

*Винограденко С.О., кандидат економічних наук, доцент,
Державний біотехнологічний університет*

ВИКОРИСТАННЯ ПАРНОГО МЕТОДУ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ГОРИЗОНТАЛЬНИХ ПЕРЕМІЩЕНЬ ОПОРНИХ ТОЧОК ІНЖЕНЕРНИХ СПОРУД

У дослідженнях за горизонтальними і вертикальними переміщеннями одним із основних елементів коректності отриманих результатів є правильне визначення опорних точок бази відліку. Одним із методів такої ідентифікації, який називають парним методом, є перевірка взаємного зсуву потенційних опорних точок у всіх парних комбінаціях. Це добре відомий точний метод ідентифікації, але його використання на практиці обмежується дослідженням вертикальних переміщень. В останні роки значно зросла увага до проблеми моніторингу довкілля. Це пов'язано зі збільшенням з кожним роком техногенного навантаження людини на довкілля і, в першу чергу, на геологічне середовище, а також необхідністю на новому, більш високому організаційному і технічному рівні, вирішувати завдання пов'язані з його змінами. За даними моніторингових спостережень відбувається тенденція до активізації негативного процесу в просторово-часовому масштабі і збільшення, в першу чергу, площ підтоплення, а також просідання, зсувних та інших небезпечних явищ. У даній роботі представлено можливість застосування парного методу при дослідженні горизонтальних переміщень.

Як процес будівництва різноманітних інженерних споруд (греблі, тунелі, мости, промислові димові труби, висотні будівлі тощо), так і їх безпечна експлуатація потребують моніторингу переміщень окремих точок об'єкта. Ці переміщення є результатом деформації та зміни положення об'єкта в просторі через різні фактори. Незалежно від типу моніторингу (автоматичні інтегровані системи або класичні періодичні контрольні вимірювання) для визначення переміщень точок необхідно прийняти конкретну, чітко визначену систему відліку. Важливим елементом такої системи відліку є база відліку, яка визначається як група взаємно фіксованих точок. Вже на етапі проектування контрольної мережі для дослідження переміщень визначаються розташування та кількість точок потенційної опорної бази. Поточні взаємні положення цих точок визначаються контрольним вимірюванням у мережі. За результатами двох періодичних вимірювань можна перевірити взаємну фіксованість точок потенційної бази відліку і в кінцевому підсумку виявити такі точки, які не зберегли свою стійкість по відношенню до інших. Переміщення контрольованих точок розраховуються відносно лише тих точок, які зберегли взаємну фіксованість і утворюють так звану відповідну опорну базу. Визначення відповідної опорної бази є важливим кроком у процесі обчислення горизонтальних переміщень точки.

У геодезичній літературі можна знайти багато різних методів визначення базових опорних точок для досліджень за горизонтальними і вертикальними переміщеннями (Odziemczyk 2021 [1]; Ishchenko 2020 [2]; Кубрак, Серант 2021 [3]; Балян 2020 [4]; Калюх 2020 [5]; Коваленко 2017 [6]; Слюсаренко 2018 [7]). У даних роботах досліджені найбільш поширені на практиці методи визначення переміщень, а саме методи: загального довірчого інтервалу, перевірки взаємної фіксованості пар еталонних показників, мінімізації вектора зміщення опорних точок, послідовного коригування з використанням елементарної системи відліку, дослідницьких трансформацій та інші. Ці методи засновані на різних принципах і більш-менш точні. Перші два методи найчастіше застосовуються при дослідженнях вертикальних переміщень, а інші – частіше при дослідженнях горизонтальних переміщень.

Предметом даної роботи є метод ідентифікації опорних точок бази відліку на основі взаємних переміщень пар точок, тобто парного методу. Цей метод вважається точним і часто використовується для визначення вертикальних переміщень. Ціллю даного дослідження є представити застосування даного методу в дослідженнях за горизонтальними переміщеннями.

