



**Міністерство освіти і науки України**

**ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

Факультет енергетики, робототехніки та комп'ютерних технологій

Кафедра електромеханіки, робототехніки, біомедичної  
інженерії та електротехніки

## **ЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ**

### **МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

для виконання розрахунково графічного завдання

з дисциплін «Теоретичні основи електротехніки»,  
«Теорія електричних та магнітних кіл», «Теорія електромагнітних кіл», «Теорія  
електромагнітного поля», «Теорія електромагнітних кіл»

для здобувачів зі спеціальності 163 «Біомедична інженерія» та 141  
«Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»

Харків 2023

**Міністерство освіти і науки України**

**ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

Факультет енергетики, робототехніки та комп'ютерних технологій

Кафедра електромеханіки, робототехніки, біомедичної інженерії та електротехніки

## **ЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ**

### **МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

для виконання розрахунково графічного завдання

з дисциплін «Теоретичні основи електротехніки»,  
«Теорія електричних та магнітних кіл», «Теорія електромагнітних кіл», «Теорія  
електромагнітного поля», «Електромагнітні поля та методи їх розрахунку»

для здобувачів зі спеціальності 163 «Біомедична інженерія» та 141

«Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»

Затверджено  
рішенням Науково-методичної ради  
факультету енергетики, робототехніки та  
комп'ютерних технологій  
Протокол № 3  
від 22.02.2023 р.

Харків

2023

2

Схвалено  
на засіданні кафедри електромеханіки, робототехніки, біомедичної інженерії та  
електротехніки  
Протокол №5 від 16.02.2023 р.

**О. Г. Аврунін**, докт. техн. наук, проф., завідувач кафедри біомедичної інженерії  
Харківського національного університету радіоелектроніки;

**О. М. Мороз**, докт. техн. наук, проф., професор кафедри електропостачання та  
енергетичного менеджменту Державного біотехнологічного університету

С23 Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи за темою  
«ЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ» з дисциплін «Теоретичні основи  
електротехніки», «Теорія електричних та магнітних кіл», «Теорія електромагнітних  
кіл», «Теорія електромагнітного поля», «Електромагнітні поля та методи їх  
розрахунку» для здобувачів освіти ден. та заочної форми навчання спеціальностей  
141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» та 163 «Біомедична  
інженерія» / Держ. біотехнологічний ун-т ; авт.-уклад.: Н. Г. Косуліна, М. О. Чорна,  
В. В. Сухін, К. С. Коршунов. – Харків : [б. в.], 2023. – 34 с.

Методичні вказівки розроблено відповідно до програми навчальних дисциплін  
з дисциплін «Теоретичні основи електротехніки», «Теорія електричних та магнітних  
кіл», «Теорія електромагнітних кіл», «Теорія електромагнітного поля»,  
«Електромагнітні поля та методи їх розрахунку». Методичні вказівки призначені  
здобувачам першого (бакалаврського) та другого (магістерських) рівнів вищої  
освіти денної та заочної форми навчання зі спеціальності 163 «Біомедична  
інженерія» та 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка».

**УДК 621.3**

**.Відповідальний за випуск : Н. Г. Косуліна, д-р техн. наук**

© Косуліна Н. Г., Чорна М. О., Сухін В. В.,  
Коршунов К. С. 2023  
© ДБТУ, 2023

## Передмова

Пропоновані методичні вказівки містять теоретичний і практичний матеріал про електричні кола в обсязі, що відповідає типовій програмі для інженерів сільськогосподарських вищих навчальних закладів із спеціальності 7.091 901 – "Енергетика сільськогосподарського виробництва".

Методичні вказівки підготовлені передусім для розвитку навичок самостійної роботи студентів з теоретичним матеріалом, який викладають на лекціях, а також для підготовки і проведення практичних занять. З цією метою в ньому, в конспективному, але досить повному обсязі викладено основні закони і розрахункові співвідношення електричних кіл, докладно розглянуто методи та приклади розв'язування різних задач з розрахунку електричних кіл.

**Мета самостійної роботи** – перевірити, як студенти засвоїли відповідні теоретичні розділи. Починати розв'язання задач слід після вивчення необхідного матеріалу та попереднього аудиторного розгляду типових приладів. Графічне виконання розв'язуваних задач, особливо векторних діаграм і графіків, має бути охайним і у відповідному масштабі.

### Загальні методичні вказівки

Кожна самостійна робота містить у собі декілька варіантів заданих параметрів та схем. Варіант параметрів та схема, яку треба розв'язати, вказується викладачем особисто для кожного студента.

Приведені в цих методичних посібниках контрольні завдання складені у межах обов'язкової частини курсу ТОЕ.

При вивченні курсу та виконанні самостійних завдань рекомендується користуватись конспектом лекцій та учбовими посібниками, які видані в останні роки. Рекомендується користування одним підручником. Доцільність такого підходу обумовлена тим, що в різних підручниках має місце невелика різниця в позначеннях і це може визвати деякі ускладнення при розв'язанні завдань.

## САМОСТІЙНА РОБОТА ЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

1.1. Основи розрахунку і розрахункові методи. Електричне коло складається з джерел електричної енергії, споживачів (приймачів) і проводів для передачі енергії.

2. Для розрахунку електричні кола зображуються у вигляді еквівалентних електричних схем, що складаються з віток, які збігаються у вузлах (вузол – це точка, в якій збігаються три чи більш віток) і утворюють замкнені контури.

Ідеальне джерело енергії характеризується напрямом ЕРС  $E$ . Реальне джерело енергії характеризується напрямом ЕРС  $E$  і внутрішнім опором  $R_0$ . Умовне зображення ідеального та реального джерел в ЕРС показано на рис. 1.

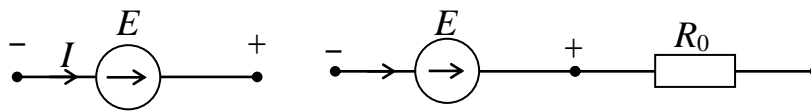


Рис. 1.1

Джерело енергії в залежності від співвідношення його внутрішнього опору та опору навантаження може знаходитися у стані джерела напруги ( $R_{вн} \ll R_n$ ) і тоді зображається згідно схеми рис. 1.1, чи в стані джерела струму ( $R_{вн} \gg R_n$ ) і тоді зображається згідно схеми:

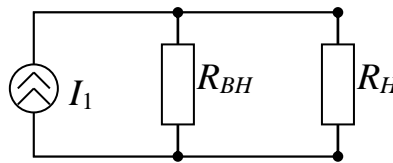


Рис. 1.2

Лінійне електричне коло – це коло, у якому всі опори мають лінійну вольт амперну характеристику.

Залежно від способу з'єднання елементів електричні кола поділяються на нерозгалужені (рис 1.3) і розгалужені (рис 1.4).

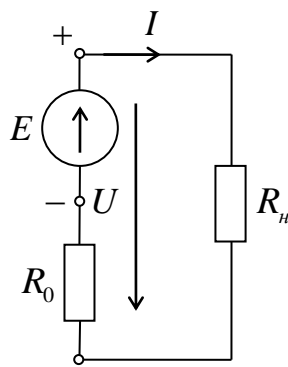


Рис. 1.3

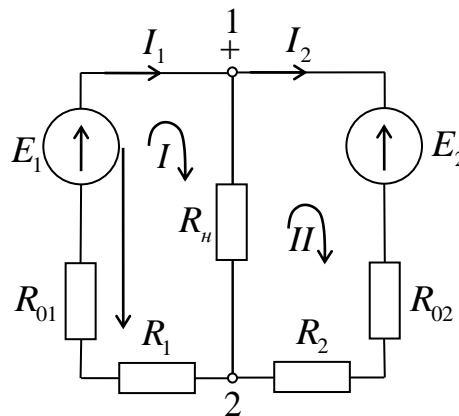


Рис. 1.4

У нерозгалуженому електричному колі всі елементи ввімкнені послідовно. У розгалуженому колі ділянки кола з'єднуються паралельно, змішано, трикутником або зіркою.

Розрахувати електричне коло означає за заданими параметрами споживачів та ЕРС джерел визначити струми у вітках (пряма задача), або за даним струмом в якій-небудь вітці і параметрами споживачів визначити ЕРС джерел (обернена задача).

Перед початком розрахунку треба довільно взяти напрям струмів у вітках. Дійсний напрям струму визначається знаком струму, здобутого після розрахунку (при від'ємному значенні отриманого при розрахунку струму дійсний його напрям протилежний раніше вибраному).

Додатній напрям джерела ЕРС вибирається від мінусового затискача до плюсового.Dodatній напрям напруги на джерелі ЕРС протилежний його напрямку, додатний напрям напруги на активних і пасивних споживачах збігається з напрямом струму. Додатний напрям струму в джерелі електричної енергії збігається з напрямом ЕРС.

Зв'язок струмів, напруг та ЕРС в електричних колах визначається за законом Ома і двома законами Кірхгофа. Закон Ома для ділянки з пасивним елементом (рис. 1.3) має вигляд:

$$I = \frac{E}{R_0 + R_H}$$

**Перший закон Кірхгофа:** алгебраїчна сума струмів віток, усіх які збігаються у вузлі, дорівнює нулю, тобто:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

При цьому струми, спрямовані до вузла, беруться додатними, а струми, спрямовані від вузла, від'ємними.

Так, для вузла 1 кола за рис. 1.4 маємо:  $I_1 - I_2 - I_3 = 0$ .

**Другий закон Кірхгофа:** у будь-якому замкненому контурі розгалуженого електричного кола постійного струму алгебраїчна сума ЕРС дорівнює алгебраїчній сумі падіння напруг в усіх резистивних елементах контуру:

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^m R_k I_k$$

Складаючи рівняння за другим законом Кірхгофа, обхід контуру вибирають довільно: додатними записують ЕРС  $E_k$  і падіння напруги  $R_k I_k$ , якщо напрям ЕРС  $E_k$  і струму  $I_k$  збігаються з напрямом обходу (в протилежному випадку залишаються зі знаком "-"). Наприклад, для контурів I і II кола за рис. 1.4 маємо:

$$\begin{aligned} E_1 &= R_{01} I_1 + R_1 I_1 + I_3 R_3 \\ -E_2 &= R_{02} I_2 + R_2 I_2 - I_3 R_3 \end{aligned}$$

Згідно з законом збереження енергії в будь-якому електричному колі є баланс потужностей: алгебраїчна сума потужностей джерел  $\sum_{k=1}^n E_k I_k = \sum_{k=1}^m R_k I_k^2$  є від'ємними,

якщо напрями струмів і ЕРС протилежні:

Наприклад, для схеми рис. 1.4 маємо:

$$E_1 I_1 - E_2 I_2 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + I_3^2 R_3 + R_{01} I_1^2 + R_{02} I_2^2$$

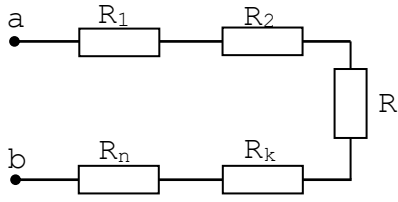
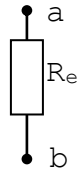
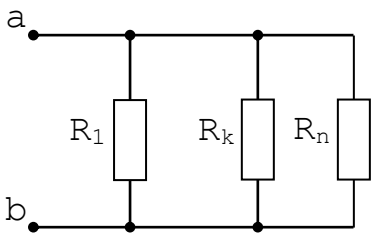
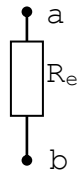
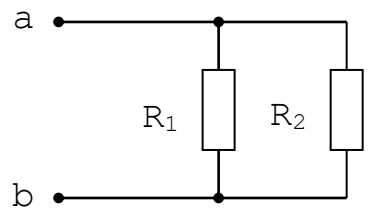

Кола з одним джерелом ЕРС доцільно розраховувати методом згортання, який полягає в заміні ділянок кола еквівалентними опорами і в кінцевому підсумку зводить усе коло до одного еквівалентного опору відносно затискачів джерела живлення.

