

УДК 519.876.5:631.25/.3

МАТЕМАТИЧНА ФОРМАЛІЗАЦІЯ ОПИСУ СТАНІВ І ПЕРЕХОДІВ ПАСИВНОГО РЕЗЕРВУВАННЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Бойко А.І., д.т.н., проф.

(Національний університет біоресурсів і природокористування України)

Бондаренко О.В., к.т.н., доцент

(Миколаївський національний аграрний університет)

Савченко В.М., к.т.н.

(Житомирський національний агроєкологічний університет)

В роботі розглянута математична формалізація опису станів і переходів пасивного резервування технічних систем

В роботі [1] показано, що одним з поширених напрямків еволюції розвитку системи «машина-база технічного обслуговування» може бути ситуація коли при загальному природному старінні техніки ремонтна обслуговуюча база залишається на певному досягнутому рівні. Тоді в умовах наявності пасивних резервувань окремих вузлів і деталей, граф станів і переходів такої системи представляється слідуючою схемою зображеною на рисунку [1].

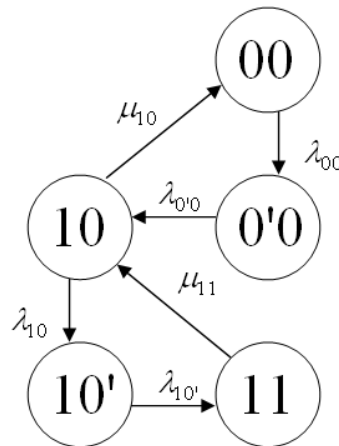


Рис. Розмічений граф станів і переходів системи при пасивному резервуванні, старіючій техніці і незмінному рівні сфери технічного обслуговування.

"00" – роботоздатний стан, коли основний і резервний елементи справні;

"10" – роботоздатний стан, коли основний елемент відмовив, а резервний справний;

"11" – нероботоздатний стан, коли основний і резервний елементи відмовили;

"0'0" і "10'" – проміжні стани.

Поведінка досліджуємої системи може бути описана аналітично за допомогою відповідних диференціальних рівнянь. Невідомими в цих рівняннях є ймовірності знаходження системи в тому чи іншому стані, а переходи із стану в стан відбуваються під дією потоків подій, зв'язаних з відмовами і відновленнями елементів. Особливістю даного опису є те, що інтенсивності втрати роботоздатності не є величинами постійними. Вони змінюються в часі або наробітку в наслідок старіння техніки.

Саме тому для вирішення поставленого завдання вводиться два проміжних фіктивних стани, "0'0" і "10'" які дають можливість розглядати потоки подій як полумарківські і застосовувати для складання і вирішення рівнянь відповідний математичний апарат.

Система рівнянь динамічного балансу ймовірностей (рівнянь Колмогорова), що відповідає системі з пасивним ненавантаженим резервуванням, графу станів і переходів, представленою на рисунку записується наступним чином:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} P_{00}(t) = -\lambda_{00}P_{00}(t) + \mu_{10}P_{10}(t); \\ \frac{d}{dt} P_{0'0}(t) = +\lambda_{00}P_{00}(t) - \lambda_{0'0}P_{0'0}(t); \\ \frac{d}{dt} P_{10}(t) = +\lambda_{0'0}P_{0'0}(t) + \mu_{11}P_{11}(t) - \mu_{10}P_{10}(t) - \lambda_{10}P_{10}(t); \\ \frac{d}{dt} P_{10'}(t) = \lambda_{10}P_{10}(t) - \lambda_{10'}P_{10'}(t); \\ \frac{d}{dt} P_{11}(t) = \lambda_{10'}P_{10'}(t) - \mu_{11}P_{11}(t). \end{cases} \quad (1)$$

де λ_{ij} – інтенсивності відмов; μ_{ij} – інтенсивності відновлень.

Нормованою умовою до представленої системи є рівність:

$$P_{00}(t) + P_{0'0}(t) + P_{10}(t) + P_{10'}(t) + P_{11}(t) = 1 \quad (2)$$

Правомірно допустити, що система починає свою роботу з роботоздатного стану, коли всі елементи справні. Тоді за початкову умову можна прийняти наступні ймовірності станів:

$$P_{00}(t) = 1; P_{0'0}(t) = 0; P_{10}(t) = 0; P_{10'}(t) = 0; P_{11}(t) = 0. \quad (3)$$

Для спрощення подальшого вирішення системи диференціальних рівнянь представимо її в перетвореннях Лапласа:

$$\begin{cases} S\phi_{00}(S) = -\lambda_{00}\phi_{00}(S) + \mu_{10}\phi_{10}(S) + 1; \\ S\phi_{0'0}(S) = \lambda_{00}\phi_{00}(S) - \lambda_{0'0}\phi_{0'0}(S); \\ S\phi_{10}(S) = \lambda_{0'0}\phi_{0'0}(S) + \mu_{11}\phi_{11}(S) - \mu_{10}\phi_{10}(S) - \lambda_{10}\phi_{10}(S); \\ S\phi_{10'}(S) = \lambda_{10}\phi_{10}(S) - \lambda_{10'}\phi_{10'}(S); \\ S\phi_{11}(S) = \lambda_{10'}\phi_{10'}(S) - \mu_{11}\phi_{11}(S). \end{cases} \quad (4)$$

