

УДК 631.3.631

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ І АЛГОРИТМ ОБЧИСЛЕННЯ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ПРОЦЕСУ СЕПАРАЦІЇ НАСІННЯ НА ПОХИЛІЙ ВІБРУЮЧІЙ НЕПЕРФОРОВАНІЙ ПОВЕРХНІ

Тіщенко Л.М., д.т.н., проф., Лук'яненко В.М., к.т.н., доц.
(Харківський національний технічний університет сільського господарства
імені Петра Василенка)

Представлені результати математичного моделювання процесу сепарації насіннєвих сумішей на фрикційних неперфорованих сепаруючих пластинах вібраційних насіннєочисних машин. Розроблена модель включає безвідривний рух ізольованого насіння по робочій поверхні, відривний його рух без урахування зіткнень з іншим насінням при здійсненні вільного польоту, відривний рух насіння з урахуванням його зіткнень між собою в польоті і рух насіння, що знаходиться в шарі насіння, який рухається по сепаруючій поверхні. Також приведений алгоритм обчислення, що реалізує цю математичну модель.

Постановка проблеми. З точки зору проектування вібраційних насіннєочисних машин, серед вимог, які пред'являються до математичних моделей, найбільш значимими є точність і адекватність. Точність математичної моделі оцінюється ступенем збігу значень вихідних параметрів реального об'єкта і значень тих же параметрів, розрахованих за допомогою моделі, а адекватність - це її здатність відображати задані властивості об'єкта з похибкою, що не перевищує задану.

Серед інших вимог до математичних моделей є їх обчислюваність і алгоритмізованість, перше визначає можливість за допомогою ЕОМ дослідження якісних і кількісних закономірностей функціонування машини, друге - можливість розробки відповідного алгоритму і програми, що реалізує математичну модель на ЕОМ.

Теорії вібраційного переміщення і сепарації на фрикційних похилих площинах присвячена велика кількість робіт дослідників [1 - 5]. Найбільшою реалістичністю відрізняється теорія безвідривного і відривного руху частинок довільної форми в просторі, викладена в роботі [6]. Перш за все, процес руху насіння, як в безвідривному, так і в режимі з безперервним підкиданням у всіх математичних моделях (за винятком [7]) розглядається як рух ізольованих тіл. Однак, в реальності, на рух насіння при вібросепарації поряд з формою і його пружньо-фрикційними властивостями, ударами об сепаруючу поверхню, не в меншій мірі впливають зіткнення між самими компонентами насіннєвої суміші. І цей вплив тим значніше, чим вище інтенсивність коливань.

Мета роботи. Розробка алгоритмізованої математичної моделі сепарації насіння на фрикційних неперфорованих пластинах вібраційних насіннєочисних

машин, яка б відрізнялась високою точністю і адекватністю, а алгоритмізованість її відрізнялась доброю обчислюваністю.

Основна частина. Математична модель, що розробляється, призначена для обчислення кінематичних параметрів руху насіння (твердих тіл довільної форми), що рухається під дією сил тяжіння і вібрацій, які передаються від похилої абразивної (ребристою) робочої поверхні. Під кінематичними параметрами руху насіння розуміються: вектори швидкостей руху його центрів ваги і вектори кутових швидкостей обертання. Дані параметри повинні визначатися в залежності від часу. Це дозволить встановити загальну картину руху насіння по робочій поверхні сепаруючої машини.

Рух насіння по фрикційних сепаруючих площинах вібраційних насіннеочисних машин може відбуватися в наступних режимах (з урахуванням наступних умов):

- безвідривний рух ізольованого насіння по робочій поверхні;
- відривний рух (рух з відскакуванням) насіння без урахування зіткнень з іншим насінням при здійсненні вільного польоту;
- відривний рух насіння з урахуванням його зіткнень з іншим насінням в польоті;
- рух насіння, що знаходиться в шарі насіння, яке рухається по сепаруючій поверхні.

