

ТЕОРІЯ РУХУ ОЧИСНИКА ГОЛОВОК КОРЕНЕПЛОДІВ НА КОРЕНІ

Головач І.В., д.т.н., Пришляк В.М., к.т.н., Солтисюк В.І., к.т.н.,
Національний університет біоресурсів і природокористування України
Вінницький національний аграрний університет, Відокремлений підрозділ
Національного університету біоресурсів і природокористування України
“Бережанський агротехнічний інститут”

Наведено теорія руху очисника головок коренеплодів від залишки гички на корені у вигляді диференційних рівнянь руху у формі Лагранжу II-го роду.

Вступ. Використання при очищенні головок коренеплодів цукрового буряку очисника вдосконаленої конструкції, який навішений позаду на трактор приводить до вільних його рухів в просторі, які визначаються поступальною швидкістю трактора, рельєфом поверхні поля, розміщенням копіювальних коліс відносно системи підвісу та т. ін.

Крім того, застосування в конструкції очисника пневматичних копіювальних коліс викликає інтенсивні його коливання саме у вертикальній площині, що в найбільшій ступені буде впливати на якість виконання технологічного процесу очищення.

Мета дослідження. Дослідження коливальних рухів очисника з метою їх зниження дасть можливість покращити якість очищення головок коренеплодів від залишків гички. Тому, розглянемо аналітично рух очисника в повздовжньо-вертикальній площині, тобто побудуємо математичну модель його коливань при русі по нерівностям поверхні ґрунту.

Основний зміст. Складемо, по-перше, еквівалентну схему очисника (рис.1), який навішений позаду на трактор, розглядаючи його рух тільки в повздовжньо-вертикальній площині.

При цьому будемо розглядати рух тільки одного із копіюючих коліс радіусом r , враховуючи, що друге знаходиться в тому ж стані що і перше. Припустимо, що в процесі копіювання копіююче колесо, рухаючись в міжряддях буряку по поверхні ґрунту синусоїдального поперечного профілю [1] пересунулось із одного положення в друге. В площині обертання на копіююче колесо діють: сила тиску машини G і тягове зусилля P .

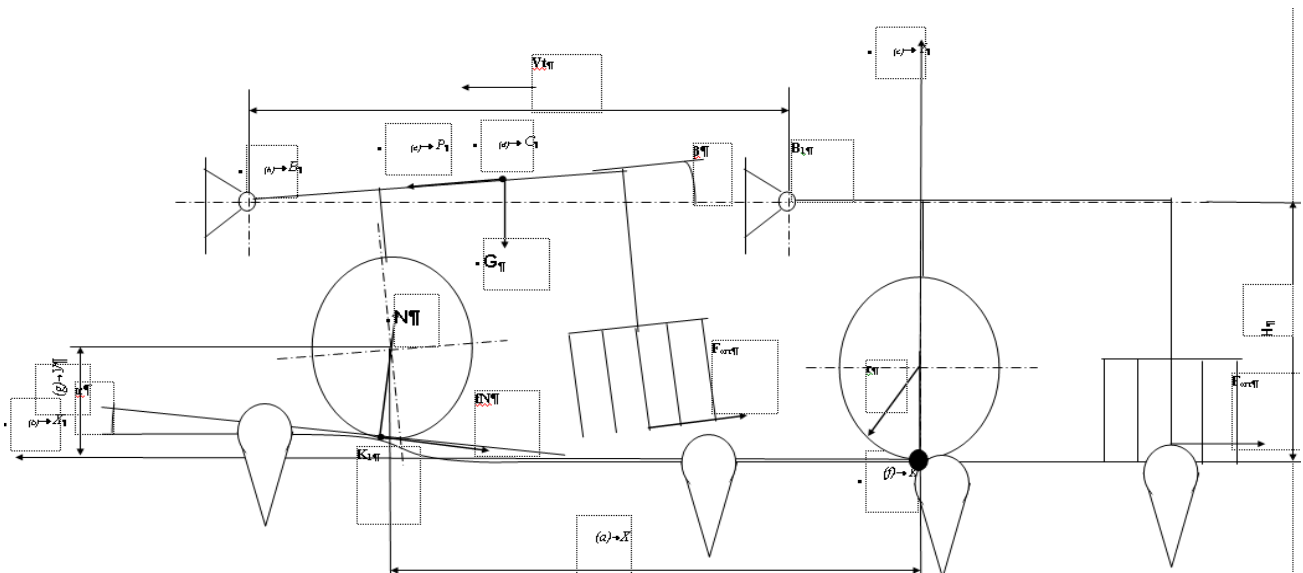


Рис.1. Еквівалентна схема руху очисника головок коренеплодів

Під дією вказаних сил в точці контакту колеса з нерівністю поверхні ґрунту – K_1 виникають нормальна N і дотична fN реакції (f – коефіцієнт опору перекочування) [2]. Точка прикладання нормальної і дотичної реакцій визначається кутом α .

