

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ І.І. БЛЕХМАНА ДЛЯ АНАЛІЗУ ВПЛИВУ ВЕРТИКАЛЬНИХ ВІБРАЦІЙ ВАНТАЖНОГО ВІЗКА НА МАЯТНИКОВІ КОЛИВАННЯ ВАНТАЖУ У ПРОЦЕСАХ ПУСКУ МОСТОВИХ КРАНІВ

Ловейкін¹ В.С., д.т.н., професор, Човнюк¹ Ю.В., к.т.н., доцент,

Діктерук² М.Г., к.т.н., доцент, Почка² К.І., к.т.н., доцент

¹Національний університет біоресурсів та природокористування України,

²Київський національний університет будівництва і архітектури

Проведений аналіз впливу вертикальних вібрацій вантажного візка на маятникові коливання вантажу у процесах пуску мостових кранів. Для встановлення закону зміни у часі кута відхилення вантажу на канаті від вертикалі використаний метод прямого розділення рухів І.І. Блехмана.

Постановка проблеми. При роботі мостових кранів спостерігаються маятникові коливання вантажу, котрі викликають нерівномірний рух кранів або їх вантажних візків, додаткові навантаження на силові елементи кранів, створюють незручності при їх експлуатації, що необхідно враховувати при уточнених розрахунках кранів. Наявність вертикальних коливань вантажного візка, на якому знаходиться точка підвісу вантажу на канаті, призводить до появи додаткових розгойдувань (вантаж) у процесах пуску/гальмування мостових кранів. Тому вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку динамічних навантажень кранів у перехідних процесах вимагає подальших всебічних досліджень системи типу “вантажний візок – канат – вантаж”, які широко застосовуються у аналізі функціонування сучасних (мостових) кранів.

Огляд публікацій за темою дослідження. Задача про коливання маятника з віброуючою віссю підвісу, який представляє собою тверде тіло, що може вільно обертатись у певній вертикальній площині навколо своєї вісі, була розглянута М.М. Боголюбовим та Ю.А. Митропольським [2, 3].

Рух маятника описується рівнянням:

$$\frac{d^2\theta}{d\tau^2} + 2 \cdot \varepsilon \cdot \alpha \cdot \frac{d\theta}{d\tau} + \{k^2 \cdot \varepsilon^2 - \varepsilon \cdot \sin \tau\} \cdot \sin \theta = 0, \quad (1)$$

де $(\alpha; k) < 1$; θ – кут відхилення від вертикалі;

ε – малий параметр;

τ – час (безрозмірна величина).

У першому наближенні ($\sim \varepsilon$) усереднене рівняння для нової змінної $\varphi = \theta + \varepsilon \cdot \sin \tau \cdot \sin \varphi$ набуває виду:

$$\frac{d^2\varphi}{d\tau^2} + 2 \cdot \varepsilon \cdot \alpha \cdot \frac{d\varphi}{d\tau} + \varepsilon^2 \cdot \left(k^2 + \frac{1}{2} \cdot \cos\varphi \right) \cdot \sin\varphi = 0, \quad (2)$$

котре представляє собою рівняння коливань системи, що подібна маятнику з нерухомою точкою підвісу, у якій відновлююча сила пропорціональна не $\sin\varphi$, а $\left(k^2 + \frac{1}{2} \cdot \cos\varphi \cdot \sin\varphi \right)$.

Основна особливість досліджуваних механічних систем (на які діє вібрація) полягає у тому [5-7], що вібрація основи, на якій встановлені механізми, є немовби каналом передачі потужності (обертального моменту); “пропускна здатність” цього каналу за інших однакових умов зростає зі збільшенням частоти і амплітуди вібрації. Наявність вказаного вібраційного зв’язку призводить до низки своєрідних нелінійних ефектів, котрі можна пояснити як результат появи вібраційних моментів у відповідних рівняннях повільного руху [8].

Задача про коливання фізичного маятника, вісь котрого здійснює вертикальні коливання з частотою ω та амплітудою A є прикладом використання підходу І.І. Блехмана [5-7].