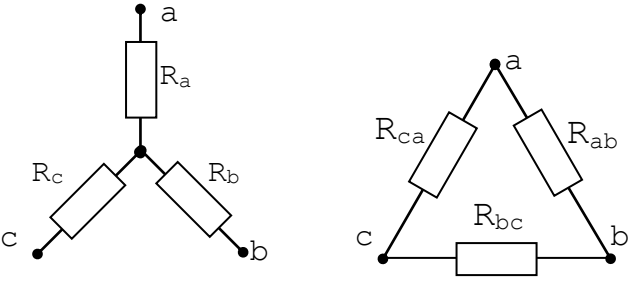
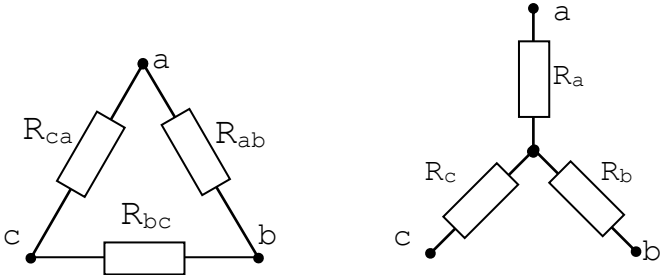
Визначаючи струм джерела через цей еквівалентний опір, виконуємо зворотне перетворення схеми кола до вихідної й обчислюємо за відомими струмами напруги на ділянках кола та розподіл струмів у паралельних вітках.

Якщо в колі є ділянки, з'єднані зіркою і трикутником, розрахунок кола спрощується при еквівалентній заміні з'єднання зіркою на з'єднання трикутником, і навпаки.

У табл. 1.1 наведено схеми ділянок кола, еквівалентні їм схеми та формули для визначення еквівалентних опорів.

Таблиця 1.1

З'єднання опорів	Схема ділянка кола	Еквівалентна схема	Формули для визначення еквівалентних опорів
1	2	3	4
послідовне			$R_e = \sum_{k=1}^n R_k$
паралельне			$R_e = \frac{1}{\sum_{k=1}^n 1/R_k}$
Паралельне			$R_{12} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

Зірка / перетворення		$R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a R_b}{R_c}$ $R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b R_c}{R_a}$ $R_{ca} = R_c + R_a + \frac{R_c R_a}{R_b}$
Трикутник / перетворення		$R_a = \frac{R_{ab} R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$ $R_b = \frac{R_{bc} R_{ab}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$ $R_c = \frac{R_{ca} R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$

Складні електричні кола розраховують, використовуючи закони Кірхгофа, на основі яких розроблено спрощені методи розрахунку (контурних струмів, вузлових потенціалів, накладання тощо).

## 2. Методи аналізу електричних кіл

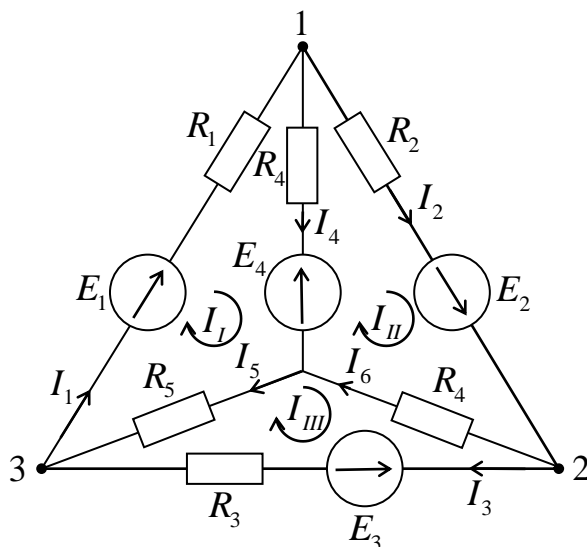
### 2.1 Метод контурних струмів

Розрахунок складних електричних кіл за допомогою рівнянь, складених згідно з законами Кірхгофа, вимагають багато обчислювальної роботи, зв'язаної з рішенням складної системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Існує кілька методів розрахунку складних електричних кіл, які витікають з основних законів, але дозволяють спростити рішення. Одним з таких методів є метод контурних струмів.

Контурний струм – це фіктивний струм у якому-небудь контурі і однаковий для всіх елементів цього контуру. При цьому контури мають бути незалежними, тобто мати хоча б одну вітку, яка не входить в інші контури. Напрямок обходу кожного контуру беруть довільно, а напрям контурного струму – за напрямом обходу. Для кожного контуру складається рівняння за другим законом Кірхгофа. При цьому для суміжних віток, які входять до складу двох і більше контурів, падіння напруг на них записуються від усіх контурних струмів зі своїми знаками.

Сформулюємо завдання. Відомі значення опорів і ЕРС. Визначити струми у вітках.





Якщо розв'язувати задачу за допомогою рівнянь, складених згідно з законами Кірхгофа, то треба вирішувати системи з шести рівнянь (три за першим і три за другим законам Кірхгофа).

У методі контурних струмів за невідоме приймають контурні струми.

В розглядаємому колі маємо три незалежних контури. При розрахунку приймаємо, що в кожному незалежному контурі є свій струм-контурний, довільно беремо напрям контурних струмів. Потім для кожного з контурів складаємо рівняння згідно з другим законом Кірхгофа.

$$\text{I} \quad I_1(R_1 + R_4 + R_5) - I_{II}R_4 - I_{III}R_5 = E_1 - E_4$$

$$\text{II} \quad -I_1R_4 + I_{II}(R_4 + R_2 + R_6) - I_{III}R_6 = E_2 - E_4$$

$$\text{III} \quad -I_1R_5 - I_{II}R_6 + I_{III}(R_3 + R_5 + R_6) = -E_3$$

Алгебраїчна сума ЕРС у контурі зветься контурною ЕРС і позначається за номером контура. При цьому знак кожної ЕРС контуру визначається напрямом обходу контуру. Порівняння будуть мати вигляд:

$$E_1 - E_4 = E_I; E_2 + E_4 = E_{II}; -E_3 = E_{III}$$

Сума опорів усіх віток, які входять в контур, зветься власним опором контуру.

Величина завжди позитивна  $R_1 + R_4 + R_5 = R_{11}; R_2 + R_4 + R_6 = R_{22}; R_3 + R_5 + R_6 = R_{33}$ .  $-R_4 = R_{12} = R_{21}$  - взаємний (або суміжний) опір між першим і другим контурами, який береться із знаком "-". (Контурні струми  $I_I$  та  $I_{II}$  мають протилежний напрямок).

$-R_5 = R_{13} = R_{31}$  - суміжний опір між першим і третім контурами.

$-R_6 = R_{23} = R_{32}$  - суміжний опір між другим і третім контурами.

В загальному випадку опори суміжних віток між "к" і "m" контурами " $R_{km}$ " записуються у рівняннях із знаком "+", якщо контурні струми в них збігаються, зі знаком "-", якщо напрямлені в протилежному напрямі.

Розв'язуючи цю систему рівнянь, визначимо контурні струми  $I_I, I_{II}, I_{III}$ .

$$\Delta = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix} - \text{визначник системи.}$$

Алгебраїчні доповнення:

$$\Delta_I = \begin{vmatrix} E_I & R_{12} & R_{13} \\ E_{II} & R_{22} & R_{23} \\ E_{III} & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix}; \Delta_{II} = \begin{vmatrix} R_{11} & E_I & R_{13} \\ R_{21} & E_{II} & R_{23} \\ R_{31} & E_{III} & R_{33} \end{vmatrix}; \Delta_{III} = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & E_I \\ R_{21} & R_{22} & E_{II} \\ R_{31} & R_{32} & E_{III} \end{vmatrix}.$$

Знаходимо контурні струми:

$$I_I = \frac{\Delta_I}{\Delta}; I_{II} = \frac{\Delta_{II}}{\Delta}; I_{III} = \frac{\Delta_{III}}{\Delta};$$

Струми у не суміжних вітках дорівнюють контурним струмам, тобто:

$$I_1 = I_I, I_2 = I_{II}, I_3 = I_{III}.$$

Дійсний струм у кожній вітці визначається як алгебраїчна сума контурних струмів у конкретній вітці. При цьому струми одного напрямку записуються зі знаком "+", протилежного - зі знаком "-". Дійсний струм направлений у бік тих струмів, які взяті додатними, якщо алгебраїчна сума контурних струмів додатна.

Тобто, стосовно нашої схеми маємо для струмів у суміжних вітках:

$$I_4 = I_I - I_{II}; I_5 = I_I - I_{III}; I_6 = I_{II} - I_{III}.$$

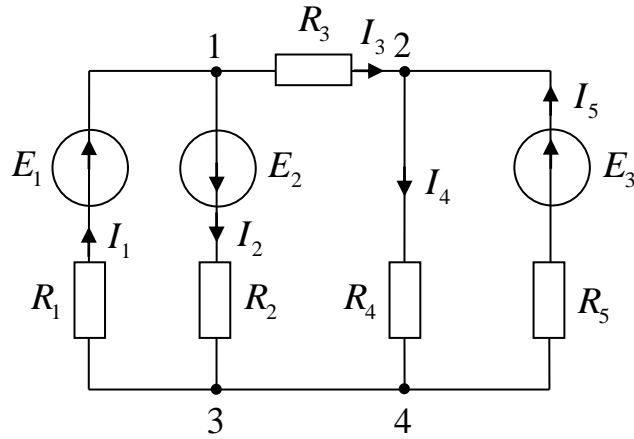
Якщо у визначнику провести головну діагональ  $\begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix}$  і врахувати, що

$R_{ki} = R_{ik}$ , то визначник ділиться на дві частини, які є дзеркальним відображенням одна одної. Ця властивість визначника зветься симетрією визначника відносно головної діагоналі в силу того, що  $\Delta_{ki} = \Delta_{ik}$ .

## 2.2. Метод вузлових потенціалів

Це метод розрахунку електричних кіл, в якому за невідомі приймають потенціали вузлів схеми. Цей метод більш економічний щодо затрат часу на розрахунки порівняно з методом контурних струмів, якщо у схемі кількість вузлів без одиниці менш кількості незалежних контурів.

Розглянемо схему, яка має 5 віток і 3 вузла.



Якщо один із вузлів схеми умовно заземлити, тобто прийняти потенціал одного вузла за нуль, то треба визначити тільки потенціали двох вузлів, які залишились.

Визначивши потенціали вузлів схеми, знаходимо напругу між цими вузлами і згідно з законом Ома визначаємо струми в вітках схеми.

### Методика розрахунку.

1. Заземляємо вузол, тобто приймаємо  $\varphi_3=0$

2. Довільно позначаємо позитивний напрям струмів в вітках і згідно першому закону Кірхгофа складаємо рівняння для першого вузла:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

3. Виразимо струми через ЕРС в вітках і потенціали в вузлах:

$$[(E_1 - (\varphi_1 - \varphi_3))]g_1 - [(E_2 - (\varphi_3 - \varphi_1))]g_2 - [0 - (\varphi_2 - \varphi_1)]g_3 = 0;$$

$$I_1 = \frac{E_1}{R_1} + \frac{U_{31}}{R_1} = E_1 + (\varphi_3 - \varphi_1)g_1;$$

$$I_2 = \frac{E_2}{R_2} + \frac{U_{13}}{R_2} = E_2 + (\varphi_1 - \varphi_3)g_2;$$

$$I_3 = \frac{U_{12}}{R_3} = (\varphi_1 - \varphi_2)g_3.$$

$$E_1g_1 - \varphi_1g_1 + \varphi_3g_1 - E_2g_2 + \varphi_3g_2 - \varphi_1g_2 + \varphi_2g_3 - \varphi_1g_3 = 0$$

Врахуємо, що  $\varphi_3 = 0$ , одержимо:

$$\varphi_1(g_1 + g_2 + g_3) - \varphi_2g_3 = E_1g_1 - E_2g_2.$$

Позначимо:

$$g_1 + g_2 + g_3 = G_{11};$$

$$-g_3 = G_{12};$$

$$E_1g_1 - E_2g_2 = I_{11}.$$

Одержимо рівняння для вузла 1 в такому вигляді:

$$\varphi_1G_{11} + \varphi_2G_{12} = I_{11},$$

де  $G_{11}$  - сума провідностей усіх віток, які сходяться у вузлі 1;

$G_{12}$  - сума провідностей віток, які з'єднують вузли 1 і 2 узяті зі знаком "-";

$I_{11}$  - вузловий струм першого вузла.

