

**КРИТЕРІЙ СТІЙКОСТІ МЕТАЛОПОЛІМЕРНОГО  
ГНУЧКОГО КОЛЕСА СИЛОВОЇ ТРЬОХХВИЛЬНОЇ  
ЗУБЧАСТОЇ ПЕРЕДАЧІ**

**Приймаков О.Г., к.т.н., проф.<sup>1</sup>, Градиський Ю.О., к.т.н.,  
доц.<sup>2</sup>, Гузенко В.А., к.т.н., доц.<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Харківський національний університет цивільного захисту України;

<sup>2</sup>Харківський національний технічний університет сільського  
господарства імені Петра Василенка

*Створена математична модель втрати стійкості металополімерною конструктивно-ортотропною оболонкою гнучкого колеса силової хвильової зубчастої передачі під навантаженням. Створена критеріальна оцінка збереження стійкості металополімерного гнучкого колеса такої конструкції.*

**Постановка проблеми.** Силкові трьоххвильові зубчасті передачі (СХЗП) з металополімерними гнучкими колесами (МГК) одержали достатнє поширення в приводних системах вітчизняного і закордонного машинобудування [1-4].

До теперішнього часу вже накопичений достатній досвід розрахунків і проектування таких передач, однак, дотепер не розроблений критерій стійкості МГК під впливом зовнішнього навантаження, тому поставлена проблема актуальна і практично значима [5, 6].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Відомо, що зазначеною науково-технічною проблематикою в нашій країні займаються лише автори даної статті, причому, математична модель втрати стійкості МГК як конструктивно-ортотропної оболонки в пружно-пластичній області деформування дотепер не була створена [1-6].

**Мета статті** – розробка і аналіз математичної моделі втрати стійкості МГК під впливом радіальної сили деформування і створення критеріальної оцінки стійкості МГК СХЗП.

**Виклад основного матеріалу.** В запропонованій математичній моделі зовнішня металева частина МГК імітується пружним стрижнем, підданим поздовжньому і поперечному вигину одночасно, що відповідає особливостям експлуатації СХЗП. Внутрішня полімерна частина МГК, що безпосередньо контактує з дисками генератора хвиль, імітується пружним елементом (пружиною) твердістю  $C_{ПР}$ . Особливості розрахунків приведеної жорсткості МГК  $C_{ПР}$  докладно описані в роботах [1, 3]. Основним об'єктом дослідження служать поперечні коливання системи з умови  $x \geq W_0$ , де  $W_0$  – початкова радіальна деформація, як відомо з робіт [1, 4] рівна  $W_0 = (1, 0 \dots 1, 1) m$ , де  $m$  – модуль зубчастого хвильового зачеплення.

**Постановка завдання і розрахункова схема.** Розрахункова схема розглянутої динамічної системи представлена на рис. 1. Пружний стрижень згинної жорсткості  $EJ$  шарнірно закріплений в точках  $A$  і  $B$ , причому шарнір  $B$  рухомий. Середина стрижня  $AB$  відхилена в поперечному напрямку на  $a_0$ . Під рухомий шарнір  $B$  вставлена пружина жорсткості  $C_{пр}$ . В деякий момент часу  $t = 0$  середина стрижня відпущена; необхідно досліджувати поперечні коливання системи, а також визначити зусилля, яке реалізується в пружині жорсткістю  $C$  (технологічне зусилля).

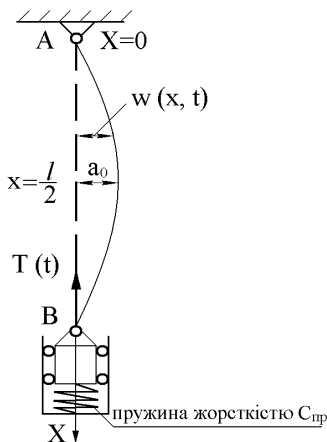


Рис.1. Розрахункова схема динамічної системи МГК

**Математична модель.** Згідно з схемою (рис. 1), диференціальне рівняння руху елемента стисненого стрижня можна прийняти у вигляді:

$$EJ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + T(t) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \quad (1)$$

Тут  $T(t) = C\Delta(t)$  – радіальна стискаюча сила по нескривленій осі стрижня;  $\Delta(t)$  – вертикальне переміщення шарніра за рахунок поперечного вигину стрижня;  $\rho$  - лінійна щільність стрижня. Граничні умови:

$$\begin{aligned} 1. \quad w(x,t)|_{x=0} &= 0; & 2. \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} |_{x=0} &= 0; \\ 3. \quad w(x,t)|_{x=l} &= 0; & 4. \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} |_{x=l} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Початкові умови:

$$\begin{aligned} 1. \quad w(x,t)|_{t=0} &= a_0 \sin \frac{\pi}{l} x; & 2. \quad \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} |_{t=0} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Тут  $w(x, t)$  – поперечне переміщення стрижня в перетині  $x$ .

