

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСТЕЧЕНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА В КОНУСНО-ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ БУНКЕРЕ МЕТОДОМ ДИСКРЕТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Шацкий В.В., д.т.н., Попазов С.В., инж., Коломиец С.М., к.т.н.
(Таврический государственный агротехнологический университет, Украина)

Представлены математические зависимости, моделирующие истечение сыпучего материала в конусно-цилиндрическом бункере.

Постановка проблемы. Сдерживание роста себестоимости продукции животноводства во многом определяется снижением удельных затрат на кормление поголовья использованием этологии животных. В свиноводстве таким резервом является использование автоматических кормушек-дозаторов, совершенствование технологической схемы которых, является актуальным.

Цель работы. Моделирование процесса истечения сыпучего материала из конусного цилиндрического бункера проводится с целью определения параметров процесса и геометрических параметров бункера, обеспечивающих стабильность процесса работы автоматической кормушки-дозатора при подаче сыпучего корма с различными физико-механическими свойствами в определенных пределах влажности.

Метод исследований. Процесс истечения корма зависит от фракционного состава, формы частиц, их взаимодействия и тения об ограничивающую поверхность бункера. Взаимодействие частиц, в основном, определяется способностью их перемещения и устойчивого истечения материала. Поэтому необходимо рассмотреть механизм их взаимодействия.

Для этого целесообразно использовать метод дискретных элементов [1].

Целесообразность этого метода обусловлена тем, что он предполагает рассмотрение поведения дискретной внутренней структуры материала в гравитационном поле и происходящие в сыпучей среде взаимодействие отдельных частиц. Определение кругового поля напряжений позволит выявить параметры бункера, обеспечивающего стабильность истечения сыпучего материала без сводообразования.

Основная часть. Представим сыпучий материал состоящий из упругих частиц неправильной формы. Для определения сил, действующих на i -ую частицу от частиц, расположенных выше элементарного слоя, необходимо определить зону контакта смежных слоев (рис 1).

Для этого рассмотрим вероятность пересечения частицами плоскости, условно разделяющей смежные элементарные слои. На основании задачи Бюффона [2,3] выявим вероятность пересечения плоскостью, перпендикулярной оси Z частицами элементарного слоя высотой d_{cp} .

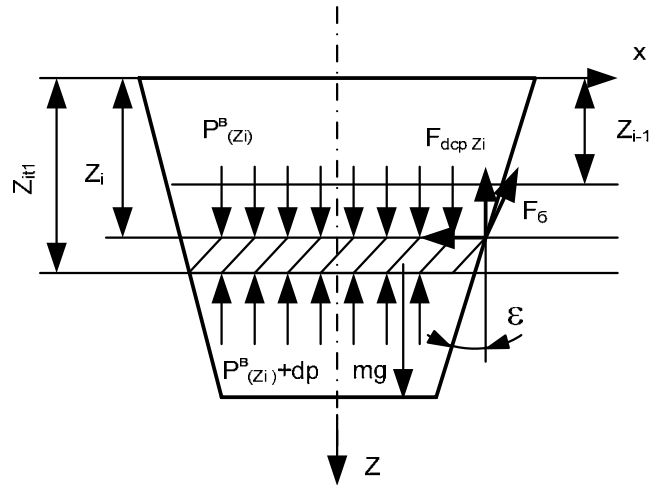


Рис.1 Схема расположения слоев в конусно-цилиндрическом бункере

$$P_{d_i \leq d_{cp}} = \frac{4}{\pi d_{cp}} \int_0^{0,5\pi} d\varphi \int_0^{0,5d_i \cos \varphi} dz \quad (1)$$

где φ – угол между осью z и направлением вектора перемещения материала.

Для случая, когда вероятность пересечения условной плоскостью разделения элементарных слоев частиц смежных слоев определяется выражением [2,3]

$$P_{d_i \geq d_{cp}} = \frac{4}{\pi d_{cp}} \int_0^{0,5d_{cp} \arccos^2 z_i / d_i} dz \int_0^{\arccos^2 z_i / d_i} d\varphi \quad (2)$$

Математическое ожидание количества n_i^c частиц i -ой фракции, пересекаемых плоскостью, разделяющих смежные элементарные слои сыпучего материала, определяется по выражению

$$n_i^c = P_{d_{cp}} V_{dz_i} \frac{n_{li}}{V_{li}} \quad (3)$$

где P_d – вероятность пересечения частиц плоскостью;

V_{dz_i} – элементарный объем сыпучего материала;

V_{li} – единичный объем сыпучего материала с известным количеством частиц n_{li} .

