

Список літератури

1. Расчет и конструирование торгово-технологического оборудования / Л. И. Гордон [и др.] ; под ред. В. Н. Шувалова и С. В. Харламова. – Л. : Машиностроение, 1985. – 335 с.

2. Заплетников И. Н. Кинематическое исследование механизма подачи продукта / И. Н. Заплетников, А. К. Пильненко // Сб. науч. трудов ОНАПТ. – 2012. – Вып. 41. – С. 115–120.

Отримано 30.10.2012. ХДУХТ, Харків.

© І.М. Заплетніков, А.К. Пільненко, 2012.

УДК 621.867.2:664

І.В. Бельмас, д-р техн. наук, проф. (ДДТУ, Дніпродзержинськ)

Ю.М. Перфильєва, асп. (ДДТУ, Дніпродзержинськ)

НАПРУЖЕНИЙ СТАН СТРІЧКИ КОНВЕЄРА ЗНЕВОДНЕННЯ ХАРЧОВОЇ СИРОВИНИ

Установлено залежність напружено-деформованого стану ізотропної стрічки конвеєра від наявності в ній регулярно розташованих отворів.

Установлена зависимость напряженно-деформированного состояния изотропной ленты конвейера от наличия в ней регулярно размещенных отверстий.

The dependence of the stress-strain state of isotropic conveyor belt on the presence in it regularly arranged holes.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Стрічкові конвеєри застосовуються для зневоднення сировини під час її транспортування. Стрічка такого конвеєра має отвори, які впливають на її міцність. Дослідження напруженого стану стрічки дозволить вирішити важливе науково-технічне завдання врахування впливу отворів на міцність стрічки.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідженням напруженого стану гумотканинних стрічок присвячено низку праць, включаючи й авторів статті [1]. У відомих працях розглянуто питання наявності отворів у стрічках ортотропної побудови. Конвеєри можуть мати ізотропні стрічки.

Мета та завдання статті. Мета дослідження полягає у встановленні залежностей напружено-деформованого стану ізотропної стрічки конвеєра від наявності в ній регулярно розташованих отворів.

Виклад основного матеріалу дослідження. У лінійній постановці розглянемо ізотропну стрічку, як плоску безмежну

пластинку малої товщини з системою регулярно розташованих із кроками t та h (рис. 1) отворами однакового діаметра. З використанням методу В.В. Власова [2], визначимо напружений стан стрічки навантаженої силою розподіленою силою розтягу інтенсивності S . Площинами, що збігаються з площинами симетрії виділимо найменший за розмірами елемент. Покажемо умови його закріплення, що враховують симетричність деформування в стрічці (рис. 2).

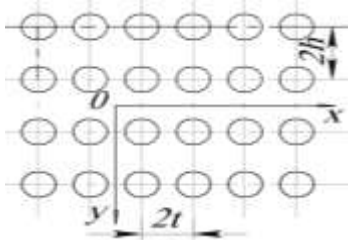


Рис. 1 – Схема розташування отворів у стрічці

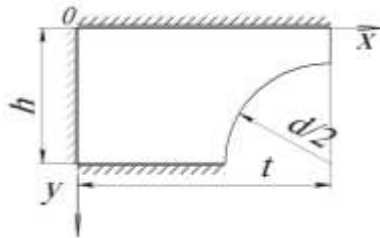


Рис. 2 – Елемент, виділений площинами симетрії, та умови його закріплення в моделі

Вказані умови призводять до наступного розподілу деформацій та напружень:

$$\text{коли } y = 0 \quad v = \tau = 0, \quad (1)$$

$$\text{коли } y = h \quad v = \tau = 0, \quad (2)$$

$$\text{коли } x = 0 \quad u = \tau = 0, \quad (3)$$

де v , u – деформації в напрямках осей y та x ; τ – дотичне напруження.

