

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ЧАСТИНКИ ОРГАНІЧНИХ ДОБРИВ

Хоменко С.М. к.т.н., асис.

*Житомирський національний агроекологічний університет*

*Представлено математичну модель руху частинки органічних добрив по поверхні робочих органів. Використання даної моделі дозволить визначити оптимальні параметри робочих органів машини для внесення органічних добрив.*

**Постановка проблеми.** Для підвищення продуктивності і якості технологічного процесу внесення органічних добрив було запропоновано нову конструкцію подрібнювального барабану [3], що складається з півеліпсних подрібнювачів, кожний з яких виконаний у вигляді двох півеліпсів, розміщених на одній осі. Проте для використання даного технічного рішення необхідно визначити його оптимальні параметри.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Робочі органи (РО), що підлягають дослідженню відносяться до ротаційних поверхонь, що встановлені під певним кутом до горизонтальної осі їх обертання.

Найбільший вклад у розробку теорії руху частинок по різним ротаційним поверхням зробив корифей землеробської механіки, академік П.М. Василенко [1]. Зокрема, запропонована ним модель руху матеріальної частинки по радіальній лопатці, що обертається навколо горизонтальної осі, була широко використана багатьма дослідниками при розробці розкидачів органічних добрив.

Проте, незважаючи на універсальність і широке використання даного рівняння, можливості його застосування обмежені. Адже, його можна використовувати лише для радіальної лопатки і тільки тоді, коли рух відбувається в площині. В нашому ж випадку рух частинки по лопатці буде відбуватися в просторі, а сама лопатка буде нахилена під певним кутом до осі обертання.

**Постановка завдання.** *Мета досліджень* полягала в побудові механіко-математичної моделі руху частинки добрив по ротаційній шорсткій площині, що обертається навколо горизонтальної осі і нахилена до неї під довільним кутом. *Об'єкт досліджень* – процес взаємодії органічних добрив з робочими органами. *Предмет досліджень* – залежності, що описують взаємодію добрив з робочими органами.

**Результати досліджень.** У якості моделі частинки органічних добрив приймаємо елементарний об'єм твердого тіла та складаємо диференціальні рівняння відносного руху його центру мас по нестационарній неутримуючій в'язі, використовуючи принцип Даламбера [2]. При цьому приймаємо, що частинка добрив ковзає по поверхні РО без кочення і без обертання навколо

власних осей інерції. Розглянемо рух центру мас частинки в неінерціальній рухомій системі відліку  $Oxyz$ , яка обертається з кутовою швидкістю  $\omega_p$  навколо інерціальної нерухомої системи координат  $O\xi\eta\zeta$  (рис. 1, а).

