



Міністерство освіти і науки України

ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет енергетики, робототехніки та комп'ютерних технологій

Кафедра електромеханіки, робототехніки, біомедичної
інженерії та електротехніки

**РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ
В ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ**

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

для виконання розрахунково графічного завдання

з дисциплін «Теоретичні основи електротехніки»,
«Теорія електричних та магнітних кіл», «Теорія електромагнітних кіл», «Теорія
електромагнітного поля», «Теорія електромагнітних кіл»

для здобувачів зі спеціальності 163 «Біомедична інженерія» та 141

«Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»

Харків 2023

Міністерство освіти і науки України

ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет енергетики, робототехніки та комп'ютерних технологій

Кафедра електромеханіки, робототехніки, біомедичної інженерії та електротехніки

**РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ
В ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ**

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

для виконання розрахунково графічного завдання

з дисциплін «Теоретичні основи електротехніки»,
«Теорія електричних та магнітних кіл», «Теорія електромагнітних кіл», «Теорія
електромагнітного поля», «Електромагнітні поля та методи їх розрахунку»

для здобувачів зі спеціальності 163 «Біомедична інженерія» та 141
«Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»

Затверджено
рішенням Науково-методичної ради
факультету енергетики, робототехніки та
комп'ютерних технологій
Протокол № 3
від 22.02.2023 р.

Харків
2023

УДК 621.3

Схвалено
на засіданні кафедри електромеханіки, робототехніки, біомедичної інженерії та
електротехніки
Протокол №5 від 16.02.2023 р.

О. Г. Аврунін, докт. техн. наук, проф., завідувач кафедри біомедичної інженерії Харківського національного університету радіоелектроніки;
О. М. Мороз, докт. техн. наук, проф., професор кафедри електропостачання та енергетичного менеджменту Державного біотехнологічного університету

С23 Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи за темою «Розрахунок перехідних процесів в лінійних електричних колах» з дисциплін «Теоретичні основи електротехніки», «Теорія електричних та магнітних кіл», «Теорія електромагнітних кіл», «Теорія електромагнітного поля», «Електромагнітні поля та методи їх розрахунку» для здобувачів освіти ден. та заочної форми навчання спеціальностей 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» та 163 «Біомедична інженерія» / Держ. біотехнологічний ун-т ; авт.-уклад.: Н. Г. Косуліна, М. О. Чорна, В. В. Сухін, К. С. Коршунов. – Харків : [б. в.], 2023. – 22 с.

Методичні вказівки розроблено відповідно до програми навчальних дисциплін з дисциплін «Теоретичні основи електротехніки», «Теорія електричних та магнітних кіл», «Теорія електромагнітних кіл», «Теорія електромагнітного поля», «Електромагнітні поля та методи їх розрахунку». Методичні вказівки призначені здобувачам першого (бакалаврського) та другого (магістерських) рівнів вищої освіти денної та заочної форми навчання зі спеціальності 163 «Біомедична інженерія» та 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка».

УДК 621.3

Відповідальний за випуск : Н. Г. Косуліна, д-р техн. наук

© Косуліна Н. Г., Чорна М. О., Сухін В. В.,
Коршунов К. С. 2023
© ДБТУ, 2023

1 ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ

Перехідним називається процес, що виникає в електричному колі при переході від одного встановленого режиму роботи до другого.

Перехідні процеси визиваються комутацією. Комутацією називається процес зміни параметрів або схеми кола, що проходить при замиканні чи розмиканні рубильників, вимикачів.

Перехідні процеси виникають в результаті невідповідності запасів енергії в електричному і магнітному полях електричного кола до моменту початку перехідного процесу запасами енергії в цих же полях в новому встановленому режимі.

В електричних колах, що містять тільки активні опори, перехідні процеси не виникають.

Тривалість їх невелика, але струми і напруги перехідних процесів часто в багато разів перевищують номінальні значення, що може призвести до аварії електротехнічної установки.

Через те, вивчення їх являється необхідністю.

Розрахунок перехідних процесів в лінійних електричних колах з зосередженими параметрами зводиться до складання і розв'язання системи рівнянь, записаних для даного кола на основі законів Кірхгофа, для миттєвих значень струмів і напруг.

Запишемо рівняння за другим законом Кірхгофа для схеми (рис.1) при замкненому вимикачеві S . Сума падінь напруги на індуктивності L і опорі R дорівнює ЕРС E (E - стала ЕРС);

$$u_L + Ri = E \quad \text{або} \quad L \frac{di}{dt} + Ri = E$$

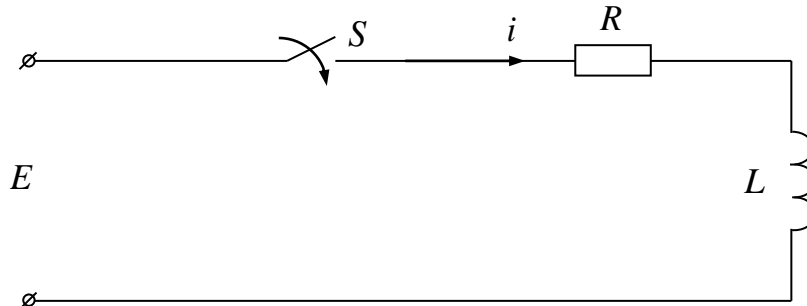


Рис. 1

Таким чином, задача визначення струму, як функції часу є по суті справи задачею про розв'язання диференційного рівняння.

З курсу математики відомо, що загальний інтеграл (тобто загальний розв'язок) лінійного диференційного рівняння дорівнює сумі власного розв'язку неоднорідного рівняння плюс повне рішення однорідного рівняння.

Власний розв'язок неоднорідного диференційного рівняння знаходиться, як розв'язання для режиму, що встановився, коли $t = \infty$ і носить назву встановленого чи вимушеного значення відповідної електричної величини.

Повний розв'язок однорідного диференційного рівняння називають вільним значенням електричної величини.

Таким чином $i = i_{np} + i_{cs}$.

Слід пам'ятати, що подання електричних величин у вигляді суми вимушених і вільних значень являється тільки вигідним прийомом розрахунку перехідних процесів в електричних колах. Вони являються лише розрахунковими компонентами, сума яких дає дійсну величину.

Перший закон комутації стверджує, що струм через будь-яку індуктивність безпосередньо до комутації дорівнює струму через цю ж індуктивність безпосередньо після комутації, тобто

$$i_L(0_-) = i_L(0_+).$$

Другий закон комутації стверджує, що напруга на ємності безпосередньо до комутації дорівнює напрузі на тій же ємності безпосередньо після комутації:

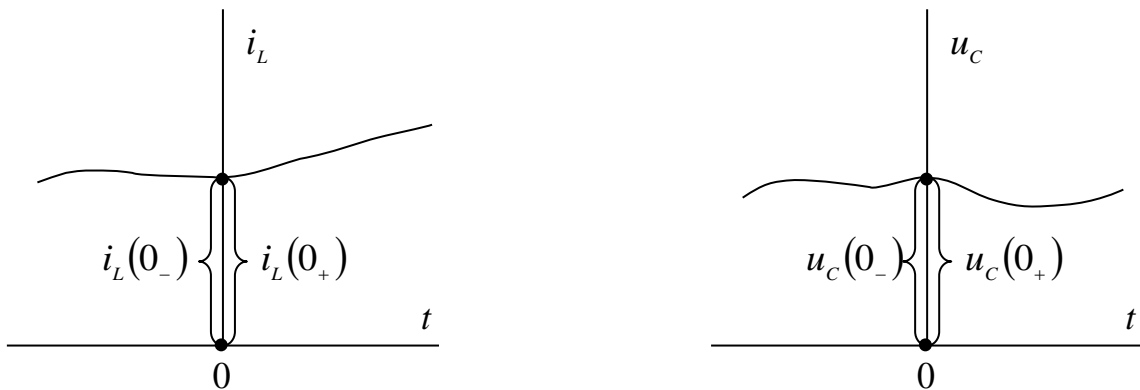
$$u_C(0_-) = u_C(0_+)$$

Значення струмів і напруг в схемі при $t = 0$ називається початковим значенням (або початковими умовами).