Як зазначалося вище, базою відліку для переміщень може служити набір опорних точок, у яких взаємні переміщення точок можна вважати незначними. Взаємне зміщення визначається як зміна відносного положення двох точок, виражена зміною відстані між цими точками [1]. Критерій несуттєвості взаємного зміщення можна записати так:

$$|\Delta d_{ij}| \leq k_{\alpha} \sigma_{\Delta d_{ij}} \quad (1)$$

де Δd_{ij} – взаємне зміщення точок i і j ; $\sigma_{\Delta d_{ij}}$ – стандартна похибка взаємного переміщення;

k_{α} – коефіцієнт переходу від стандартної похибки до максимальної (його значення залежить від прийнятого рівня стійкості α).

Процедура визначення еталонної основи вимагає перевірки критерію взаємного зміщення (1) у всіх комбінаціях пар точок у потенційній еталонній основі. Згідно з наведеним визначенням взаємне зміщення пари точок слід розраховувати як різницю відстані між початковим і фактичним періодами вимірювання. Відповідні відстані слід розраховувати за координатами точок, отриманими в результаті попереднього уточнення результатів первинних і фактичних вимірювань. Також можна розрахувати стандартну похибку переміщення.

Якщо значення переміщень точок досить малі, то за наближеною формулою можна з достатньою точністю розрахувати взаємне переміщення. Зі складовими горизонтальних переміщень ΔX_i , ΔY_i , ΔX_j , ΔY_j пари точок та азимута сторони $\varphi_{ij}^{akt} \approx \varphi_{ij}^{init} \approx \varphi_{ij}$, зміну довжини Δd_{ij} сторони можна розрахувати як:

$$\Delta d_{ij} = (\Delta X_j - \Delta X_i) \cos \varphi_{ij} + (\Delta Y_j - \Delta Y_i) \sin \varphi_{ij} \quad (2)$$

Ця формула є лінеаризованою формою нелінійної формули для визначення довжини зміщення. Вона являє собою зміну відстані між ортогональними проекціями точок i та j (у другій стадії вимірювання) на лінію, визначену точками i та j у першій стадії вимірювання (рис. 1).

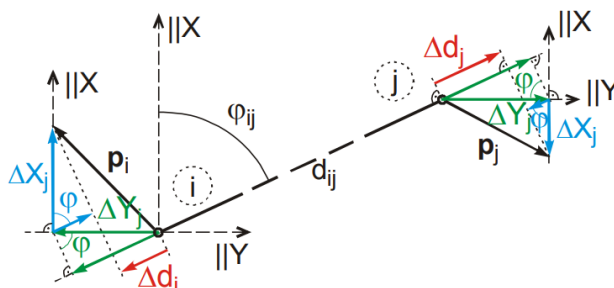


Рис. 1 – Графічне зображення перетворення компоненти переміщення точки у взаємне переміщення

Проведені дослідження показують, що максимальне значення розбіжності (Δd_{ij}) залежить від відстані d_{ij} і максимальної довжини векторів переміщення точок i, j . Рисунок 2 ілюструє мінливість цієї невідповідності, припускаючи, що максимальна довжина векторів зміщення $\|p_i\| = \|p_j\| = 0,10$ м і $\|p_i\| = \|p_j\| = 0,05$ м.

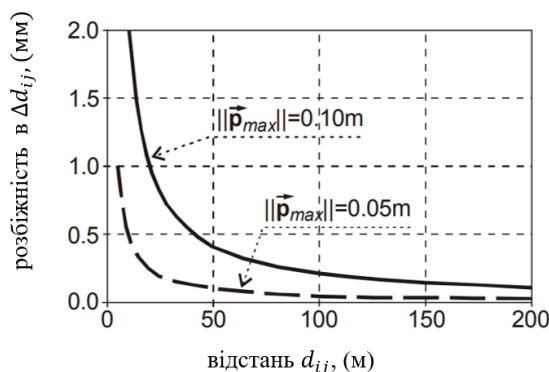


Рис. 2 – Графічне зображення варіативності розбіжностей у Δd_{ij} .