Нормуюча умова (2) в перетвореннях Лапласа представляється виразом:

$$\varphi_{00}(S) + \varphi_{0'0}(S) + \varphi_{10}(S) + \varphi_{10'}(S) + \varphi_{11}(S) = \frac{1}{S}, \quad (5)$$

або

$$S\varphi_{00}(S) + S\varphi_{0'0}(S) + S\varphi_{10}(S) + S\varphi_{10'}(S) + S\varphi_{11}(S) = 1 \quad (6)$$

Введемо в третє рівняння системи (4) замість $S\varphi_{10'}(S)$ його значення з нормованої умови (6). Тоді система рівнянь представиться слідуючим чином:

$$\begin{cases} S\varphi_{00}(S) = -\lambda_{00}\varphi_{00}(S) + \mu_{10}\varphi_{10}(S) + 1; \\ S\varphi_{0'0}(S) = \lambda_{00}\varphi_{00}(S) - \lambda_{0'0}\varphi_{0'0}(S); \\ S\varphi_{10}(S) = 1 - S\varphi_{00}(S) - S\varphi_{0'0}(S) - S\varphi_{10'}(S) - S\varphi_{11}(S); \\ S\varphi_{10'}(S) = \lambda_{10'}\varphi_{10}(S) - \lambda_{10'}\varphi_{10'}(S); \\ S\varphi_{11}(S) = \lambda_{10'}\varphi_{10'}(S) - \mu_{11}\varphi_{11}(S). \end{cases}$$

Для послідуного вирішення, її доцільно переписати виділивши вільні члени:

$$\begin{cases} S\varphi_{00}(S) + \lambda_{00}\varphi_{00}(S) - \mu_{10}\varphi_{10}(S) = 1; \\ S\varphi_{0'0}(S) - \lambda_{00}\varphi_{00}(S) + \lambda_{0'0}\varphi_{0'0}(S) = 0; \\ S\varphi_{10}(S) + S\varphi_{00}(S) + S\varphi_{0'0}(S) + S\varphi_{10'}(S) + S\varphi_{11}(S) = 1; \\ S\varphi_{10'}(S) - \lambda_{10'}\varphi_{10}(S) + \lambda_{10'}\varphi_{10'}(S) = 0; \\ S\varphi_{11}(S) - \lambda_{10'}\varphi_{10'}(S) + \mu_{11}\varphi_{11}(S) = 0. \end{cases}$$

Після групування коефіцієнтів біля невідомих і проведення спрощень рівняння набувають виду:

$$\begin{cases} (S + \lambda_{00})\varphi_{00}(S) - \mu_{10}\varphi_{10}(S) = 1; \\ (S + \lambda_{0'0})\varphi_{0'0}(S) - \lambda_{00}\varphi_{00}(S) = 0; \\ S\varphi_{10}(S) + S\varphi_{00}(S) + S\varphi_{0'0}(S) + S\varphi_{10'}(S) + S\varphi_{11}(S) = 1; \\ (S + \lambda_{10'})\varphi_{10'}(S) - \lambda_{10'}\varphi_{10}(S) = 0; \\ (S + \mu_{11})\varphi_{11}(S) - \lambda_{10'}\varphi_{10'}(S) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Завданням подальших дослідження є встановлення невідомих, якими є ймовірнісні характеристики станів досліджуємої системи. Через їх визначення відкривається можливість виявлення основних показників надійності а також їх зміни в процесі експлуатації.

До таких показників доцільно віднести ймовірності знаходження технічної системи в роботоздатних станах якими є "00" і "10". Важливими

для цих станів також є визначення середніх наробіток тобто середнього часу знаходження системи в тому чи іншому роботоздатному стані. Знання цих параметрів надійності дає можливість планування раціональної експлуатації досліджуємої техніки.

Так як резервована технічна система є такою, що відновлюється після відмов, її надійність найкраще характеризується коефіцієнтом готовності. В динаміці змін параметрів при старінні техніки цей коефіцієнт втрачає стаціонарність, залежить від часу експлуатації і набуває значення функції готовності. Ця функція може бути визначена шляхом вирішення отриманої системи диференціальних рівнянь що є предметом подальших досліджень.

Список літератури:

1. Бойко А.І., Бондаренко О.В., Савченко В.М. Резервування як ефективний метод забезпечення надійності складної сільськогосподарської техніки // Техніка і технології АПК №4. 2013.

Аннотация

Математическая формализация описания состояний и переходов пассивного резервирования технических систем

Бойко А.И., Бондаренко А.В., Савченко В.М.

В работе рассмотрена математическая формализация описания состояний и переходов пассивного резервирования технических систем

Abstract

Mathematical formalization description of passive redundancy and transition technical systems

Boyko A., Bondarenko O., Savchenko V.

In this work the mathematical formalization of the description of states and transitions passive reservation technical systems