Як вже говорилося, струми через індуктивність і напруги на ємностях безпосередньо після комутації, завжди дорівнюють їх значенням безпосередньо до комутації. Що стосується інших величин: напруги на індуктивності і на активних опорах, струмів через ємності, струмів через активний опір, всі вони можуть змінюватися стрибком, і через те їх значення безпосередньо після комутація, тобто при $t(0_+)$ частіше всього являються не рівними їх значенням безпосередньо до комутації, тобто при $t(0_-)$.

Через те, розрізняють докомутаційні і післякомутаційні початкові значення.

Докомутаційними початковими значеннями називають значення струмів і напруг безпосередньо до комутації, тобто при $t(0_-)$. Вони бувають нульові і ненульові.



Післякомутаційними початковими значеннями струмів і напруг називаються їх значення безпосередньо після комутації, тобто при $t(0_+)$.

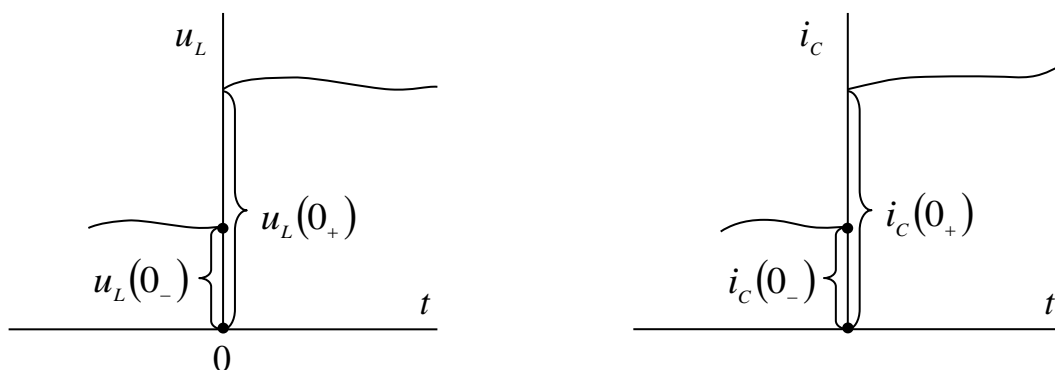


Рис. 2

Незалежними початковими значеннями називають післякомутаційні початкові значення струмів через індуктивність і напруги на ємності, відомих з докомутаційного режиму. Значення інших струмів і напруг безпосередньо після комутації називають залежними початковими значеннями.

Метод розрахунку перехідного процесу, в якому розв'язанні диференційного рівняння беруть у вигляді суми примушеної і вільної складової і в якому постійні інтегрування визначають з початкових умов, називають класичним методом розрахунку перехідних процесів.

2 ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКУ ПЕРЕХІДНИХ
ПРОЦЕСІВ В ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ З
ЗОСЕРЕДЖЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ КЛАСИЧНИМ МЕТОДОМ.

Задача №1. Визначити, по якому закону в часі змінюється струм в перехідному процесі після замикання рубильника S . U – постійна напруга (рис. 3).

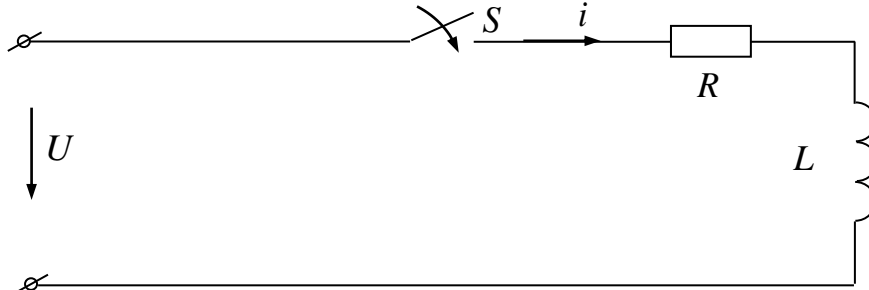


Рис. 3

Розв'язання.

1. За другим законом Кірхгофа складаємо рівняння для даного кола:

$$L \frac{di}{dt} + iR = U \quad (1)$$

2. Записуємо рівняння у вигляді суми примушеної і вільної складових:

$$i = i_{np} + i_{вил},$$

де i_{np} є власний розв'язок неоднорідного диференційного рівняння (2)

$$L \frac{di_{np}}{dt} + i_{np} R = U \quad (2)$$

i знаходиться, як розв'язання для режиму, що встановився (при $t = \infty$) і носить назву примушеного струму.

$i_{вил}$ - є розв'язок однорідного диференційного рівняння (3) :

$$L \frac{di_{вил}}{dt} + Ri_{вил} = 0 \quad (3)$$

i називається вільним струмом чи вільною складовою струму.

3. Вимушена складова струму дорівнює:

$$i_{np} = \frac{U}{R}, \quad (4)$$

тобто, це значення струму в новому встановленому режимі.

4. Вільну складову струму шукаємо у вигляді:

$$i_{вил} = Ae^{pt}, \quad (5)$$

тоді $\frac{di_{вил}}{dt} = pAe^{pt}$, підставивши ці значення в рівняння (3) отримаємо:

$$Ae^{pt}(Lp + R) = 0, \quad Lp + R = 0 \quad (6)$$

Рівняння (6) є характеристичним рівнянням.

$$p = -\frac{R}{L}$$

5. У виразі для вільного струму (5) A являється постійною інтегрування. Визначивши значення A , ми отримаємо закон зміни струму в часі в перехідному режимі.

$$i = i_{np} + i_{свіль} = \frac{U}{R} + Ae^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U}{R} + Ae^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (7)$$

де $\tau = \frac{L}{R}$ постійна часу для даного кола. Щоб визначити A , з рівняння (7) знаходимо значення струму i при $t = 0$, тобто

$$i(0) = \frac{U}{R} + A. \quad (8)$$

Так, як струм i є струмом через індуктивність, то з першого закону комутації випливає, що

$$i(0_-) = i(0_+)$$

До комутації коло було розімкнене і струм i був рівний нулю, тобто $i(0_-) = 0$, а відповідно :

$$i(0_+) = 0. \quad (9)$$

Розв'язавши спільно рівняння (8) і (9), знайдемо A , а відповідно і значення вільного струму:

$$\begin{aligned} i(0) &= \frac{U}{R} + A = 0 \\ A &= -\frac{U}{R}; \quad i_{свіль} = -\frac{U}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned} \quad (10)$$

6. Відповідно, рівняння для струму в функції часу має вигляд:

$$i = \frac{U}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (11)$$

Задача №2 (рис.4). В колі постійного струму, подані на схемі, визначити перехідну напругу на ємності $u_c(t)$.

