

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА СНЯТИЯ ДОИЛЬНОГО АППАРАТА ПЕРЕНОСНОГО МАНИПУЛЯТОРА

Ужик О.В., к.т.н., доцент

ФГБОУ ВПО «Белгородская государственная сельскохозяйственная академия имени В.Я. Горина»

Выполнено математическое моделирование движения доильного аппарата при снятии с вымени коровы пневмоцилиндром. Получены уравнения для расчета усилия и диаметра пневмоцилиндра. Моделирование дает возможность повысить надежность рабочего процесса снятия доильного аппарата.

При достижении заданной степени выдоенности коровы доильный аппарат отключается и снимается с вымени животных, удерживаясь над уровнем пола на гибкой тяге. Исходя из этого вытекает главное условие работоспособности переносного манипулятора: - нижняя точка траектории движения доильного аппарата при его автоматическом снятии с вымени коров должна быть выше уровня пола стойла животного. Для этого переносной манипулятор должен обладать определенными конструктивно-режимными параметрами.

При обосновании конструктивно-режимных параметров пневмоцилиндра механизма снятия будем исходить из того что пневмоцилиндр и доильный аппарат являются системой с двумя степенями свободы и представляют собой двойной математический маятник с материальными точками M_1 массой m_1 и M_2 массой m_2 с длиной пневмоцилиндра l_1 и длиной гибкой тяги l_2 (Рис. 1) [1].

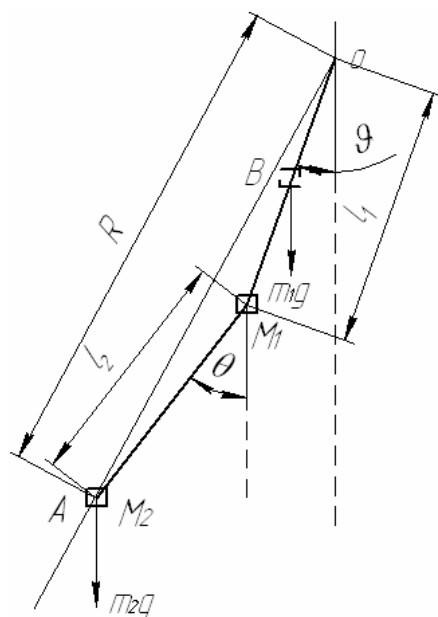


Рис. 1. Схема манипулятора снятия доильного аппарата в виде двойного математического маятника.

Поиск оптимальных решений для данной системы связан с линейным наложением собственных колебаний системы, описываемых уравнениями Лагранжа. Из рис.1 следует, что координаты точки M_1 x_1 и y_1 в Декартовой системе координат можно представить как:

$$x_1 = -l_1 \sin \vartheta, \quad y_1 = -l_1 \cos \vartheta, \quad (1)$$

а точки M_2 x_2 и y_2 -

$$x_2 = -l_1 \sin \vartheta - l_2 \sin \theta, \quad y_2 = -l_1 \cos \vartheta - l_2 \cos \theta. \quad (2)$$

где ϑ - угол наклона пневмоцилиндра к вертикальной оси, *рад.*; θ - угол наклона гибкой тяги к вертикальной оси, *рад.*

Примем, что центр тяжести B пневмоцилиндра находится на удалении $l_1/2$ от точки O подвеса. В таком случае его координаты x_3 и y_3 можно представить как:

$$x_3 = -\frac{l_1}{2} \sin \vartheta, \quad y_3 = -\frac{l_1}{2} \cos \vartheta, \quad (3)$$