Безвідривний рух ізольованого насіння по робочій поверхні розглядається як кочення твердого тіла з проковзуванням. Кінематичні параметри руху тіла (вектор швидкості переміщення центру ваги тіла \vec{u}_c і вектор його кутової швидкості обертання $\vec{\omega}$) визначаються шляхом розв'язання системи рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{L}_I}{dt} = \vec{F}, \\ \frac{d\vec{H}_I}{dt} = \vec{M}_I, \end{cases} \quad (1)$$

де \vec{L}_I - кількість руху тіла;

\vec{F} - рівнодіюча зовнішніх сил, прикладених до розглянутого тіла;

\vec{H}_I - момент кількості руху тіла;

\vec{M}_I - рівнодіюча зовнішніх сил, прикладених до розглянутого тіла.

Відривний рух (рух з відскакуванням) насіння без урахування зіткнень з іншим насінням при здійсненні вільного польоту описується за допомогою системи рівнянь:

$$\begin{cases} m \cdot (\vec{u}_c - \vec{u}_c(0)) = \vec{T}, \\ \vec{H} - \vec{H}(0) = \vec{R} \times \vec{T}, \end{cases} \quad (2)$$

де $\vec{u}_c, \vec{u}_c(0)$ - вектори швидкості руху тіла після і до зіткнення з робочою поверхнею;

\vec{T} - вектор ударного імпульсу при зіткненні тіла з поверхнею;

\vec{R} - радіус-вектор, опущений з центра ваги тіла в точку його контакту з робочою поверхнею при зіткненні;

$\vec{H}, \vec{H}(0)$ - вектори моментів кількості руху тіла після і до зіткнення, відповідно.

На базі (1) і (2) формується математична модель руху ізольованого твердого тіла довільної форми по віброуючій робочій поверхні в режимах безвідривного і відривного руху.

Використовуючи наведені співвідношення (1) і (2), можна вдосконалити запропонований підхід і розширити область його застосування ще й на режими, де враховується взаємодія насіння при його русі по робочій поверхні.

В основу підходу, за допомогою якого пропонується врахувати взаємодію тіл при різних режимах їх руху, покладемо припущення про абсолютну твердість тіл, що зіштовхуються, і, внаслідок цього, адитивності кінематичних характеристик їх руху, які обумовлюються сукупністю взаємодій з іншими тілами. Тобто, якщо відбувається одночасне зіткнення декількох тіл (або розглядаються послідовні зіткнення, але за проміжок часу, що не перевищує встановленої гранично-допустимої величини) узагальнені параметри руху i -го тіла, яке стикається з сукупністю тіл $j = 1, 2, \dots, M$, де M - кількість тіл, з якими відбувається зіткнення, можуть бути отримані на підставі наступних співвідношень:

$$\begin{cases} m_i \cdot (\vec{u}_{c_i} - \vec{u}_{c_i}(0)) = \vec{T}_{ij}, \\ \vec{H}_{ij} - \vec{H}_{ij}(0) = \vec{R}_{ij} \times \vec{T}_{ij}, \end{cases} \quad \forall j = 1, 2, \dots, M, \quad (3)$$

$$\vec{u}_{c_i} = \sum_{j=1}^M \vec{u}_{c_{ij}}, \quad (4)$$

$$\vec{\omega}_i = \sum_{j=1}^M \vec{\omega}_{ij}, \quad (5)$$

де $\vec{u}_{c_i}, \vec{\omega}_i$ - узагальнені вектор швидкості руху центру маси і вектор кутової швидкості обертання i -го тіла, що придбані ним в результаті зіткнення з M тілами;

$\vec{u}_{c_i}(0)$ - вектор швидкості руху центру маси i -го тіла до моменту його зіткнення;

$\vec{u}_{c_{ij}}, \vec{\omega}_{ij}$ - вектор швидкості руху центру маси і вектор кутової швидкості обертання i -го тіла, які ним отримані при зіткненні з j -им тілом. Дані величини