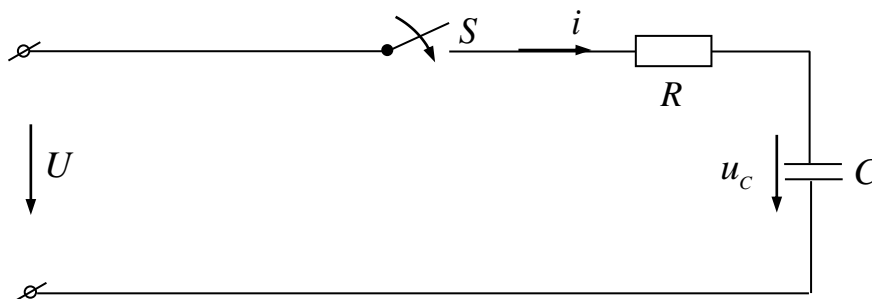


Рис. 4

Розв'язання.

1. Складається диференціальне рівняння за другим законом Кірхгофа для миттєвих значень напруги u_c .

$$iR + u_c = U \quad \text{або} \quad RC \frac{du_c}{dt} + u_c = U. \quad (1)$$

2. Повне розв'язання цього рівняння дорівнює:

$$u_c = u_{сnp} + u_{свіль}. \quad (2)$$

3. Визначається примушена складова напруги на ємності u_{cnp} , як власне розв'язання неоднорідного диференціального рівняння:

$$RC \frac{du_{cnp}}{dt} + u_{cnp} = U \quad (3)$$

звідси

$$u_{cnp} = U. \quad (4)$$

4. Вільна складова напруги на ємності $u_{cвіль}$ визначається, як розв'язок однорідного рівняння:

$$RC \frac{du_{cвіль}}{dt} + u_{cвіль} = 0 \quad (5)$$

Розв'язок шукаємо у вигляді $u_{cвіль} = Ae^{pt}$

тоді

$$\frac{du_{cвіль}}{dt} = pAe^{pt}. \quad (6)$$

Підставивши значення (6) в однорідне рівняння (5), отримаємо рівняння у вигляді:

$$Ae^{pt} (CRp + 1) = 0 \quad (7)$$

Характеристичне рівняння $(CRp + 1) = 0$, корінь якого

$$P = -1/CR. \quad (8)$$

5. Постійна інтегрування A визначається з початкових умов таким чином:

$$u_c = u_{cnp} + u_{cвіль} = U + Ae^{-\frac{1}{RC}t} \quad \text{чи} \quad u_c = U + Ae^{-t/\tau} \quad (9)$$

де $\tau = RC$ і називається постійною часу кола, що розглядається. При $t = 0$.

$$u_c(0) = U + A. \quad (10)$$

До комутації напруга на ємності була рівна нулю по умові задачі. За другим законом комутації $u_c(0_+) = u_c(0_-)$.

Тому,

$$u_c(0_+) = 0 \quad (11)$$

Розв'яжемо разом рівняння (10) і (11) $u_c(0) = U + A = 0$, $A = -U$.

Вільна складова перехідної напруги на ємності

$$u_{cвіль} = -Ue^{-t/\tau}.$$

6. Перехідна напруга u_c рівна $u_c = U(1 - e^{-t/\tau})$.

Напруга на ємності має вигляд:

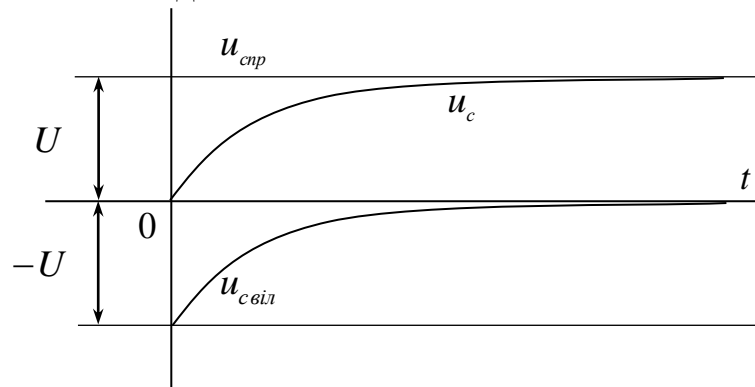


Рис. 5

Задача №3 (рис.6). В колі постійного струму, що поданий на схемі, розрахувати перехідний струм i .

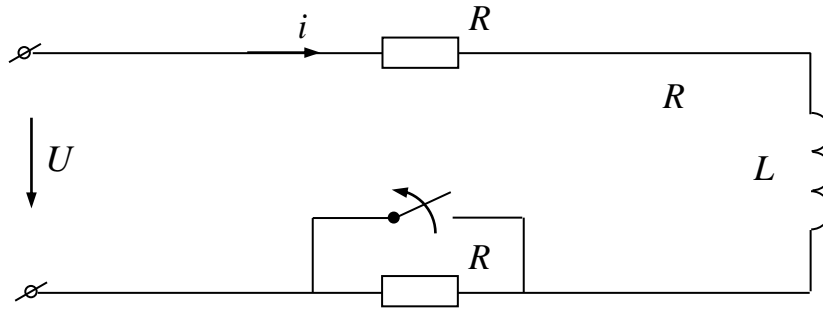


Рис. 6

Розв'язання.

1. Складаємо диференційне рівняння за другим законом Кірхгофа для післякомутаційної схеми:

$$2Ri + L \frac{di}{dt} = U$$

2. Примушену складову струму i_{np} знаходимо з рівняння:

$$L \frac{di_{np}}{dt} + 2Ri_{np} = U, \quad i_{np} = \frac{U}{2R}.$$

3. Вільний струм знаходимо з рівняння

$$L \frac{di_{віль}}{dt} + 2Ri_{віль} = 0$$

Вільний струм шукаємо у вигляді:

$$i_{віль} = Ae^{pt}, \quad \frac{di_{віль}}{dt} = pAe^{pt}.$$

Підставимо ці значення в однорідне рівняння, отримаємо характеристичне рівняння

$$Ae^{pt}(Lp + 2R) = 0, \quad Lp + 2R = 0$$

корінь якого $p = -\frac{2R}{L}$.

4. Перехідний струм

$$i = i_{np} + i_{віль} = \frac{U}{2R} + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

де $\tau = \frac{L}{2R}$ постійна часу для даного кола, $i(0) = \frac{U}{2R} + A$.

До комутації $i(0_-) = \frac{U}{R}$ значить і $i(0_+) = \frac{U}{R}$.

Таким чином

$$i(0) = \frac{U}{2R} + A = \frac{U}{R}; \quad A = \frac{U}{2R}; \quad i_{віль} = \frac{U}{2R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

5. Повний струм

$$i = \frac{U}{2R} (1 + e^{-t/\tau}).$$

Графік повного струму має вигляд (див.рис.7).

