

УДК 631.362:532

Постановка задачи по расчёту поля скоростей воздушной среды между двумя эквидистантными плоскостями при совершении ими синхронных гармонических колебаний

В.М. Лукьяненко¹, А.А. Никифоров²

*Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства
им. П. Василенко (г. Харьков, Украина), ¹vmlukyanenko@gmail.com, ²toninikiforov89@gmail.com*

В данной статье представлена постановка задачи по расчёту характеристик движения воздуха под воздействием движущихся рабочих поверхностей в виде краевой задачи. Формализованы краевые условия, позволяющие в дальнейшем использовать дифференциальные уравнения привести к системе алгебраических уравнений, решаемых известными численными методами.

В качестве математической модели процесса использована модель идеального газа. Процесс воздействия колеблющихся рабочих поверхностей на воздушную массу, которая находится между двумя эквидистантными плоскостями, описывается с помощью уравнения Эйлера и уравнения неразрывности. В координатной форме данные векторные уравнения позволяют составить систему дифференциальных уравнений. Число неизвестных, которые должны быть определены для каждой точки воздушного объёма между рабочими поверхностями, также равно четырём. Это проекции вектора скорости элемента воздушного континуума на оси системы координат, связанной с рабочими поверхностями, и величина давления воздуха в рассматриваемой точке.

Параметры поля скоростей воздуха рассчитываются для ограниченной области, имеющей форму параллелепипеда. Предложенные в статье краевые условия позволяют вычислять значения проекций вектора скорости и давления в точках воздушной массы, располагающихся на границе воздушного параллелепипеда между рабочими поверхностями.

Ключевые слова: математическая модель, поля скоростей, воздушная среда, гармонические колебания, вибросепарация, виброочистительная машина.

Введение. Способ разделения семенных смесей с использованием шероховатых вибрирующих поверхностей обеспечивает высокие показатели чистоты конечного продукта. Для некоторых культур он является единственным возможным методом эффективной механизированной очистки. Например, это касается таких видов семян как махорка, береза с соответствующими примесями мусора. Но высокие аэродинамические характеристики семян этих культур усложняют процесс разделения и снижают его эффективность. При попытке увеличить производительность вибромашины за счет использования пакетов синхронно вибрирующих поверхностей, между последними возникает воздушный поток, который оказывает существенное влияние на процесс разделения.

Это вызывает необходимость изучения технологического процесса сепарирования на базе математической модели движения частиц в воздушном потоке между вибрирующими плоскостями.

Анализ последних исследований. Движение частиц семенных смесей в воздушной среде с учётом аэродинамического сопротивления изучалось П.М. Василенко [1]. Рассмотрено как

линейное, так и квадратичное аэродинамическое сопротивление движению частицы по отношению к скорости воздушного потока. Однако, при этом параметры воздушного потока, возникающие в каналах (рабочих пространствах) очистительных машин, считались постоянными, не зависящими от режима работы машины. Для условий работы виброочистительных машин данное допущение является слишком грубым, не позволяющим построить адекватную математическую модель рабочего процесса.

Дальнейшим развитием исследований в данном направлении стали результаты, полученные:

– Козаченко А.В. относительно обоснования параметров технологического процесса очистки и сортировки семян табака и махорки на вибрационной семяочистительной машине [2];

– Абдуевым М.М., Бакумом М.В., Манчинским Ю.О., Сычовым В.В., Леоновым В.П. относительно изучения движения частиц в условиях переменной скорости воздушного потока в наклонных воздушных каналах [3];

– Завгородним А.И. относительно математического описания движения абсолютно упругого шара в постоянном воздушном потоке между вибрирующими плоскостями [4].

Цель исследования. Построение математической модели воздушного потока между колеблющимися рабочими поверхностями виброочистительной машины для оценки эффективности конструктивных мероприятий, повышающих эффективность процесса виброочистки семенных смесей, чувствительных к воздействию воздуха.