З умови (1) для початкових функцій маємо

$$v_{0,y} = \tau_{0,y} = 0. \quad (4)$$

З урахуванням умови (2), отримаємо систему двох диференціальних рівнянь безмежно високого порядку відносно початкових функцій u_{0x} та σ_{0y}

$$\begin{aligned} & \left[1 - \mu \sin \alpha h - 1 + \mu \alpha h \cos \alpha h \right] u_{0x} + \\ & + \frac{1}{2} \left[3 - \mu \frac{\sin \alpha h}{\alpha} - 1 + \mu h \cos \alpha h \right] \sigma_{0y} = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & -2 + 1 + \mu \alpha \left[\sin \alpha h + \alpha h \cos \alpha h \right] u_{0x} + \\ & + \left[1 - \mu \sin \alpha h - 1 + \mu \alpha h \cos \alpha h \right] \sigma_{0y} = 0. \end{aligned}$$

Застосувавши початкову функцію $F(x)$ за формулами

$$u_{0x} = \left[\frac{1 - \mu_g}{1 + \mu_g} \sin \alpha h - \alpha h \cos \alpha h \right] F, \quad (6)$$

$$\sigma_{0x} = 2\alpha \left[\sin \alpha h - \alpha h \cos \alpha h \right] F,$$

задовольняємо другому рівнянню системи (5), а перше набуває вигляду

$$\sin^2 \alpha h F=0. \quad (7)$$

Розв'язок (7) приймемо у формі

$$F=Ce^{\alpha x}, \quad (8)$$

де C – стала.

Після підстановки (8) у (7), врахувавши, що $F(x) \neq 0$, маємо

$$\sin^2 \alpha h =0. \quad (9)$$

Звідки

$$\alpha=\alpha_n=n\frac{\pi}{h}, \quad (10)$$

де n – будь-яке невід'ємне ціле число.

Таким чином, загальний розв'язок рівняння (8) матиме вигляд

$$F=\sum_{n=0}^{\infty} A_n ch \alpha_n h + B_n sh \alpha_n h + C_n x ch \alpha_n h + D_n x sh \alpha_n h, \quad (11)$$

де A_n, B_n, C_n, D_n – невідомі довільні сталі.

Відповідно до умови (3) $A_0=0, B_n=0 \quad n \neq 0, C_n=0, D_0=0$.

Остаточно наступні функції маютиимуть вигляд:

а) переміщення в напрямку осі x

$$u = \frac{1-\mu}{2} B_0 x - \sum_{n=1}^{\infty} -1^n h \cos \alpha_n y \times \left[\alpha_n sh \alpha_n x A_n + \left(\frac{2\mu}{1+\mu} sh \alpha_n x + \alpha_n x ch \alpha_n x \right) D_n \right], \quad (12)$$

б) переміщення в напрямку осі y

$$v = \sum_{n=1}^{\infty} -1^n h \sin \alpha_n y \left[\alpha_n ch \alpha_n x A_n + \left(\frac{3+\mu}{1+\mu} ch \alpha_n x + \alpha_n x sh \alpha_n x \right) D_n \right], \quad (13)$$

в) нормальне до площини xz напруження

$$\sigma_y = E\mu B_0 + 2E \sum_{n=1}^{\infty} -1^n \alpha_n h \cos \alpha_n y \times \left[\alpha_n ch \alpha_n x A_n + 3ch \alpha_n x + \alpha_n x sh \alpha_n x D_n \right] \quad (14)$$

г) нормальне до площини yz напруження

$$\sigma_x = E B_0 - 2E \sum_{n=1}^{\infty} -1^n \alpha_n h \cos \alpha_n y \times \left[\alpha_n ch \alpha_n x A_n + ch \alpha_n x + \alpha_n x sh \alpha_n x D_n \right], \quad (15)$$

д) дотичне напруження

$$\tau = 2G \sum_{n=1}^{\infty} -1^n \alpha_n h \sin \alpha_n y \left[\alpha_n \operatorname{sh} \alpha_n x A_n + 2 \operatorname{sh} \alpha_n x + \alpha_n x \operatorname{ch} \alpha_n x D_n \right]. \quad (16)$$