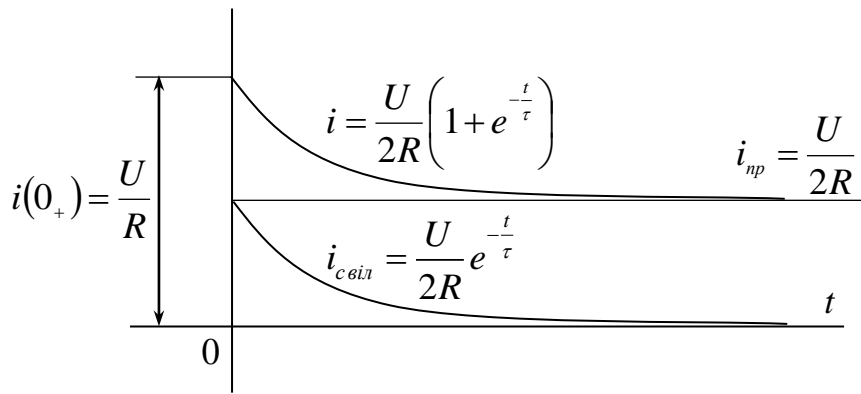


Рис. 7

Задача №4. В колі постійного струму, поданій на схемі (рис.8.), визначити перехідну напругу U_R .

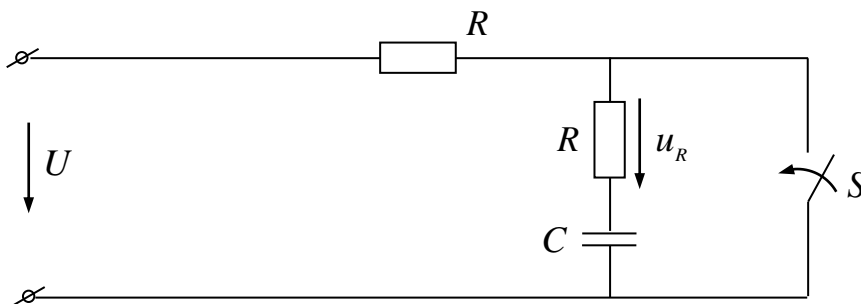


Рис. 8

Розв'язання.

1. Складаємо диференціальне рівняння за другим законом Кірхгофа для післякомутаційної схеми (для короткозамкнутого контуру, в якому нас цікавить величина u_R).

$$iR + u_c = 0, \quad RC \frac{du_c}{dt} + u_c = 0 \quad (1)$$

2. Повне значення перехідної напруги u_c

$$u_c = u_{cнр} + u_{cвiл}. \quad (2)$$

Так, як $u_{cнр} = 0$, то $u_c = u_{cвiл}$, де $u_{cвiл}$ є розв'язанням диференційного рівняння:

$$RC \frac{du_{cвiл}}{dt} + u_{cвiл} = 0 \quad (3)$$

Шукаємо розв'язання рівняння (3) у вигляді $u_{cвiл} = Ae^{pt}$. Тоді

$$Ae^{pt} (RCp + 1) = 0$$

Характеристичне рівняння має вигляд:

$$(RCp + 1) = 0, \quad (4)$$

корінь рівняння $p = -\frac{1}{RC}$.

$$u_{cвiл} = Ae^{-\frac{1}{RC}t} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (5)$$

де $\tau = RC$

3. Постійна A визначається з початкових умов. До комутації в колі був встановлений режим, струм в колі рівний нулю, так як в колі є ємність, а напруга на ємності рівна прикладеній напрузі, тобто

$$u_c(0_-) = U.$$

За другим законом комутації

$$u_c(0_-) = u_c(0_+) = U \quad (6)$$

4. Розв'яжемо разом рівняння (5) і (6) при $t = 0$ $u_c(0) = A = U$. Відповідно

$A = U$, а значення u_c рівне $u_c = Ue^{-\frac{t}{\tau}}$.

5. Значення струму в короткозамкненому контурі R, C рівне:

$$i = C \frac{du_c}{dt} = C \left(-\frac{1}{\tau}\right) U e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

6. Значення перехідної напруги U_R рівне:

$$u_R = iR = -Ue^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Графіки всіх трьох функцій мають такий вигляд:

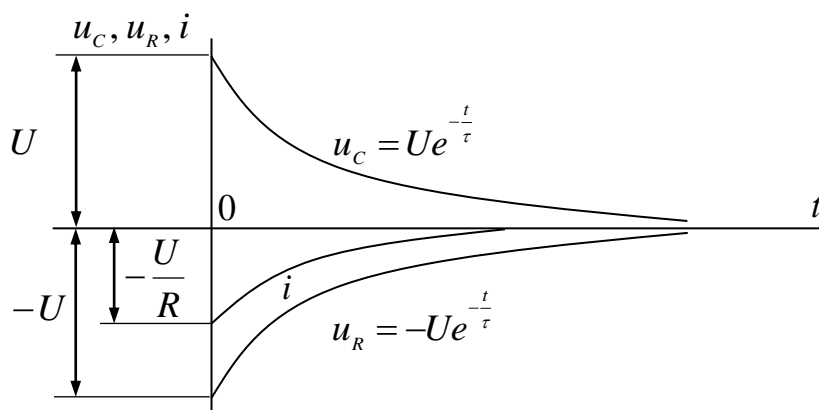


Рис. 9

Задача №5 (рис.10). Електричне коло з послідовним з'єднанням елементів R і C вмикається на синусоїдну напругу $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$. Чому повинно дорівнювати миттєве значення напруги в момент вмикання, щоб вільного струму не було, і які при цьому будуть початкові значення встановленого струму?

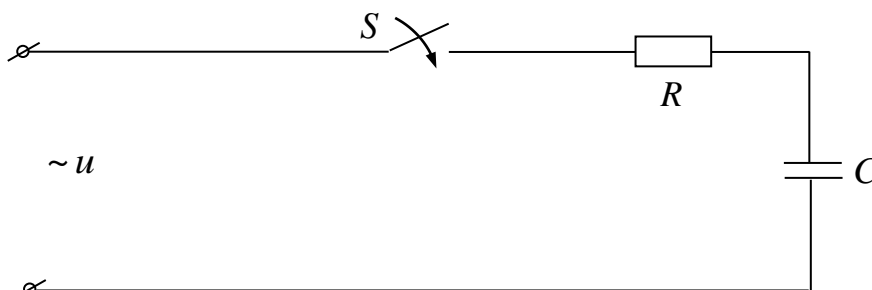


Рис. 10

Розв'язання.

1. Як відомо, вираз для струму в колі записується у вигляді:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi + \varphi) + \frac{I_m}{R\omega C} \sin\left(\psi + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

де

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{1}{R\omega C};$$

$$i_{np} = I_m \sin(\omega t + \psi + \varphi);$$

$$i_{c\text{eil}} = \frac{I_m}{R\omega C} \sin(\omega t + \psi - \frac{\pi}{2}) \cdot e^{-t/\tau}.$$

В момент вмикання, тобто при $t=0$ $i_{np}(0) = I_m \sin(\psi + \varphi)$

$$i_{c\text{eil}} = \frac{I_m}{R\omega C} \sin(\psi + \varphi - \frac{\pi}{2})$$

$$i_{c\text{eil}} = 0 \quad \text{при} \quad \psi + \varphi - \frac{\pi}{2} = 0, \quad \psi = \frac{\pi}{2} - \varphi.$$

$$2. u = U_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2} - \varphi); \quad u(0) = U_m \sin(\frac{\pi}{2} - \varphi).$$

$$3. i_{np}(0) = I_m \sin(\psi - \varphi).$$

Задача №6 (рис.11). Прикладена напруга рівна: $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$. $U_m = 250B$, $R_1 = R_2 = R_3 = 150\text{Ом}$, $L = 0,5\text{Гн}$, $C = 10\text{мкФ}$, $f = 100\text{Гц}$. В момент вмикання рубильника P миттєве значення струму i_1 було $i_1(0) = \frac{I_m}{4}$.