Основная часть. Движение воздушной среды под воздействием двух эквидистантных плоскостей, совершающих синхронные гармонические колебания, может быть описано на основании уравнения Эйлера и уравнения неразрывности для идеального газа (жидкости) [5]. В векторном виде уравнение Эйлера для идеального газа имеет вид:

$$\rho a = \rho F - \text{grad } p, \quad (1)$$

где a – вектор ускорения движения воздушной среды; F – вектор ускорения от действия массовых сил (силы тяжести); p – давление воздуха в рассматриваемой точке; ρ – плотность воздуха.

Уравнение неразрывности, записанное для идеального газа, соответственно, может быть представлено как

$$\text{div } V = 0, \quad (2)$$

где V – вектор скорости движения воздушной среды в рассматриваемой точке.

На основании (1) и (2) может быть записана система уравнений в координатной форме:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = g_x - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = g_y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = g_z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (6)$$

где u, v, w – проекции вектора скорости движения воздушной среды V , соответственно, на оси X, Y и Z выбранной системы координат; g_x, g_y, g_z – проекции ускорения свободного падения на оси выбранной системы координат.

Система уравнений (3) - (6) состоит из четырёх уравнений. Количество неизвестных параметров воздушного потока, которые необходимо определить – тоже четыре. Это проекции вектора скорости u, v и w , а также величина давления – p . Следовательно, задача по расчёту характеристик движения воздуха под воздействием движущихся рабочих поверхностей может быть решена.

Выразив, с помощью (6), величину w через u и v , преобразуем систему уравнений (3) - (6) к следующему виду:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = g_x, \quad (7)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = g_y, \quad (8)$$

$$-\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial v}{\partial t} - u \frac{\partial u + \partial v}{\partial x} - v \frac{\partial u + \partial v}{\partial y} -$$

$$-w \frac{\partial u + \partial v}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = g_z, \quad (9)$$

$$\partial w = -\partial u - \partial v, \quad (10)$$

$$g_x = g \sin \beta, \quad (11)$$

$$g_y = g \text{tg } \alpha \cos \beta \cos \delta, \quad (12)$$

$$g_z = -g \cos \delta, \quad (13)$$

$$\cos \delta = \frac{\cos \alpha \cos \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \beta}}, \quad (14)$$

где α, β – углы, характеризующие наклон, соответственно, продольной и поперечной осей рабочей поверхности к горизонту (рис. 1); δ – угол наибольшего наклона рабочей поверхности.

В результате решения (7) - (10) для установленных моментов времени t для любой точки пространства между рассматриваемыми рабочими поверхностями с координатами (x, y, z) будут получены значения проекций вектора скорости воздушного потока, u, v и w , а также давления воздуха p в рассматриваемой точке в заданный момент времени.

В качестве системы координат, относительно которой рассчитываются параметры воздушного потока, выбирается система координат, связанная с рабочими поверхностями (рис. 1).

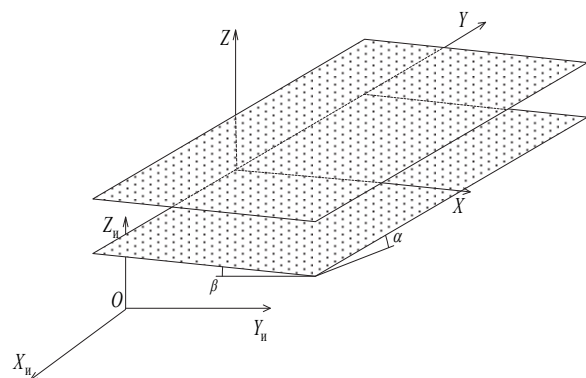


Рис. 1. Система координат, относительно которой рассчитываются характеристики воздушного потока

Начало системы координат устанавливается в одной из тех точек, принадлежащих продольному ребру нижней рабочей поверхности. Выбирается то продольное ребро, которое примыкает к питателю виброочистительной машины. Данное условие необходимо для того,

чтобы получаемые расчётные данные по оценке параметров воздушного потока не приходилось пересчитывать, переводя их в систему координат, в которой должны рассчитываться кинематические параметры движения частиц семенной смеси при её обработке с помощью виброочистительной машины.

Ось Z проходит через установленную точку на продольном ребре нижней рабочей поверхности и совпадает с нормалью к ней. Положительное направление оси Z является направлением, которое противоположно действию сил гравитации.