Слід зазначити, що маятникові коливання вантажу на канаті мостового крану у процесах його пуску/гальмування, досліджені у [1], можуть бути вивчені вказаним вище методом І.І. Блехмана, бо рух вантажного візка крану супроводжується виникненням вібраційних коливань внаслідок, зокрема, нерівностей рейкового шляху (підкранова балка).

Результати цитованих вище робіт будуть використані у даному дослідженні.

Мета даної роботи полягає у встановленні основних закономірностей вертикальних вібрацій вантажного візка, їх умов виникнення та впливу на маятникові коливання вантажу у процесах пуску мостових кранів. При цьому використаний підхід І.І. Блехмана, розвинутий у [4].

Виклад основного матеріалу.

Схема та рівняння руху вантажу на канаті мостового крану [1] за умови рівномірного руху вантажного візка може бути подана наступним чином (рис. 1):

$$I \cdot \ddot{\varphi} + k \cdot \dot{\varphi} + m \cdot g \cdot l \cdot \sin\varphi = m \cdot l \cdot A \cdot \omega^2 \cdot \sin\omega t \cdot \sin\varphi, \quad (3)$$

де I , m , l – відповідно момент інерції, приведена маса та довжина канату;
 k – коефіцієнт в’язкого тертя (у [1] подібний вид опору не використовується для моделювання маятникових коливань);

g – прискорення вільного падіння;

φ – кут повороту, який відраховують від вертикального напрямку
 $(\varphi \approx \frac{(x_1 - x_2)}{l})$, де $x_{1,2}$ – переміщення центру маси візка та вантажу,

відповідно;

у [1] введено позначення $x = x_1 - x_2$, і при довільному значенні φ (а не тільки для $\varphi \ll 1$) $\sin \varphi = \frac{x}{l}$. Величина m виражається зі співвідношення:

$$m = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}, \quad (4)$$

де m_1 – маса вантажного візка;
 m_2 – маса вантажу (масою канату нехтуємо).

На рис. 1 введені позначення:

v_0 – швидкість рівномірного руху центру маси вантажного візка;
 γ – кут вібрації відносно вертикалі;
 A – амплітуда;
 ω – кругова частота вібрації;
 t – час.

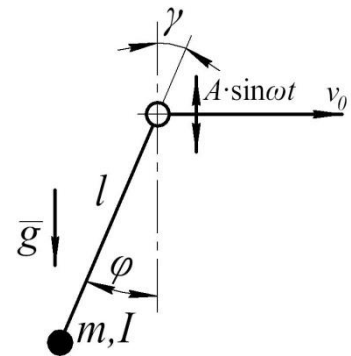


Рис. 1 – Розрахункова схема задачі

Рівняння (3) можна подати у вигляді ($J \equiv I$):

$$\begin{aligned} J \cdot \ddot{\varphi} + k \cdot \dot{\varphi} + m \cdot g \cdot l \cdot \sin \varphi &= m \cdot l \cdot A \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t \cdot \sin \varphi; \Leftrightarrow \\ J \cdot \ddot{\varphi} + k \cdot \dot{\varphi} + (m \cdot g \cdot l - m \cdot l \cdot A \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t) \cdot \sin \varphi &= 0; \Leftrightarrow \\ \ddot{\varphi} + \frac{k}{J} \cdot \dot{\varphi} + \left(\frac{m \cdot g \cdot l}{J} - \frac{m \cdot l \cdot A \cdot \omega^2}{J} \cdot \sin \omega t \right) \cdot \sin \varphi &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