Якщо у будь-якій із віток, які сходяться у вузлі (в даному випадку вузол 1), ЕРС має напрям до вузла, то відповідно складова вузлового струму береться зі знаком "+".

Якщо ЕРС віток мають напрям від вузла, то відповідно складова вузлового струму береться зі знаком "-".

Аналогічно можливо одержати рівняння для вузла 2:

$$\varphi_1 G_{21} + \varphi_2 G_{22} = I_{22}$$

$$G_{22} = g_3 + g_4 + g_5; G_{21} = G_{12} = -g_3; I_{22} = E_5 g_5$$

У загальному випадку для схеми з "n" вузлами будемо мати "n - 1" рівнянь:

$$\varphi_1 G_{11} + \varphi_2 G_{12} + \varphi_3 G_{13} + \dots + \varphi_{n-1} G_{1,n-1} = I_{11}$$

$$\varphi_1 G_{21} + \varphi_2 G_{22} + \varphi_3 G_{23} + \dots + \varphi_{n-1} G_{2,n-1} = I_{22}$$

$$\varphi_1 G_{31} + \varphi_2 G_{32} + \varphi_3 G_{33} + \dots + \varphi_{n-1} G_{3,n-1} = I_{33}$$

.....

$$\varphi_1 G_{n-1,1} + \varphi_2 G_{n-1,2} + \varphi_3 G_{n-1,3} + \dots + \varphi_{n-1} G_{n-1,n-1} = I_{33}$$

$G_{kk}$  - сума провідностей віток, які сходяться у вузлі.

$G_{km}$  - сума провідностей віток, які з'єднують вузли "k" і "m", узятих зі знаком "-".

$I_{kk}$  - вузловий струм "k" вузла.

Якщо до вузла тече струм від джерела струму, то він входить до складу ЕРС зі знаком "+", якщо струм має напрям від вузла, то зі знаком "-".

Після вирішення системи рівнянь відносно потенціалів визначають струми в вітках згідно з законом Ома.

**Порядок розрахунку кіл методом вузлових потенціалів.**

1. Потенціал одного із вузлів схеми приймаємо рівним нулю.

2. Записуємо систему із "n - 1" рівнянь.

3. Підраховуємо  $G_{kk}$ ,  $G_{km}$ ,  $I_{kk}$

4. Розв'язуємо систему рівнянь відносно потенціалів вузлів.

5. Згідно закону Ома визначаємо струми в вітках, попередньо довільно беремо "+" напрям струмів у вітках і визначаємо їх на схемі стрілками.

$$I_1 = \frac{U_{12} - E_1}{R_1 + R_1} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - E_1}{R_1 + R_1} = \frac{-80 - 140 - 30}{20 + 10} = 1A$$

$$I_2 = \frac{U_{12}}{R_2} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - E_3}{R_3} = \frac{-80 - 140}{15} = 4A$$

$$I_3 = \frac{U_{31} - E_3}{R_3} = \frac{\varphi_3 - \varphi_1 - E_3}{R_3} = \frac{-80 - 56}{8} = 3A$$

$$I_4 = \frac{U_{32} + E_4}{R_4} = \frac{\varphi_3 - \varphi_2 + E_4}{R_4} = \frac{140 + 10}{30} = 5A$$

$$I_5 = \frac{U_{31}}{R_5} = \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{R_5} = \frac{80}{40} = 2A$$

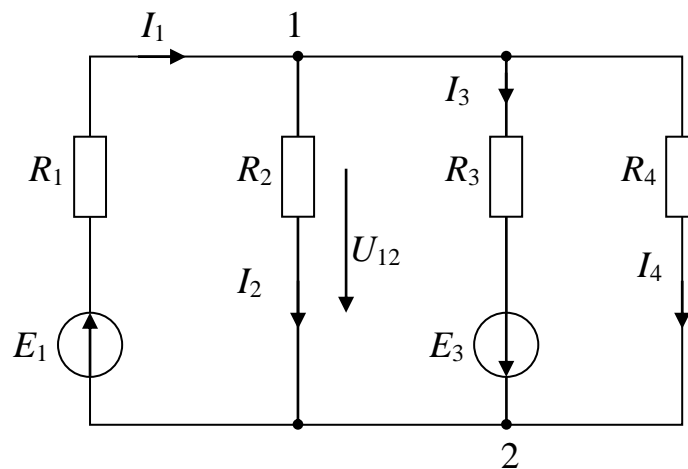
$$I_6 = \frac{U_{23} + E_6}{R_5} = \frac{\varphi_2 - \varphi_3 + E_6}{R_6} = \frac{-140 - 250}{6} = 10A$$

### 2.3. Метод двох вузлів.

На практиці дуже часто зустрічаються схеми, які мають всього два вузла. Для розрахунку струмів в них застосовують метод двох вузлів.

За невідоме у цьому випадку беремо напругу між двома вузлами. Струми визначають згідно з законом Ома.

Розглянемо схему.



У схемі два вузла. Потенціал другого вузла приймаємо рівним нулю  $\varphi_2 = 0$ . Користуючись методом вузлових потенціалів, запишемо для вузла I рівняння:

$$\varphi_1 G_{11} = I_{11},$$

$$\varphi_1 = \frac{I_{11}}{G_{11}} = \frac{E_1 g_1 - E_3 g_3}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4}$$

Так як  $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_1$ , то

$$U_{12} = \frac{E_1 g_1 - E_3 g_3}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4}.$$

В загальному вигляді:

$$U_{12} = \frac{\sum_{k=1}^n E_k g_k}{\sum_{k=1}^n g_k}$$

Для визначення  $U_{12}$  довільно задають її напрям.

Після цього зі знаком "+" записують ЕРС, направлені зустрічно напрямку напруги  $U_{12}$  (або які мають напрям до вузла 1), зі знаком "-" – ті, напрям яких збігається з напрямом напруги  $U_{12}$  (або інакше, які мають напрям від вузла 1).

Струми у вітках після визначення розраховують за формулою:

$$I_k = (E_k - U_{12})G_k$$

## 2.4.Метод еквівалентного генератора.

Якщо у складному електричному колі треба визначити струм тільки у одній якій-небудь вітці, а струморозподілення останньої частини кола нас не цікавить, то цю останню частину кола ми можемо відобразити у вигляді прямокутника з двома затискувачами (полюсами), до яких приєднана та вітка, яка привертає нашу увагу.

Частина електричного кола, позначена прямокутником, має назву двополюсник (позначається П).

Таким чином, двополюсник – це загальна назва схеми, яка має два затискувача. Двополюсник зветься активним, якщо він має джерело енергії, в цьому випадку у прямокутнику ставиться буква "А".

Якщо у двополюсника немає ЕРС чи джерела струму, то це пасивний двополюсник.

### Теорема про еквівалентний генератор.

У відношенні до вітки активний двополюсник при розрахунках можна замінити еквівалентним генератором, ЕРС якого дорівнює напрузі холостого ходу на затискувачах виділеної вітки, а внутрішній опір його дорівнює опору двополюсника.

Нехай ми маємо складне коло і треба знайти струм в одній із його віток. Умовно заключимо усю схему (крім вітки, струм у якій треба знайти) в прямокутник (рис.1).

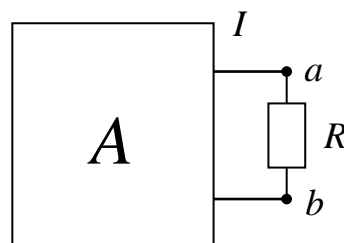


Рис. 1

Струм  $I$  не зміниться, якщо у вітці "a-b" ввімкнути дві рівні і протилежні по напрямку ЕРС  $E_1$  і  $E_2$  (рис.2).  $E_1 = -E_2$

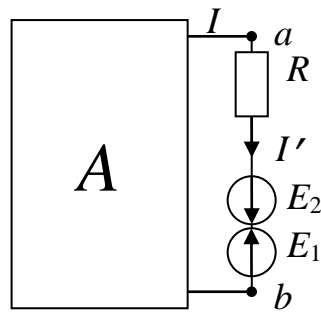


Рис. 2

Згідно з принципом накладання струм  $I$  можливо зобразити у вигляді  $I = I' + I''$ , де під струмом  $I'$  будемо розуміти струм, який визивається ЕРС  $E_1$  і всіма ЕРС активного двополюсника (рис.3).

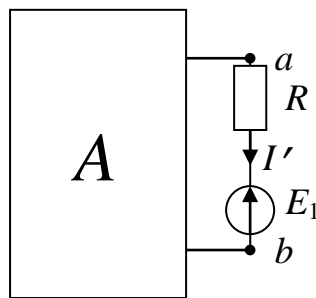


Рис. 3

Згідно з законом Ома для ділянки кола, яка має ЕРС, маємо:

$$I' = \frac{U_{ab} - E_1}{R}.$$

Струм  $I''$  визивається тільки дією ЕРС  $E_2$  (рис.4).

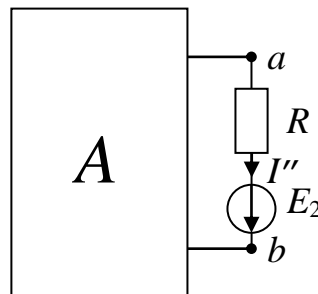


Рис. 4

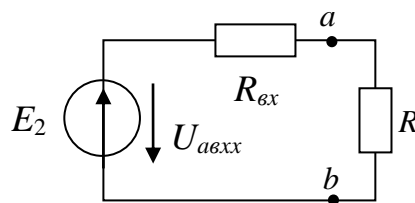
Виберемо значення ЕРС  $E_1$  таке, щоб  $I' = 0$ , тобто це еквівалентно

розмиканню вітки "ab" режим холостого ходу). Позначимо напругу на затискачах "ab" при розімкнутій вітці  $U_{abxx}$ . Тоді струм у відповідності зі схемою рис.4 визначається як:

$$I = I'' = \frac{E_2}{R + R_{ex.}}$$

де  $R_{ex.}$  - вхідний опір двополюсника по відношенню до затискачів "ab",  
 $R$  - опір вітки "ab".

Рівнянню  $I = \frac{E_2}{R + R_{ex.}} = \frac{U_{abxx}}{R + R_{ex.}}$  відповідає еквівалентна схема, де замість двополюсника відображено джерело енергії, ЕРС якого дорівнює  $U_{abxx} = E_2$  і опір  $R_{ex.}$ .



Сукупність джерела ЕРС і  $R_{ex.}$  можна розглядати як будь-який еквівалентний генератор, ЕРС якого дорівнює  $U_{abxx}$ , а його внутрішній опір дорівнює  $R_{ex.}$ . Таким чином, активний двополюсник можна замінити еквівалентним генератором з названими значеннями ЕРС і  $R_{ex.}$ .

Метод визначення струму у одній вітці електричного кола, заснований на заміні активного двополюсника еквівалентним генератором, прийнято називати методом еквівалентного генератора, або методом активного двополюсника.

#### Послідовність розрахунку.

1. Розмикають вітку, струм в якій треба визначити (режим холостого ходу).
2. Користуючись законами Кірхгофа, визначають напругу холостого ходу на затискачах розімкнутої вітки.
3. Визначають вхідний опір ( $R_{ex.}$ ) усього пасивного кола відносно затискачів "a" і "b", при цьому усі ЕРС джерел беруть рівними нулю (якщо є джерела струму, то вітки з ними треба брати розімкнутими, так як їх внутрішній опір нескінченний).
4. Підраховуємо струм згідно формули

$$I = \frac{U_{abxx}}{R + R_{ex.}}$$

Зробимо аналіз цього рівняння.