Визначити початкову фазу напруги ψ .

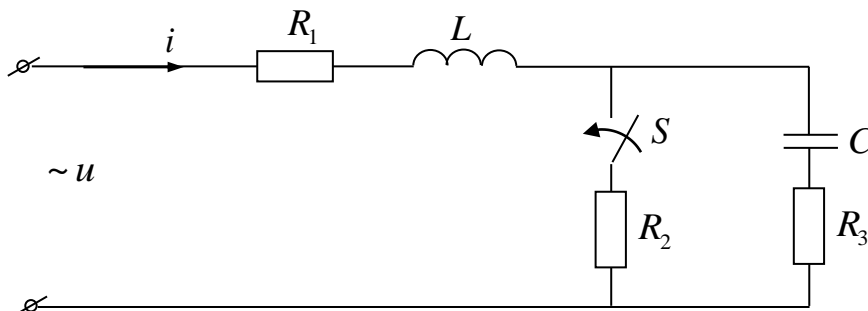


Рис. 11

Розв'язання.

1. Комплекс опоры кола до комутації:

$$\underline{Z} = R_1 + R_3 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = 300 + j314 - j159 = 338e^{j27^{\circ}20'}$$

2. Комплексна амплітуда струму.

$$\underline{I}_m = \frac{U_m}{\underline{Z}} = \frac{250e^{j\psi}}{338e^{j27^{\circ}20'}} = 0,74e^{j(\psi - 27^{\circ}20')}$$

$$i = 0,74 \sin(\omega t + \psi - 27^{\circ}20');$$

$$i(0) = \frac{I_m}{4} = I_m \sin(\psi - 27^{\circ}20');$$

$$\sin(\psi - 27^{\circ}20') = 0,25$$

$$\psi - 27^{\circ}20' = 14^{\circ}30'$$

$$\psi = 41^{\circ}50'.$$

Задача №7 (Рис.12). В колі, показаному на рис.12, визначити значення струмів i, i_1, i_2 перехідного процесу, якщо $e = 200 \sin(\omega t + 45^\circ) B$; $R = R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$; $C = C_1 = C_2 = 319 \text{ мкФ}$; $f = 50 \text{ Гц}$.

Розв'язання.

1. За законом Кірхгофа складаємо рівняння для післякомутаційної схеми:

$$\begin{cases} i - i_1 - i_2 = 0 \\ iR_1 + u_{C_1} = e \\ u_{C_1} - u_{C_2} - i_2R = 0 \end{cases}$$

врахуємо, що

$$i_1 = C_1 \frac{du_{C_1}}{dt};$$

$$i_2 = C_2 \frac{du_{C_2}}{dt}.$$

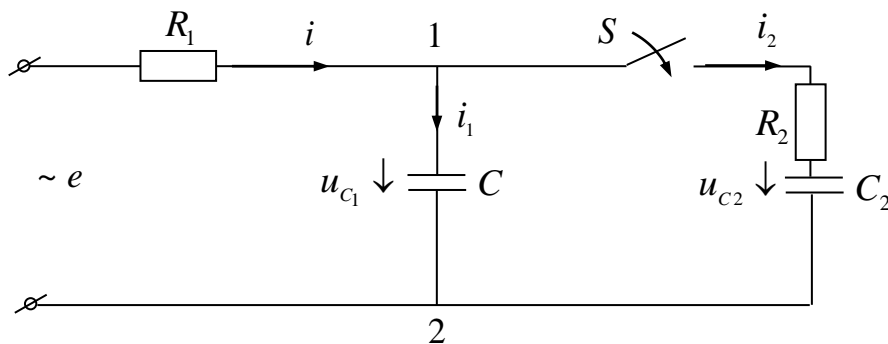


Рис. 12

2. Визначаємо характеристичне рівняння та його корені методом вхідного опору:

$$\underline{Z}(p) = \frac{R_1 + \frac{1}{p_1 C_1} \left(R_2 + \frac{1}{p C_2} \right)}{\frac{1}{p C_1} + \frac{1}{p C_2} + R_2} = 0,$$

враховуючи, що за даними $R_1 = R_2 = R$

$C_1 = C_2 = C$ маємо:

$$\begin{aligned} \underline{Z}(p) &= \frac{p^2 R^2 C^2 + p 3RC + 1}{p^2 RC^2 + 2Cp} = 0 \\ p^2 + 3p \frac{1}{RC} + \frac{1}{R^2 C^2} &= 0, \\ p &= -\frac{3}{2RC} \pm \sqrt{\frac{9}{4R^2 C^2} - \frac{1}{R^2 C^2}} = -1,5 \frac{1}{RC} \pm 1,12 \frac{1}{RC} \\ p_1 &= -822; p_2 = -119. \end{aligned}$$

3. Якщо корені дійсні різні, вираз для вільних складових напруг шукаємо у вигляді:

$$U_{c_1\text{ввл}} = A_1 e^{P_1 t} + A_2 e^{P_2 t}; \quad U_{c_2\text{ввл}} = B_1 e^{P_1 t} + B_2 e^{P_2 t}$$

Для вільних значень струмів рівняння аналогічні.

4. Визначаємо вимушені значення напруги на ємності до комутації:

а/ комплекс опоры кола до комутації:

$$\underline{Z} = R - jX_c = 10 - j \frac{1}{314 \cdot 319 \cdot 10^{-6}} = 10 - j10 = 14,1 e^{-j45^\circ}$$

б/ комплексна амплітуда струму в колі до комутації:

$$\underline{I}_m = \frac{\underline{E}_m}{\underline{Z}} = \frac{200 e^{j45^\circ}}{14,1 e^{-j45^\circ}} = 1,42 e^{j90^\circ}$$

в/ комплексна амплітуда напруги на ємності до комутації:

$$\underline{U}_{mc_1} = \underline{I}_m (-jX_c) = 1,42 e^{j90^\circ} \cdot 10 e^{-j90^\circ} = 14,2 \text{ В}$$

г/ рівняння миттєвого значення напруги u_{c_1} до комутації:

$$u_{c_1} = 14,2 \sin \omega t \text{ В}$$

д/ напруга на ємності безпосередньо до комутації:

$$u_{c_1}(0_-) = 0$$

5. Визначення вимушених значень струмів та напруг після комутації.