Дифференцируя по времени значения координат точек M_1 , M_2 и B - определим скорость перемещения точек по осям системы:

$$\begin{aligned} v_{x1} &= \frac{dx_1}{dt} = l_1 \cos \vartheta \frac{d\vartheta}{dt}, & v_{y1} &= \frac{dy_1}{dt} = l_1 \sin \vartheta \frac{d\vartheta}{dt}, \\ v_{x2} &= \frac{dx_2}{dt} = l_1 \cos \vartheta \frac{d\vartheta}{dt} + l_2 \cos \theta \frac{d\theta}{dt}, & v_{y2} &= \frac{dy_2}{dt} = l_1 \sin \vartheta \frac{d\vartheta}{dt} + l_2 \sin \theta \frac{d\theta}{dt}, \\ v_{x3} &= \frac{dx_3}{dt} = \frac{l_1}{2} \cos \vartheta \frac{d\vartheta}{dt}, & v_{y3} &= \frac{dy_3}{dt} = \frac{l_1}{2} \sin \vartheta \frac{d\vartheta}{dt}. \end{aligned} \quad (4)$$

Отсюда мы можем определить кинетическую энергию W_c системы:

$$W_c = m_1 \frac{l_1^2}{8} \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + \frac{m_2}{2} \left[l_1^2 \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + 2l_1 l_2 \frac{d\vartheta}{dt} \frac{d\theta}{dt} \cos(\vartheta - \theta) + l_2^2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right], \quad (5)$$

В то же время потенциальную энергию системы Π_c можно представить как сумму потенциальной энергии Π_{M1} материальной точки M_1 с центром тяжести в точке B и потенциальной энергии Π_{M2} материальной точки M_2 :

$$\Pi_c = m_1 g \frac{l_1}{2} (1 - \cos \vartheta) + m_2 g l_1 (1 - \cos \vartheta) + m_2 g l_2 (1 - \cos \theta). \quad (6)$$

Однако, исходя из главного условия работоспособности манипулятора, пневмоцилиндр должен обеспечить одновременное вертикальное перемещение доильного аппарата h_m , противоположное направлению свободного падения. В таком случае будет наблюдаться уменьшение потенциальной энергии $\Delta \Pi_{мт}$ системы на величину, равную:

$$\Delta \Pi_{мт} = 2m_2 g (l_1 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} + l_2 \sin^2 \frac{\theta}{2}) \quad (7)$$

Но так как в действительности доильный аппарат перемещается по траектории, определяемой пневмоцилиндром механизма снятия, ее радиус R_θ , в зависимости от углов поворота пневмоцилиндра ϑ и гибкой тяги θ , при равномерном движении поршня будет равен (Рис. 2):

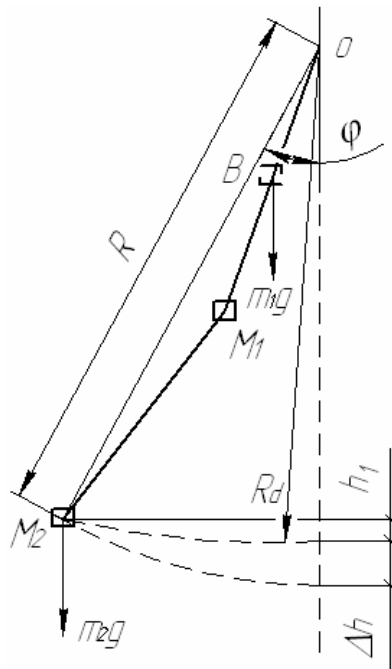


Рис. 2. Траектория движения доильного аппарата при снятии с вымени.

$$R_d = R - k\varphi, \quad (8)$$

Здесь R – начальный радиус траектории движения доильного аппарата, м:

$$R = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos(\theta - \vartheta)}; \quad (9)$$

φ – начальный угол отклонения от вертикали прямой OM_2 , являющейся радиусом R_d траектории движения доильного аппарата, рад.;

k – параметр Архимедовой спирали, равный:

$$k = \frac{a}{2\pi}. \quad (10)$$

Здесь a - смещение вдоль прямой OA при повороте на угол $\frac{1}{2\pi}$, м.