Якщо  $R = 0$  (це режим короткого замикання), то  $I_{кз} = \frac{U_{abxx}}{R_{ex.}}$ , звідки маємо:

$$R_{ex.} = \frac{U_{abxx}}{I_{кз}}$$



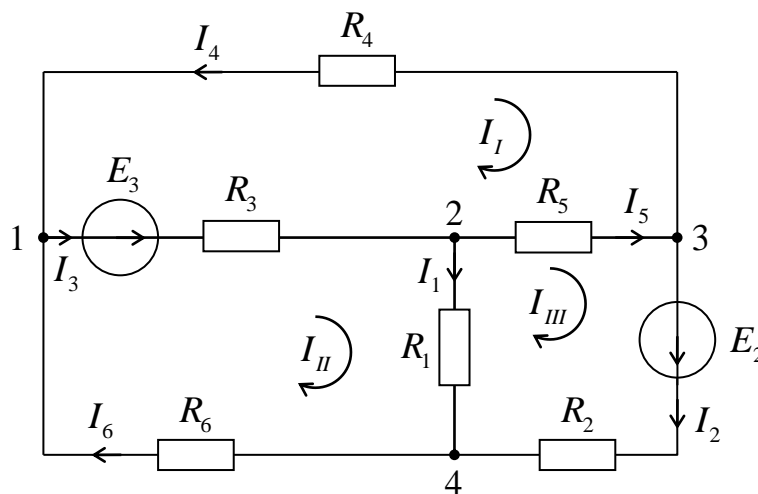
Можна зробити такий висновок: для експериментального визначення вхідного опору двополюсника  $R_{вх}$  треба:

1. Заміряти напругу холостого ходу на затискувачах розімкнутої вітки  $U_{abxx}$ .
2. Виміряти струм короткого замикання вітки  $I_{кз}$ .
3. Далі згідно формули визначити вхідний опір.

### 3. ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ ЗАДАЧІ

#### 3.1 РОЗРАХУНОК СТРУМІВ УСІХ ВІТОК СХЕМИ ЗА ДОПОМОГОЮ ЗАКОНІВ КІРХГОФА

1. Для спрощення рішення (складання рівнянь) перетворимо вихідну схему з джерелом струму в схему з одним джерелом ЕРС



- Дано:
- |                        |                       |
|------------------------|-----------------------|
| $R_1 = 8 \text{ Ом};$  | $E_2 = 32 \text{ В};$ |
| $R_2 = 26 \text{ Ом};$ | $E_3 = 20 \text{ В};$ |
| $R_3 = 18 \text{ Ом};$ |                       |
| $R_4 = 20 \text{ Ом};$ |                       |
| $R_5 = 10 \text{ Ом};$ |                       |
| $R_6 = 12 \text{ Ом};$ |                       |

2. Визначаємо число невідомих струмів. Число струмів дорівнює числу віток – шість. Довільно вибираємо позитивний напрямок струмів у вітках. Для складання рівнянь за II-му законі Кірхгофа необхідно вибрати довільно позитивні обходи контурів. Вибираємо обходи контурів за часовою стрілкою і позначаємо їх напрямком у контурах I, II, III.

Загальна кількість рівнянь, складових для даної схеми, дорівнює числу невідомих струмів, тобто шість.

За першим законом Кірхгофа

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{для вузла 1.} \\ \text{для вузла 2.} \\ \text{для вузла 3.} \end{array} \right. \begin{cases} I_4 + I_6 - I_3 = 0 \\ I_3 - I_5 - I_1 = 0 \\ I_5 - I_4 - I_2 = 0 \end{cases}$$

За другим законом Кірхгофа

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{для контуру I.} \\ \text{для контуру II.} \\ \text{для контуру III.} \end{array} \right. \begin{cases} -I_4 R_4 - I_5 R_5 - I_3 R_3 = -E_3 \\ I_3 R_3 + I_1 R_1 + I_6 R_6 = E_3 \\ I_5 R_5 + I_2 R_2 - I_1 R_1 = E_2 \end{cases}$$

3. Вирішуючи цю систему із шести рівнянь визначимо невідомі величини струмів у вітках  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6$ . Даний метод є надзвичайно складним при обчисленнях і тому для складних схем практично не застосовується.

Для розрахунку складних схем застосовуємо більш простий метод, метод контурних струмів.

### 3.2 МЕТОД КОНТУРНИХ СТРУМІВ

За невідомі в цьому методі застосовуються контурні струми, кількість яких дорівнює кількості незалежних контурів і для нашої схеми їхня кількість дорівнює 3-ом. Для обраних вище незалежних контурів *I, II і III* це будуть струми  $I_I, I_{II}, I_{III}$ .

Загальна система з трьох рівнянь має вид:

$$\begin{aligned} I_I R_{11} + I_{II} R_{12} + I_{III} R_{13} &= E_I \\ I_I R_{21} + I_{II} R_{22} + I_{III} R_{23} &= E_{II} \\ I_I R_{31} + I_{II} R_{32} + I_{III} R_{33} &= E_{III} \end{aligned}$$

$$\text{де } \begin{array}{l} R_{11} = R_3 + R_4 + R_5 = 18 + 20 + 10 = 48 \\ R_{22} = R_1 + R_3 + R_6 = 8 + 18 + 12 = 38 \\ R_{33} = R_1 + R_2 + R_5 = 8 + 26 + 10 = 44 \end{array} \left| \begin{array}{l} \text{Власні} \\ \text{опори} \\ \text{контурів} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l|l} R_{12} = R_{21} = -R_3 = -18 & \text{Суміжні} \\ R_{13} = R_{31} = -R_5 = -10 & \text{опори між} \\ R_{23} = R_{32} = -R_1 = -8 & \text{контурами} \end{array}$$

$$E_I = -E_3 = -20$$

$$E_{II} = E_3 = 20$$

$$E_{III} = E_2 = 32$$

$$\begin{cases} 48I_I - 18I_{II} - 10I_{III} = -20 \\ -18I_I + 38I_{II} - 8I_{III} = 20 \\ -10I_I - 8I_{II} + 44I_{III} = 32 \end{cases}$$

Дану систему вирішимо відносно струмів через визначники.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 48 & -18 & -10 \\ -8 & 38 & -8 \\ -10 & -8 & 44 \end{vmatrix} = 48 \cdot 38 \cdot 44 - 18 \cdot 8 \cdot 10 - 10 \cdot 18 \cdot 8 - 10 \cdot 38 \cdot 10 - 8 \cdot 8 \cdot 48 - (-44 \cdot 18 \cdot 18) = 56248$$

$$\Delta_I = \begin{vmatrix} -20 & -18 & -10 \\ 20 & 38 & -8 \\ 32 & -8 & 44 \end{vmatrix} = -20 \cdot 38 \cdot 44 + 18 \cdot 8 \cdot 32 + 10 \cdot 20 \cdot 8 + 32 \cdot 38 \cdot 10 + 8 \cdot 8 \cdot 20 + 44 \cdot 20 \cdot 18 = 2048$$

$$\Delta_{II} = \begin{vmatrix} 48 & -20 & -10 \\ -18 & 20 & -8 \\ -10 & 32 & 44 \end{vmatrix} = 48 \cdot 20 \cdot 44 - 20 \cdot 8 \cdot 10 + 10 \cdot 18 \cdot 32 - 10 \cdot 20 \cdot 10 + 32 \cdot 8 \cdot 48 - (-44 \cdot 18 \cdot 20) = 40848$$

$$\Delta_{III} = \begin{vmatrix} 48 & -18 & -20 \\ -18 & 38 & 20 \\ -10 & -8 & 32 \end{vmatrix} = 48 \cdot 38 \cdot 32 + 18 \cdot 20 \cdot 10 - 20 \cdot 18 \cdot 8 - 10 \cdot 38 \cdot 20 - 8 \cdot 20 \cdot 48 - (-32 \cdot 18 \cdot 18) = 48800$$

Визначаємо контурні струми:

$$I_I = \frac{\Delta_I}{\Delta} = \frac{2048}{56248} = 0,036; \quad I_{II} = \frac{\Delta_{II}}{\Delta} = \frac{40848}{56248} = 0,726; \quad I_{III} = \frac{\Delta_{III}}{\Delta} = \frac{48800}{56248} = 0,87.$$

Знаючи контурні струми, визначимо струми у вітках схеми:

$$I_1 = I_{II} - I_{III} = 0,726 - 0,87 = -0,144A$$

$$I_2 = I_{III} = 0,87A$$

$$I_3 = I_{II} - I_I = 0,726 - 0,036 = 0,69A$$

$$I_4 = -I_I = -0,036A$$

$$I_5 = I_{III} - I_I = 0,87 - 0,036 = 0,83A$$

$$I_6 = I_{II} = 0,726A$$

### 3.3 МЕТОД ВУЗЛОВИХ ПОТЕНЦІАЛІВ

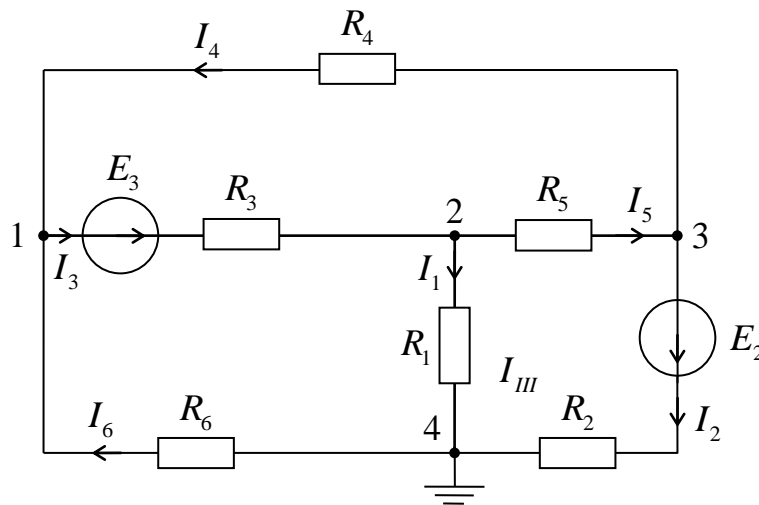
1. Вважаємо потенціал вузла схеми 4 рівним нулю:  $\varphi_4 = 0$ .

Необхідно визначити величини потенціалів інших 3-х вузлів, 1, 2, 3.

2. Для цього складаємо систему рівнянь для схеми за методом вузлових потенціалів.