Количество частиц в единичном объемах расположенных на различной глубине не является постоянным из-за повышения плотности с увеличением глубины расположения слоя в бункере. Количество частиц в элементарном слое зависит от плотности материала и радиуса бункера, ограничивающего этот слой. Объем элементарного слоя, расположенного на глубине z_i определяется по выражению

$$V_{dz_i} = \left[(R_{z_i} + dz_i \operatorname{tg} \tau)^3 - R_{z_i}^3 \right] \frac{\pi \operatorname{tg} \tau}{3} \quad (4)$$

Плотность сыпучего материала повышается с увеличением глубины расположения слоя и зависит от фракционного состава материала по выражению

$$\rho_{z_i} = \rho_o e^{-kz} \quad (5)$$

где ρ_{z_i} – плотность материала в z_i -ом слое;

ρ_o – плотность материала в верхнем слое;

k – эмпирический коэффициент.

Принимаем допущение, что количество частиц в слое прямо пропорционально зависит от плотности материала, поэтому

$$n_i = \rho_{z_i} \frac{\rho_o}{n_o} \quad (6)$$

Проекция пересеченной части частицы, внедренной в соседний элементарный слой (рис.2) зависит от размера и угла расположения между осью частицы и осью z .

Математическое ожидание внедренной части частиц, определяется из условия, что величина z изменяется в пределах $[0; 0,5d_{cp}]$, а угол φ – в пределах $[0; 0,5\pi]$. Тогда величина внедрения определяется по выражению

$$\Delta d_{cp} = \frac{4}{\pi d_{cp}} \int_0^{0,5d_{cp}} \int_0^{0,5\pi} d_{cp} \cos \varphi dz d\varphi \quad (7)$$

Исходя из принятого допущения, давление вышерасположенного слоя осуществляется в объеме $V_{\Delta d}$ взаимного пересечения частиц

$$V_{\Delta d} = \left[(x_{z_i} + \Delta d \operatorname{tg} \tau)^3 - x_{z_i}^3 \right] \frac{\pi \operatorname{tg} \tau}{3} \quad (8)$$

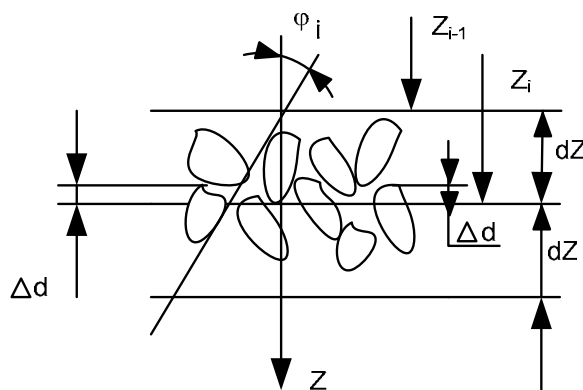


Рис.2 Схема расположения частиц в зоне взаимного пересечения элементарных слоев

В этом объеме находятся частицы i -ых фракций, половина которых оказывает давление на нижележащий слой.

Композиция расположения частиц различных фракций определяется из условия (допущения) равномерного расположения частиц в зоне взаимного

пересечения соседних элементарных слоев, а количество частиц в каждой фракции определяется по выражениям (3) и (6).

Давление на каждую частицу распространяется пропорционально площади, занимаемой i -ой частицей в зоне давления. Площадь, занимаемая частицей в зоне пересечения частиц, определяется как $0,25 \pi d_{cp}^2$.

Условие движения частиц в бункере определяется неравенством, которое отражает превышение сил тяжести над силами трения между частицами и о стенки бункера

$$\sum_{i=1}^n p_i^e n_{czi} + m_{dz} g \geq \sum_{i=1}^n [(p_i^e + dp) n_{czi}] - F_{d_{cp}z_i} \quad (9)$$

где $\sum_{i=1}^n p_i^e n_{czi}$ – давление массы материала, расположенного над элементарным слоем;

p_i^e – удельное давление на одну частицу;

m_{dz} – масса элементарного слоя;

n_{czi} – количество частиц элементарного слоя, пересекающих плоскость разделения слоев;

$F_{d_{cp}z_i}$ – реакция стенок бункера на перемещение элементарного слоя в вертикальной плоскости

$$F_{d_{cp}z_i} = p_i^e \xi_0 f C dz \quad (10)$$

ξ_0 – коэффициент бокового давления;

f – коэффициент трения материала о стенки бункера;

C – длина окружности элементарного слоя.