При розв’язуванні (3) або (5) методом І.І. Блехмана [4] до “повільних” у даному випадку можна віднести момент сили в’язкого опору $k \cdot \dot{\varphi}$ та момент сили тяжіння $m \cdot g \cdot l \cdot \sin \varphi$, а до “швидких” – момент сили інерції $m \cdot l \cdot A \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t$. Вважаючи, що закон руху маятника має вид:

$$\varphi(t) = \alpha(t) + \psi(t, \omega t), \quad (6)$$

де α – основна “повільна”, а ψ – мала “швидка” 2π -періодична по ωt складові, випишемо систему рівнянь І.І. Блехмана для розглядуваної задачі:

$$\begin{cases} J \cdot \ddot{\alpha} + k \cdot \dot{\alpha} + m \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha = -W(\alpha); \\ [W(\alpha) = -m \cdot l \cdot A \cdot \omega^2 \cdot \langle \sin \omega t \cdot \sin(\alpha + \psi) \rangle + m \cdot g \cdot l \cdot \langle \sin(\alpha + \psi) - \sin \alpha \rangle]; \\ J \cdot \ddot{\varphi} + k \cdot \dot{\varphi} = -m \cdot g \cdot l \cdot [\sin(\alpha + \psi) - \langle \sin(\alpha + \psi) \rangle] + \\ + m \cdot l \cdot A \cdot \omega^2 \cdot [\sin \omega t \cdot \sin(\alpha + \psi) - \langle \sin \omega t \cdot \sin(\alpha + \psi) \rangle], \end{cases} \quad (7)$$

де дужки $\langle \rangle$ означають тут і нижче оператор усереднення по “швидкому” часу $\tau = \omega t$, котрий може входити в усереднений вираз як явно, так і через

функцію ψ :

$$\langle \dots \rangle = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} (\dots) d\tau. \quad (8)$$

Перейдемо до визначення періодичного розв'язку другого рівняння (7), лінеаризуючи попередньо його праву частину по ψ і після спрощень із врахуванням рівності:

$$\langle \psi(t, \omega t) \rangle = 0 \quad (9)$$

приведемо його до безрозмірної форми:

$$\frac{d^2\psi}{d\tau^2} + a \cdot \frac{d\psi}{d\tau} + \lambda^2 \cdot \psi \cdot \cos\alpha = \mu \cdot [\sin\tau \cdot (\sin\alpha + \psi \cdot \cos\alpha) - \cos\alpha \cdot \langle \psi \cdot \sin\tau \rangle], \quad (10)$$

де $\tau = \omega \cdot t$; $a = k / (J \cdot \omega)$; $\mu = m \cdot l \cdot A / J$; $\lambda^2 = p^2 / \omega^2$; $p = m \cdot g \cdot l / J$.

Згідно з основним припущенням швидкість зміни функції ψ значно більша, ніж швидкість зміни α . (Слід зазначити, що у роботі [1] під власною частотою коливань системи розуміють наступну:

$$\Omega^2 = \frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{m_1 \cdot l} = \frac{(m_1 + m_2) \cdot g \cdot l}{m_1 \cdot l^2} = \frac{m_2 \cdot g \cdot l}{\left(\frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \right) \cdot l^2} = \frac{m_2 \cdot g \cdot l}{m \cdot l^2},$$

тобто у [1] маємо: $J = m \cdot l^2$, а маса m , яка входить у чисельник формули для p^2 ототожнюється з m_2). Невідповідність між p та Ω [1] обумовлена способом і послідовністю процедури лінеаризації рівнянь руху кранової системи, проведеної автором [1]. Адже у більш точній постановці слід розглядати рух системи “вантажний візок – канат – вантаж” мостового крану як рух (коливання) фізичного маятника з рухомою точкою підвісу.

Для того, щоб виконувались припущення І.І. Блехмана необхідно виконання умови:

$$\omega \gg (p; \Omega), \quad (11)$$

у достатній степені [8], тобто слід задовольнити нерівність:

$$\lambda^2 = p^2 / \omega^2 \ll 1 \quad (12)$$

або

$$\left(\lambda^2 + \frac{1}{2} \cdot \mu^2 \right)^{1/2} \ll 1. \quad (13)$$

Вважаючи величини μ та a малими, покладемо: $a = \mu \cdot a_1$, $\lambda^2 = \mu \cdot \lambda_1^2$ і будемо розшукувати періодичний розв'язок рівняння (10) у вигляді ряду по

степеням μ . Обмежуючись членами $\sim \mu^1$, при врахуванні умови (9) знайдемо:

$$\psi = -\mu \cdot \sin \alpha \cdot \sin \omega t = -\left(m \cdot l \cdot \frac{A}{J}\right) \cdot \sin \alpha \cdot \sin \omega t. \quad (14)$$