Изменение высоты траектории Δh можно представить в виде:

$$\Delta h = k\varphi. \quad (11)$$

Но для обеспечения перемещения доильного аппарата при снятии с вымени в плоскости, параллельной полу бокса, должно выполняться условие:

$$k = \frac{R(1 - \cos\varphi)}{\varphi} = \frac{2R}{\varphi} \sin^2 \frac{\varphi}{2}. \quad (12)$$

Начальный угол отклонения от вертикали прямой OM_2 , являющейся радиусом R_d траектории движения доильного аппарата, равен:

$$\varphi = \arcsin \frac{\sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos(\pi - \theta + \vartheta)}}{l_1}. \quad (13)$$

Тогда:

$$\Delta h = 2\sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos(\theta - \vartheta)} \sin^2 \left(\frac{1}{2} \arcsin \frac{\sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos(\pi - \theta + \vartheta)}}{l_1} \right). \quad (14)$$

С учетом (13) и (14) уравнение (7) приобретает вид:

$$\Delta \Pi_{\text{мт}} = 2m_2 g \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos(\theta - \vartheta)} \sin^2 \left(\frac{1}{2} \arcsin \frac{\sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos(\pi - \theta + \vartheta)}}{l_1} \right) \quad (15)$$

Из вышеизложенного следует, что длина гибкой тяги l_2 - величина переменная и поэтому ее можно представить как:

$$l_2 = f(\varphi) = l_2 - k\varphi. \quad (16)$$

Тогда уравнение (7) приобретает вид:

$$\begin{aligned} \Delta \Pi_{\text{мт}} = & 2m_2 g \sqrt{l_1^2 + (l_2 - k\varphi)^2 - 2l_1 (l_2 - k\varphi) \cos(\theta - \vartheta)} \times \\ & \times \sin^2 \left(\frac{1}{2} \arcsin \frac{\sqrt{l_1^2 + (l_2 - k\varphi)^2 - 2l_1 (l_2 - k\varphi) \cos(\pi - \theta + \vartheta)}}{l_1} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

В таком случае для элементарного приращения угла φ мы можем записать:

$$\begin{aligned} d\Pi_{\text{мт}} = & d \left(2m_2 g \sqrt{l_1^2 + (l_2 - k\varphi)^2 - 2l_1 (l_2 - k\varphi) \cos(\theta - \vartheta)} \times \right. \\ & \left. \sin^2 \left(\frac{1}{2} \arcsin \frac{\sqrt{l_1^2 + (l_2 - k\varphi)^2 - 2l_1 (l_2 - k\varphi) \cos(\pi - \theta + \vartheta)}}{l_1} \right) \right) \end{aligned} \quad (18)$$

Очевидно, что изменение кинетической энергии ΔW_c , в связи с изменением потенциальной энергии (17), будет описываться уравнением:

$$\Delta W_c = \frac{m_2 (\omega k \varphi)^2}{2} \quad (19)$$

где ω - угловая скорость движения доильного аппарата, c^{-1} .

Угловая скорость ω - величина непостоянная:

$$\omega = \omega(\varphi). \quad (20)$$

В [7] показано, что применительно к нашему случаю оба периода главных колебаний системы различны между собой и зависят от соотношения масс:

$$\mu = \frac{m_2}{m_1}, \quad (21)$$

а также от длины пневмоцилиндра l_1 и длины гибкой тяги l_2 . Уравнение частот главных колебаний системы имеет вид:

$$\psi_{1,2} = \sqrt{\frac{g(1+\mu)}{2l_1(l_2-k\varphi)} \left(l_1 + (l_2 - k\varphi) \mp \sqrt{(l_1 + (l_2 - k\varphi))^2 - \frac{4l_1(l_2-k\varphi)}{1+\mu}} \right)}, \quad (22)$$

