	8,69
45	0,682	0,190	0,447	8,50

Вследствие действия силы сопротивления, дальность полёта частицы при $\theta_0 = 45^0$ меньшая, чем при $\theta_0 = 40^0$. Без учёта сопротивления воздуха при $h = 0$, максимальная дальность полёта достигается когда $\theta_0 = 45^0$.

В небольшой погрешности расчёта легко убедиться подстановкой исходных данных и соответствующих l из таблиц 2 и 3 в уравнение (1).

Небольшая погрешность обусловлена тем, что расчётные значения $\alpha t_1 < 0,9$.

Выводы. Изложенный способ существенно упрощает вычисление дальности полёта частиц в воздушной среде с линейным сопротивлением. Но при этом расчётные значения αt_1 не должны превышать указанное граничное значение.

Список использованных источников

1. Заїка П.М. Теорія сільськогосподарських машин. Т.1. Частина 3. Машини для приготування та внесення добрив / П.М. Заїка. – Х.: ОКО, 2002. – 342с.
2. Ловейкін В.С. Визначення швидкості руху частинок твердих мінеральних добрив після сходження з лопатки диска при врахуванні дії вітру / В.С. Ловейкін, Ю.В. Човнюк, А.І. Дитюк // Сучасні проблеми землеробської механіки: Вісник ДДАУ. – Дніпропетровськ: ДДАУ, 2009, – №. 2–09. – С. 186 – 188.
3. Заика П.М. Свободное движение материальной точки в спокойной изотропной газообразной среде / П.М. Заика, В.И. Мельник, А.И. Аникеев // Вестник Харьковского государственного технического университета "Харьковский политехнический институт": Динамика и прочность машин, 2001. – Вып. 25. – С. 153-164.
4. Ольшанский В.П. Вопросы внешней баллистики огнетушащих веществ / В.П. Ольшанский, О.А. Дубовик. – Х.: "Митець", 2005. – 236 с.

Анотація

СПРОЩЕНИЙ РОЗРАХУНОК ДАЛЬНОСТІ ПОЛЬОТУ ЧАСТИНОК ДОБРИВ, ЯКІ ВИЛІТАЮТЬ З РОЗКИДАЧА

Ольшанський В., Ольшанський С.

Викладено спрощений спосіб розрахунку дальності розкидання частинок твердих добрив за лінійного опору газового середовища. Спрощення досягається введенням апроксимації типу Паде для експонентної функції.

Abstract

SIMPLIFIED CALCULATION RANGE FLIGHTS PARTICLES FERTILIZERS DEPARTING FROM SPREADER

V. Olshanskii, S. Olshanskii

Simplified method for calculating distance spreading particles of solid fertilizers with a linear resistance of the gas medium was presented. Simplification achieved by introducing a type of Pade approximation of the exponential function.