

АНАЛИЗ СТАБИЛЬНОСТИ ЧАСТОТЫ ЦИФРОВОГО СИНТЕЗАТОРА

Борохов И. В.

Таврический государственный агротехнологический университет

Проведен анализ стабильности частоты цифрового синтезатора в качестве возбудителя рефлектометра. Предложена методика анализа влияния неидеальности характеристик основных элементов синтезатора.

Постановка проблемы. Существующие методы и способы не обеспечивают в полной мере необходимый компромисс между спектральными и динамическими характеристиками синтезаторов частоты (СЧ). На пути решения этой задачи крайне необходимо создание достаточно точных методик расчета оценки качества функционирования СЧ.

Анализ последних исследований и публикаций. Внешние и внутренние помехи оказывают непосредственное влияние на спектральные характеристики СЧ. В известных работах, посвященных анализу и синтезу систем фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) СЧ, основные элементы данных систем, в частности фазовые детекторы, усилители обратной связи и управляющие элементы, считаются обычно идеальными [1, 2].

Цель статьи - исследование влияния неидеальности элементов системы ФАПЧ СЧ на спектральные характеристики выходного сигнала для создания методики расчета оценки стабильности частоты цифрового синтезатора.

Основные материалы исследования. Идеализированная модель фазового детектора представляется обычно в виде идеального перемножителя с фильтром нижних частот на выходе. При этом характеристика такого фазового детектора может быть описана соотношением следующего вида:

$$u_{\text{ВыхФДид}} = \sin \Delta \varphi, \quad (1)$$

где $u_{\text{ВыхФДид}}$ – напряжение на выходе идеального фазового детектора;

$\Delta \varphi$ – разность фаз сигналов опорного и принимаемого колебаний.

Однако реальные радиоэлементы, в частности перемножители, обладают ограниченным линейным динамическим диапазоном, вне которого необходимо учитывать влияние нелинейных искажений. С этой целью представим выходной сигнал реального перемножителя Z в виде двойного ряда Вольтерра от опорного Y и принимаемого X сигналов [3].

$$Z(f_1, f_2, \dots, f'_1, f'_2, \dots) = \sum_{i,j=0}^{\infty} H_{ij}(f_1, \dots, f_i, f'_1, \dots, f'_j) \prod_{k=1}^i X(f_k) \prod_{e=1}^j Y(f'_e), \quad (2)$$

где H_{ij} – нелинейная передаточная функция (ядро Вольтерра $(i+j)$ -го порядка реального перемножителя;

f_k, f'_e – аргументы многомерного преобразования Фурье;

Z_n – полезная составляющая выходного сигнала фазового детектора.

$$Z_n(f_1, -f'_1) = H_{11}(f_1, -f'_1) X(f_1) Y(-f'_1). \quad (3)$$

Тогда величина Z_H , определяемая формулой вида:

$Z_H(f_1, f_2, \dots, f'_1, f'_2, \dots) = Z(f_1, f_2, \dots, f'_1, f'_2, \dots) - Z_H(f_1, -f'_1)$ может служить количественной характеристикой степени неидеальности реального фазового детектора. Учитывая фильтрующие свойства стоящего на выходе перемножителя ФНЧ и ограничиваясь характеризующими динамический диапазон этого перемножителя нелинейными составляющими третьего порядка, выходной сигнал неидеального фазового детектора приближенно можно описать следующим выражением:

$$Z = Z_{11} + Z_H \cong H_{11}(f_1, -f'_1) X(f_1) Y(-f'_1) + H_{31}(f_1, f_1, -f_1, -f'_1) \cdot X(f_1) X(f_1) X(-f_1) Y(-f'_1) + H_{13}(f_1, -f'_1, -f'_1, f'_1) X(f_1) Y(-f'_1) Y(-f'_1) \cdot Y(f'_1) + H_{22}(f_1, f_1, -f_1, -f'_1) X(f_1) X(f_1) Y(-f'_1) Y(-f'_1), \quad (4)$$

где f_1, f'_1 – несущая (средняя) частота входного сигнала (принимаемого) и опорного колебаний соответственно. При этом предполагается, что $f_1 \cong f'_1$.