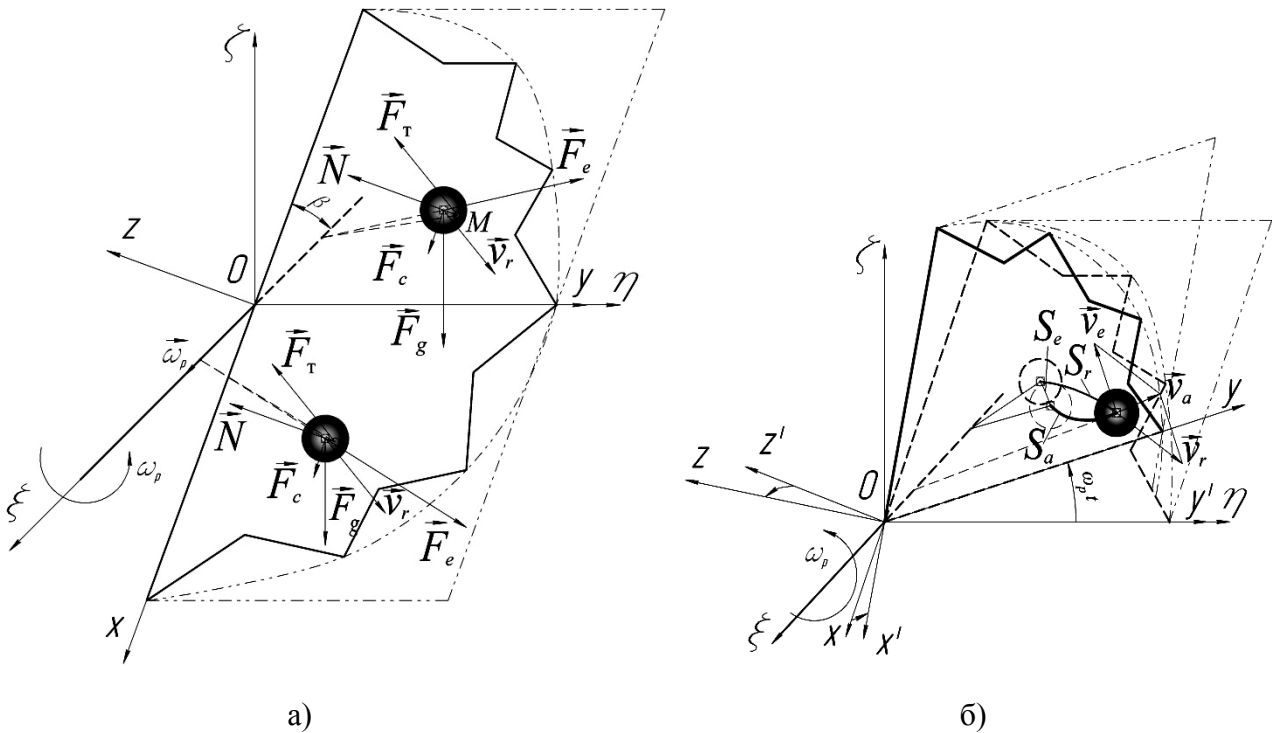


Рис. 1 – Схема для побудови механіко-математичної моделі відносного руху частинки по шорсткій поверхні РО (а) та Схема траекторій руху частинки у відносному ( $S_r$ ), переносному ( $S_e$ ) і абсолютному ( $S_a$ ) русі (б)

Положення РО у системі координат  $Oxyz$  у будь-який момент часу визначатиме вісь  $Oy$  рухомих осей координат, що співпадає з малою віссю еліпса, з якого утворено РО (рис. 1, б)

Момент часу, коли частина лопатки РО на якій знаходиться частинка добрив, рух якої досліджується, вийде з них і почне рухатися по РО з відносною швидкістю, задається кутом  $\theta_0$  повороту рухомої осі  $Oy$ , який відраховується від осі  $O\eta$ . Рівняння площини РО у системі координат  $Oxyz$ :

$$f(x, y, z) = z = 0. \quad (1)$$

Особливістю запропонованої моделі частинки добрив у порівнянні з існуючими [1] є те, що вона враховує еквівалентний діаметр частинки, що розглядається, у вигляді кулі, з урахуванням того, в якій саме частині РО знаходиться частинка добрив, що визначається від'ємними чи додатними значеннями координати  $x$ . При цьому, відцентрова сила інерції в першому випадку сприяє швидшому сходу частинки з РО, а в другому – навпаки.

На частинку добрив діють наступні сили:  $\vec{F}_g$  – сила тяжіння, Н;  $\vec{F}_e$  – відцентрова сила інерції, Н;  $\vec{F}_c$  – Коріолісова сила інерції, Н;  $\vec{N}$  – нормальна сила реакції, Н;  $\vec{F}_\delta$  – сила тертя, Н. Розкладаючи діючі сили по осях рухомої системи координат та враховуючи (1) і умову безвідривного руху добрив (

$N > 0$ ), складаємо диференціальні рівняння, що описують відносний рух частинки добрив по поверхні робочого органу:

$$\left\{ \begin{array}{l} m\ddot{x}_c = mg \sin(\chi - \omega_\delta t) \sin \beta \mp m\omega_\delta^2 x_c \sin^2 \beta \mp m\omega_\delta^2 d \sin 2\beta + \\ \quad + 2m\omega_\delta \dot{y}_c \sin \beta - \frac{f_1 N \dot{x}_c}{\sqrt{\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2}}; \\ m\ddot{y}_c = -mg \cos(\chi - \omega_\delta t) + m\omega_\delta^2 y_c + 2m\omega_\delta \dot{x}_c \sin \beta - \frac{f_1 N \dot{y}_c}{\sqrt{\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2}}; \\ m\ddot{z}_c = 0 = N - mg \sin(\chi - \omega_\delta t) \cos \beta \pm 0,5m\omega_\delta^2 x_c \sin 2\beta \pm \\ \quad \pm 0,5m\omega_\delta^2 d \cos^2 \beta - 2m\omega_\delta \dot{y}_c \cos \beta, \end{array} \right. \quad (2)$$

де:  $x_c, y_c, \dot{x}_c, \dot{y}_c, \ddot{x}_c, \ddot{y}_c$  – проекції координати, відносної швидкості та відносного прискорення центру мас частинки добрив на осі  $Ox, Oy$ , м, м/с, м/с<sup>2</sup>, відповідно;

$d$  – еквівалентний діаметр частинки добрив, м;

$\chi$  – кут між вектором прискорення вільного падіння та радіусом розташування центра мас частинки добрив, рад;

$\omega_\delta$  – кутова швидкість розкидального барабану, рад/с.