Згідно із графіком, наведеним на рис. 2, можна припустити, що в більшості випадків дослідження переміщень точок на інженерних об'єктах застосування формули (2) буде достатньо точним. Тому подальше обговорення буде проводитися для взаємних переміщень пар точок, обчислених наближеним способом.

Розглянемо взаємне переміщення для всіх пар потенційних опорних точок. Обмежуючи аналіз горизонтальною площиною (2D), з попереднього коригування спостережень безпосередньо отримуємо компоненти зміщення точок (ΔX (як вектор невідомих величин) та їх матрицю дисперсії-коваріації $C_{\Delta X}$. Якщо для розрахунку переміщень точок використовується метод різниці координат, то вектор складових переміщень точок розраховується на основі координат, отриманих з попереднього уточнення результатів двох періодичних вимірювань:

$$\Delta X = X' - X \quad (3)$$

де X' - позначає координати точки, отримані в результаті уточнення результатів поточних вимірювань. Коваріаційна матриця вектора переміщення точок буде розраховуватися за формулою:

$$C_{\Delta X} = C_X + C_{X'} \quad (4)$$

Щоб отримати коректні значення ΔX і $C_{\Delta X}$ методом різниць координат, необхідно використовувати однаково визначену систему розрахунку в обох коригуваннях.

Наступним кроком запропонованої процедури ідентифікації є обчислення вектора зміни відстані (взаємних переміщень) Δd . Його можна записати в матричній формі так:

$$\Delta d = A \cdot \Delta X \quad (5)$$

де: $\Delta d (W_p \times 1)$ – вектор зміни відстані; $A (W_p \times 2n_p)$ – матриця коефіцієнтів;

$\Delta X (2n_p \times 1)$ – вектор горизонтального переміщення потенційних опорних точок;

n_p – кількість точок потенційної опорної бази; $W_p = C_{n_p}^2$ кількість комбінацій пар точок.

На основі коваріаційної матриці $C_{\Delta X}$ компонентів переміщення, коваріаційну матрицю $C_{\Delta d}$ вектора зміни відстані також можна розрахувати як:

$$C_{\Delta d} = A C_{\Delta X} A^T \quad (6)$$

За допомогою діагональних елементів матриці $C_{\Delta d}$ і вектора Δd можна перевірити критерій взаємного зміщення (1) для будь-якої пари точок, що належать потенційній опорній базі.

Перевірка обраних опорних точок для визначення переміщень. Точки, що належать до множини \mathbf{B} , разом із відстанями, обчисленими між ними, можна розглядати як лінійну мережу (рис. 3), тоді як значення в $\Delta \mathbf{d}_B$ відносяться до різниці між результатами двох вимірювань у такій мережі.

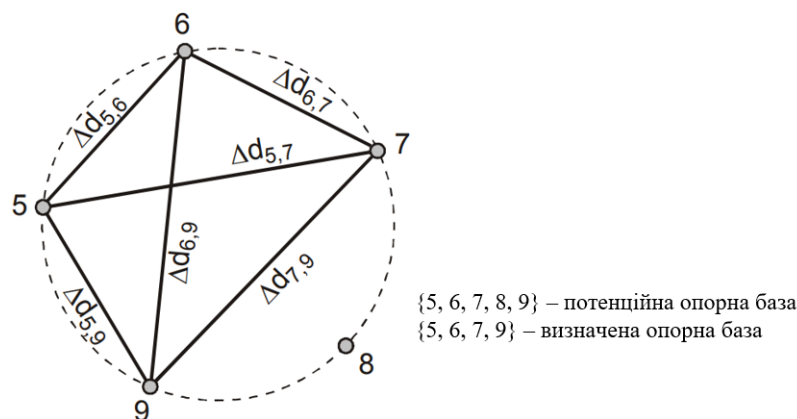


Рис. 3 – Зображення множини **V** як лінійної мережі через диференціал.