Откуда:

$$\Delta W_c = \frac{m_2 g (k\varphi)^2 (1+\mu)}{4l_1(l_2-k\varphi)} \left(l_1 + (l_2 - k\varphi) \mp \sqrt{(l_1 + (l_2 - k\varphi))^2 - \frac{4l_1(l_2-k\varphi)}{1+\mu}} \right), \quad (23)$$

а для элементарного изменения угла φ -

$$dW_c = d \left[\frac{m_2 g (k\varphi)^2 (1+\mu)}{4l_1(l_2-k\varphi)} \left(l_1 + (l_2 - k\varphi) \mp \sqrt{(l_1 + (l_2 - k\varphi))^2 - \frac{4l_1(l_2-k\varphi)}{1+\mu}} \right) \right] \quad (24)$$

Из условия сохранения энергии следует, что возмущающее воздействие пневмоцилиндра $\Delta E_u(\varphi)$, приводящее к изменению потенциальной и кинетической энергии, равно:

$$\Delta E_u(\varphi) = W_c - \Pi_{mm} \quad (25)$$

или для элементарного изменения угла φ :

$$dE_u(\varphi) = dW_c - d\Pi_{mm}. \quad (26)$$

С учетом равенств (16) и (22) уравнение (26) приобретает вид:

$$dE_u = d \left[\frac{m_2 g (k\varphi)^2 (1+\mu)}{4l_1(l_2-k\varphi)} \left(l_1 + (l_2 - k\varphi) \mp \sqrt{(l_1 + (l_2 - k\varphi))^2 - \frac{4l_1(l_2-k\varphi)}{1+\mu}} \right) \right] -$$

$$-d \left(2m_2 g \sqrt{l_1^2 + (l_2 - k\varphi)^2 - 2l_1(l_2 - k\varphi) \cos(\theta - \vartheta)} \times \right.$$

$$\left. \times \sin^2 \left(\frac{1}{2} \arcsin \frac{\sqrt{l_1^2 + (l_2 - k\varphi)^2 - 2l_1(l_2 - k\varphi) \cos(\pi - \theta + \vartheta)}}{l_1} \right) \right) \quad (27)$$

Энергию возмущения пневмоцилиндра с учетом уравнения (12) можно представить также как:

$$E_u(\varphi) = 4f_u R^2 \sin^4 \frac{\varphi}{2}, \quad (28)$$

где f_u – параметр пневмоцилиндра, $H/м$.

Продифференцировав (28), получим:

$$dE_u(\varphi) = 16f_u R^2 \sin^3 \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2} d\varphi, \quad (29)$$

Но здесь:

$$2f_{\text{ц}}R\text{Sin}^2\frac{\varphi}{2}d\varphi = dF_{\text{ц}} , \quad (30)$$

где $F_{\text{ц}}$ – усилие пневмоцилиндра, вызывающее изменение потенциальной и кинетической энергии доильного аппарата в режиме снятия, Н.

Тогда равенство (29) с учетом (30) приобретает вид:

$$dE_{\text{ц}}(\varphi) = 8R\text{Sin}\varphi dF_{\text{ц}} , \quad (31)$$

Откуда:

$$dF_{\text{ц}} = \frac{dE_{\text{ц}}(\varphi)}{8R\text{Sin}\varphi} , \quad (32)$$

Подставив в равенство (32) уравнение (28) с учетом уравнения (9), получим:

$$\begin{aligned} dF_{\text{ц}} = & \frac{km_2g}{8R\text{Sin}\varphi} \left[\varphi k(1+\mu) \left(\frac{1}{(4l_1l_2 - 4l_1k\varphi)} (l_1 + l_2 - k\varphi \pm \right. \right. \\ & \left. \mp \sqrt{(l_1 + (l_2 - k\varphi))^2 - \frac{4l_1(l_2 - k\varphi)}{1+\mu}} \right) + \\ & \left. + \frac{\varphi}{4l_1(l_2 - k\varphi)} \left(-k \pm \frac{k(k\varphi - l_1 - l_2 + \frac{2l_1}{1+\mu})}{\sqrt{(l_1 + (l_2 - k\varphi))^2 - \frac{4l_1(l_2 - k\varphi)}{1+\mu}}} \right) \right) + \\ & + \frac{2 \left(l_1 \frac{l_1^2 \text{Cos}^2 \varphi + l_2^2}{2l_1 l_2} + (l_2 - k\varphi) \right)}{\left(\sqrt{l_1^2 + (l_2 - k\varphi)^2 + 2l_1(l_2 - k\varphi) \frac{l_1^2 \text{Cos}^2 \varphi + l_2^2}{2l_1 l_2}} \right)} \times \\ & \times \text{Sin}^2 \left(\frac{1}{2} \arcsin \sqrt{\frac{l_1^2 + (l_2 - k\varphi)^2 - 2l_1(l_2 - k\varphi) \frac{l_1^2 \text{Cos}^2 \varphi + l_2^2}{2l_1 l_2}}{l_1}} \right) + \\ & \left. + \frac{((l_2 - k\varphi) \sqrt{l_1^2 + (l_2 - k\varphi)^2 + 2l_1(l_2 - k\varphi) \frac{l_1^2 \text{Cos}^2 \varphi + l_2^2}{2l_1 l_2}} - l_1 \frac{l_1^2 \text{Cos}^2 \varphi + l_2^2}{2l_1 l_2})}{l_1 \sqrt{1 - \frac{l_1^2 + (l_2 - k\varphi)^2 - 2l_1(l_2 - k\varphi) \frac{l_1^2 \text{Cos}^2 \varphi + l_2^2}{2l_1 l_2}}{l_1^2}}} \right] d\varphi . \end{aligned} \quad (33)$$

Проинтегрировав данное выражение получим возмущающее усилие пневмоцилиндра $F_{\text{ц}}$.

Однако интегрирование данного уравнения весьма затруднительно. Для определения необходимого усилия пневмоцилиндра манипулятора

воспользуемся графическим методом, представив подинтегральное выражение в виде графика, произведя расчеты, задавшись следующими параметрами (Рис.3):

$$l_1 = 0,8 \text{ м}; l_2 = 0,6 \text{ м}; m_1 = 2 \text{ кг}; m_2 = 3 \text{ кг}; \mu = 0,4; k = 0,4 \text{ м/рад}.$$

Данная зависимость с достоверностью аппроксимации $R^2=0.9919$ может быть представлена полиномом пятого порядка вида:

$$y = 21.907 - 11.726x + 2.7519x^2 - 0.3108x^3 + 0.0167x^4 - 0.0003x^5 \quad (34)$$

Здесь y – энергия процесса, Дж;

x – угол отклонения пневмоцилиндра, рад.