Система рівнянь у загальному виді виглядає так:

$$\begin{cases} \varphi_1 G_{11} + \varphi_2 G_{12} + \varphi_3 G_{13} = I_{11} \\ \varphi_1 G_{21} + \varphi_2 G_{22} + \varphi_3 G_{23} = I_{22} \\ \varphi_1 G_{31} + \varphi_2 G_{32} + \varphi_3 G_{33} = I_{33} \end{cases}$$



$$\text{де } G_{11} = g_4 + g_3 + g_6 = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{20} + \frac{1}{18} + \frac{1}{12} = 0,199 \text{ Сім}$$

$$G_{22} = g_1 + g_3 + g_5 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{8} + \frac{1}{18} + \frac{1}{10} = 0,28 \text{ Сім}$$

$$G_{33} = g_2 + g_4 + g_5 = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{26} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10} = 0,189 \text{ Сім}$$

$$G_{12} = G_{21} = -g_3 = -\frac{1}{R_3} = -\frac{1}{18} = -0,056 \text{ Сім}$$

$$G_{23} = G_{32} = -g_5 = -\frac{1}{R_5} = -\frac{1}{10} = -0,1 \text{ Сім}$$

$$G_{13} = G_{31} = -g_4 = -\frac{1}{R_4} = -\frac{1}{20} = -0,05 \text{ Сім}$$

$$I_{11} = -\frac{E_3}{R_3} = -\frac{20}{18} = -1,1 \text{ А}$$

$$I_{22} = \frac{E_3}{R_3} = \frac{20}{18} = 1,1 \text{ А}$$

$$I_{33} = -\frac{E_2}{R_2} = -\frac{32}{26} = -1,23 \text{ А}$$

$$\begin{cases} 0,189\varphi_1 & -0,056\varphi_2 & -0,05\varphi_3 = -1,1 \\ -0,056\varphi_1 & +0,28\varphi_2 & -0,1\varphi_3 = 1,1 \\ -0,05\varphi_1 & -0,1\varphi_2 & +0,189\varphi_3 = -1,23 \end{cases}$$

Вирішимо систему відносно  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  і  $\varphi_3$  складаючи визначники:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,189 & -0,056 & -0,05 \\ -0,056 & 0,28 & -0,1 \\ -0,05 & -0,1 & 0,189 \end{vmatrix} = 0,189 \cdot 0,28 \cdot 0,189 - 0,056 \cdot 0,1 \cdot 0,05 - 0,05 \cdot 0,056 \cdot 0,1 - 0,05 \cdot 0,28 \cdot 0,05 - 0,1 \cdot 0,1 \cdot 1,89 - 0,189 \cdot 0,056 \cdot 0,05 = 0,00626$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -1,1 & -0,056 & -0,05 \\ 1,1 & 0,28 & -0,1 \\ -1,23 & -0,1 & 0,189 \end{vmatrix} = 1,1 \cdot 0,28 \cdot 0,189 - 0,056 \cdot 0,1 \cdot 1,23 + 0,05 \cdot 1,1 \cdot 0,1 - 1,23 \cdot 0,28 \cdot 0,05 + 0,1 \cdot 0,1 \cdot 1,1 + 0,189 \cdot 1,1 \cdot 0,056 = -0,0542$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0,189 & -1,1 & -0,05 \\ -0,056 & 1,1 & -0,1 \\ -0,05 & -1,23 & 0,189 \end{vmatrix} = 0,189 \cdot 1,1 \cdot 0,189 - 1,1 \cdot 0,1 \cdot 0,05 - 0,05 \cdot 0,056 \cdot 1,23 - 0,05 \cdot 1,1 \cdot 0,05 - 1,23 \cdot 0,1 \cdot 1,89 - 0,189 \cdot 0,056 \cdot 1,1 = -0,0073$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 0,189 & -0,056 & -1,1 \\ -0,059 & 0,28 & 1,1 \\ -0,05 & -0,1 & -1,23 \end{vmatrix} = -0,189 \cdot 0,28 \cdot 1,23 + 0,056 \cdot 1,1 \cdot 0,05 - 1,1 \cdot 0,059 \cdot 0,1 - 0,05 \cdot 0,28 \cdot 1,1 + 0,1 \cdot 1,1 \cdot 1,89 + 1,23 \cdot 0,059 \cdot 0,056 = -0,059$$

Визначаємо значення потенціалів у вузлах:

$$\varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = -\frac{0,0542}{0,00626} = -8,66$$

$$\varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-0,0073}{0,00626} = -1,17$$

$$\varphi_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = -\frac{0,059}{0,00626} = -9,42$$

Знаючи потенціали вузлів за законом Ома можна визначити струми у вітках схеми:

$$I_1 = \frac{\varphi_2 - \varphi_4}{R_1} = -0,146 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\varphi_3 - \varphi_4 + E_2}{R_2} = 0,87 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + E_3}{R_3} = 0,695 \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{R_4} = -0,038 \text{ A}$$

$$I_5 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{R_5} = 0,825 \text{ A}$$

$$I_6 = \frac{\varphi_4 - \varphi_1}{R_6} = 0,72 \text{ A}$$

Дані розрахунків зведені в таблицю:

Струм <i>A</i>	Величина струму	
	Метод конт. струмів	Метод вузл. потенц.
$I_1$	-0,144	-0,146
$I_2$	0,87	0,87
$I_3$	0,69	0,695
$I_4$	-0,036	-0,038
$I_5$	0,83	0,825
$I_6$	0,726	0,72

Значення тих самих струмів практично тотожні, що говорить про правильність рішення.

### 3.4 БАЛАНС ПОТУЖНОСТЕЙ

Рівняння енергетичного балансу:

$$\sum I^2 R = \sum EI$$

Для нашої схеми:

$$\begin{aligned} I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 = \\ = (0,144)^2 8 + (0,87)^2 26 + (0,69)^2 18 + (0,036)^2 20 + \\ + (0,83)^2 10 + (0,726)^2 12 = 41,65 \text{ Вт} \end{aligned}$$

$$(E_3 + E'_3)I_3 + E_2 I_2 = 20 \cdot 0,69 + 32 \cdot 0,87 = 13,8 + 27,8 = 41,64 \text{ Вт}$$

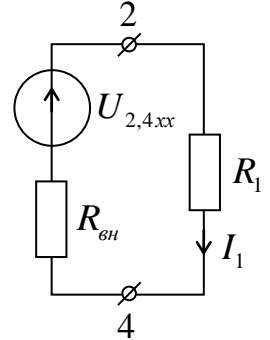
$$41,65 \text{ Вт} \cong 41,64 \text{ Вт}$$

### 3.5 МЕТОД ЕКВІВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА

Застосовується в тому випадку якщо необхідно розрахувати струм в одній з віток ( $I_1$ ). Для цього необхідно визначити напругу холостого ходу еквівалентного генератора при від'єднаній вітці з опором  $R_1$  і визначити внутрішній опір  $R_{\text{вн}}$  цього генератора щодо виділених точок "2" – "4". Тоді струм  $I_1$  визначимо за законом Ома

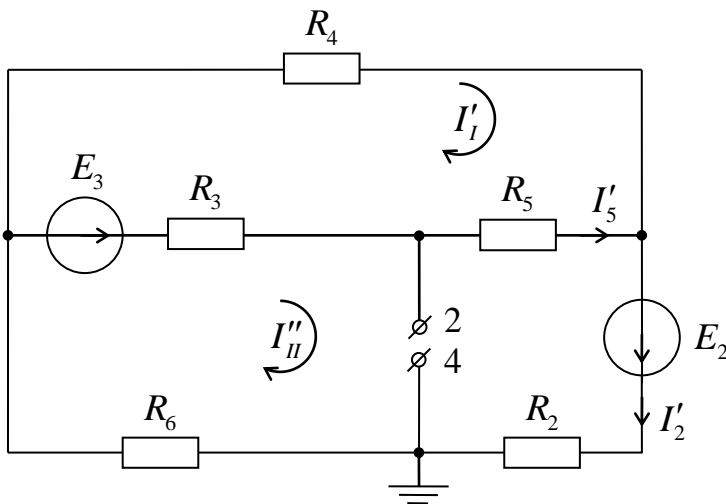
$$I_1 = \frac{U_{2,4xx}}{R_1 + R_{\text{вн}}}$$

$$U_{2,4xx} = I'_2 R_2 + I'_5 R_5 - E_2$$



Тут струми  $I'_2$  і  $I'_5$  є невідомими. Визначити їх можна одним з відомих методів, наприклад, методом контурних струмів.

Схема без вітки з опором  $R_1$  має два незалежних контури



Складемо систему рівнянь

$$\begin{cases} I'_I (R_3 + R_4 + R_5) - I''_{II} (R_3 + R_5) = -E_3 \\ -I'_I (R_3 + R_5) + I''_{II} (R_3 + R_5 + R_2 + R_6) = E_2 + E_3 \end{cases}$$

Підставимо числові значення

$$\begin{cases} 48I'_I - 28I''_{II} = -20 \\ -28I'_I + 66I''_{II} = 52 \end{cases}$$

Розв'язуємо систему відносно незалежних контурних струмів

$I'_I, I''_{II}$ .

$$\Delta = \begin{vmatrix} 48 & -28 \\ -28 & 66 \end{vmatrix} = 48 \cdot 66 - 28^2 = 2384$$

$$\Delta_I = \begin{vmatrix} -20 & -28 \\ 52 & 66 \end{vmatrix} = -20 \cdot 66 - 52 \cdot 28 = 136$$

$$\Delta_{II} = \begin{vmatrix} 48 & -20 \\ -28 & 52 \end{vmatrix} = 48 \cdot 66 - 28 \cdot 20 = 1936$$

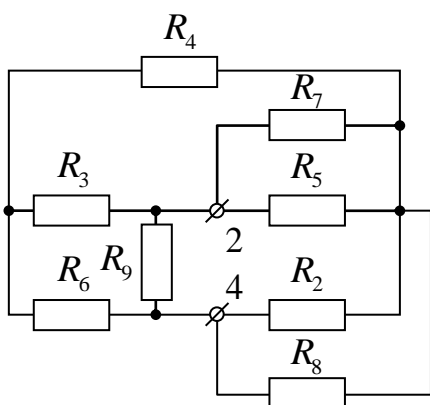
$$I'_I = \frac{\Delta_I}{\Delta} = \frac{136}{2384} = 0,057; \quad I''_{II} = \frac{\Delta_{II}}{\Delta} = \frac{1936}{2384} = 0,81$$

Знаходимо токи у вітках

$$I'_5 = I''_{II} - I'_I = 0,75 \text{ A} \quad I'_2 = I''_{II} = 0,81 \text{ A}$$

$$U_{2,4xx} = I'_2 R_2 + I'_5 R_5 - E_2 = 0,81 \cdot 26 + 0,75 \cdot 10 - 32 = -3,44$$

Для перебування  $R_{\text{вн}}$  перетворимо зірку опорів  $R_3, R_4, R_6$  у трикутник опорів  $R_7, R_8, R_9$  і замкнемо ЕРС



$E_2, E_3, E'_3$

$$R_7 = R_3 + R_4 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_6} = 18 + 20 + \frac{18 \cdot 20}{18} = 68 \text{ Ом};$$

$$R_8 = R_4 + R_6 + \frac{R_4 \cdot R_6}{R_3} = 20 + 12 + \frac{20 \cdot 12}{18} = 45,3 \text{ Ом};$$

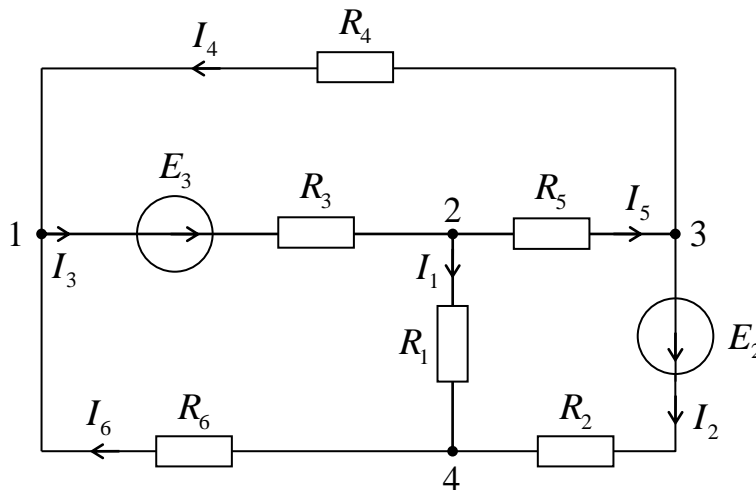
$$R_9 = R_3 + R_6 + \frac{R_3 \cdot R_6}{R_4} = 18 + 12 + \frac{18 \cdot 12}{20} = 40,8 \text{ Ом}.$$

$$R_{5,7} = \frac{R_5 \cdot R_7}{R_5 + R_7} = \frac{10 \cdot 68}{78} = 8,7 \text{ Ом}; \quad R_{2,8} = \frac{R_2 \cdot R_8}{R_2 + R_8} = \frac{26 \cdot 45,3}{26 + 45,3} = 16,5 \text{ Ом}$$

$$R_{\text{вн}} = \frac{(R_{5,7} + R_{2,8}) \cdot R_9}{R_{5,7} + R_{2,8} + R_9} = \frac{(8,7 + 16,5)}{8,7 + 16,5 + 40,8} = 16,6 \text{ Ом}$$

$$I_1 = \frac{U_{2,4xx}}{R_1 + R_{\text{вн}}} = \frac{-3,44}{8 + 16,6} = -0,14 \text{ А}$$