Кут між силою тяги P і напрямком пересування позначимо через β , який і визначає характер вертикальних коливань очисника в повздовжньо-вертикальній площині; центр вісі підвісу рами очисника через B , висоту підвісу рами через H . Прийнемо, що шарнір B не пересувається в вертикальній площині, тобто процес копіювання відбувається тільки за рахунок копіюючих коліс очисника. Швидкість пересування очисника буде дорівнювати V_m .

Віднесемо приведену систему до нерухомих декартових координат KXY [3], припускаючи, що всі її точки пересуваються тільки в цій площині. Центр координатних осей K розташовуємо в точці контакту копіюючого колеса з ґрунтом. Тоді, як бачимо з рис.1, розташування центра копіюючого колеса визначається координатами X і Y .

Розглянемо в першому наближенні рух точки підвісу очисника до трактора (точка B) прямолінійним і рівномірним, а центр ваги машини (точка C) нехай буде розміщеним на відстані l_2 від вісі підвісу, відстань між віссю підвісу машини (точка O) та віссю копіюючих коліс дорівнює l_1 .

Масу очисника позначимо як M , масу копіювальних коліс через $m = m_1 + m_2$ (де m_1 – маса першого колеса, m_2 – маса другого колеса). Вага очисника, що прикладена в його центрі мас (точка C) – через G . Маса копіювальних коліс зосереджена в точці C_1 .

Пневматичні копіювальні колеса представимо у вигляді окремих моделей, які мають коефіцієнт жорсткості c і коефіцієнт демпфірування μ . Оскільки кількість копіюючих коліс два, то вказані коефіцієнти будуть подвоюватися. Вважаємо, що колеса в загальному випадку при русі зминають верхній шар

поверхні ґрунту, однак рухаються по нерівностям поверхні ґрунту синусоїдального поперечного профілю. В першому наближенні можемо рахувати, що копіююче колесо контактує з нерівністю поверхні поля в точці K_1 , положення якої в прийнятій системі координат можна представити таким рівнянням:

$$y = h \left(1 + \sin \left(kx - \frac{\pi}{2} \right) \right), \quad (1)$$

де: y – ордината висоти нерівності поверхні ґрунту, м;
 h – половина висоти нерівності поверхні ґрунту, м;
 k – частота нерівності поверхні ґрунту;
 $x = Vt$ – значення поточної координати;
 V – швидкість руху очисника, м/с.

Оскільки центр мас пневматичних копіюючих коліс здійснює незалежні коливальні рухи (точка C_1) і ординати висот нерівності поверхні ґрунту y значно менші ніж довжина x , можемо вважати, що ці коливання можуть визначатися незалежною координатою y . Центр мас очисника (точка C), його положення в повздовжньо-вертикальній площині повністю визначаються незалежною координатою β . Таким чином, розглянута коливальна система може бути приведена до двох незалежних координат:

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \beta \\ q_2 &= y \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

Швидкість руху центра мас коліс в такому випадку буде дорівнювати:

$$V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}. \quad (3)$$

Для опису кінетичної енергії даної динамічної системи, необхідно також визначити кутову швидкість копіюючого колеса і виразити її через відомі параметри. Вона визначається таким виразом:

$$\omega = \frac{dS}{dt} \frac{1}{r}, \quad (4)$$

де: ω – кутова швидкість копіюючого колеса, c^{-1} .;
 S – шлях переміщення колеса, м;
 r – радіус колеса, м.