Для розглянутої множини **V** створюється система рівнянь, яким повинні відповідати шукані компоненти переміщення точок ΔX_B :

$$A_B \cdot \Delta X_B = \Delta d_B \tag{7}$$

де $A_B (W_B \times 2n_B)$ – матриця коефіцієнтів, сформована на основі матриці **A**; $\Delta X_B (2n_B \times 1)$ – вектор шуканих складових горизонтальних переміщень точок; $\Delta d_B (W_B \times 1)$ – вектор зміни відстані між точками множини **V**; n_B – кількість точок у множині **V**; $W_B = C_{n_B}^2$ – кількість усіх комбінацій пар точок у множині **V**.

У таблиці 1 представлені відповідні показники для рівнянь (7), що відповідають різній кількості точок у множині **V**.

Таблиця 1 – Різні значення параметрів, що відносяться до множини **V** і рівнянь (7)

Кількість точок у множині V	Кількість рівнянь	Кількість невідомих	Кількість незалежних рівнянь
n_B	$W_B = C_{n_B}^2$	$2n_B$	$u_B = n_B - 3$
3	3	6	3
4	6	8	5
5	10	10	7
6	15	12	9
7	21	14	11
8	28	16	13
9	36	18	15
10	45	20	18

Оскільки $W_B > u_B$ (для $n_B > 3$) розв’язок рівнянь (7) можна отримати, використовуючи окремий випадок загальної оберненої матриці A_B .

$$\Delta X_B = A_B^+ \Delta d_B \quad (8)$$

де A_B^+ – псевдообернена матриця Мура-Пенроуза, яка задовольняє умову $\Delta X_B^T \Delta X_B = \min$ [8].

Пропонуємо інший спосіб розв'язання рівнянь (7), який потребує більш простих обчислень і створює задачу меншого розміру. Потрібно зауважити, що рівняння (7) є когерентними, оскільки зміни відстані Δd , спричинені переміщеннями точок, були розраховані раніше (див. рівняння (5)) на основі вектора зміщення ΔX . Таким чином, рівняння (7) можна скоротити шляхом видалення зайвих рівнянь. Найпростіше правило вибору незалежних рівнянь можна показати на рис. 4. Розмістивши на колі точки множини В, незалежні рівняння можуть відповідати контуру фігури та всім діагоналям, що зв'язують довільно обрану точку з іншими точками.

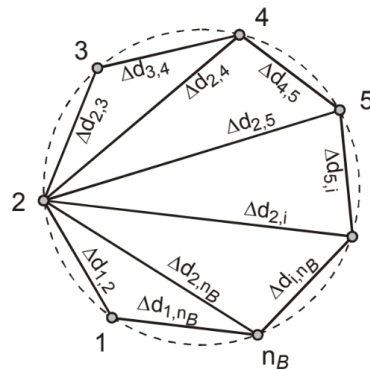


Рис. 4 – Зображення правила вибору незалежних рівнянь.

Тоді на основі (7) отримуємо скорочену систему рівнянь:

$$A_{r,B} \cdot \Delta X_B = \Delta d_{r,B} \quad (9)$$

де r – кількість незалежних рівнянь.

Розв'язуючи систему рівнянь (9) згідно з правилами процедури оцінки методом найменших квадратів, можна отримати наступні результати:

$$\Delta X_B = A_{r,B}^T (A_{r,B} A_{r,B}^T)^{-1} \Delta d_{r,B} \quad (10)$$

Результуючий вектор переміщення точок множини В задовольняє умову $\Delta X_B^T \Delta X_B = \min$ подібно до розв'язку (8) або в результаті коригування вільної мережі за допомогою параметричної процедури методом найменших квадратів. Попередньо розрахувавши коваріаційну матрицю $C_{\Delta d}$ також можна обчислити:

$$C_{\Delta X_B} = A_{r,B}^T (A_{r,B} A_{r,B}^T)^{-1} C_{\Delta d_{r,B}} (A_{r,B} A_{r,B}^T)^{-1} A_{r,B} \quad (11)$$

Перевірка знайденої опорної бази (множини В) зводиться до перевірки значущості переміщень точок, використовуючи більш точні критерії, наведені у [1, 4, 6, 9]. Таким чином,

перевіряючи кожну з множин B , можна вибрати відповідну опорну базу для визначення переміщень контрольних точок.