Отсюда следует, что характеристика неидеальности фазового детектора имеет вид:

$$u_{\text{ВыхФДреал}} \cong \sin \Delta \varphi + (K_{31} + K_{13}) \sin \Delta \varphi + K_{22} \sin 2 \Delta \varphi, \quad (5)$$

при этом величины K_{31} , K_{13} и K_{22} характеризуют динамический диапазон фазового детектора и однозначно определяются отношениями:

$$\left| \frac{H_{31}(\cdot)}{H_{11}(\cdot)} \right|, \left| \frac{H_{13}(\cdot)}{H_{11}(\cdot)} \right|, \left| \frac{H_{22}(\cdot)}{H_{11}(\cdot)} \right| \quad (6)$$

При этом предполагается, что величины $H_{11}(\cdot)$, $H_{31}(\cdot)$, $H_{13}(\cdot)$, $H_{22}(\cdot)$ собственных фазовых искажений не вносят, поскольку данные искажения являются регулярными и могут быть априорно скорректированы.

Аналогичным образом может быть учтена неидеальность усилителя обратной связи, на выходе которого даже в случае неискаженного выходного сигнала фазового детектора имеем:

$$U \cong \mu \{ u_{\text{ВыхФД}} \} = \mu_1 \sin \Delta \varphi + \mu_2 \sin 2 \Delta \varphi + \mu_3 \sin \Delta \varphi + \mu_3 \sin 3 \Delta \varphi, \quad (7)$$

где $\mu(\cdot)$ – оператор, описывающий работу усилителя обратной связи;

U – сигнал на выходе усилителя обратной связи;

μ_i – коэффициенты, характеризующие динамиче-

ский диапазон усилителя обратной связи по нелинейным искажениям i -го порядка ($i \geq 2$);

μ_i – коэффициент передачи усилителя обратной связи.

Подобные результаты дает и учет неидеальности регулировочной характеристики управляющего элемента, выходной сигнал которого ω может быть описан выражением вида:

$$\omega \cong \varphi\{U\} = \varphi_1 \mu_1 \sin \Delta\varphi + \varphi_2 \mu_1^2 \sin 2\Delta\varphi + \varphi_3' \mu_1^3 \sin \Delta\varphi + \varphi_3'' \mu_1^3 \sin 3\Delta\varphi, \quad (8)$$

где $\varphi\{\cdot\}$ – оператор характеризующий управляющий элемент;

φ_j – коэффициенты, описывающие динамический диапазон управляющего элемента по нелинейным искажениям j -го порядка ($j \geq 2$);

φ_1 – линейный коэффициент преобразования управляющего элемента.

Запишем дифференциальное уравнение, характеризующее нелинейную динамику системы ФАПЧ с одновременным учетом неидеальности ее фазового детектора, усилителя обратной связи и управляющего элемента. При этом получим:

$$p\Delta\varphi + \Omega_y K(p) \left[\begin{array}{l} (1 + \alpha_3') \sin \Delta\varphi + \\ + \alpha_2 \sin 2\Delta\varphi + \alpha_3'' \sin 3\Delta\varphi \end{array} \right] = \dot{x}, \quad (9)$$

где p – комплексная переменная;

Ω_y – полоса удержания системы ФАПЧ;

$K(p)$ – передаточная функция линейного фильтра обратной связи;

$\dot{x} = x(t)$ – шумы на входе системы ФАПЧ;

α_p – коэффициент, учитывающий неидеальность одновременно фазового детектора, усилителя обратной связи и управляющего элемента ($p = 2, 3$).

Здесь величины α_p однозначно определяются нелинейными передаточными функциями соответствующего порядка каскадного соединения указанных выше элементов системы ФАПЧ. Общий вид аналитических соотношений для нахождения этих ядер Вольтерра представлен в работе [3]. При этом необходимо учитывать, что ширина линейного динамического диапазона каскадного соединения меньше минимального из динамических диапазонов отдельных элементов этого соединения. Наличие такого взаимного влияния нелинейных процессов отдельных элементов кольца ФАПЧ приводит к тому, что суммарное влияние их неидеальности на нелинейную динамику системы автоподстройки возрастает. Поэтому при количественном анализе необходимо использовать точные соотношения для определения ядер Вольтерра многокаскадного соединения нелинейных инерционных устройств.