Сформулюємо граничні умови для виділеного елемента стрічки. Відповідно до рис. 2 по поверхні

$$x(y) = \begin{cases} t \text{ коли } y < t - \left(\frac{d}{2}\right), \\ t - \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - y^2} \text{ коли } y < t - \left(\frac{d}{2}\right) \end{cases} \quad (17)$$

На ділянці $x=t$, а $y < t - \left(\frac{d}{2}\right)$ мають виконуватися умови симетричності деформування:

$$\text{переміщення } \frac{du}{dy} = 0, \quad (18)$$

$$\text{дотичне напруження } \tau = 0. \quad (19)$$

На ділянці з координатами, що відповідають поверхні отвору

$$t - x^2 + h - y^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2, \quad (20)$$

відсутні нормальні напруження $\sigma_x = \sigma_y = 0$.

Середнє напруження визначимо шляхом інтегрування виразу для нормального напруження σ_x за умови $x=0$:

$$\sigma = \frac{\int_0^h \sigma_{x=0} dy}{h} = E \cdot \epsilon. \quad (21)$$

Сформульовані граничні умови виконаємо, взявши перші N членів сум.

У результаті розв'язання системи рівнянь визначимо невідомі сталі для визначення параметрів наведених у залежностях (11-16). Нами розраховані нормальні, дотичні напруження та деформації в зразку (рис. 3; 4) для випадку навантаження розподіленою силою одиничної інтенсивності σ . Тобто отримані відносні напруження, які за своєю фізичною суттю є коефіцієнтами концентрації напружень. Деформації побудовані також віднесеними до максимальних розмірів виділеного елемента. Діаметр отвору приймемо рівним одиниці. Інші розміри виразимо через діаметр отвору: $t=2d$, $h=2d$.

На рисунках 3 та 4 напруження в точках, що відповідають точкам розташованим в перерізі отвору, показані умовно таким, що дорівнюють нулю. З рисунків видно, що напруження та переміщення носять локальний характер. І максимальних значень напруження

набувають у площинах симетрії, що проходять через центр отвору. Так для напружень σ_x вони набувають значень 4 та -2. Зі зростанням значень розмірів t та d екстремальні напруження за модулем зменшуються практично до 3 та -1.

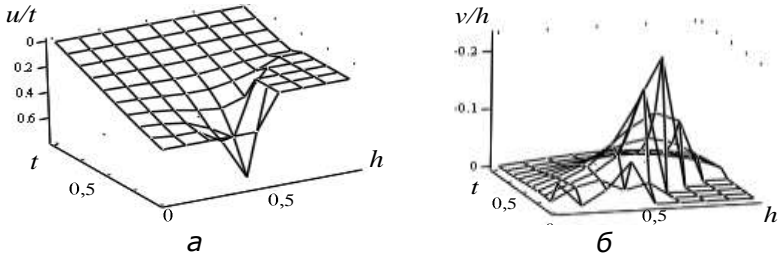


Рисунок 3 – Відносні переміщення матеріалу в стрічці:
а – в напрямку осі x; б – в напрямку осі y

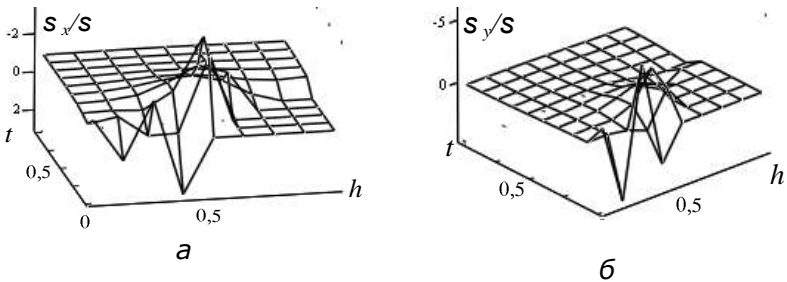


Рисунок 4 – Відносні нормальні напруження в стрічці:
а – в напрямку осі x; б – в напрямку осі y