розраховуються на підставі рішення співвідношень (3), які формуються для кожної окремо взятої пари тіл, що зіштовхуються ($i; j$), $j = 1, 2, \dots, M$;

\vec{T}_{ij} - ударний імпульс при зіткненні i -го і j -го тіл;

$\vec{H}_{ij}, \vec{H}_{ij}(0)$ - вектори моментів кількості руху i -го тіла після і до співудару з j -им тілом;

\vec{R}_{ij} - радіус-вектор, опущений із центра ваги i -го тіла в точку його контакту з j -им тілом при співударі.

Співвідношення (3) - (5) можуть бути використані для моделювання руху взаємодіючих тіл в режимах, коли відбувається їх відскакування від робочої поверхні і зіткнення в повітрі, а також безвідбивного режиму руху зерен, що знаходяться в середині шару. При цьому для тіл, що знаходяться в середині шару, при вирішенні системи рівнянь (3) - (5) повинна враховуватися особливість, пов'язана з приєднаною масою взаємодіючих з ними тіл.

Для опису руху тіл, що знаходяться в шарі і мають контакт з робочою поверхнею, може бути використана система рівнянь, аналогічна системі (1), але з урахуванням зовнішніх сил і моментів, викликаних тиском взаємодіючих тіл. Тоді для обчислення кінематичних параметрів руху i -го тіла запишемо:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{L}_{I_i}}{dt} = \vec{F}_i + \sum_{j=1}^M \frac{\vec{T}_{ij}}{\Delta t}, \\ \frac{d\vec{H}_{I_i}}{dt} = \vec{M}_{H_i} + \sum_{j=1}^M \frac{\vec{T}_{ij}}{\Delta t} \times \vec{R}_{c_i}, \end{cases} \quad (6)$$

де $\frac{\vec{T}_{ij}}{\Delta t} = \vec{f}_{ij}$ - сила, що діє при зіткненні на i -е тіло зі сторони j -го тіла. Дана сила визначається як середнє зусилля, яке діє протягом встановленого проміжку часу Δt на тіло, що розглядається. Середнє зусилля визначається шляхом ділення розрахованого раніше, на підставі (3) - (5), імпульсу сили при зіткненні i -го і j -го тіл на проміжок часу Δt ;

\vec{R}_{c_i} - радіус-вектор, проведений із точки контакту i -го тіла з робочою поверхнею в його центр ваги.

За допомогою співвідношень (3) - (6) можуть визначатися миттєві (відповідні певним моментам часу) кінематичні параметри руху кожного тіла з їх сукупності, що розглядається. Для обчислених кінематичних параметрів руху тіл можуть бути визначені координати їх центрів маси щодо робочої поверхні і кути орієнтації їх головних центральних осей інерції в просторі. Дані параметри визначаємо шляхом вирішення задачі інтегрування переміщення і повороту кожного окремо-взятого тіла за часом:

$$\vec{R}(t) = \vec{R}(t - \Delta t) + \left(\vec{u}_c + \frac{\vec{g}\Delta t}{2} \right) \cdot \Delta t, \quad (7)$$

$$\Theta(t) = \Theta(t - \Delta t) + HK'(t - \Delta t) \cdot \vec{\omega} \cdot \Delta t, \quad (8)$$

де $\vec{R}(t), \vec{R}(t - \Delta t)$ - радіус-вектор, що задає місце розташування центру маси тіла щодо робочої поверхні, у аналізованій і попередній моменти часу, відповідно;

\vec{g} - прискорення вільного падіння;

$\Theta(t), \Theta(t - \Delta t)$ - вектор-стовпці, що задають кути повороту головних осей інерції тіла відносно осей системи координат, пов'язаної з робочою поверхнею в аналізовані моменти часу;

$HK'(t - \Delta t)$ - матриця направляючих косинусів для головних осей інерції тіла відносно осей системи координат робочої поверхні в момент часу $t - \Delta t$.