Разложим нелинейные функции $\sin(\cdot)$ в ряд Тейлора и, ограничиваясь первыми двумя членами этого ряда, подставим в формулу (9). Записав затем ряд Вольтерра для величины $\Delta\varphi$ и приравнявая члены,

содержащие X в одинаковой степени, получим следующие выражения для нелинейных передаточных функций G_ℓ первых трех порядков ($\ell=1, 2, 3$) исследуемой системы ФАПЧ с идеальными элементами:

$$G_1(p_1) = \frac{1}{p_1 + \Omega_y K(p_1) [1 + \alpha_3' + 2\alpha_2 + 3\alpha_3'']}; \quad (10)$$

$$G_2(p_1, p_2) = 0; \quad (11)$$

$$G_3(p_1, p_2, p_3) = \frac{\frac{1}{3!} \Omega_y K(s_1 + s_2 + s_3) [1 + \alpha_3' + 8\alpha_2 + 27\alpha_3'']}{(p_1 + p_2 + p_3) + \Omega_y K(p_1 + p_2 + p_3) [1 + \alpha_3' + 2\alpha_2 + 3\alpha_3'']} \cdot \prod_{i=1}^3 G_i(p_i), \quad (12)$$

где p_i – аргументы многомерного преобразования Лапласа ($i = 1, 2, 3$).

Анализ полученных соотношений (10) – (12) показывает, что неидеальность элементов кольца ФАПЧ оказывает заметное влияние на нелинейную динамику этих систем и, частности, приводит к возрастанию "веса" нелинейных составляющих в выходном сигнале системы ФАПЧ. Можно также сказать, что данное влияние становится особенно существенным при малых значениях отношения сигнал/шум [4]. Это может иметь место, например, при решении задачи быстрого поиска слабого синхросигнала широкополосной системой ФАПЧ и т.п. Поэтому при исследовании и разработке систем ФАПЧ целесообразно качественно оценивать влияние неидеальности характеристик данных систем и задавать требования к допустимой степени этой неидеальности исходя из условия функционирования и параметров рассматриваемых данных систем ФАПЧ.

Оценим влияние нелинейности характеристик элементов сложных комбинированных систем синхронизации СЧ на качество их функционирования. С этой целью в правой части уравнения, описывающую работу внутреннего кольца ФАП с синусоидальной нелинейностью:

$$p\varphi + \Omega_y K(p) \sin \varphi = \dot{x}, \quad (13)$$

где p – аргумент преобразования Лапласа;

φ – разность фаз сигналов, поступающих на входы фазового детектора;

Ω_y – полоса удержания внутреннего кольца ФАП;

$K(p)$ – передаточная функция фильтра схемы ФАП;

$\dot{x} = x(t)$ – внешние, по отношению к внутреннему кольцу ФАП, возмущения.

Учтем нелинейные компоненты сигнала внешнего кольца синхронизации, поступающие на вход фазового детектора внутреннего кольца ФАП, т.е.:

$$x = \sum_{n=1}^{\infty} G_n(p_1, \dots, p_n) \prod_{i=1}^n y(p_i) \cong G_1(p_1) y(p_1) + G_3(p_1, p_2, p_3) \prod_{i=1}^3 y(p_i), \quad (14)$$

где $G_n(\cdot)$ – ядро Вольтерра n -го порядка внешнего

кольца синхронизации;

p_i – i -аргумент многомерного преобразования Лапласа;

y – внешние, по отношению к системе синхронизации в целом a , следовательно, и по отношению к ее внешнему кольцу АПЧ) возмущения.

Тогда из уравнения (13) с учетом формулы (14) можно получить следующие выражения для ядер Вольтерра первых трех порядков, описывающих нелинейную динамику двухкольцевой системы синхронизации:

$$H_1(p_1) = \frac{G_1(p_1)}{p_1 + \Omega_y K(p_1)}; \quad (15)$$

$$H_2(p_1, p_2) = 0; \quad (16)$$

$$H_3(p_1, p_2, p_3) = \frac{G_3(p_1, p_2, p_3) + \frac{1}{3i} \Omega_y K(p_1 + p_2 + p_3) \prod_{i=1}^3 \frac{G_i(p_i)}{p_i + \Omega_y K(p_i)}}{(p_1 + p_2 + p_3) + \Omega_y K(p_1 + p_2 + p_3)}. \quad (17)$$

Аналогичным образом можно получить нелинейные передаточные функции для трехкольцевых и более сложных комбинированных систем синхронизации СЧ.