### 3.6 Метод накладання



Мал. 3.6.1

У схемі є два ЕРС. При розрахунку методом накладання в схемі залишаємо одну ЕРС  $E_2$  а іншу  $E_3$  закорочуємо, оскільки її внутрішній опір рівний нулю і необхідно струми у вітках схеми при дії це ЕРС (Рис. 3.6.2)



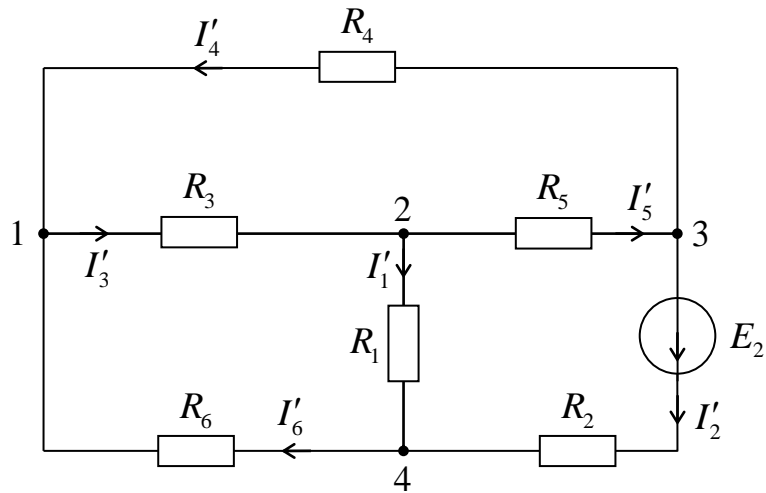


Рис. 3.6.2

У схемі зірку опорів  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $R_6$  замінимо на еквівалентний трикутник з опорами  $R_7$ ,  $R_8$ ,  $R_9$  приєднаних до тих же вузлів 2, 3, 4 (рис. 3.6.3).

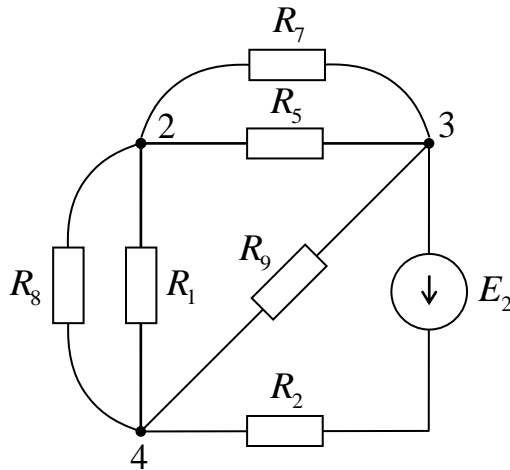


Рис. 3.6.3

У перетвореній схемі опори  $R_7$ ,  $R_8$  і  $R_9$  знаходяться по формулах

$$R_7 = R_3 + R_4 \frac{R_3 \cdot R_4}{R_6} = 18 + 20 + \frac{18 \cdot 20}{12} = 68$$

$$R_8 = R_3 + R_6 \frac{R_3 \cdot R_4}{R_4} = 18 + 12 + \frac{18 \cdot 20}{20} = 40,8$$

$$R_9 = R_4 + R_6 \frac{R_4 \cdot R_6}{R_3} = 20 + 12 + \frac{20 \cdot 12}{18} = 45,33$$

Тоді опори  $R_5$  і  $R_7$  з'єднані паралельно

$$R_{1,8} = \frac{R_1 \cdot R_8}{R_1 + R_8} = \frac{8 \cdot 40,8}{8 + 40,8} = 6,69$$

Між собою опори  $R_{5,7}$  і  $R_{1,3}$  з'єднані послідовно і з опором  $R_9$  паралельно (рис. 3.6.4)

$$R_{5,7} + R_{8,1} = 8,72 + 6,69 = 15,41$$

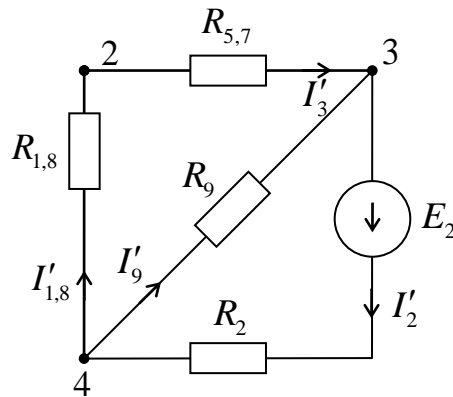


Рис. 3.6.4

Струм  $I'_2$  визначаємо за законом Ома

$$I'_2 = \frac{E_2}{R + \frac{(R_{1,8} + R_{5,7}) \cdot R_9}{R_{1,8} + R_{5,7} + R_9}} = \frac{32}{26 + \frac{15,41 \cdot 45,33}{15,41 + 45,33}} = 0,85$$

Струми  $I_{1,8}$  і  $I_9$  обернено пропорційні опорам в цих вітках

$$I_{1,8} = I'_2 \frac{R_9}{R_{1,8} + R_{5,7} + R_9} = 0,85 \frac{45,33}{6,69 + 8,72 + 45,33} = 0,63$$

$$I_9 = I'_2 \frac{R_{1,8} + R_{5,7}}{R_{1,8} + R_{5,7} + R_9} = 0,85 \frac{6,69 + 8,72}{6,69 + 8,72 + 45,33} = 0,22$$

Знаходимо падіння напруги між вузлами

$$U_{2,3} = I_{1,8} \cdot R_{5,7} = 0,63 \cdot 8,72 = 5,49$$

$$U_{4,2} = I_{1,8} \cdot R_{1,8} = 0,63 \cdot 6,69 = 4,2$$

$$U_{4,3} = I_9 \cdot R_9 = 0,22 \cdot 45,33 = 9,78$$

Перейдемо до схеми на рис. 3.6.2 і визначимо часткові струми:

$$I'_1 = \frac{U_{4,2}}{R_1} = \frac{4,2}{8} = 0,525$$

$$I'_5 = \frac{U_{2,3}}{R_5} = \frac{5,49}{10} = 0,549$$

По 1-му закону Кірхгофа визначаємо струми в інших вітках схеми.

$$I'_3 = I'_5 - I'_1 = 0,549 - 0,525 = 0,024$$

$$I'_4 = I'_2 - I'_5 = 0,85 - 0,549 = 0,301$$

$$I'_6 = I'_2 - I'_1 = 0,85 - 0,525 = 0,325$$

Аналогічно визначимо часткові струми при дії ЕРС  $E_3 + E'_3$  і замкненої ЕРС  $E_2$  (рис 3.6.5).

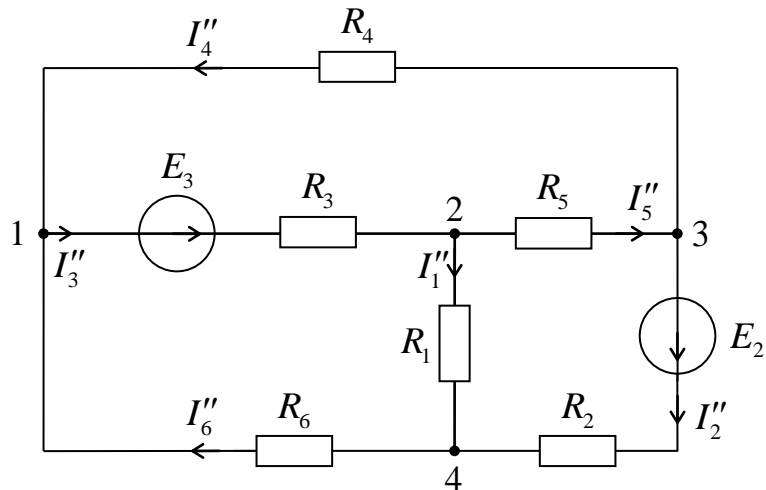


Рис. 3.6.5

Для цієї схеми вибираємо (довільно) позитивний напрям струмів в гілках схеми. Замінюємо зірку опорів  $R_2$ ,  $R_4$ ,  $R_5$  на еквівалентний трикутник з опорами  $R_{10}$ ,  $R_{11}$ ,  $R_{12}$  (рис. 3.6.6).

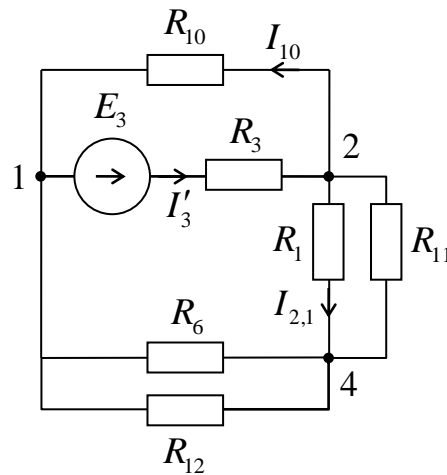


Рис. 3.6.6

Визначимо опори еквівалентного трикутника:

$$R_{10} = R_4 + R_5 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_2} = 20 + 10 + \frac{20 \cdot 10}{12} = 46,66$$

$$R_{11} = R_2 + R_5 + \frac{R_2 \cdot R_5}{R_4} = 26 + 10 + \frac{26 \cdot 10}{20} = 49$$

$$R_{12} = R_2 + R_4 + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_5} = 26 + 20 + \frac{26 \cdot 20}{10} = 98$$

Знаходимо ділянки з паралельним з'єднанням опорів і визначимо їх еквівалентні величини.

$$R_{1,11} = \frac{R_1 \cdot R_{11}}{R_1 + R_{11}} = \frac{8 \cdot 49}{8 + 49} = 6,88$$

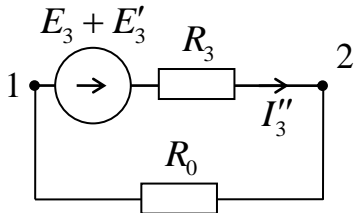
$$R_{6,12} = \frac{R_6 \cdot R_{12}}{R_6 + R_{12}} = \frac{12 \cdot 98}{12 + 98} = 10,69.$$

Між собою ці опори з'єднані послідовно і з опором  $R_{10}$  паралельно

$$R_{1,11} + R_{6,12} = 6,88 + 10,69 = 17,57$$

$$R_0 = \frac{R_{10} \cdot R_{1,11}}{R_{10} + R_{1,11}} = \frac{46,66 \cdot 17,57}{46,66 + 17,57} = 12,77$$

Для отримання схеми визначаємо струм  $I_3''$



$$I_3'' = \frac{E_3 + E_3'}{R_3 + R_0} = \frac{20}{18 + 12,77} = 0,65$$

Струми  $I_{10}$  і  $I_{2,1}$  обернено пропорційні опорам в цих вітках.

$$I_{10} = I_3'' \frac{R_{1,11} + R_{6,12}}{R_{1,11} + R_{6,12} + R_{10}} = 0,65 \frac{17,57}{17,57 + 46,66} = 0,18$$

$$I_3' = I_3'' \frac{R_{10}}{R_{1,11} + R_{6,12} + R_{10}} = 0,65 \frac{46,66}{17,57 + 46,66} = 0,47$$