Знаходимо шлях, який проходить копіююче колесо:

$$dS = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{1 + h^2 k^2 \cos^2 \left(kx - \frac{\pi}{2} \right)} dx. \quad (5)$$

Підставляючи значення (5) в (4) отримаємо значення шуканої кутової швидкості:

$$\omega = \frac{\sqrt{1 + h^2 k^2 \cos^2\left(kx - \frac{\pi}{2}\right)} \dot{x}}{r}. \quad (6)$$

Для складання диференціальних рівнянь руху використаємо вихідні рівняння у формі Лагранжа II-го роду [1]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i - \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} - \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i}, \quad (7)$$

де: T – кінетична енергія системи;
 Q_i – узагальнена сила;
 Π – потенційна енергія системи;
 R – дисипативна функція.

Визначимо складові, що входять у вираз (7).

Кінетична енергія системи, що розглядається буде дорівнювати:

$$T = \sum_{i=1}^n T_i = T_1 + T_2 + T_3. \quad (8)$$

Складові кінетичної енергії в свою чергу будуть дорівнювати:

$$T_1 = \frac{MV^2}{2} = \frac{M}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2), \quad (9)$$

де: M – маса очисника, кг; V – швидкість руху очисника, м/с;

$$T_2 = \frac{I_o \dot{\beta}^2}{2}, \quad (10)$$

де: I_o – момент інерції рами очисника відносно осі, яка перпендикулярна до поздовжньо-вертикальної площини і проходить крізь точку O , кг·м²;
 $\dot{\beta}$ – кутова швидкість повертання рами очисника, с⁻¹.

$$T_3 = \frac{I_k \omega^2}{2} = \frac{1}{2r^2} I_k \dot{x}^2 (1 + h^2 k^2 \sin^2(kx)), \quad (11)$$

де: I_k – момент інерції копіюючих коліс, кг·м²; ω – кутова швидкість обертання колеса, с⁻¹.

Тоді вираз (8) скорочено прийме такий вигляд:

$$T = \frac{MV^2}{2} + \frac{I_o \dot{\beta}^2}{2} + \frac{I_k \omega^2}{2}. \quad (12)$$

По першій узагальненій координаті складова в рівнянні (7) матиме такий вигляд:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} = I_o \cdot \dot{\beta}. \quad (13)$$

Тоді:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} \right) = I_o \cdot \ddot{\beta}. \quad (14)$$

Якщо врахувати, що:

$$\frac{\partial T}{\partial \beta} = 0, \quad (15)$$

то

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \beta} = I_o \cdot \ddot{\beta}. \quad (16)$$

Потенційна енергія системи визначається таким виразом:

$$\Pi = c(l_1\beta - y)^2, \quad (17)$$

де: c – коефіцієнт жорсткості шин коліс ходової системи, Н/м; l_1 – відстань від осі підвісу машини до осі копіюючих коліс, м.

Дисипативна функція системи має такий вигляд:

$$R = \mu(l_1\dot{\beta} - \dot{y})^2, \quad (18)$$

де: μ – коефіцієнт демпфірування коліс, Н·с / м;

Аналогічно:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \beta} = 2cl_1(l_1\beta - y), \quad (19)$$

а

$$\frac{\partial R}{\partial \dot{\beta}} = 2\mu l_1(l_1\dot{\beta} - \dot{y}). \quad (20)$$

Для другої узагальненої координати знайдемо аналогічні вирази:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} = m\dot{y}. \quad (21)$$

Тоді:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) = m\ddot{y}, \quad (22)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad (23)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y} = -2c(l_1\beta - y), \quad (24)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \dot{y}} = -2\mu(l_1\dot{\beta} - \dot{y}). \quad (25)$$

Тепер знайдемо узагальнені сили Q_i по узагальнених координатах β і y , які входять в праву частину рівняння Лагранжа (7). Для визначення узагальненої сили по незалежній координаті y скористаємось виразом елементарної роботи сил на можливому переміщенні δy

$$\begin{aligned} \delta W_y = \sum_{i=1}^n Q_y \delta q_y = & -G\delta y - fN\sin\alpha\delta y + \\ & + F_{on}\sin\beta\delta y + N\cos\alpha\delta y - P\sin\beta\delta y. \end{aligned} \quad (26)$$

Треба зауважити, що нормальна і дотична реакції ґрунту на копіюючому колесі виконують елементарну роботу відповідно на деформацію ґрунту та подолання тертя, тобто вважаємо що вони є активними силами.