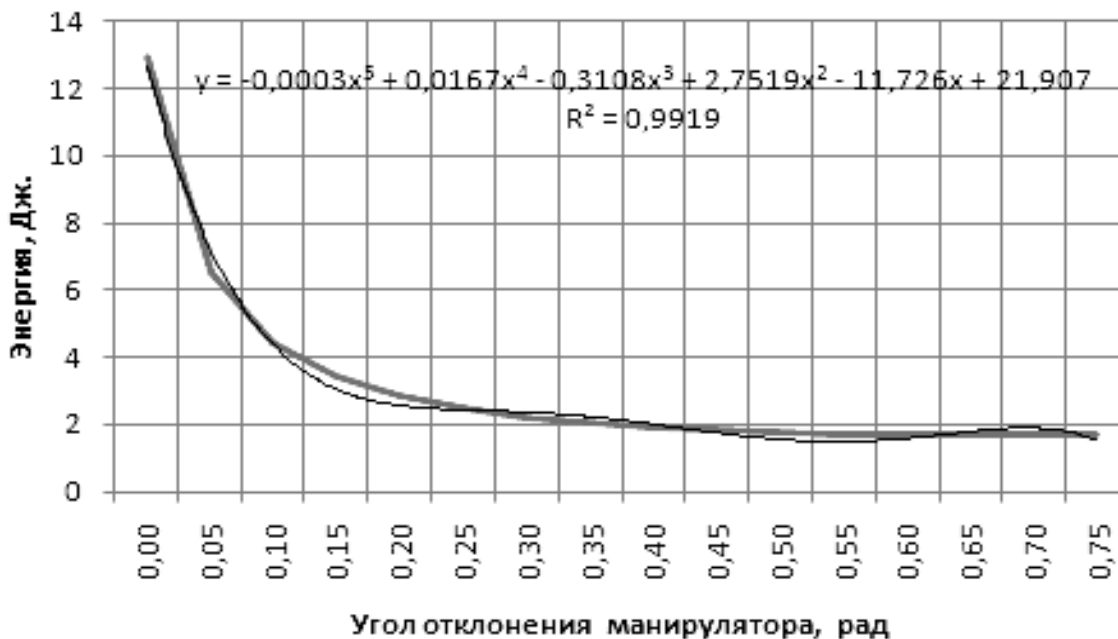


Рис. 3. Графическое представление подинтегрального выражения.

Проинтегрировав данное выражение по переменному значению φ угла отклонения пневмоцилиндра, получим искомое выражение для определения необходимого возмущающего усилия пневмоцилиндра манипулятора $F_{ц}$, при котором обеспечивается перемещение доильного аппарата в процессе снятия с вымени коровы параллельно полу помещения:

$$F_{ц} = 21,907\varphi - 5,863\varphi^2 + 0,9173\varphi^3 - 0,0777\varphi^4 + 0,00334\varphi^5 - 0,00005\varphi^6. \quad (35)$$

В таком случае выражение, характеризующее полное усилие пневмоцилиндра F_n , будет иметь вид:

$$F_n = 21,907\varphi - 5,863\varphi^2 + 0,9173\varphi^3 - 0,0777\varphi^4 + 0,00334\varphi^5 - 0,00005\varphi^6 + m_2 \cdot g. \quad (36)$$

Это уравнение может быть использовано для определения диаметра $D_{ц}$ пневмоцилиндра:

$$D_{ц} = 2 \sqrt{\frac{21,907\varphi - 5,863\varphi^2 + 0,9173\varphi^3 - 0,0777\varphi^4 + 0,00334\varphi^5 - 0,00005\varphi^6 + m_2 \cdot g}{P_{\text{вак}} \pi}}, \quad (37)$$

где $P_{\text{вак}}$ – вакуумметрическое давление в пневмоцилиндре, Па.

Полученные математические модели могут быть положены в основу расчета конструктивно-режимных параметров манипулятора доения коров.

Список использованных источников

1. Гернет М.М. Курс теоретической механики. – Изд. 3-е перераб. И доп. Учебник для вузов. М.: «Высшая школа», 1973. – 464 с. С илл.

Аннотация

МОДЕЛЮВАННЯ РОБОЧОГО ПРОЦЕСУ ЗНЯТТЯ ДОЇЛЬНОГО АПАРАТУ ПЕРЕНОСНОГО МАНІПУЛЯТОРА

Ужик Оксана Володимирівна, к.т.н., доцент

Виконано математичне моделювання руху доїльного апарату при знятті з вимені корови пневмоциліндром. Отримано рівняння для розрахунку зусилля і діаметра пневмоциліндра. Моделювання дає можливість підвищити надійність робочого процесу зняття доїльного апарату.

Abstract

DESIGN OF WORKING OF PROCESS OF REMOVAL OF MILKING VEHICLE OF PERENOSNOGO MANIPULATOR

Ugic O.V., associate professor

The mathematical design of motion of milking vehicle is executed at the removal from the udder of cow of air cylinder. Evening is got for computation of effort and diameter of air cylinder. The design enables to promote reliability of working of process of removal of milking vehicle.