Ось X перпендикулярна продольному ребру рабочей поверхности и направлена в сторону второго продольного ребра, ограничивающего рабочую поверхность по ширине. Ось Y совпадает с продольным ребром рабочей поверхности и направлена таким образом, чтобы образовывалась правая тройка осей координат.

Рабочие поверхности эквидистантны друг другу и располагаются под углом к горизонту. Угол α характеризует наклон продольной оси рабочей поверхности к горизонту, а угол β – поперечной оси.

Для получения численного решения системы дифференциальных уравнений (7) - (10) предлагается использовать метод сеток при заданных краевых условиях [6]. Параметры поля скоростей воздуха рассчитываются для ограниченной области, Ξ , имеющей форму параллелепипеда. Границами данного параллелепипеда служат (рис. 2):

- сверху и снизу: две параллельные рабочие поверхности (грани А и В);
- по бокам – грани, образуемые кромками рабочих поверхностей (спереди и сзади: грани С и D, слева и справа – Е и G).

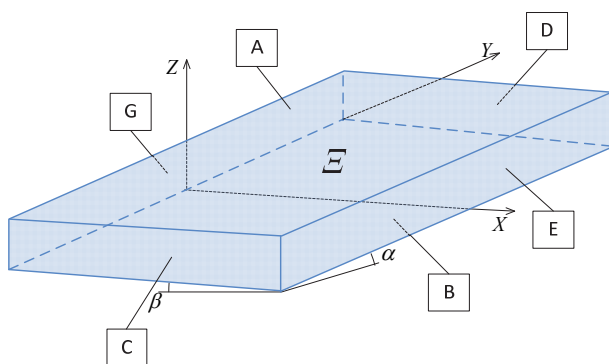


Рис. 2. Область, внутри которой рассчитывали параметры поля скоростей воздуха

Рабочие поверхности, при работе виброочистительной машины, совершают синхронные

гармонические колебания. При этом точки, принадлежащие любой рабочей поверхности, перемещаются в пространстве (рис. 3).

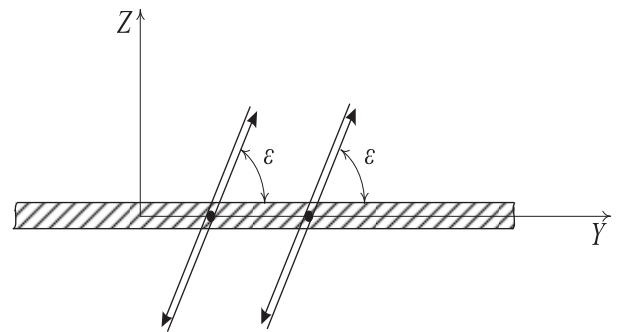


Рис. 3. Траектории движения точек рабочей поверхности при работе виброочистительной машины

Относительно рабочей поверхности колебания осуществляются под наклоном, задаваемым с помощью угла наклона колебаний ϵ .

Воздушная масса, находящаяся в покое относительно инерциальной системы координат, движется по отношению к системе координат рабочей поверхности. Относительное движение воздуха является симметричным или зеркальным по отношению к движению рабочей поверхности относительно инерциальной системы координат. Исходя из этого, для краевых условий по границе области Ξ для граней: С, D, Е и G, следует записать:

$$V^B(t)_{/C, D, E, G} = -V^K(t), \quad (15)$$

$$p^B_{/C, D, E, G} = p^{атм.}, \quad (16)$$

где $V^B(t)_{/C, D, E, G}$ – вектор скорости движения частиц воздуха, принадлежащих граням С, D, Е, G области Ξ , относительно системы координат рабочей поверхности; $V^K(t)$ – вектор скорости колебаний точек рабочей поверхности относительно инерциальной системы координат; $p^B_{/C, D, E, G}$ – давление воздуха по границе С, D, Е, G; $p^{атм.}$ – атмосферное давление.

Вдоль граней С, D, Е, G воздух находится в невозмущённом состоянии, на него не действуют рабочие поверхности. Поэтому перепадов давления по отношению к давлению атмосферы здесь нет. Граничное давление равно давлению атмосферы.