Количество n_{czi} частиц i -ой фракции, на которых оказывает давление частицы вышележащего слоя, определяется по выражению (3).

Для определения давления на элементарный слой, вышерасположенного материала, рассмотрим схему действия усилий на сыпучий материал в бункере (рис. 3).

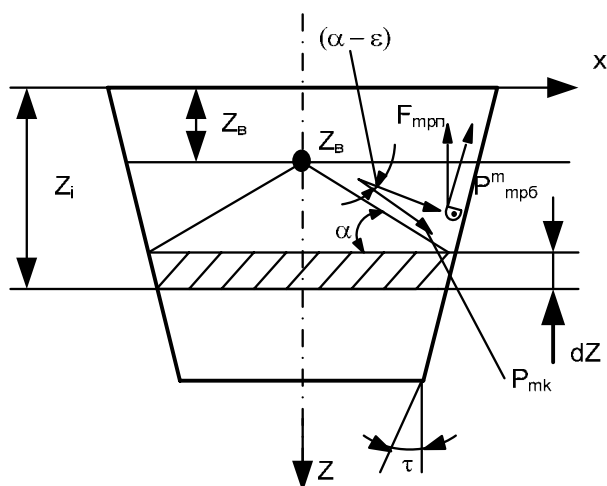


Рис.3 К обоснованию бокового давления на материал в бункере. α – угол естественного откоса сыпучего материала, град; τ – угол наклона стенки бункера

к вертикальной оси, град.; z_i – глубина расположения элементарного слоя; dz – высота элементарного слоя

Принимаем допущения, что высота элементарного слоя равняется среднему размеру частиц d_{cp} . Масса материала m_n , расположенного над элементарным слоем можно определить интегрированием элементарных слоев, имеющих различную площадь в диапазоне $0 \dots h$, описываемая функцией $S(z) = \pi x^2$ или $S(z) = \pi(x_o - z_i \operatorname{tg} \tau)^2$.

С учетом, что плотность материала зависит от глубины расположения слоя ($\rho = \rho_o e^{-kh}$), массу материала определим по выражению

$$m_{\Pi} = \pi \int_0^h (x_o - x_i \operatorname{tg} \tau)^2 dz \int_0^z \rho_o e^{-kh} dh \quad (11)$$

Воздействию этой массы на элементарный слой препятствует сила трения материала о наклонные стенки бункера (реакция стенок бункера).

Следовательно реальное суммарное воздействие на элементарный слой определяется выражением

$$P_{z_i}^B = \left[\pi \int_0^h (x_o - x_i \operatorname{tg} \tau)^2 dz \int_0^z \rho_o e^{-kh} dh \right] g - F_{m_{pp}} \quad (12)$$

где $F_{m_{pp}}$ – вертикальная составляющая сила трения материала массой m_{Π} о стенки бункера.

Сила трения $F_{m_{pp}}$ определяется из условия, что масса материала m_{Π} оказывает давление на стенки бункера при условном скольжении по конусу материала с вершиной z_o и углом наклона образующей этого конуса, равным углу естественного откоса α , расположенного на верхней границе элементарного слоя (см. рис 2.3).

Следовательно масса материала, которая непосредственно оказывает давление на стенки бункера определяется как разность массы m_{Π} и массу конуса m_k . Масса конуса материала m_k определяется интегрированием слоев материала, описываемых функцией $S(z) = (-z_i \operatorname{ctg} \alpha)^2$, изменяющейся в диапазоне $z_o \dots z_i - z_o$. Тогда

$$m_k = \pi \int_{z_o}^{z_i - z_o} (z_i \operatorname{ctg} \alpha)^2 dz \int_0^z \rho_o e^{-kh} dh \quad (13)$$