а/ комплекс еквівалентного опоры кола для схеми після комутації:

$$\underline{Z} = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right) = 10 + \frac{-j100 - 100}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2}} = 13,4 e^{-j26^\circ 30'}$$

б/ комплексна амплітуда струму на вході кола:

$$\underline{I}_m = \frac{\underline{E}_m}{\underline{Z}} = \frac{200 e^{j45^\circ}}{13,4 e^{-j26^\circ 30'}} = 14,9 e^{j71^\circ 30'}$$

в/ значення вимушеної складової струму:

$$i_{np} = 14,9 \sin(\omega t + 71^\circ 30') \text{ А}$$

г/ значення вимушеного струму безпосередньо після комутації:

$$i_{np}(0) = 14,1 \text{ А}$$

д/ комплексна амплітуда напруги на ділянці 1-2

$$\underline{U}_{m12} = \underline{U}_{mc_1} = \underline{I}_m \underline{Z}_{12} = 14,9 e^{j71^\circ 30'} \cdot 6,3 e^{-j71^\circ 30'} = 94 \text{ В}$$

Де

$$\underline{Z}_{12} = \frac{-100 - j100}{10 - j20} = 6,3 e^{-j71^\circ 30'} \text{ Ом.}$$

а/ рівняння для миттєвого значення вимушеної складової напруги на ємності:

$$u_{c_1 np} = 94 \sin \omega t$$

ж/ значення напруги $u_{c_1 np}$ безпосередньо після комутації:

$$u_{c_1 np}(0_+) = 0$$

з/ комплексна амплітуда струму в першій вітці:

$$\underline{I}_{m_1} = \frac{\underline{U}_{mc_1}}{\underline{Z}_1} = \frac{94}{-j10} = 9,4 e^{j90^\circ}$$

і/ миттєве значення вимушеного струму в 1-й вітці:

$$i_{1 np} = 9,4 \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ А}$$

к/ значення струму i_{1np} безпосередньо після комутації:

$$i_{1np}(0_+) = 9,4 \text{ А}$$

л/ комплексна амплітуда струму в 2-й вітці:

$$\underline{I}_{m_2} = \frac{\underline{U}_{mc_{12}}}{\underline{Z}_2} = \frac{94}{10 - j10} = \frac{94}{14e^{-j45^\circ}} = 6,7e^{j45^\circ}$$

м/ миттєве значення вимушеного струму в 2-й вітці:

$$i_{2np} = 6,7 \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ А}$$

н/ значення струму безпосередньо після комутації:

$$i_{1np}(0_+) = 4,7 \text{ А}$$

о/ комплексна амплітуда напруги на ємності в 2-й вітці:

$$\underline{U}_{mc_2} = \underline{I}_{m_2}(-jX_c) = 6,7e^{j45^\circ} \cdot 10e^{-j90^\circ} = 6,7e^{-j45^\circ}$$

п/ миттєве значення вимушеної напруги:

$$u_{c_2np} = 67 \sin(\omega t - 45^\circ) \text{ В}$$

р/ значення u_{c_2} безпосередньо після комутації:

$$u_{c_2np}(0_+) = -47,4 \text{ В}$$

6. Незалежні початкові умови:

$$u_{c_1}(0_-) = u_{c_1}(0_+) = 0$$

$$u_{c_2}(0_-) = u_{c_2}(0_+) = 0 \text{ (з схеми)}$$

7. Визначаємо залежні початкові умови, записавши систему рівнянь пункту 1 для значень безпосередньо після комутації:

$$i(0_+)R + u_{c_1}(0_+) = e(0_+)$$

$$u_{c_1}(0_+) - u_{c_1}(0_+) - i_2(0_+)R = 0$$

$$i(0_+) - i_1(0_+) - i_2(0_+) = 0$$

або

$$i(0_+)R = e(0_+)$$

$$i(0_+) = \frac{e(0_+)}{R} = \frac{200 \cdot 0,707}{10} = 14,1 \text{ А}$$

$$-i_2(0_+)R = 0, \quad i_2(0_+) = 0$$

$$i(0_+) = i_1(0_+) = 14,1 \text{ А}$$

$$i_1 = C \frac{du_{c_1}}{dt}; \quad \left. \frac{du_{c_1}}{dt} \right|_{t(0_+)} = \frac{i_1(0_+)}{C} = \frac{14,1}{319 \cdot 10^{-6}} = 4,4 \cdot 10^4$$

$$i_2 = C \frac{du_{c_2}}{dt}; \quad \left. \frac{du_{c_2}}{dt} \right|_{t(0_+)} = \frac{i_2(0_+)}{C} = 0$$

8. Визначення миттєвого значення u_{c_1} .

$$u_{c_1} = u_{c_1np} + u_{c_1\text{віль}} = 94 \sin \omega t + A_1 e^{P_1 t} + A_2 e^{P_2 t}$$

$$\frac{du_{C_1}}{dt} = 94\omega \cos \omega t + P_1 A_1 e^{P_1 t} + P_2 A_2 e^{P_2 t}; \quad U_{C_1}(0_+) = A_1 + A_2 = 0$$

$$\left. \frac{du_{C_1}}{dt} \right|_{t(0_+)} = 94\omega + P_1 A_1 + P_2 A_2 = 4,4 \cdot 10^4; \quad A_1 = -A_2$$

$$A_2 = 21; \quad A_1 = -21; \quad u_{C_1} = 94 \sin \omega t - 21e^{-822t} + 21e^{-119t}$$

9. Визначення струму i_1 .

$$i_1 = C \frac{du_{C_1}}{dt} = C\omega 94 \cos \omega t + C \cdot 21 \cdot 822e^{-822t} - C \cdot 21 \cdot 119 \cdot e^{-119t}$$

$$i_1 = 9,4 \cos \omega t + 5,5e^{-822t} - 0,8e^{-119t}$$

10. Визначаємо напругу.

$$u_{C_1} = u_{C_2np} + u_{C_2sin} = 67 \sin(\omega t - 45^\circ) + B_1 e^{P_1 t} + B_2 e^{P_2 t}$$

$$u_{C_2}(0) = -47,4 + B_1 + B_2 = 0; \quad B_1 + B_2 = 47,4.$$

$$\frac{du_{C_2}}{dt} = 67\omega \cos(\omega t - 45^\circ) + P_1 B_1 e^{P_1 t} + P_2 B_2 e^{P_2 t}$$

$$\left. \frac{du_{C_2}}{dt} \right|_{t(0_+)} = 67\omega \cos 45^\circ + P_1 B_1 + P_2 B_2 = 0. \quad \begin{matrix} B_1 = 13 \\ B_2 = 34,4 \end{matrix}$$

$$u_{C_2} = 67 \sin(\omega t - 45^\circ) + 13e^{-822t} + 34,4e^{-119t}$$

11. Визначення струму.

$$i_2 = C \frac{du_{C_2}}{dt} = C 67\omega \cos(\omega t - 45^\circ) - C \cdot 13 \cdot 822e^{-822t} - C \cdot 3794e^{-119t}$$

$$i_2 = 6,7 \cos(\omega t - 45^\circ) - 3,4e^{-822t} - 1,3e^{-119t}$$

12. Струм на вході кола:

$$i = i_1 + i_2 = 6,7 \cos(\omega t - 45^\circ) + 9,4 \cos \omega t + 2,1e^{-822t} - 2,1e^{-119t}.$$

Задача №8 (Рис.13). Визначити струм i_1 при $t = 0,01C$, рахуючи рубильник S замкненим при підключенні схеми до джерела напруги, що змінюється по закону $u = 250(1 - e^{-4t})$ при нульових початкових умовах, тобто $u_C(0_-) = 0; \quad i_1(0_-) = 0; \quad R_1 = R_2 = R_3 = 150 \text{ Ом}, \quad L = 0,5 \text{ Г}; \quad C = 10 \cdot 10^{-6} \text{ ф}.$

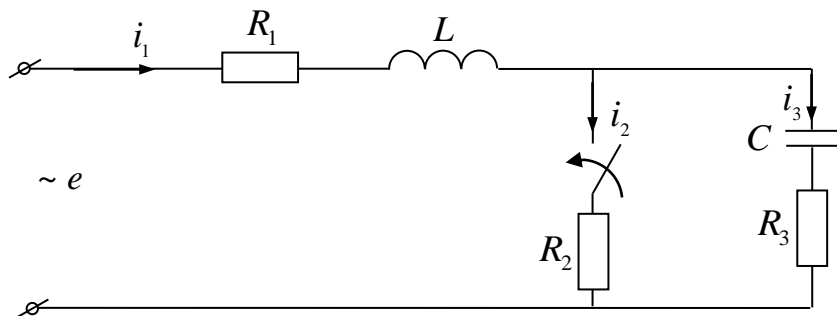


Рис. 13

Розв'язання задачі класичним методом.