Враховуючи викладене вище, загальний алгоритм обчислень при моделюванні руху насіння щодо робочої поверхні представимо у вигляді такої схеми, яка наведена на рис. 1.

Згідно з наведеною схемою процес моделювання здійснимо шляхом:

- послідовного перебору насіння з їх згенерованої сукупності;
- визначення кінематичних параметрів руху для кожного розглянутого насіння з урахуванням його взаємодії з іншим насінням;
- інтегрування загальної картини руху насіння при просуванні по осі часу на довжину встановленого дискретного кроку.

При розрахунку кінематичних параметрів руху насіння для кожного з них формуються списки зерен, з якими відбувається його взаємодія (зіткнення) протягом часу $[t_s; t_s + \Delta t]$, s - номер кроку інтегрування при просуванні по осі часу. По завершенні циклу перебору сукупності насіння в результаті рішення задачі сформуємо такі дані:

- матриця місця розташування центрів маси насіння в моменти їхнього зіткнення, $R_s^{зткн}$;
- матриця моментів часу, які відповідають моментам зіткнення насіння, $T_s^{зткн}$;
- матриця місця розташування точок контакту при зіткненні насіння у власній системі координат насіння, що розглядається, $R_s^{кнтк}$.

Перераховані матриці мають такий вигляд:

$$R_s^{зткн} = \begin{pmatrix} R_{c_{1,1}} & R_{c_{1,2}} & \dots & R_{c_{1,N}} \\ R_{c_{2,1}} & R_{c_{2,2}} & \dots & R_{c_{2,N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{c_{N,1}} & R_{c_{N,2}} & \dots & R_{c_{N,N}} \end{pmatrix}_s, \quad (9)$$

$$- R_{c_{i,i_s}} = R_{c_i}(t_s), R_{c_{i,j_s}} = R_{c_i}(t_s + \tau_{i,j_s}),$$

$$T_s^{зткн} = \begin{pmatrix} 0 & \tau_{1,2} & \dots & \tau_{1,N} \\ \tau_{2,1} & 0 & \dots & \tau_{2,N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tau_{N,2} & \tau_{N,2} & \dots & 0 \end{pmatrix}_s, \quad (10)$$

$$- \tau_{i,j_s} = \tau_{j,i_s}, i \neq j, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, N},$$