Проекции вектора скорости перемещения точек рабочей поверхности относительно инерциальной системы координат при совершении поверхностью гармонических колебаний вычисляются с помощью следующих выражений:

$$V_x^k = -A \cdot \Omega \cos(\Omega t) \sin \beta \sin(\varepsilon - \alpha), \quad (17)$$

$$V_y^k = -A \cdot \Omega \cos(\Omega t) \left[\begin{array}{l} \tan \alpha \cos \beta \sin(\varepsilon - \alpha) - \\ - \frac{\cos \delta}{\cos \beta} \cos(\varepsilon - \alpha) \end{array} \right], \quad (18)$$

$$V_z^k = A \cdot \Omega \cos(\Omega t) \cos \delta \frac{\sin \varepsilon}{\cos \alpha}, \quad (19)$$

где A – амплитуда колебаний; Ω – частота колебаний; ε – угол наклона колебаний по отношению к рабочей поверхности; α , β , δ – углы, характеризующие наклон рабочей поверхности (рис. 1).

С учётом (17) - (19) граничное условие (15) примет следующий вид

$$u^{(t)}/_{C,D,E,G} = A \cdot \Omega \cos(\Omega t) \sin \beta \sin(\varepsilon - \alpha), \quad (20)$$

$$v^{(t)}/_{C,D,E,G} = A \cdot \Omega \cos(\Omega t) \times \left[\begin{array}{l} \tan \alpha \cos \beta \sin(\varepsilon - \alpha) - \\ - \frac{\cos \delta}{\cos \beta} \cos(\varepsilon - \alpha) \end{array} \right], \quad (21)$$

$$w^{(t)}/_{C,D,E,G} = -A \cdot \Omega \cos(\Omega t) \cos \delta \frac{\sin \varepsilon}{\cos \alpha}. \quad (22)$$

Для граней A и B области Ξ , образованных непосредственно рабочими поверхностями, имеет место полное торможение воздуха при его контакте с поверхностью. Точнее говоря, останавливается относительное движение воздуха, а с точки зрения инерциальной системы, наоборот, ранее находившийся в покое воздух увлекается в движение колеблющейся рабочей поверхностью. Заторможенное относительное движение воздуха преобразуется в избыточный или отрицательный по отношению к атмосферному давлению перепад давления. Знак перепада давления, Δp , определяется в зависимости от направления движения рабочей поверхности по отношению к области Ξ (наружу или вовнутрь).

Таким образом, граничные условия для граней A и B примут следующий вид:

$$u^{(t)}/_{A,B} = v^{(t)}/_{A,B} = w^{(t)}/_{A,B} = 0, \quad (23)$$

$$p^{(t)}/_A = p^{atm.} + \rho \frac{[V_x^k(t)]^2 + [V_y^k(t)]^2 + [V_z^k(t)]^2}{2} \times (-\text{sign}\{V_z^k(t)\}), \quad (24)$$

$$p^{(t)}/_B = p^{atm.} + \rho \frac{[V_x^k(t)]^2 + [V_y^k(t)]^2 + [V_z^k(t)]^2}{2} \text{sign}\{V_z^k(t)\}, \quad (25)$$

$$\text{sign}\{V_z^k(t)\} = \begin{cases} 1, & \text{если } V_z^k(t) \geq 0, \\ -1, & \text{если } V_z^k(t) < 0, \end{cases} \quad (26)$$

где ρ – плотность воздуха; $V_x^k(t)$, $V_y^k(t)$, $V_z^k(t)$ – проекции скорости колебаний, вычисляемые согласно выражениям (17) - (19).

Заключение. Решение данной системы уравнений позволит нам определять параметры воздушного потока для различных конструктивных схем и режимов работы виброочистительных машин. Полученные результаты могут быть использованы для выбора оптимальных режимов работы машин данного класса при сепарировании семенных смесей, чувствительных к воздействию воздуха.