Звідки маємо, що узагальнена сила дорівнює:

$$Q_y = \frac{\delta W_y}{\delta y} = -G + fN\sin\alpha + F_{on}\sin\beta + N\cos\alpha - P\sin\beta. \quad (27)$$

Узагальнену силу по кутовій координаті β визначимо відносно осі підвісу рами машини, яка проходить крізь точку B . Зазначимо, що узагальнена сила по кутовій координаті β має розмірність моменту, тоді вираз для узагальненої сили буде мати такий вигляд:

$$Q_\beta = M_{нов} - M_{он.нов}, \quad (28)$$

де: $M_{\hat{н}\hat{а}}$ – момент сил, які повертають машину навколо осі, що проходить крізь точку підвісу B , Нм;

$M_{\hat{н}\hat{а}}$ – момент сил опору повороту машини, Нм.

Як видно з рис. 2 і на основі [4] сумарний момент від сил: реакції поверхні ґрунту N , тертя fN та опору пересування робочого органу F_{on} буде дорівнювати:

$$M_{нов} = N \cdot BB'' + fN \cdot BB' + F_{on} \cdot H, \quad (29)$$

Де: BB'' – плече сили N , яке дорівнює:

$$BB'' = \cos(\alpha + \beta)[l_1 + \operatorname{tg}(\alpha + \beta)(H - r)]. \quad (30)$$

BB' – плече сили fN , яке дорівнює:

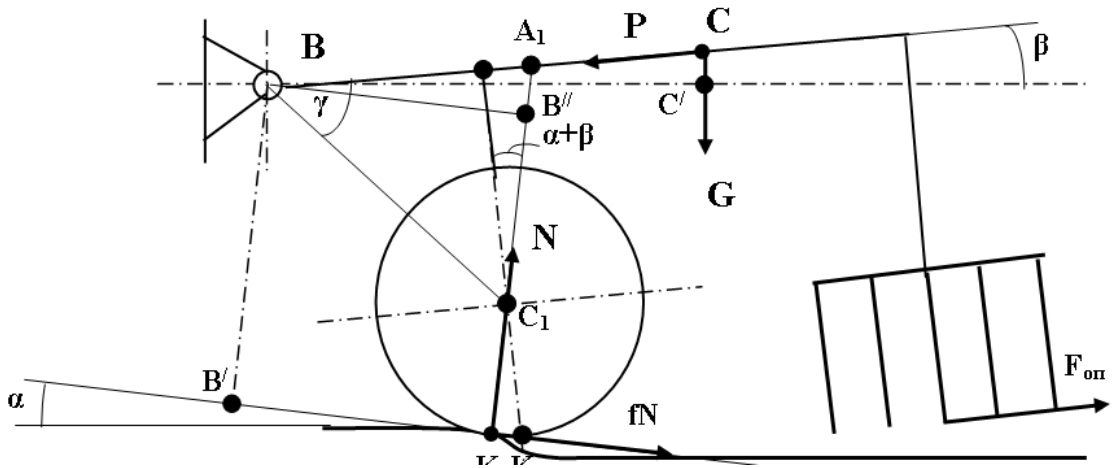


Рис.2. Еквівалентна схема руху очисника в момент наїзду на нерівність поверхні ґрунту

$$BB' = r + \cos(90^\circ + \alpha + \beta - \gamma) \sqrt{(H - r)^2 + l_1^2}. \quad (31)$$

В формулу (31) входить кут γ (рис.2), який утворений прямими AB і BC_1 . Тангенс цього кута дорівнює:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{AC_1}{AB} = \frac{H - r}{l_1}. \quad (32)$$

Підставимо значення (30) і (31) в формулу (29), яка після цього буде мати такий вигляд:

$$M_{нов} = N \cdot \cos(\alpha + \beta) [l_1 + \operatorname{tg}(\alpha + \beta)(H - r)] + fN \cdot r + \cos(90^\circ + \alpha + \beta - \gamma) \sqrt{(H - r)^2 + l_1^2} + F_{оп} \cdot H. \quad (33)$$

Тепер знайдемо момент від сил опору повертання рами очисника. Згідно рис.2 це є момент від сили G :

$$M_{он.нов} = G \cdot BC', \quad (34)$$

де: BC'_1 – плече сили G .