Поверхность конуса, на которую с условным скольжением располагается масса материала $m_{\Pi k} = m_{\Pi} - m_k$ определяется интегрированием функции

$$dS(x_i) = 2\pi x_i dz / \sin \alpha = 2\pi z \operatorname{ctg} \alpha dz / \sin \alpha \text{ в диапазоне изменения } z \text{ } 0 \dots x_o - h \operatorname{tg} \tau$$

$$S_{\Delta x_2} = 2\pi \int_{z_o}^{x_o - h \operatorname{tg} \tau} \frac{z_i \operatorname{ctg} \alpha}{\sin \alpha} dz \quad (14)$$

Тогда усилие P_{mk} , действующее на боковую поверхность бункера под углом $(\pi/2 - \alpha - \tau)$

$$P_{mk} = \pi g \int_0^h (x_o - x_i t g \tau)^2 dz \int_0^z \rho_o e^{-kh} dh - \pi g \int_{z_e}^{z_i - z_b} (z_i c t g \alpha)^2 dz \int_0^z \rho_o e^{-kh} dh, \quad (15)$$

а сила трения материала о стенки бункера будет

$$P_{mp\delta}^M = \left[\int_0^h (x_o - x_i t g \tau)^2 dz \int_0^z \rho_o e^{-kh} dh - \int_{z_e}^{z_i - z_b} (z_i c t g \alpha)^2 dz \int_0^z \rho_o e^{-kh} dh \right] \pi g \cos \alpha f_{\text{ен}} \cos(\alpha - \tau) f \quad (16)$$

Тогда вертикальная составляющая сылы трения материала о стенки бункера определяется по выражению

$$F_{mp\Pi} = \left[\int_0^h (x_o - x_i t g \tau)^2 dz \int_0^z \rho_o e^{-kh} dh - \int_{z_e}^{z_i - z_b} (z_i c t g \alpha)^2 dz \int_0^z \rho_o e^{-kh} dh \right] \pi g \cos \alpha f_{\text{ен}} \cos(\alpha - \tau) f \cos \tau \quad (17)$$

Таким образом определяется суммарное вертикальное усилие, действующее на элементарный слой, передаваемое вышерасположенным слоем материала.

Удельное вертикальное давление на частицу i -ой фракции, с учетом, что общее усилие P_{zi}^B распределяется пропорционально площади ($0,25 \pi d_{cp}^2$), занимаемой i -ой частицей

$$P_{y\partial(z_i)}^e = \frac{\left\{ \left[\pi \int_0^h (x_o - x_i t g \tau)^2 dz \int_0^z \rho_o e^{-kh} dh \right] g - F_{\text{mpp}} \right\} (0,25 \pi d_{cp}^2)}{k_{\text{ynл}} S_{z_i}} \quad (18)$$

где S_{z_i} – площадь верхней плоскости элементарного слоя;

$k_{\text{ynл}}$ – коэффициент уплотнения частиц, увеличивается с увеличением плотности материала ($k_{\text{ynл}} = \rho_o \rho_i$).

Для определения силы трения о стенки бункера элементарного слоя рассмотрим схему образования этого усилия. Объем и масса материала, образующая силу бокового трения элементарного слоя, определяем согласно схемы сил, представленной на рисунке 4.

Горизонтальная составляющая усилия сылы тяжести элементарного слоя на стенку цилиндрического бункера определяется по выражению

$$P_{o\tau_5 z_i}^{\Gamma} = (m_{\Pi} - m_k) g \cos \alpha f_{\text{ен}} \cos(\alpha - \tau) \sin \tau \quad (19)$$

Рассмотрим взаимодействие частиц при истечении материала в конусоцилиндрическом бункере.

$$P_{y\partial z_i, \delta}^{\Gamma} = \frac{P_{\sigma r_i z_i}^{\Gamma}}{N_{\sigma z_i \delta i}} = \frac{m_{\text{элк}} g \cos \alpha f_{\text{вн}} \cos(\alpha - \tau) \sin \tau}{N_{\sigma z_i \delta i}} \quad (21)$$

Это усилие не постоянно по радиусу сечения, так как ему противостоят силы трения, действующие на частицу от выше- и нижележащих слоев – $P_{r_i z_i}^{\Gamma} = P_{\text{уд} z_i}^{\epsilon} f_{\text{вн}}$ и $P_{r_i z_{i-1}}^{\Gamma} = P_{\text{уд} z_{i-1}}^{\epsilon} f_{\text{вн} i}$.