Из анализа соотношений (15) - (17) следует, в частности, что с увеличением числа колец АПЧ в сложной комбинированной системе синхронизации происходит "накопление" нелинейных компонентов и, следовательно, дополнительное снижение точности синхронизации. Поэтому для повышения реальной эффективности разрабатываемых сложных комбинированных систем синтеза частот необходим не только анализ нелинейных явлений в изолированных кольцах ФАПЧ, но и максимально полный учет взаимных влияний между схемами захвата и удержания сигналов.

Известно [4], что спектр выходного сигнала $\varphi(t)$ нелинейной динамической системы, описываемой совокупностью N ядер Вольтерра в операторной форме вида $H_n(p_1, \dots, p_n)$, может быть записан как:

$$\Phi(p) = \sum_{n=1}^N \dot{A} \left\{ H_n(p_1, \dots, p_n) \prod_{i=1}^n X(p_i) \right\}, \quad (18)$$

Подставляя полученные соотношения в уравнении (18) можно получить численные оценки значения спектральной плотности мощности фазовых флуктуаций на выходе системы ФАПЧ, исследовать ее динамические характеристики и на этой основе получить необходимые расчетные соотношения.

Апробация предложенной методики анализа влияния неидеальности характеристик основных элементов ФАПЧ СЧ, комбинации ФАП и ЧАП осуществлена на основе сравнения результатов расчета на ПЭВМ (1) с результатами экспериментальных исследований СЧ (2) (рис. 1).

Как видно из рис. 1, методика расчета позволяет получить весьма близкие к экспериментальным значениям расчетные данные как для спектральных плотностей мощности фазовых флуктуаций, так и для

дискретных составляющих спектра выходного сигнала.

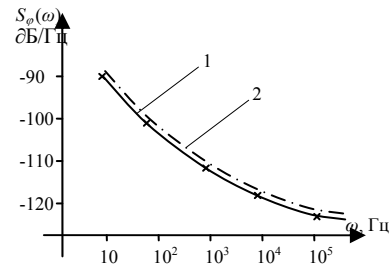


Рисунок 1 – График фазовых шумов синтезатора с учетом основных нелинейностей

Выводы. Из приведенных результатов следует, что предложенная методика расчета дает близкие к экспериментальным значениям численные оценки и может быть рекомендована для проектирования ССЧ возбудителей рефлектометрических систем.

Список использованных источников.

1. Зарецкий М. М. Синтезаторы частоты с кольцом фазовой автоподстройки / Зарецкий М. М., Мовшович Н. Е. – Л.: "Энергия", 1974. – 154 с.
2. Шахгильдян В. В. Системы фазовой автоподстройки частоты / В. В. Шахгильдян, А. А. Ляховкин. – М.: Связь, 1972. – 448 с.
3. Пупков К. А. Функциональные ряды в теории нелинейных систем / К. А. Пупков, В. И. Капалин, А. С. Ющенко. – М.: Наука, 1978. – 448 с.
4. Ван-Трис Г. Л. Функциональные методы анализа нелинейного поведения систем фазовой автоподстройки частоты / Ван-Трис Г. Л. // – ТИИЭР – 1984. – С. 957–975.

Анотація

АНАЛІЗ СТАБІЛЬНОСТІ ЧАСТОТИ ЦИФРОВОГО СИНТЕЗАТОРУ

Борохов І. В.

Проведен аналіз стабільності частоти цифрового синтезатору в якості збудника рефлектометра. Запропоновано методику аналізу впливу неідеальності характеристик елементів синтезатору.

Abstract

ANALYSIS OF STABILITY OF FREQUENCY DIGITAL SYNTHESIZER

I. Borochoy

The analysis of the frequency stability of digital synthesizer as the causative agent reflektomet-ra. A method for analyzing the effect of non-ideal characteristics of the elements of the synthesizer.