Із трикутника BBC_1 отримуємо:

$$BC' = l_2 \cdot \cos \beta. \quad (35)$$

Після підстановки (3.33) в (3.32) отримаємо:

$$M_{он.нов} = G \cdot l_2 \cos \beta. \quad (36)$$

Підставимо значення (33) і (36) в (28). Тоді формула узагальненої сили по кутовій координаті β матиме вигляд:

$$Q_\beta = N \cdot \cos(\alpha + \beta) [l_1 + \operatorname{tg}(\alpha + \beta)(H - r)] + fN \cdot \left[r + \cos(90^\circ + \alpha + \beta - \gamma) \sqrt{(H - r)^2 + l_1^2} \right] + F_{оп} \cdot H - G \cdot l_2 \cos \beta. \quad (37)$$

Підставимо значення всіх складових в систему (7), отримаємо таку

систему диференційних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} I_o \ddot{\beta} &= N \cdot \cos(\alpha + \beta) [l_1 + \operatorname{tg}(\alpha + \beta)(H - r)] + \\ &+ fN \cdot \left[r + \cos(90^\circ + \alpha + \beta - \gamma) \sqrt{(H - r)^2 + l_1^2} \right] + \\ &+ F_{on} \cdot H - G \cdot l_2 \cos \beta - 2cl_1(l_1\dot{\beta} - y) - 2\mu l_1(l_1\dot{\beta} - \dot{y}) \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{y} &= -G + fN \sin \alpha + F_{on} \sin \beta + N \cos \alpha - P \sin \beta + \\ &+ 2c(l_1\dot{\beta} - y) + 2\mu(l_1\dot{\beta} - \dot{y}) \end{aligned} \right\}$$

Звідки маємо:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\beta} &= \frac{N \cdot \cos(\alpha + \beta) [l_1 + \operatorname{tg}(\alpha + \beta)(H - r)]}{I_o} + \\ &+ \frac{fN \cdot \left[r + \cos(90^\circ + \alpha + \beta - \gamma) \sqrt{(H - r)^2 + l_1^2} \right]}{I_o} + \\ &+ \frac{F_{on} \cdot H - G \cdot l_2 \cos \beta - 2cl_1(l_1\dot{\beta} - y) - 2\mu l_1(l_1\dot{\beta} - \dot{y})}{I_o} \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{y} &= \frac{-G + fN \sin \alpha + F_{on} \sin \beta + N \cos \alpha - P \sin \beta}{m} + \\ &+ \frac{2c(l_1\dot{\beta} - y) + 2\mu(l_1\dot{\beta} - \dot{y})}{m} \end{aligned} \right\}$$

Висновок. Отримана система (39) складена із двох диференційних рівнянь і є розрахунковою математичною моделлю руху встановленого на трактор очисника головок коренеплодів цукрових буряків від залишків гички. Рішення вказаної системи диференційних рівнянь з допомогою ПЕОМ дасть можливість встановити ступінь впливу конструктивних параметрів очисника – r , H , l_1 , m , I_o , c , μ на процес його коливань в повздовжньо-вертикальній площині, що в цілому дасть можливість покращити очистку головок коренеплодів від залишків гички.

Список літератури:

1. Колычев Е.И., Перельцвайг И.М. О выборе расчетного случая воздействия при исследовании плавности хода тракторов и сельхозмашин. – Тракторы и сельхозмашины, 1976, №3. – С. 9-11.
2. Чудаков Д.А. Основы теории и расчета трактора и автомобиля. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Колос, 1972. – 384 с.

3. Василенко П.М. Об уравнениях динамики систем с неголономными связями. – В кн.: Земледельческая механика /сборник трудов/. – М.: Машиностроение, 1968, т. II. С. 26-34.
4. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин. – М.: Машиностроение, 1981. – 222 с.

Анотация

ТЕОРИЯ ДВИЖЕНИЯ ОЧИСТИТЕЛЯ ГОЛОВОК КОРНЕПЛОДОВ НА КОРНЮ

Головач И.В., Пришляк В.Н., Солтисюк В.И.

В статье приведена теория движения очистителя головок корнеплодов от остатков ботвы на корню в виде дифференциальных уравнений Лагранжа второго рода.

Abstract

THE THEORY OF MOVEMENT OF THE CLEANER OF HEADS ROOT CROPS ON THE ROOT

Holovach I., Pruchliak V., Soltusuk V.

In the paper the procedure of build-up of mathematical model of driving of the root cleaner as the differential equations of the Lagrange of the second sort is reduced.