В связи с этим удельное вертикальное усилие также не постоянно по радиусу Z_i -го сечения. С уменьшением радиуса вертикальное усилие, действующее на частицу, снижается по причине снижения горизонтального давления (реакции бункера) и как следствие уменьшения сил сопротивления перемещению частиц в виде сил трения между соседними частицами.

$$P_{y\partial r_i(z_i)}^{\epsilon} = \frac{m_{\text{элк}} g \cos \alpha f_{\text{вн}} \cos(\alpha - \tau) \sin \tau}{N_{\sigma z_i \delta i}} - \quad (22)$$

$$- \sum_0^{\frac{r_{\sigma z_i} - r_{z_i}}{d_{\text{cp}}}} P_{r_i z_i}^{\Gamma} f_{\text{вн}} - \sum_0^{\frac{r_{\sigma z_{i-1}} - r_{z_i}}{d_{\text{cp}}}} P_{r_i z_{i-1}}^{\Gamma} f_{\text{вн}}$$

$$P_{r_i z_i}^{\Gamma} = P_{\text{уд} r_i z_i}^{\epsilon} f_{\text{вн}} \quad (23)$$

Решение двух уравнений как системы даст возможность определить круговое поле усилий, действующих на частицы сыпучего материала.

Различные силы сопротивления создают момент, за счет которого и осуществляется относительное перемещение частиц в вертикальной плоскости.

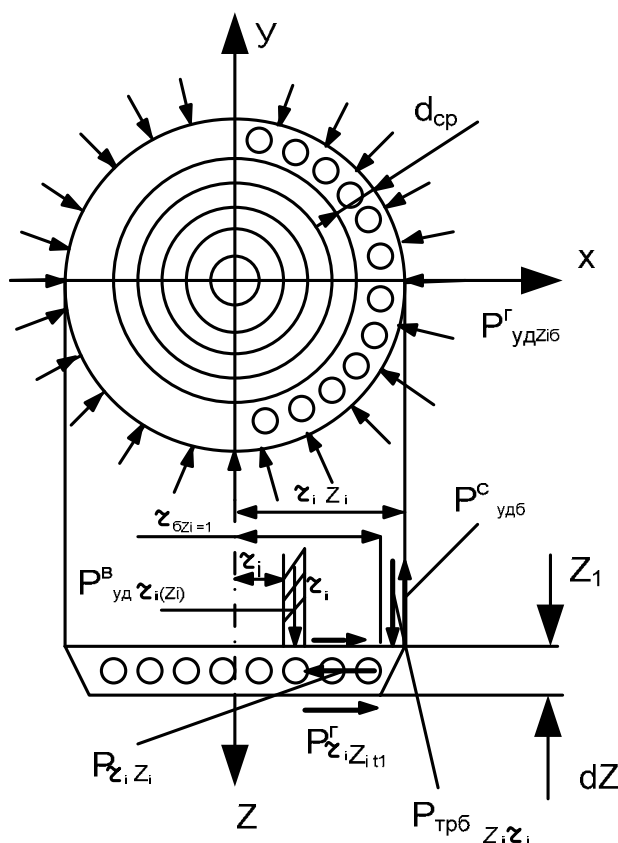


Рис. 5 Схема сил, действующих на частицу в элементарном слое

Выводы. Вышеприведенные зависимости моделирующие процесс истечения сыпучего материала в бункере в гравитационном поле, позволяет определить параметры технологического процесса и геометрические параметры конусно-цилиндрического бункера кормушки-дозатора для откорма свиней.

Список використаних джерел

- 1 Хокни Р. Численное моделирование методом частиц./Хокни Р., Иствуд Дж. / Пер. с англ., М. Мир. 1987.- 640с.
- 2 Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. /Гмурман В.Е. /- М.: Высшая школа, 1972.- 368с.
- 3 Вентцель Е.С. Теория вероятностей./Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. /- 2-е изд.- М.: Наука, 1973. - 368с.

Анотація

Моделивання витікання сипкого матеріалу у конусно-циліндровому бункері методом дискретних елементів

Шацький В.В., Попазов С.В., Коломієць С.М.

Представлені математичні залежності, що моделюють витікання сипкого матеріалу в конусно-циліндровому бункері

Abstract

A design of profluvium of friable material is in konusno-cylinder bunker by method of discrete elements

V.Shacky, S. Popazov, S.Kolomic'

Mathematical dependences which design the profluvium of friable material in cone cylinder bunker are presented