Тепер за першою формулою (7) після лінеаризації по ψ отримаємо вираз для вібраційного моменту:

$$W(\alpha) = -m \cdot l \cdot A \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha \cdot \langle \psi \cdot \sin \tau \rangle = \frac{(m \cdot l \cdot A \cdot \omega)^2}{4 \cdot J} \cdot \sin 2\alpha. \quad (15)$$

При цьому у (15) $\gamma = 0$. Якщо $\gamma \neq 0$, тоді:

$$W(\alpha) = \frac{(m \cdot l \cdot A \cdot \omega)^2}{4 \cdot I} \cdot \sin[2 \cdot (\alpha - \gamma)]. \quad (16)$$

Зокрема, якщо $\gamma = \pi/2$ (горизонтальна вібрація вісі фізичного маятника (на відміну від $\gamma = 0$ – вертикальної вібрації вказаної вісі)), тоді:

$$W(\alpha) = \frac{(m \cdot l \cdot A \cdot \omega)^2}{4 \cdot I} \cdot (-1) \cdot \sin 2\alpha. \quad (17)$$

Отже, маємо наступну ситуацію зі значенням вібраційного моменту $W(\alpha)$

:

$$W(\alpha) = \begin{cases} \frac{(m \cdot l \cdot A \cdot \omega)^2}{4 \cdot J} \cdot \sin 2\alpha, & \gamma = 0; \\ W(\alpha) = \frac{(m \cdot l \cdot A \cdot \omega)^2}{4 \cdot I} \cdot \sin[2 \cdot (\alpha - \gamma)], & 0 < \gamma < \pi/2; \\ \frac{(m \cdot l \cdot A \cdot \omega)^2}{4 \cdot I} \cdot (-1) \cdot \sin 2\alpha, & \gamma = \pi/2. \end{cases} \quad (18)$$

Тоді рівняння повільного руху приймає вид:

а) $\gamma = 0$;

$$J \cdot \ddot{\alpha} + k \cdot \dot{\alpha} + m \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha + \frac{(m \cdot l \cdot A \cdot \omega^1)^2}{4 \cdot J} \cdot \sin 2\alpha = 0; \quad (19)$$

б) $0 < \gamma < \pi/2$;

$$J \cdot \ddot{\alpha} + k \cdot \dot{\alpha} + m \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha + \frac{(m \cdot l \cdot A \cdot \omega)^2}{4 \cdot J} \cdot \sin[2 \cdot (\alpha - \gamma)] = 0; \quad (20)$$

в) $\gamma = \pi/2$;

$$J \cdot \ddot{\alpha} + k \cdot \dot{\alpha} + m \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha - \frac{(m \cdot l \cdot A \cdot \omega)^2}{4 \cdot J} \cdot \sin 2\alpha = 0. \quad (21)$$

З рівнянь (19)-(21) випливає, що за наявності вібрації частота коливань маятника поблизу нижнього положення рівноваги:

$$\text{а) } p_1 = \left[p^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{m \cdot l \cdot A \cdot \omega}{J} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad p_1 > p = \left(\frac{m \cdot g \cdot l}{J} \right)^{1/2}, \quad \gamma = 0; \quad (22)$$

$$\text{б) } p_2 = \left[p^2 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{m \cdot l \cdot A \cdot \omega}{J} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad p_2 < p, \quad \gamma = \pi/2. \quad (23)$$

Для малих кутів α ($\alpha \ll 1$) замість (19)-(21) маємо:

а) $\gamma = 0$;

$$J \cdot \ddot{\alpha} + k \cdot \dot{\alpha} + \left[m \cdot g \cdot l + \frac{(m \cdot l \cdot A \cdot \omega)^2}{2 \cdot J} \right] \cdot \alpha; \quad (24)$$