$m$  – маса частинки добрив, кг.

Перший знак у рівняннях системи (2) відповідає розгляду руху частинки у першій чверті РО (для від'ємних значень  $x$ ), другий знак – у четвертій чверті РО (для додатних значень  $x$ ).

З третього рівняння системи (2), запишемо вираз для визначення нормальної реакції поверхні:

$$N = mg \cos(\chi - \omega_\delta t) \cos \beta \mp 0,5m\omega_\delta^2 x_c \sin 2\beta \mp 0,5m\omega_\delta^2 d \cos^2 \beta + \\ + 2m\omega_\delta \dot{y}_c \cos \beta. \quad (3)$$

Розв'язок системи двох нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку (4), знаходимо використовуючи числовий метод Рунге-Кутта 4-го порядку, що реалізований в прикладній програмі символічної математики Maple 11. Для визначення відносних координат та відносної швидкості руху частинки добрив у будь-який момент часу було розроблено спеціальну програму.

Підставивши рівняння (3) в систему (2), механіко-математичну модель відносного руху частинки добрив у площині РО запишемо наступним чином:

$$\left\{ \begin{aligned} \ddot{x}_c &= g \sin(\chi - \omega_\delta t) \sin \beta \mp \omega_\delta^2 x_c \sin^2 \beta \mp \omega_\delta^2 d \sin 2\beta + 2\omega_\delta \dot{y}_c \sin \beta - \\ &- f_1 \left( g \cos(\chi - \omega_\delta t) \cos \beta \mp 0,5\omega_\delta^2 x_c \sin 2\beta \mp 0,5\omega_\delta^2 d \cos^2 \beta + \right. \\ &\left. + 2\omega_\delta \dot{y}_c \cos \beta \right) \frac{\dot{x}_c}{\sqrt{\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2}}; \\ \ddot{y}_c &= -g \cos(\chi - \omega_\delta t) + \omega_\delta^2 y_c + 2\omega_\delta \dot{x}_c \sin \beta - \\ &- f_1 \left( g \cos(\chi - \omega_\delta t) \cos \beta \mp 0,5\omega_\delta^2 x_c \sin 2\beta \mp \right. \\ &\left. \mp 0,5\omega_\delta^2 d \cos^2 \beta + 2\omega_\delta \dot{y}_c \cos \beta \right) \frac{\dot{y}_c}{\sqrt{\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2}}. \end{aligned} \right. \quad (4)$$

Оскільки, для початкових умов при  $\dot{x}_{c0}, \dot{y}_{c0} = 0$ , вираз  $\left[ 1/\sqrt{\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2} \right]$  системи (4) перетворюється у невизначеність при  $t = 0$ , приймаємо початкові значення  $\dot{y}_{c0} = 0,0001$  м/с,  $\dot{x}_{c0} = 0,0001$  м/с.