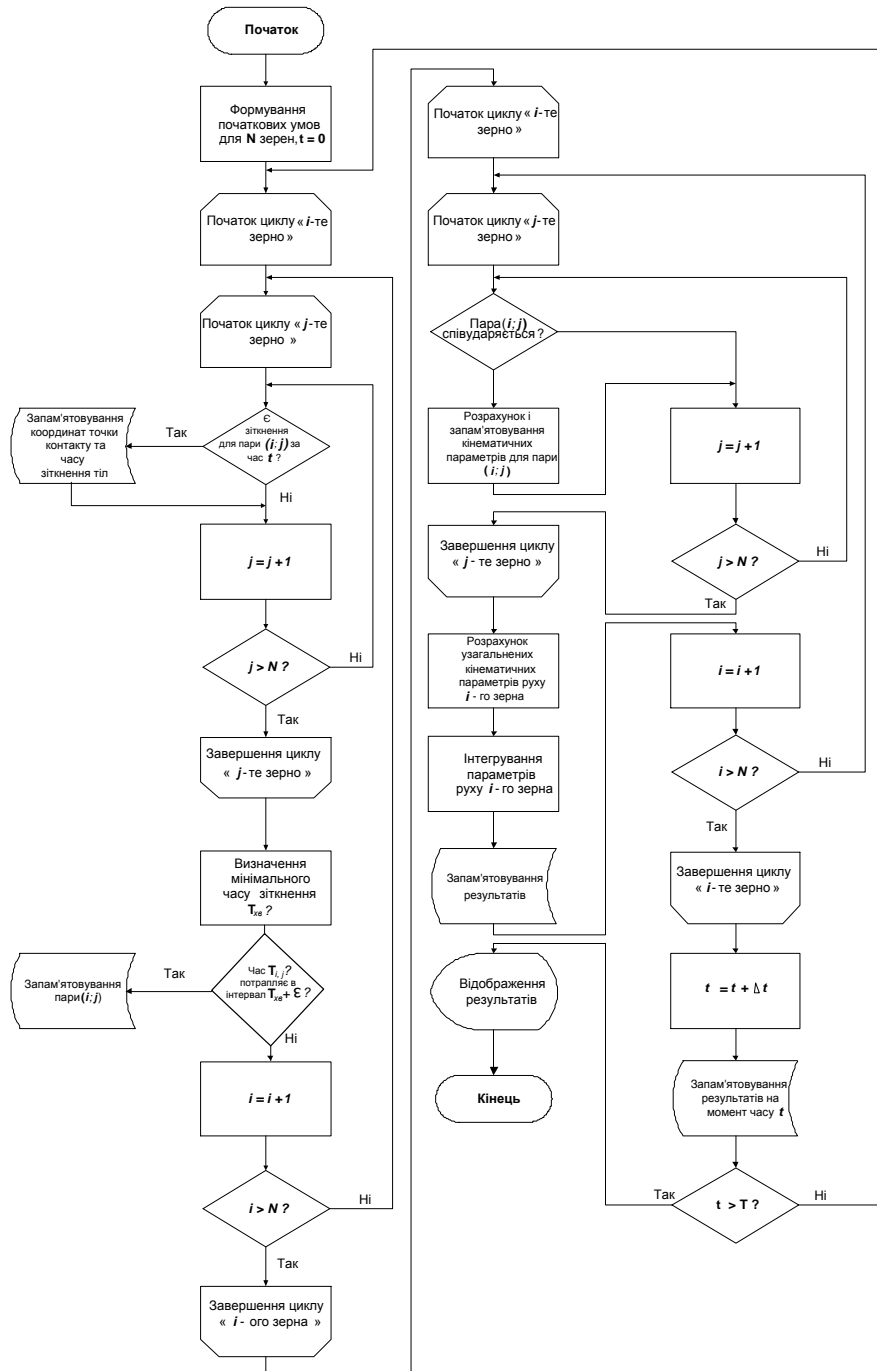


Рис. 1 - Схема загального алгоритму обчислень при моделюванні руху насіння по робочій поверхні

$$R_s^{кнтк} = \begin{pmatrix} 0 & R_{к1,2} & \dots & R_{к1,N} \\ R_{к2,1} & 0 & \dots & R_{к1,N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{кN,1} & R_{кN,2} & \dots & 0 \end{pmatrix}_s, \quad (11)$$

де $R_{c_{i,j_s}} = R_{c_i}(t_s + \tau_{i,j_s})$ - радіус-вектор, який визначає місце розташування центра маси i -го зерна в момент його зіткнення з j -им зерном в системі координат, пов'язаній з робочою поверхнею. Діагональним елементам матриці $R_s^{кнтк}$ відповідають радіус-вектори, що задають положення i -го зерна в момент часу t_s , який відповідає початку виконання s -го кроку;

τ_{i,j_s} - період часу, який визначає тривалість руху i -го зерна з моменту початку виконання s -го кроку інтегрування до його зіткнення з j -им зерном. Матриця $T_s^{зткн}$ є симетричною ($\tau_{i,j_s} = \tau_{j,i_s}$) з діагональними елементами, що дорівнюють нулю;

$R_{кi,j_s}$ - радіус-вектор, що задає місце розташування точки контакту i -го і j -го зерна при їх співударі відносно власної системи координат i -го зерна.