Знаходимо падіння напруги між вузлами:

$$U_{2,1} = I_{10} \cdot R_{10} = 0,18 \cdot 46,66 = 8,4$$

$$U_{2,4} = I_{2,1} \cdot R_{6,12} = 0,47 \cdot 10,69 = 5,02$$

Перейдемо до схеми на рис. 3.6.5 і визначимо часткові струми

$$I_1'' = \frac{U_{2,4}}{R_1} = \frac{3,23}{8} = 0,4$$

$$I_6'' = \frac{U_{4,1}}{R_6} = \frac{5,02}{12} = 0,42$$

По першому закону Кірхгофа визначимо струм в решті віток схеми (рис. 3.6.5)

$$I_2'' = I_6'' - I_1'' = 0,42 - 0,4 = 0,02$$

$$I_4'' = I_3'' - I_6'' = 0,65 - 0,42 = 0,23$$

$$I_5'' = I_3'' - I_1'' = 0,65 - 0,4 = 0,25$$

Повертаємося до початкової схеми (рис. 3.6.1) і визначаємо струми у вітках схеми як алгебраїчна сума часткових струмів, знайдених для схем, зображених на рис. 3.6.2 і рис. 3.6.5.

$$I_1 = -I_1' + I_1'' = -0,525 + 0,4 = -0,125$$

$$I_2 = I_2' + I_2'' = 0,85 + 0,02 = 0,87$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 0,024 + 0,65 = 0,674$$

$$I_4 = -I_4' + I_4'' = -0,301 + 0,23 = -0,071$$

$$I_5 = I_5' + I_5'' = 0,549 + 0,25 = 0,799$$

$$I_6 = I_6' + I_6'' = 0,325 + 0,42 = 0,745$$

## 4. Завдання

### Лінійні кола постійного струму.

Для електричної схеми, яка відповідає номеру варіанта і зроблена на рис 1.1.-1.20, виконати наступне:

1. Скласти згідно законів Кірхгофа систему рівнянь для розрахунку струмів у всіх вітках схеми.
2. Визначити струми у всіх вітках схеми методом контурних струмів.
3. Визначити струми у всіх вітках схеми методом вузлових потенціалів.
4. Результат розрахунку струмів, проведеного двома методами, звести у таблицю і порівняти між собою.
5. Скласти баланс потужностей, розрахував окремо сумарну потужність джерел та сумарну потужність навантажень.
6. Розрахувати струм  $I_1$  в заданій по умові схемі, використовуючи теорему про активний двополюсник та еквівалентний генератор.