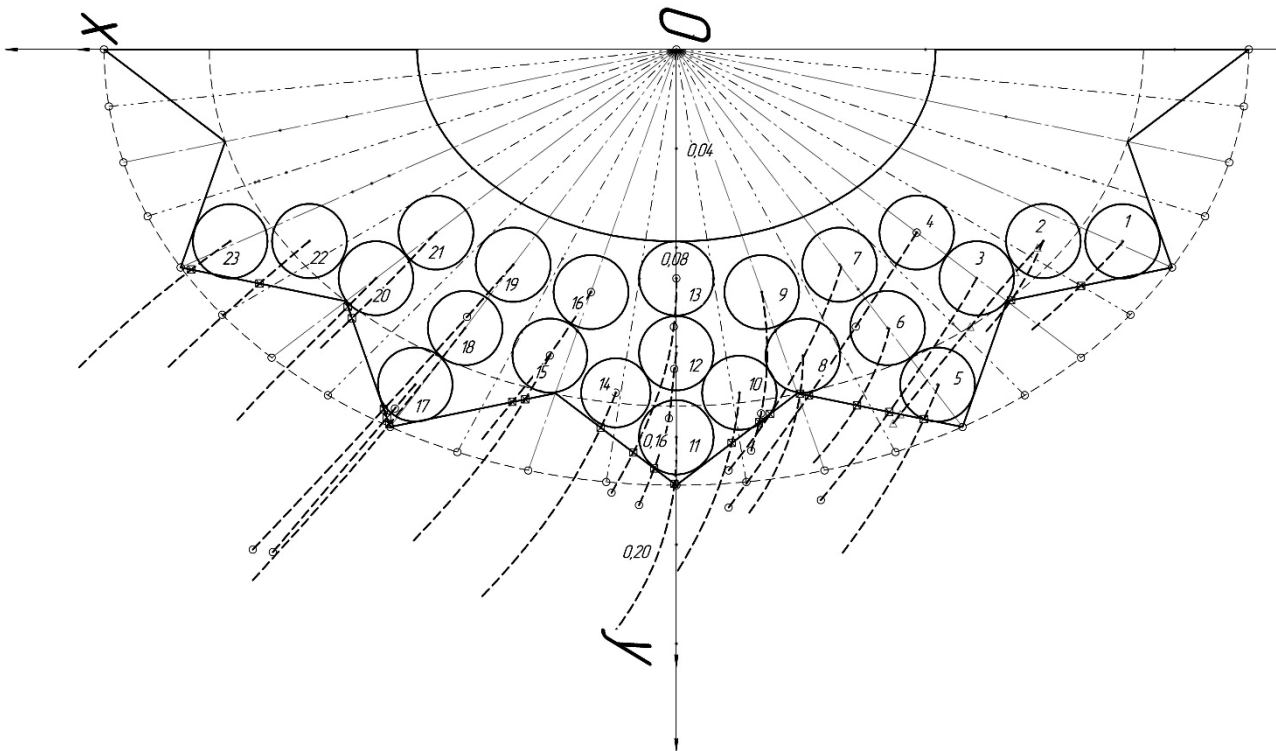


Рис. 2 – Графічне рішення системи (4)

Для переходу від рухомої до нерухомої систем відліку використаємо формули переходу, отримані із застосуванням кутів Ейлера-Крилова [1]:

$$\left\{ \begin{aligned} \xi &= x_c \cos \beta + z_c \sin \beta; \\ \eta &= x_c \sin \beta \sin(\theta_0 + \omega_p t) + y_c \cos(\theta_0 + \omega_p t) - z_c \cos \beta \sin(\theta_0 + \omega_p t); \\ \zeta &= -x_c \sin \beta \cos(\theta_0 + \omega_p t) + y_c \sin(\theta_0 + \omega_p t) + z_c \cos \beta \cos(\theta_0 + \omega_p t), \end{aligned} \right. \quad (5)$$

де:  $\theta_0$  – кут між віссю  $Oy$  та  $O\eta$  в момент часу, коли РО виходить з добрив з частинкою, рух якої розглядається, рад.

Для досліджень математичної моделі (5) розглядали в площині півеліпсного РО 23 частинки (рис.2), визначали їх початкові координати, які використали в якості початкових умов для числового рішення системи (4). Результатом рішення є траєкторії руху кожної частинки, із допомогою яких графічно можна визначати момент сходу кожної частинки з РО та отримати значення її координати і відносної швидкості сходу (вильоту) у відносній системі координат.

Після цього, з використанням формул переходу (5) визначаємо проекції відносної швидкості на осі абсолютної системи координат і знаючи положення РО в даний момент часу, розраховуємо переносну швидкість частинки добрив. Отримані значення використовуємо для дослідження процесу розподілу добрив по полю.

## **Висновки**

Запропонована механіко-математична модель руху частинки добрив по площині робочого органу, що обертається навколо горизонтальної осі і встановлений до останньої під довільним кутом дозволяє при використанні числових методів розв'язку отримати графіки руху частинки в будь-який момент часу.

## **Список використаних джерел**

1. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин / П.М. Василенко. – Киев: Изд-во УАСХН, 1960. – 283 с.
2. Василенко П.М. О методике механико-математических изысканий при разработке проблем сельскохозяйственной техники [Текст] / П.М. Василенко. – М.: ГОСНИТИ, 1962. – 230 с.
3. Пат. 22404 Україна, МПК А01С 3/06. Розкидач органічних добрив / А.С. Малиновський, С.М. Герук, С.М. Хоменко, С.В. Міненко, О.М. Сукманюк. – № u 2006 11702; Заявл. 07.11.2006; Надрук. 25.04.2007, Бюл. № 5, 2007.

## **Аннотация**

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ ОРГАНИЧЕСКИХ УДОБРЕНИЙ**

Хоменко С.М.

*Представлена математическая модель движения частицы органических удобрений по поверхности рабочих органов. Использование данной модели позволит определять оптимальные параметры рабочих органов машины для внесения органических удобрений.*

## **Abstract**

# **MATHEMATICAL SIMULATION OF THE PARTICLE MOTION OF THE ORGANIC FERTILIZERS**

S. Khomenko

It is presented mathematical model of organic fertilizers motion along the surface of operating parts. The model allows to define optimum parameters of disk operating parts of the machine for applying organic fertilizers.