Парний метод визначення точок опорної бази для горизонтальних переміщень має такі властивості:

1. Процедура ідентифікації дуже проста як за концепцією, так і за чисельною реалізацією.

2. Метод може бути застосований для ідентифікації опорної бази в обох методах розрахунку переміщення, тобто методі різниць спостережень і методі різниць координат.

3. Метод дозволяє виявити всі альтернативні опорні бази в контрольній мережі.

4. Опорна база, визначена використанням парного методу, відповідає двом критеріям одночасно: для взаємних переміщень та відносних переміщень.

5. Представлений варіант методу може бути застосований для ідентифікації опорної бази в мережах 2D і 3D.

Результати аналізу ефективності запропонованої методики щодо інших популярних методів визначення точок опорної бази для горизонтальних переміщень будуть представлені в подальших публікаціях.

Список використаних джерел:

1. Odziemczyk, W. (2021). Application of Optimization Algorithms for Identification of Reference Points in a Monitoring Network. *Sensors*, 21(5), 1739. <https://doi.org/10.3390/s21051739>

2. Ishchenko, Y., Slyusarenko, Y., Melashenko, Y., Yakovenko, M., & Ben, I. (2020). Геотехнічний моніторинг в умовах ущільненої міської забудови. *Наука та будівництво*, 25(3), 13-25. <https://doi.org/10.33644/scienceandconstruction.v25i3.2>

3. Кубрак, О., Серант, О., Балян, А., Ярема, Н., Смолій, К., & Ущук, Ю. (2021). Особливості моніторингу вертикальних зміщень об'єктів історико-культурної спадщини. *Молодий вчений*, 10 (98), 104-110. <https://doi.org/10.32839/2304-5809/2021-10-98-25>

4. Балян, А., Ямелинець, С., Кубрак, О. (2020). Особливості виготовлення та закладання центрів геодезичної мережі для спостережень за деформаціями на території Підгорецького монастиря. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 1(39), 90–95. <https://ena.lpnu.ua/items/4043d162-9e2d-4c80-9974-d74d733cd6e1>

5. Kaliukh, Y., & Ishchenko, Y. (2020). Теоретична концепція та практична реалізація нової інтегрованої методології систем раннього попередження про зсувну небезпеку. *Наука та будівництво*, 23 (1), 3–17. <https://doi.org/10.33644/01103>

6. Коваленко, Л. О. (2017). Геодезичні спостереження за деформаціями будівель та споруд. Науковий вісник будівництва, 89 (3), 185-189. https://vestnik-construction.com.ua/images/pdf/3_89_2017/37.pdf
7. Слюсаренко, Ю., Титаренко, В., Мелашенко, Ю., Шумінський, В. (2018). Нормативна база України з проектування основ і фундаментів будівель і споруд. Сучасний стан і перспективи розвитку. Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури, 72, 162-170
8. Накоріан, Yu. (2019). Computing the Moore-Penrose inverse for bidiagonal matrices. Могілянський Математичний Журнал, 2, 2019, 11-23. <https://doi.org/10.18523/2617-70802201911-23>
9. Орага, V. M., Vuzina, I. M., Vinogradenko, S. O. (2017). Environmental-economic efficiency of land use improvement reasoning. Вісник ХНУ імені В.Н. Каразіна, серія "Геологія. Географія. Екологія", 46, 152-157. <https://doi.org/10.26565/2410-7360-2017-46-21>