б) $0 < \gamma < \pi/2$;

$$J \cdot \ddot{\alpha} + k \cdot \dot{\alpha} + \left[m \cdot g \cdot l + \frac{(m \cdot l \cdot A \cdot \omega)^2}{2 \cdot J} \cdot \cos 2\gamma \right] \cdot \alpha = \frac{(m \cdot l \cdot A \cdot \omega)^2}{4 \cdot J} \cdot \sin 2\gamma; \quad (25)$$

в) $\gamma = \pi/2$;

$$J \cdot \ddot{\alpha} + k \cdot \dot{\alpha} + \left[m \cdot g \cdot l - \frac{(m \cdot l \cdot A \cdot \omega)^2}{2 \cdot J} \right] \cdot \alpha. \quad (26)$$

Аналітичний розв'язок кожного з рівнянь (24)-(26) має вид:

$$\text{а) } \begin{cases} \gamma = 0; & \alpha = (C_1 \cdot \sin \Omega_1 \cdot t + C_2 \cdot \cos \Omega_1 \cdot t) \cdot \exp\left(-\frac{k}{2 \cdot J} \cdot t\right); \\ \Omega_1 = \left[\frac{m \cdot g \cdot l}{J} + \frac{(m \cdot l \cdot A \cdot \omega)^2}{2 \cdot J^2} - \frac{k^2}{4 \cdot J^2} \right]^{1/2}. \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases}
0 < \gamma < \frac{\pi}{2}; & \alpha = \alpha_0 + (D_1 \cdot \sin \Omega_2 \cdot t + D_2 \cdot \cos \Omega_2 \cdot t) \cdot \exp\left(-\frac{k}{2 \cdot J} \cdot t\right); \\
\Omega_2 = \left[\frac{m \cdot g \cdot l}{J} + \frac{(m \cdot l \cdot A \cdot \omega)^2}{2 \cdot J^2} \cdot \cos 2\gamma - \frac{k^2}{4 \cdot J^2} \right]^{\frac{1}{2}}; \\
\alpha_0 = \frac{\left[\frac{(m \cdot l \cdot A \cdot \omega)^2}{4 \cdot J} \cdot \sin 2\gamma \right]}{\left[m \cdot g \cdot l + \frac{(m \cdot l \cdot A \cdot \omega)^2}{2 \cdot J} \cdot \cos 2\gamma \right]}.
\end{cases}
\quad (28)$$

$$\begin{cases}
\gamma = \frac{\pi}{2}; & \alpha = (E_1 \cdot \sin \Omega_3 \cdot t + E_2 \cdot \cos \Omega_3 \cdot t) \cdot \exp\left(-\frac{k}{2 \cdot J} \cdot t\right); \\
\Omega_3 = \left[\frac{m \cdot g \cdot l}{J} - \frac{(m \cdot l \cdot A \cdot \omega)^2}{2 \cdot J^2} - \frac{k^2}{4 \cdot J^2} \right]^{\frac{1}{2}}.
\end{cases}
\quad (29)$$

Константи $C_{1,2}$, $D_{1,2}$ та $E_{1,2}$ знаходяться з початкових умов задачі.

Додаючи до отриманих розв'язків (27)-(29) доданок ψ (14), отримаємо у кожному випадку а), б) та в) розв'язок $\varphi(t)$ за формулою (6). При цьому, у зв'язку з тією обставиною, що $\alpha \ll 1$ слід додавати ψ , яке визначається зі спрощеної формули (14):

$$\psi \approx -\left(m \cdot l \cdot \frac{A}{J}\right) \cdot \alpha \cdot \sin \omega t. \quad (30)$$

Нижче у таблиці 1 наведені розрахунки значень $\Omega_{1,2,3}$ для різних значень $\frac{m_2}{m_1}$, $\frac{A}{l}$, l , ω , γ за умови:

$$\frac{m \cdot g \cdot l}{J} \gg \frac{k^2}{4 \cdot J^2}. \quad (31)$$

При виконанні умови (31) власні частоти коливань набувають виду:

$$\Omega_1 \approx \left[\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \cdot \frac{g}{l} + \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{A}{l}\right)^2 \cdot \frac{\omega^2}{2 \cdot \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2} \right]^{\frac{1}{2}}; \quad (32)$$

$$\Omega_2 \approx \left[\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \cdot \frac{g}{l} + \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{A}{l}\right)^2 \cdot \frac{\omega^2 \cdot \cos 2\gamma}{2 \cdot \left(m_2/m_1\right)^2} \right]^{1/2}; \quad (33)$$

$$\Omega_3 \approx \left[\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \cdot \frac{g}{l} - \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{A}{l}\right)^2 \cdot \frac{\omega^2}{2 \cdot \left(m_2/m_1\right)^2} \right]^{1/2}. \quad (32)$$