Отже, дослідження коливань наведеної динамічної системи зводиться до розв'язання диференціального рівняння (1), що задовольняє граничним (2) і початковим (3) умовам.

Слід зазначити, що точний розв'язок поставленого математичного завдання одержати неможливо [4]. Будемо розв'язувати його наближеним методом.

**Метод розв'язку.** Будемо відшукувати розв'язок поставленого завдання у вигляді функції:

$$w(x, t) = q(t) \sin \frac{\pi}{l} x, \quad (4)$$

задовольняючої граничним умовам (2), при  $n = 1$  ( $n$  - кількість півхвиль, що укладаються на довжині стрижня  $l$ ). Тут  $q(t)$  - невідома функція.

Підставляючи (4) в (1), одержимо для цієї функції рівняння:

$$\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 EJ \sin \frac{\pi}{2} x q(t) - T(t) \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sin \frac{\pi}{l} x q(t) + \rho \sin \frac{\pi}{l} x q(t) = 0$$

або

$$\left[ \ddot{q}(t) + \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 \frac{EJ}{\rho} \left(1 - \frac{l^2}{\pi^2} \frac{T(t)}{EJ}\right) q(t) \right] \sin \frac{\pi}{l} x = 0;$$

$$\ddot{q}(t) + \omega^2 \left[ 1 - \frac{l^2}{\pi^2} \frac{T(t)}{EJ} \right] q(t) = 0. \quad (5)$$

Враховуючи, що  $T(t) = C\Delta(t)$ , рівняння (5) перепишемо у вигляді:

$$\ddot{q}(t) + \omega^2 \left[ 1 - \frac{l^2}{\pi^2} \frac{C}{EJ} \Delta(t) \right] q(t) = 0 \quad (6)$$

Початкові умови одержуємо з (3), використовуючи (4):

$$q(t)|_{t=0} = a_0, \quad \dot{q}(t)|_{t=0} = a_0. \quad (7)$$

Слід зазначити, що  $\Delta(t)$  - є функцією  $q(t)$ . Знайдемо вираз  $\Delta(t)$  через  $q(t)$ .

Обчислимо переміщення шарніра  $B$  у випадку, коли стрижень має поперечне переміщення  $w(x, t) = q(t) \sin \left(\frac{\pi}{l}\right) x$ :

$$\ddot{q}^2 = (1 - \alpha)(1 - \bar{q}^2) + \frac{\alpha}{2}(1 - \bar{q}^4),$$

або

$$\dot{\bar{q}}^2 = (1 - \bar{q}^2) \left[ 1 - \alpha + \frac{\alpha}{2}(1 + \bar{q}^2) \right].$$

Остаточно, перший інтеграл рівняння:

$$\dot{\bar{q}}^2 = (1 - \bar{q}^2) \left[ 1 - \frac{\alpha}{2}(1 - \bar{q}^2) \right]. \quad (16)$$

В системі координат  $\dot{\bar{q}}$  і  $\bar{q}$  побудуємо перший інтеграл (або фазовий портрет рівняння (12)) при різних значеннях параметра  $\alpha$ :

- 1)  $\alpha = 0$ ; 2)  $\alpha = \frac{1}{2}$ ; 3)  $\alpha = 1$ ; 4)  $\alpha = \frac{3}{2}$ ; 5)  $\alpha = 2$ ; 6)  $\alpha = 3$ ;

по виду рівняння:

$$y^2 = (1 - x^2) \left[ 1 - \frac{\alpha}{2}(1 - x^2) \right]. \quad (17)$$

Аналізуючи фазовий портрет залежно від  $\alpha$  (рис. 2), в системі можливі поперечні коливання відносно прямолінійної форми рівноваги стрижня тільки для  $0 \leq \alpha < 2$ .