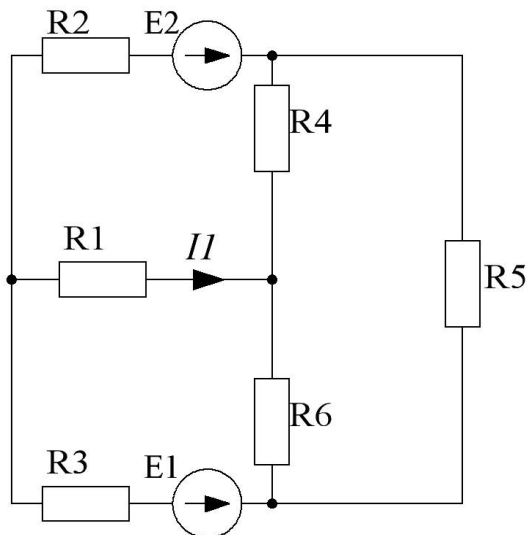


Рис.1-1

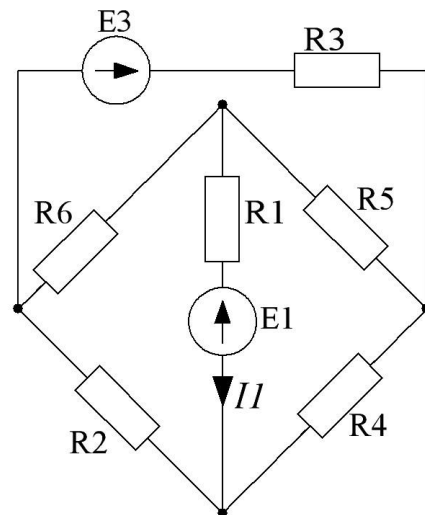


Рис.1-2

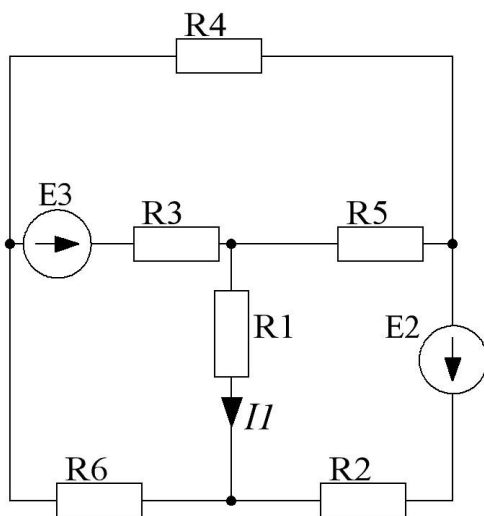


Рис.1-3

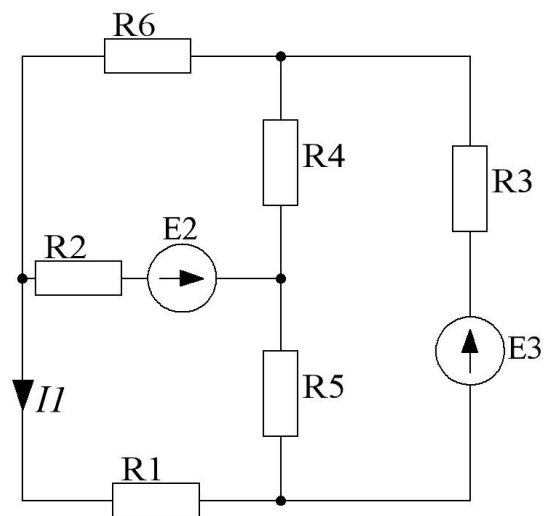


Рис.1-4

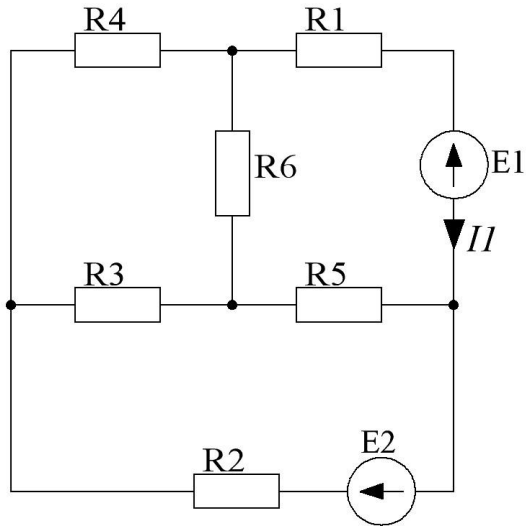


Рис.1-5

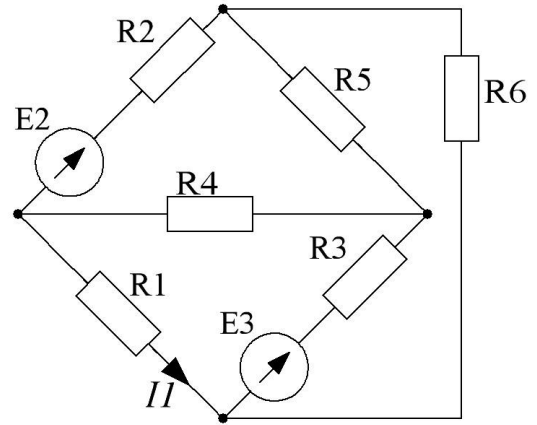


Рис.1-6

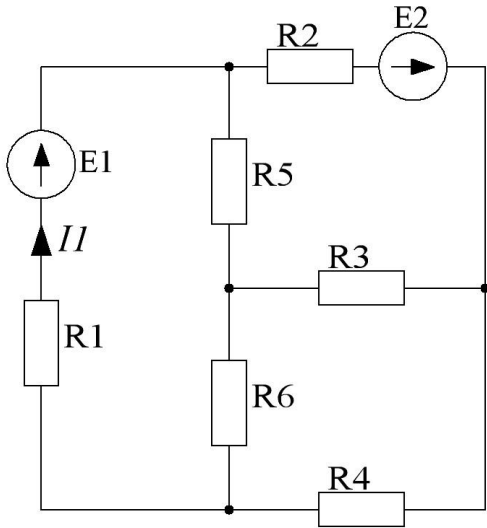


Рис.1-7

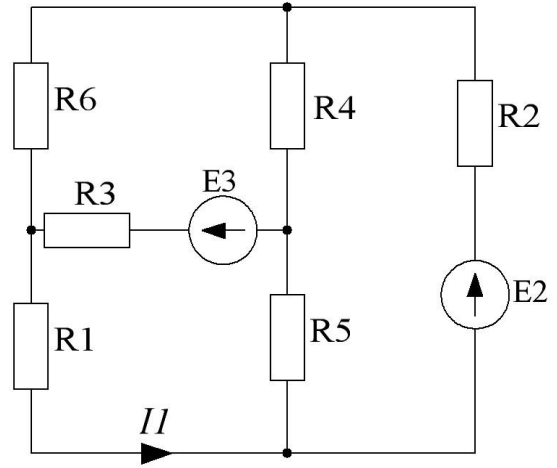


Рис.1-8

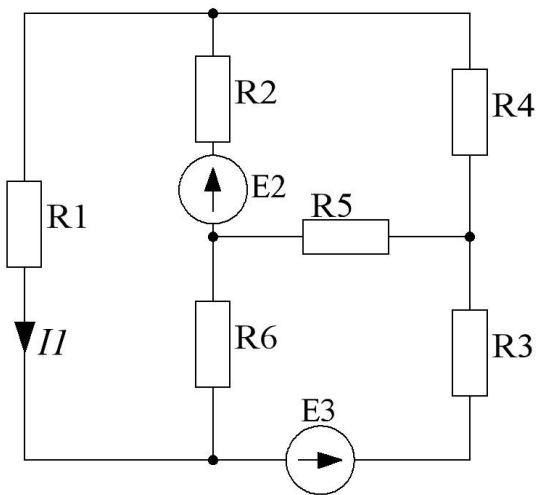


Рис.1-9

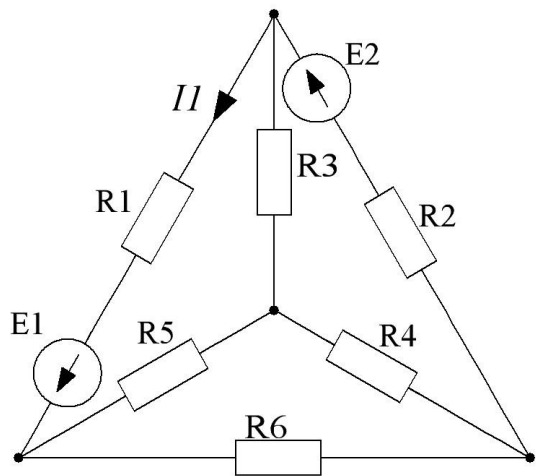


Рис.1-10

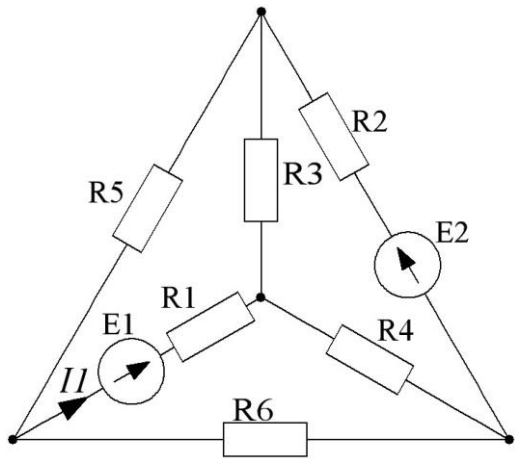


Рис.1-11

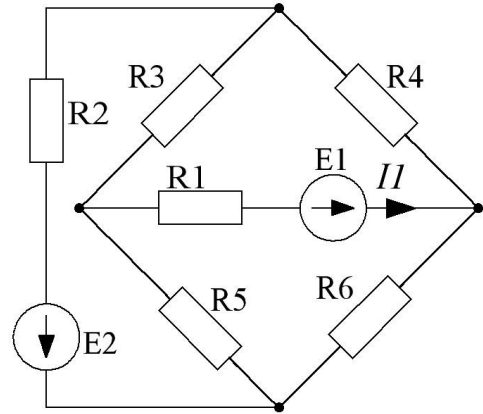


Рис.1-12

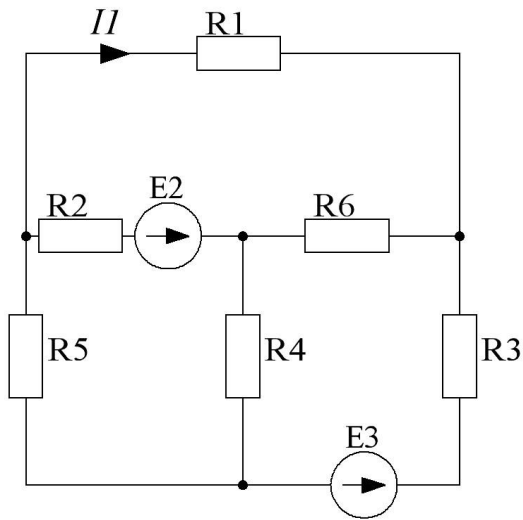


Рис.1-13

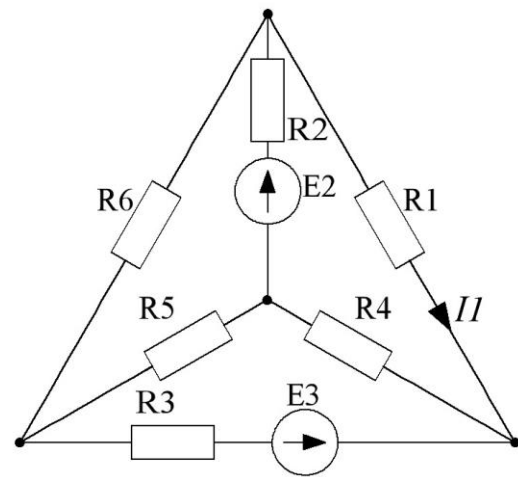


Рис.1-14

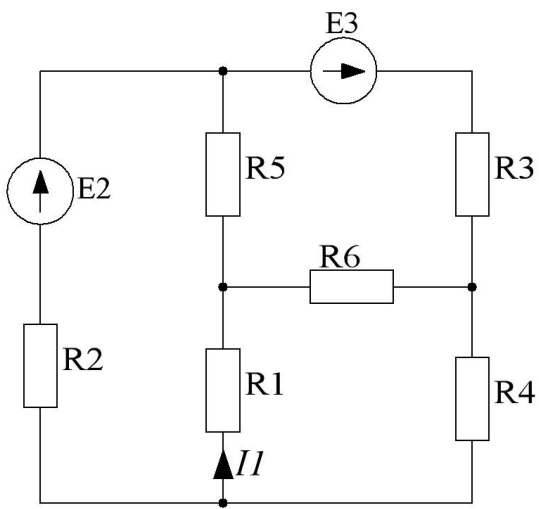


Рис.1-15

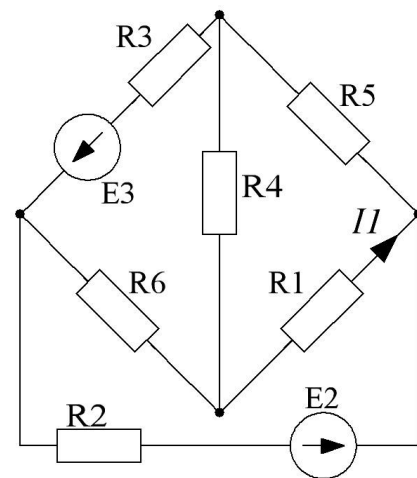


Рис.1-16

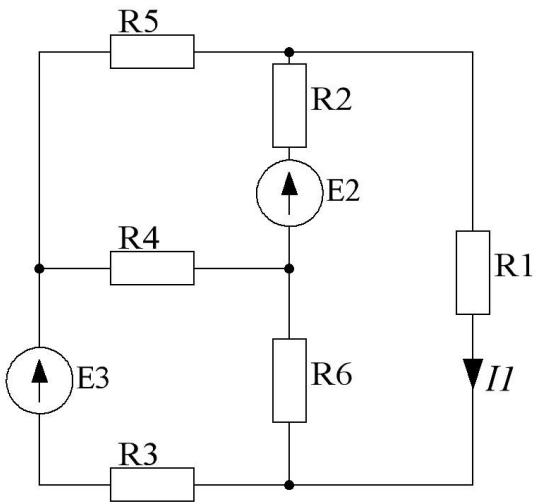


Рис.1-17

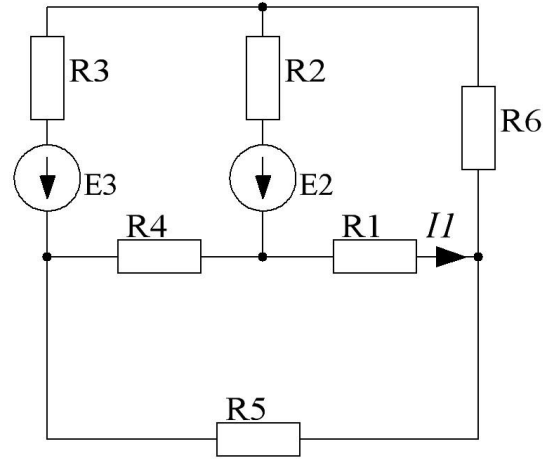


Рис.1-18

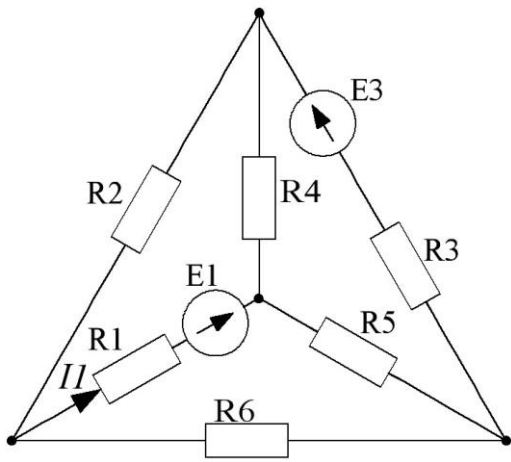


Рис.1-19

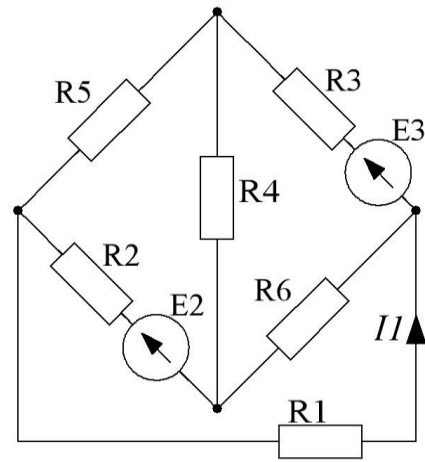


Рис.1-20



## ЗАВДАННЯ

Номер варіанта	Номер рисунок	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	R <sub>5</sub>	R <sub>6</sub>	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>
		<i>О<sub>м</sub></i>						<i>В</i>		
1	1-9	3,5	6	2	4,5	7,5	4	-	7	5
2	1-18	15	20	11	5	7	25	-	7,5	7,5
3	1-16	4	8	6	10	13	10	-	3	9
4	1-11	20	80	100	35	150	40	150	100	-
5	1-17	10	18	5	10	8	6	-	20	30
6	1-3	4	13	9	10	5	6	-	16	8,2
7	1-7	130	40	60	80	110	45	12	13	-
8	1-20	6	5	8	14	7	8	-	20	14
9	1-8	55	80	100	40	70	120	-	29	10
10	1-10	110	45	60	150	80	50	25	8	-
11	1-9	7	12	4	9	15	8	-	20	8
12	1-18	30	40	22	10	14	50	-	23	9,5
13	1-12	15	12	10	9	8	7	13	14	-
14	1-4	13	25	22	6	10	15	-	20	7,6
15	1-13	4	7	10	12	7	55	-	20	10
16	1-5	4	11	5	12	7	8	25	4,5	-
17	1-14	9	20	16	40	30	22.	-	30	10
18	1-6	5	10	12	7	8	15	-	15	13
19	1-19	5	7	10	4	15	20	15	-	20
20	1-2	8	10	6	15	21	26	25	14	-
21	1-15	19,5	7,5	13,5	10,5	15	6	-	9	45
22	1-1	19,5	7,5	6	12	16,5	22,5	12	30	-
23	1-16	6	12	9	15	19,5	12	-	21	22,5
24	1-11	30	120	150	52,5	225	60	-	90	375
25	1-17	15	27	7,5	15	12	9	-	16,5	52,5
26	1-3	6	19,5	13,5	15	7,5	9	-	16,2	15
27	1-7	195	60	90	120	165	67,5	10,2	37,5	-
28	1-20	9	7,5	12	21	10,5	12	-	15	33
29	1-8	82,5	120	150	60	105	180	-	25,5	22,5
30	1-10	165	90	67,5	225	120	75	21	21	-

## Література

1. Теоретичні основи електротехніки: Підручник: У 3 т. / В.С. Бойко, В. В. Бойко, Ю. Ф. Видолоб та ін.; За заг. ред. І. М. Чиженка, В. С. Бойка. – К.: ІВЦ «Видавництво «Політехніка», 2004. – Т. 1: - 272 с: іл.
2. Маляр В.С. Теоретичні основи електротехніки. Електричні кола. Навчальний посібник Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2012. – 312 с.
3. Основи електротехніки та електроніки / В. С. Мадай. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2005. – 227 с.
4. Поляков М. Г. Математичні основи теоретичної електротехніки: навч. посіб.: / М. Г. Поляков, Л. Я. Фомичова, С. О. Сушко. – Дніпропетровськ: НГАУ, 2001, Ч.1. – 210 с.
5. Прянишников В. А. Теоретические основы электротехники: учеб. пособие / В. А. Прянишников – СПб.: Корона, 2000. – 368 с.
6. Теоретические основы электротехники: учебник для вузов: у3-хт. / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин, В. Л. Чечурин. – СПб.: Питер, 2004. Т.1 – 463 с.
7. Чабан В. Й. Теоретична електротехніка: навч. посіб. / В.Й. Чабан. – Львів: Фенікс, 2002. – 240 с.
8. Шебес М. Р. Задачник по теории линейных электрических цепей: учеб. пособ. / М. Р. Шебес, М. В. Каблукова. – М.:Высш. шк., 1990.– 544 с.
9. Шегедин О. І., Маляр В. С. Теоретичні основи електротехніки: навч. посіб. / О. І. Шегедин, В. С. Маляр, – Львів: Магнолія Плюс, 2007. – Ч. 1. – 172 с.

# ЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

## МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

для виконання розрахунково графічного завдання

з дисциплін «Теоретичні основи електротехніки»,  
«Теорія електричних та магнітних кіл», «Теорія електромагнітних кіл», «Теорія  
електромагнітного поля», «Електромагнітні поля та методи їх розрахунку»

для здобувачів зі спеціальності 163 «Біомедична інженерія» та 141

«Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»

**УДК 621.3**

**.Відповідальний за випуск: Н. Г. Косуліна, д-р техн. наук**

© Косуліна Н. Г., Чорна М. О., Сухін В. В.,  
Коршунов К. С. 2023

© ДБТУ, 2023

Формат 60x84/16. Гарнітура Times New Roman  
Папір для цифрового друку. Друк ризографічний.

Ум. друк. арк. \_.

Наклад \_\_\_ пр.

Державний біотехнологічний університет  
61002, м. Харків, вул. Алчевських, 44