Таблиця 1 – Значення власних частот коливань $\Omega_{1,2,3}$, c^{-1} ($\gamma = 30^0$)

l, m	$(A/l)^2$	$\omega/2\pi = 2 \Gamma \zeta$			$\omega/2\pi = 8 \Gamma \zeta$		
		$m_2/m_1 = 5$	$m_2/m_1 = 10$	$m_2/m_1 = 20$	$m_2/m_1 = 5$	$m_2/m_1 = 10$	$m_2/m_1 = 20$
10	10^{-3}	$\Omega_1 = 2,449$; $\Omega_2 = 2,438$; $\Omega_3 = 2,403$;	$\Omega_1 = 3,299$; $\Omega_2 = 3,292$; $\Omega_3 = 3,270$;	$\Omega_1 = 4,548$; $\Omega_2 = 4,544$; $\Omega_3 = 4,529$;	$\Omega_1 = 2,776$; $\Omega_2 = 2,607$; $\Omega_3 = 2,017$;	$\Omega_1 = 3,510$; $\Omega_2 = 3,399$; $\Omega_3 = 3,043$;	$\Omega_1 = 4,690$; $\Omega_2 = 4,615$; $\Omega_3 = 4,383$;
	$5 \cdot 10^{-3}$	$\Omega_1 = 2,541$; $\Omega_2 = 2,484$; $\Omega_3 = 2,306$;	$\Omega_1 = 3,357$; $\Omega_2 = 3,321$; $\Omega_3 = 3,211$;	$\Omega_1 = 4,587$; $\Omega_2 = 4,563$; $\Omega_3 = 4,491$;	$\Omega_1 = 3,871$; $\Omega_2 = 3,230$; $\Omega_3 = \ominus$	$\Omega_1 = 4,293$; $\Omega_2 = 3,823$; $\Omega_3 = 1,774$;	$\Omega_1 = 5,250$; $\Omega_2 = 4,907$; $\Omega_3 = 3,693$;
	10^{-2}	$\Omega_1 = 2,650$; $\Omega_2 = 2,541$; $\Omega_3 = 2,179$;	$\Omega_1 = 3,427$; $\Omega_2 = 3,357$; $\Omega_3 = 3,136$;	$\Omega_1 = 4,634$; $\Omega_2 = 4,587$; $\Omega_3 = 4,442$;	$\Omega_1 = 4,907$; $\Omega_2 = 3,871$; $\Omega_3 = \ominus$	$\Omega_1 = 5,107$; $\Omega_2 = 4,293$; $\Omega_3 = \ominus$	$\Omega_1 = 5,876$; $\Omega_2 = 5,250$; $\Omega_3 = 2,583$;
15	10^{-3}	$\Omega_1 = 2,009$; $\Omega_2 = 1,995$; $\Omega_3 = 1,953$;	$\Omega_1 = 2,699$; $\Omega_2 = 2,691$; $\Omega_3 = 2,664$;	$\Omega_1 = 3,717$; $\Omega_2 = 3,712$; $\Omega_3 = 3,694$;	$\Omega_1 = 2,397$; $\Omega_2 = 2,199$; $\Omega_3 = 1,451$;	$\Omega_1 = 2,953$; $\Omega_2 = 2,821$; $\Omega_3 = 2,380$;	$\Omega_1 = 3,890$; $\Omega_2 = 3,799$; $\Omega_3 = 3,513$;
	$5 \cdot 10^{-3}$	$\Omega_1 = 2,120$; $\Omega_2 = 2,051$; $\Omega_3 = 1,832$;	$\Omega_1 = 2,770$; $\Omega_2 = 2,726$; $\Omega_3 = 2,591$;	$\Omega_1 = 3,765$; $\Omega_2 = 3,736$; $\Omega_3 = 3,647$;	$\Omega_1 = 3,609$; $\Omega_2 = 2,910$; $\Omega_3 = \ominus$	$\Omega_1 = 3,851$; $\Omega_2 = 3,319$; $\Omega_3 = \ominus$	$\Omega_1 = 4,549$; $\Omega_2 = 4,149$; $\Omega_3 = 2,602$;
	10^{-2}	$\Omega_1 = 2,250$; $\Omega_2 = 2,120$; $\Omega_3 = 1,669$;	$\Omega_1 = 2,854$; $\Omega_2 = 2,770$; $\Omega_3 = 2,497$;	$\Omega_1 = 3,822$; $\Omega_2 = 3,765$; $\Omega_3 = 3,587$;	$\Omega_1 = 4,703$; $\Omega_2 = 3,609$; $\Omega_3 = \ominus$	$\Omega_1 = 4,742$; $\Omega_2 = 3,851$; $\Omega_3 = \ominus$	$\Omega_1 = 5,259$; $\Omega_2 = 4,549$; $\Omega_3 = \ominus$
20	10^{-3}	$\Omega_1 = 1,748$; $\Omega_2 = 1,732$;	$\Omega_1 = 2,343$; $\Omega_2 = 2,333$;	$\Omega_1 = 3,222$; $\Omega_2 = 3,217$;	$\Omega_1 = 2,182$; $\Omega_2 = 1,963$;	$\Omega_1 = 2,263$; $\Omega_2 = 2,088$;	$\Omega_1 = 3,420$; $\Omega_2 = 3,316$;