Складаємо по закону Кірхгофа рівняння для миттєвих значень струмів і напруг.

$$\begin{aligned}i_1 R_1 + L \frac{di_1}{dt} + i_2 R_2 &= 250(1 - e^{-4t}) \\i_3 R_3 + u_c - i_2 R_2 &= 0 \\i_1 &= i_2 + i_3, \quad i_3 = C \frac{du_c}{dt};\end{aligned}\quad (1)$$

2. Розв'язуємо разом систему рівнянь (1) відносно u_c (це найбільш вигідно):

$$A \frac{d^2 u_c}{dt^2} + B \frac{du_c}{dt} + D u_c = 250(1 - e^{-4t})$$

де $A = 2LC = 2 \cdot 0,5 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 0,00001 \text{ C}^2$;

$$B = 3Cr + \frac{L}{R_2} = 0,00783 \text{ C};$$

$$D = \frac{R_1}{R_2} + 1 = 2.$$

3. $u_c = u_{\text{свіль}} + u_{\text{снр}}$.

4. $\frac{d^2 u_{\text{свіль}}}{dt^2} + 783 \frac{du_{\text{свіль}}}{dt} + 2 \cdot 10^5 u_{\text{свіль}} = 0$

Характеристичне рівняння має вигляд:

$$P^2 + 783P + 20000 = 0$$

$$P_1 = -391 + j218,$$

$$P_2 = -391 - j218.$$

Вільна складова напруги на ємності має вигляд:

$$u_{\text{свіль}} = A e^{-319t} \sin(218t + \alpha).$$

5. Визначаємо $u_{\text{снр}}$:

$$A \frac{d^2 u_{\text{снр}}}{dt^2} + B \frac{du_{\text{снр}}}{dt} + D u_{\text{снр}} = 250(1 - e^{-4t})$$

$$\frac{d^2 u_{\text{снр}}}{dt^2} + 783 \frac{du_{\text{снр}}}{dt} + 200000 u_{\text{снр}} = 250 \cdot 10^5 - 250 \cdot 10^5 \cdot e^{-4t}$$

а/

$$\frac{d^2 u_{\text{снр1}}}{dt^2} + 783 \frac{du_{\text{снр1}}}{dt} + 200000 u_{\text{снр1}} = 250 \cdot 10^5$$

$$200000 u_{\text{снр1}} = 250 \cdot 10^5; \quad u_{\text{снр1}} = 125.$$

б/

$$\frac{d^2 U_{\text{снр2}}}{dt^2} + 783 \frac{dU_{\text{снр2}}}{dt} + 200000 U_{\text{снр2}} = 250 \cdot 10^5 \cdot e^{-4t}.$$

Шукаємо розв'язання в рівнянні:

$$u_{Cnp2} = Ae^{-4t}$$

$$16Ae^{-4t} + 783(-4Ae^{-4t}) + 200000Ae^{-4t} = 250 \cdot 10^5 \cdot e^{-4t}.$$

$$A = -127.$$

Таким чином:

$$u_{Cnp} = 125 - 127e^{-4t}.$$

Напруга на ємності в перехідному режимі має вигляд:

$$u_C = Ae^{-391t}(\sin 218t + \alpha) + 125 - 127e^{-4t}.$$

Потрібно визначити A і α . Після цього закон зміни напруги на ємності в часі при перехідному процесі буде визначений.

6. Так, як вмикання схеми під напругою проводиться при нульових початкових умовах, то з 2-го закону комутації виходить, що:

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0.$$

Тому, можемо затвердити, що $u_C(0) = 0 = A \sin \alpha + 125 - 127$

звідси $A \sin \alpha = 2$

7. Записуємо вихідну систему рівнянь для значень струмів і напруги безпосередньо після комутації:

$$i_1(0_+)R_1 + u_L(0_+) + i_2(0_+)R_2 = U(0)$$

$$i_3(0_+)R_3 + u_C(0_+) - i_2(0_+)R_2 = 0$$

$$i_1(0_+) = i_2(0_+) + i_3(0_+).$$

$$u(0) = 0$$

Підставивши значення $i_1(0_+) = 0$ отримаємо:

$$u_C(0_+) = 0$$

$$u_L(0_+) + i_2(0_+)r_2 = 0;$$

$$i_3(0_+)R_3 = i_2(0_+)R_2; \quad \text{тобто } i_3(0_+) = i_2(0_+); \quad 2i_2(0_+) = 0$$

Відповідно:

$$i_2(0_+) = 0$$

так, як $i_3 = C \frac{du_C}{dt}, \quad \left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t(0_+)} = \frac{i_3(0_+)}{C} = 0.$

8. Визначаємо

$$\frac{du_C}{dt} = -391Ae^{-391t} \sin(218t + \alpha) + Ae^{-391t} \cos(218t + \alpha) \cdot 218 + 127 \cdot 4e^{-4t};$$

$$\left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t(0_+)} = -391 \sin \alpha + A \cos \alpha \cdot 218 + 508 = 0;$$

$$A \cos \alpha = 1,26.$$

9. Розв'язуємо разом рівняння, одержані в пунктах 6 та 8.

$$A \sin \alpha = 2; \quad A \cos \alpha = 1,26.$$

Розділивши ліві і праві частини рівнянь, отримаємо:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{1,26} = 1,59; \quad \alpha = 57^\circ 50'.$$

$$A = \frac{2}{\sin 57^\circ 50'} = 2,35$$

$$u_c = 2,35e^{-391t} \cdot \sin(218t + 57^{\circ}50') + 125 - 127e^{-4t}.$$

10. Визначаємо i_3 .

$$\begin{aligned} i_3 &= C \frac{du_c}{dt} = C \left[-391 \cdot 2,35e^{-391t} \cdot \sin(218t + 57^{\circ}50') + \right. \\ &+ 2,35 \cdot 218e^{-391t} \cdot \cos(218t + 57^{\circ}50') + 508e^{-4t} \left. \right] = \\ &= 0,00512e^{-391t} \cdot \cos(218t + 57^{\circ}50') - \\ &- 0,00916e^{-391t} \sin(218t + 57^{\circ}50') + 0,00508e^{-4t}. \end{aligned}$$

Перевіримо: $i_3(0_+) = 0$.

11. Визначимо i_2 .