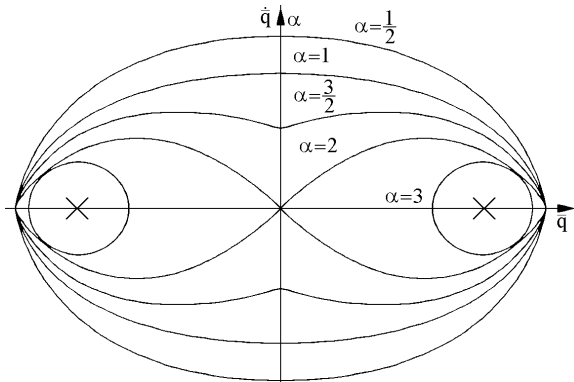


Рис. 2. Фазовий портрет поперечних коливань

Для  $\alpha > 2$  в системі можливі коливання відносно нової форми рівноваги (скривленої, показано на рис.2 кружком). Причому максимальне позовжнє зусилля, яке може реалізуватися в пружині  $S$ , не перевершує двох критичних значень  $P_{KP}$ , тобто:

$$T_{\max} \leq \alpha P_{KP} = \alpha \frac{EJ\pi^2}{l^2}. \quad (18)$$

Аналіз форм коливань динамічної моделі, з точки зору роботи пружно-гнучкого елемента (стрижня) як запобіжника, дає можливість стверджувати, що поломка СХЗП не відбудеться при відповідному до зусилля  $T_{max}$  гарантованому запасі міцності його елементів.

Залежність (18) дозволяє говорити про критеріальну оцінку стійкості оболонки МГК під навантаженням.

**Висновки.** 1. Створена математична модель втрати стійкості МГК. 2. Проведено аналітичне дослідження поздовжнього і поперечного вигину МГК, отримані формули для визначення максимального зусилля і умови для різних форм втрати стійкості гнучкого елемента. 3. Створена критеріальна оцінка стійкості конструктивно-ортотропної оболонки МГК під навантаженням в СХЗП.

### Список використаних джерел

1. Приймаков А.Г., Воробьев Ю.С., Приймаков Г.А. Теория и конструирование силовых волновых зубчатых передач / Монография. – Харьков: «Оберіг», 2010. – 352 с.
2. Приймаков А.Г., Приймаков Г.А., Швырёв Н.П. Расчет и проектирование герметичных силовых волновых зубчатых передач / Монография. – Харьков: «Оберіг», 2010. – 112 с.
3. Приймаков А.Г., Градыский Ю.А., Приймаков Г.А. Расчет и проектирование силовых волновых механизмов с позиции трибофатики / Монография. – Харьков: «Оберіг», 2012. – 302 с.
4. Маргулис М.В. Основы расчёта и методология создания высококомментных волновых зубчатых передач для приводов тяжёлых машин: Дисс. докт. техн. наук. - Ленинград, 1991. - 435 с.
5. Cooper M.G., e.a. On the mechanisms of pressure generation in vented explosions, Combustion and Flame, 1986, w. 65, № 1. – P. 1 – 14.
6. D. Mc’Cann, G. Thomas, D. Edwards. Gasdynamic studies of explosion venting, Archivum combustionis, 1985, v. 5, № 1. – P. 83 – 97.

### Аннотация

#### КРИТЕРИЙ УСТОЙЧИВОСТИ МЕТАЛЛОПОЛИМЕРНОГО ГИБКОГО КОЛЕСА СИЛОВОЙ ТРЕХВОЛНОВОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

Приймаков А.Г., Градыский Ю.А., Гузенко В.А.

*Создана математическая модель потери устойчивости металлополимерной конструктивно-ортотропной оболочкой гибкого колеса сило-*

*вой волновой зубчатой передачи под нагрузкой. Создана критериальная оценка сохранения устойчивости металлополимерного гибкого колеса такой конструкции.*

## **Abstract**

### **CRITERION OF STABILITY OF METALLOPOLIMERNOGO OF FLEXIBLE WHEEL OF THE POWER THREE-WAVE GEARING**

**A. Priymakov, Y. Gradyskiy, V. Guzenko**

*Created mathematical model of loss of stability the metallopolimernoy konstruktivno-ortotropnoy shell of flexible wheel of the power wave gearing on-loading. The criterion estimation of maintainance of stability of metallopolimernogo of flexible wheel of such construction is created.*