		$\Omega_3 = 1,683$;	$\Omega_3 = 2,302$;	$\Omega_3 = 3,196$;	$\Omega_3 = 1,061$;	$\Omega_3 = 1,438$;	$\Omega_3 = 2,985$;
$5 \cdot 10^{-3}$		$\Omega_1 = 1,874$;	$\Omega_1 = 2,424$;	$\Omega_1 = 3,277$;	$\Omega_1 = 3,470$;	$\Omega_1 = 3,352$;	$\Omega_1 = 4,155$;
		$\Omega_2 = 1,796$;	$\Omega_2 = 2,374$;	$\Omega_2 = 3,244$;	$\Omega_2 = 2,737$;	$\Omega_2 = 2,724$;	$\Omega_2 = 3,712$;
		$\Omega_3 = 1,541$;	$\Omega_3 = 2,217$;	$\Omega_3 = 3,141$;	$\Omega_3 = \ominus$	$\Omega_3 = \ominus$	$\Omega_3 = 1,827$;
10^{-2}		$\Omega_1 = 2,020$;	$\Omega_1 = 2,520$;	$\Omega_1 = 3,343$;	$\Omega_1 = 4,597$;	$\Omega_1 = 4,742$;	$\Omega_1 = 4,922$;
		$\Omega_2 = 1,874$;	$\Omega_2 = 2,424$;	$\Omega_2 = 3,277$;	$\Omega_2 = 3,470$;	$\Omega_2 = 3,851$;	$\Omega_2 = 4,155$;
		$\Omega_3 = 1,344$;	$\Omega_3 = 2,107$;	$\Omega_3 = 3,071$;	$\Omega_3 = \ominus$	$\Omega_3 = \ominus$	$\Omega_3 = \ominus$

Висновки

1. Використання методу І.І. Блехмана прямого розділення рухів дозволяє встановити вплив вертикальних вібрацій вантажного візка на маятникові коливання вантажу в процесах пуску мостових кранів. Крім того, встановлений вплив горизонтальних вібрацій (і вібрацій під певним кутом γ до вертикалі) на вказані коливання.