З другого рівняння вихідної системи випливає, що

$$i_2 = i_3 \frac{R_3}{R_2} + u_c \frac{1}{R_2}; \quad R_2 = R_3$$

$$\begin{aligned} i_2 &= i_3 + \frac{u_c}{R_2} = 0,00512e^{-391t} \cdot \cos(218t + 57^{\circ}50') - \\ &- 0,00916e^{-391t} \sin(218t + 57^{\circ}50') + 0,00508e^{-4t} + \\ &+ 0,01565e^{-391t} \cdot \sin(218t + 57^{\circ}50') + 0,832 - 0,845e^{-4t}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_2 &= 0,00512e^{-391t} \cdot \cos(218t + 57^{\circ}50') + 0,00645e^{-391t} \times \\ &\times \sin(218t + 57^{\circ}50') - 0,845e^{-4t} + 0,832. \end{aligned}$$

Для перевірки визначимо $i_2(0_+)$.

$$i_2(0_+) = 0,00512 \cdot \cos 57^{\circ}50' + 0,00645 \cdot \sin 57^{\circ}50' - 0,845 + 0,832 = 0.$$

12. Визначимо i_1 .

$$i_1 = i_2 + i_3.$$

$$\begin{aligned} i_1 &= 0,00512e^{-391t} \cdot \cos(218t + 57^{\circ}50') + 0,00645e^{-391t} \times \\ &\times \sin(218t + 57^{\circ}50') - 0,845e^{-4t} + 0,832 + \\ &+ 0,00512e^{-391t} \cdot \cos(218t + 57^{\circ}50') - 0,00916e^{-391t} \cdot \sin(218t + 57^{\circ}50') + \\ &+ 0,00508e^{-4t}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_1 &= 0,01024e^{-391t} \cdot \cos(218t + 57^{\circ}50') - \\ &- 0,00275e^{-391t} \cdot \sin(218t + 57^{\circ}50') - 0,835e^{-4t} + 0,832. \end{aligned}$$

13. Визначимо значення струму i_1 при $t = 0,01 \text{ сек}$.

$$\begin{aligned} i_1 &= 0,01024e^{-391t} \cdot \cos(218t + 57^{\circ}50') - 0,0027e^{-391t} \times \\ &\times \sin(218t + 57^{\circ}50') - 0,835e^{-0,04} + 0,832 = 0,01024 \times \\ &\times 0,02004 \cos 182^{\circ}50' - 0,00275 \cdot 0,02004 \sin 182^{\circ}50' - \\ &- 0,835 \cdot 0,9608 + 0,832 = 0,303 \text{ A}. \end{aligned}$$

$$i_1 = 0,303 \text{ A}$$

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 4

1. У схемі (рис.1.) ключ замикається у другій вітці. До цього був сталий режим. Користуючись класичним методом розрахунку перехідних процесів, визначити закони зміни струмів за часом $i_1(t)$; $i_2(t)$; $i_3(t)$ та напруги на ємності $u_C(t)$ при замиканні рубильника Q.

2. Побудувати графік зміни одного із струмів за часом.

Параметри схеми приведені у таблиці.

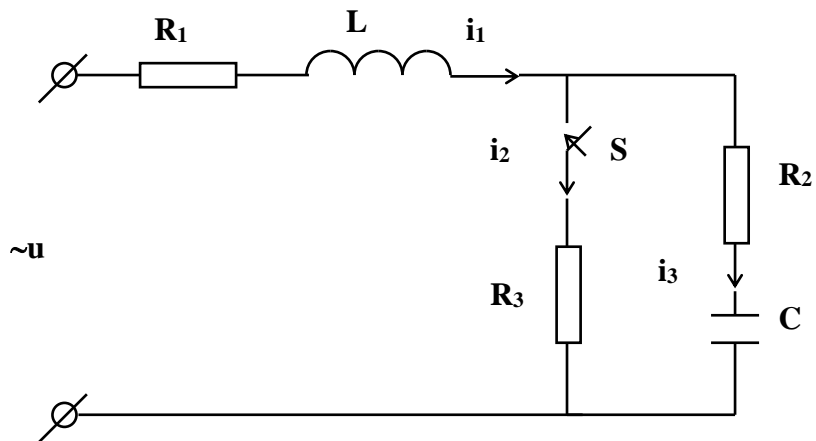


Рис. 1.

Варіант	u_m	$R_1=R_2=R_3$	L	C
	B	OM	ГН	МК Ф
1	200	100	0,8	20
2	150	250	0,3	20
3	100	200	0,4	50
4	200	175	0,3	30
5	300	150	0,5	40
6	150	100	0,2	20
7	200	100	0,35	50
8	150	150	0,25	20
9	100	175	0,2	40
10	200	75	0,15	50
11	300	225	0,55	48
12	150	100	0,55	1,8
13	200	75	0,55	28
14	250	175	0,55	28
15	100	100	0,42	30
16	250	225	0,42	27
17	300	160	0,37	48
18	200	140	0,24	29
19	150	135	0,55	48
20	250	120	0,5	29
21	150	110	0,45	29
22	200	100	0,4	52
23	300	115	0,49	36
24	300	130	0,39	29
25	280	128	0,25	30
26	280	170	0,28	48
27	280	162	0,32	26
28	280	169	0,24	22
29	275	80	0,35	27
30	220	95	0,28	36

Література

1. Теоретичні основи електротехніки: Підручник: У 3 т. / В.С. Бойко, В. В. Бойко, Ю. Ф. Видолоб та ін.; За заг. ред. І. М. Чиженка, В. С. Бойка. – К.: ІВЦ «Видавництво «Політехніка», 2004. – Т. 1: - 272 с: іл.
2. Маляр В.С. Теоретичні основи електротехніки. Електричні кола. Навчальний посібник Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2012. – 312 с.
3. Основи електротехніки та електроніки / В. С. Мадай. – Львів: Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2005. – 227 с.
4. Поляков М. Г. Математичні основи теоретичної електротехніки: навч. посіб.: / М. Г. Поляков, Л. Я. Фомичова, С. О. Сушко. – Дніпропетровськ: НГАУ, 2001, Ч.1. – 210 с.
5. Прянишников В. А. Теоретические основы электротехники: учеб. пособие / В. А. Прянишников – СПб.: Корона, 2000. – 368 с.
6. Теоретические основы электротехники: учебник для вузов: у3-хт. / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин, В. Л. Чечурин. – СПб.: Питер, 2004. Т.1 – 463 с.
7. Чабан В. Й. Теоретична електротехніка: навч. посіб. / В.Й. Чабан. – Львів: Фенікс, 2002. – 240 с.
8. Шебес М. Р. Задачник по теории линейных электрических цепей: учеб. пособ. / М. Р. Шебес, М. В. Каблукова. – М.:Высш. шк., 1990.– 544 с.
9. Шегедин О. І., Маляр В. С. Теоретичні основи електротехніки: навч. посіб. / О. І. Шегедин, В. С. Маляр, – Львів: Магнолія Плюс, 2007. – Ч. 1. – 172 с. **ЛІНІЙНІ**

РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

для виконання розрахунково графічного завдання

з дисциплін «Теоретичні основи електротехніки»,
«Теорія електричних та магнітних кіл», «Теорія електромагнітних кіл», «Теорія
електромагнітного поля», «Електромагнітні поля та методи їх розрахунку»

для здобувачів зі спеціальності 163 «Біомедична інженерія» та 141
«Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»

УДК 621.3

.Відповідальний за випуск: Н. Г. Косуліна, д-р техн. наук

© Косуліна Н. Г., Чорна М. О., Сухін В. В.,
Коршунов К. С. 2023
© ДБТУ, 2023

Формат 60x84/16. Гарнітура Times New Roman
Папір для цифрового друку. Друк ризографічний.

Ум. друк. арк. _.

Наклад ___ пр.

Державний біотехнологічний університет
61002, м. Харків, вул. Алчевських, 44