Литература

1. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин [Текст] / П.М. Василенко. – К.: УАСХН, 1960. – 284 с.
2. Козаченко А.В. Обоснование параметров технологического процесса очистки и сортирования семян табака и махорки на вибрационной сепараторной машине: автореф. дис. на соиск. степени канд. техн. наук/ А.В. Козаченко. – Харьков, 1984 – 20 с.
3. Абдуев М.М. Теоретичні дослідження характеристик руху часток у нахиленому повітряному каналі при зміні характеристик епюри швидкості повітря по висоті каналу / М.М. Абдуев, М.В. Бакум, Ю.О. Манчинський, В.В. Сичов, В.П. Леонов // Механізація сільського господарства: Вісник ХДТУСГ. – Харків, 2003. – Вип.21. – С. 88 - 94.
4. Завгородний А.И. Движение шара в воздушном потоке между вибрирующими плоскостями / А.И. Завгородний, О.В. Синяева // Вібрації в техніці та технологіях: Всеукраїнський науково-технічний журнал, №3(67). – Вінниця: ВНАУ, 2012. – С. 20 - 27.
5. Седов Л.И. Механика сплошной среды / Л.И. Седов. – М.: Наука, 1970. – Т. 1. – 492 с.
6. Березин И.С. Методы вычислений / И.С. Березин, Н.П. Жидков. – М.: Гос. изд. физ. мат. литературы, 1959. – Т. 2. – 620 с.

Анотація

Постановка задачі розрахунку поля швидкостей повітряного середовища між двома еквідистантними площинами при здійсненні ними синхронних гармонійних коливань

В.М. Лук'яненко, А.О. Никифоров

У даній статті представлена постановка задачі по розрахунку характеристик руху повітря під впливом рухомих робочих поверхонь у вигляді крайової задачі. Формалізовані крайові умови, які дозволяють

в подальшому диференціальні рівняння, що використовуються, привести до системи алгебраїчних рівнянь, які розв'язуються відомими чисельними методами.

В якості математичної моделі процесу використана модель ідеального газу. Процес впливу робочих поверхонь, що коливаються на повітряну масу, яка знаходиться між паралельними площинами, описується за допомогою рівняння Ейлера і рівняння нерозривності. В координатній формі дані векторні рівняння дозволяють скласти систему диференціальних рівнянь. Число невідомих, які повинні бути визначені для кожної точки повітряного об'єму між робочими поверхнями, дорівнює кількості рівнянь. Це проекції вектора швидкості елемента повітряного континууму на осі системи координат, пов'язаної з робочими поверхнями, і величина тиску повітря в розглянутій точці.

Параметри поля швидкостей повітря розраховуються для обмеженої області, Ξ , яка має форму паралелепіпеда. Запропоновані у статті крайові умови дозволяють обчислювати значення проекцій вектора швидкості і тиску в точках повітряної маси, що розташовуються на межі повітряного паралелепіпеда між робочими поверхнями.

Ключові слова: математична модель, поля швидкостей, повітряна середовище, гармонійні коливання, вібропарація, віброчисна машина.

Abstract

Statement of the problem calculation of the velocity field of the air environment between two equidistant planes committed by simultaneous harmonic

V.M. Luk'janenko, A.A. Nikiforov

This article presents the problem formulation for calculating the characteristics of air movement under the action of moving the working surfaces in the form of a boundary value problem. Formalized boundary conditions allowing further used differential equations lead to a system of algebraic equations solved by known numerical methods.

As a mathematical model used model of an ideal gas. The impact of the oscillating surfaces of the air mass that lies between the parallel planes is described using Euler's equation and the continuity equation. In coordinate form the data vector equations allow to make the differential equation system of four equations. The number of unknowns that must be determined for each point of the air volume between the working surfaces is also equal to four. This projection of the velocity vector of the air element of the continuum on the axis of the coordinate system associated with surfaces, and the amount of air pressure in the considered point.

Field parameters air velocities are calculated for a limited area, Ξ , having a parallelepiped shape. Suggested in the article boundary conditions allow to calculate the values of the projections of the velocity vector and pressure points of the air mass, located on the border of the air box between working surfaces

Keywords: a mathematical model, the velocity field, air framework, vibroseparator, harmonic vibrations, vibroacoustical machine.

Представлено від редакції: О.І. Завгородній / Presented on editorial: O.I. Zavorodnii

Рецензент: М.В. Бакум / Reviewer: M.V. Vakum

Подано до редакції / Received: 13.03.2017