Перевіримо отримані залежності на достовірність. Для цього розглянемо прямокутну пластину одиничної товщини з отвором малого діаметра ($d = 2R$). По поверхні одного з торців діють навантаження інтенсивності σ . Напруження в такому тілі визначаються через функцію напружень – функції Ері [2]

$$\varphi = A \ln r + \sigma \frac{r^2}{4} + \left(\frac{C}{r^2} + D - \sigma \frac{r^2}{4} \right) \cos 2\theta, \quad (22)$$

де A, C, D – невідомі (довільні) сталі.

Відповідно до принципу Сен-Венана локальна зміна форми зумовлена отвором призводить до локального перерозподілу напружень. Розглянемо циліндр одиничної висоти з циліндричним отвором розташованим на його осі та навантаженим розподіленою силою інтенсивності σ розтягу спрямованою в напрямку перпендикулярному осі циліндра. Віднесемо його до циліндричної

системи координат r (радіус-вектор), θ (кутова координата). Функція Ері для тіла циліндричної форми з отвором у полярних координатах

$$\varphi_0 = \frac{1}{4} \sigma r^2 (1 - \cos 2\theta). \quad (23)$$

Функції напружень (21) та (22) при значних значеннях r мають збігатися. Виконання цієї умови забезпечимо прийняттям таких значень невідомих сталих

$$A = -\sigma \frac{R^2}{2}, C = \sigma \frac{R^4}{4}, D = \sigma \frac{R^2}{2}.$$

Напруження в пластині

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\sigma}{2} \left[1 - \left(\frac{R}{r}\right)^2 + \left(1 - 4\left(\frac{R}{r}\right)^2 + 3\left(\frac{R}{r}\right)^4\right) \cos 2\theta \right], \\ \sigma_\theta &= \frac{\sigma}{2} \left[1 + \left(\frac{R}{r}\right)^2 - \left(1 + 3\left(\frac{R}{r}\right)^4\right) \cos 2\theta \right], \\ \tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} &= -\frac{\sigma}{2} \left(1 + 2\left(\frac{R}{r}\right)^2 - 3\left(\frac{R}{r}\right)^4 \right) \sin 2\theta. \end{aligned} \quad (24)$$

Отримані залежності відтворюють умову відсутності нормальних (радіальних) та дотичних напружень по поверхні отвору. Екстремальні нормальні (колові) напруження біля отвору мають місце коли $\theta = \mp \frac{\pi}{2}$ $\sigma_\theta = 3q$ та коли $u = 0$ або $\theta = \pi$ $y_\theta = -q$.

Вказане практично збігається з випадком при значних відстанях поміж отворами.

Висновки. Розподіл напружень та переміщень носить локальний характер. Максимальних значень напруження набувають у площинах симетрії, що проходять через центр отвору. Крок розташування в напрямку дії сили розтягу суттєво впливає на максимальні напруження, якщо він не перевищує трьох діаметрів. Зі зростанням значень розмірів t та d екстремальні напруження за модулем зменшуються практично до 3 та -1, що відповідає аналітично визначеному, що підтверджує отримані результати.

Список літератури

1. Бельмас І. В. Напружений стан конвексрної стрічки з отворами / І. В. Бельмас, Г. І. Танцура, Ю. М. Перфільєва // Підйомно-транспортна техніка. – 2006. – № 2 (18). – С. 1–5.
2. Рекач В. Г. Руководство к решению задач по теории упругости / В. Г. Рекач. – М. : Высшая школа, 1977. – 216 с.

Отримано 30.10.2012. ХДУХТ, Харків.

© І.В. Бельмас, Ю.М. Перфільєва, 2012.