2. Визначені власні частоти коливань для вертикальної, горизонтальної та вібрації під кутом γ до вертикалі, а також вплив на них частоти вібрації ω , відношення маси вантажу m_2 до маси візка m_1 , відношення амплітуди вібрацій до довжини канату l (й самої цієї довжини канату). Показано, що зростання частоти ω , відношення m_2/m_1 , відношення $(A/l)^2$ – призводять до зростання частот власних коливань системи (за вертикальної вібрації, а також за вібрації під кутом γ до вертикалі). Проте вказані вище параметри ($\omega, m_2/m_1, (A/l)^2$) зменшують частоту власних коливань системи за наявності горизонтальної вібрації. За деяких значень відношення $m_2/m_1, (A/l)^2, l$ та ω власні коливання відсутні (процес є аперіодичним та згасаючим у часі). Збільшення довжини канату l (за інших однакових умов) зменшує власну частоту коливань системи.

3. Знайдені наближені аналітичні розв'язки та встановлені закони руху у часі t вантажу на канаті (закон $\alpha(t)$, де α – кут відхилення канату від вертикалі).

4. Отримані у роботі результати можуть у подальшому слугувати для уточнення та вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку кранових систем подібного типу як на стадіях проектування/конструювання, так і у режимах їх реальної експлуатації з метою забезпечення оптимальних (енергоощадних) керованих рухів.

Список використаних джерел

1. Лобов Н.А. Динамика грузоподъёмных кранов. / Н.А. Лобов. – М.: Машиностроение, 1987. – 160 с.
2. Боголюбов Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний /

- Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский. – М.: Наука, 1974. – 504 с.
3. *Боголюбов Н.Н.* Теория возмущений в нелинейной механике / Н.Н. Боголюбов // Сборник трудов Института строительной механики АН УССР. – 1950. – № 14. – С. 9-34.
 4. *Блехман И.И.* Метод прямого разделения движений в задачах о действии вибрации на нелинейные механические системы / И.И. Блехман // Известия АН СССР. Сер. Механика твёрдого тела. – 1976. – № 6. – С. 13-27.
 5. *Капица П.Л.* Динамическая устойчивость маятника при колеблющейся точке подвеса / П.Л. Капица // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1951. – Т. 25. – С. 588-597.
 6. *Рагульскис К.М.* Механизмы на вибрирующем основании / К.М. Рагульскис. – Каунас: Изд-во Ин-та энергетики и электротехники АН ЛитССР, 1963. – 232 с.
 7. *Челомей С.В.* Нелинейные колебания с параметрическим возбуждением / С.В. Челомей // Известия АН СССР. Сер. Механика твёрдого тела. – 1977. – № 3. – С. 39-46.
 8. *Вибрации в технике: Справочник.* В 6-ти т. – М.: Машиностроение, 1979. – Т. 2. Колебания нелинейных механических систем. / Под ред. И.И. Блехмана. – 1979. – 351 с.

Аннотация

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА И.И. БЛЕХМАНА ДЛЯ АНАЛИЗА ВЛИЯНИЯ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ВИБРАЦИИ ГРУЗОВОЙ ТЕЛЕЖКИ НА МАЯТНИКОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГРУЗА В ПРОЦЕССЕ ПУСКА МОСТОВОГО КРАНА

Ловейкин В.С., Човнюк Ю.В., Диктерук М.Г., Почка К.И.

Проведен анализ влияния вертикальных вибраций грузовой тележки на маятниковые колебания груза в процессах пуска мостовых кранов. Для установления закона изменения во времени угла отклонения груза на канате от вертикали использован метод прямого разделения движений И.И. Блехмана

Abstract

APPLICATION OF I BLEKHMAN FOR ANALYSIS OF VERTICAL VIBRATIONS TROLLEY A PENDULUM VIBRATIONS CARGO IN THE PROCESS OF STARTING THE BRIDGE CRANE

V. Loveykin, Y. Chovniuk, M. Dikteruk, K. Pochka

The Analysis of the load wagon's vertical vibrations influence to the pendular oscillations of the load at the overhead cranes startup has been conducted. In order to establish the law of the load's deflection angle time change from the vertical position on the rope the Blekhman's direct split of motions method was applied.