На підставі отриманих результатів для кожного зерна із сукупності, що розглядається, визначаємо найближчі за часом (відстанню) зіткнення, якщо насіння при проходженні прогнозованої траєкторії повинно зіткнутися не з одним, а з декількома зернами. Для цього в кожному рядку матриці $T_s^{зткн}$ визначаємо ті елементи, які мають найменші значення:

$$\tau_{i_s} = \min_{j=1, N} \tau_{i,j_s}, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Номер насіння, яке першим співударяється з даним насінням, запам'ятовується. Якщо має місце кілька зіткнень, які мають значення періодів часу їх виникнення близькі до встановленого мінімуму $\tau_{i_s} = \min_{j=1, N} \tau_{i,j_s}$, $i = 1, 2, \dots, N$, тоді запам'ятовуються індекси всіх тих зерен, для яких $(\tau_{i,j_s} - \tau_{i_s}) \leq \varepsilon$. Тут ε - деяка чисельна величина, що визначає точність обчислень: $\varepsilon < \Delta t$.

Сформовані списки найближчих зерен, що зіштовхуються, перевіряємо на предмет їх можливого «перетину». Так, наприклад, якщо для i -го зерна отримано мінімальне значення періода часу до настання зіткнення $\tau_{i_s} = \min_{j=1, N} \tau_{i,j_s}$ і визначений номер зерна, з яким зіткнення відбувається в першу чергу $j_s = \arg\left(\min_{j=1, N} \tau_{i,j_s}\right)$, то у випадку, якщо j -е зерно співударяється ще з якимось іншим, не з i -им, зерном, але при цьому час їх зіткнення менше, ніж τ_{i_s} , то тоді

для i -го зерна вважається, що у нього відсутнє зіткнення з j -им зерном і в якості найближчого зіткнення вибираємо наступне за j -им, найближчим за часом, зіткнення по траєкторії руху i -го зерна.

Після встановлення найближчих зіткнень і перевірки їх на предмет «перетину» раніше отримані дані коригуємо і вони запам'ятовуються як матриці $\tilde{R}_s^{зткн}$, $\tilde{T}_s^{зткн}$, $\tilde{R}_s^{кнтк}$.

На підставі скоригованих даних виконуємо розрахунок кінематичних параметрів руху насіння, що зіштовхується. Даний розрахунок виконуємо шляхом визначення за допомогою (3): швидкості руху центру ваги зерна \vec{u}_{i,j_s} , кутової швидкості його обертання $\vec{\omega}_{i,j_s}$ і імпульсу удару \vec{T}_{i,j_s} для кожної пари зерен, що зіштовхуються, які враховуємо як найближчі зіткнення.

У випадку, якщо розглянуте зерно взаємодіє ще й з робочою поверхнею, то тоді розраховані імпульси ударів, одержуваних зерном, що розглядається, від зіткнення з іншими зернами, перетворюємо в середні зусилля і кінематичні параметри руху зерна і розраховуємо з використанням (6).

Для отриманої миттєвої кінематичної картини руху сукупності насіння здійснюємо інтегрування їх траєкторій і повороту щодо власних осей інерції за період часу Δt .

Виконання розрахунку завершуємо з виконання алгоритмом заданої кількості кроків по осі часу.

Висновки. Наведені результати теоретичного дослідження процесу сепарації насіння на фрикційних неперфорованих площинах вібраційних насіннеочисних машин і алгоритм обчислення свідчать про те, що їх точність і адекватність мають всі шанси перевершити всі існуючі.

Список літератури:

1. Блехман, И.И., Вибрационное перемещение [Текст] / И.И. Блехман, Г.Ю. Джанелидзе. – М.: Наука, 1964. – 410 с.
2. Василенко, П.М. Теория движения частиц по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин [Текст] / П.М. Василенко. – К.: УАСХН, 1960. – 284 с.
3. Заика, П.М. Динамика вибрационных зерноочистительных машин [Текст] / П.М. Заика. – М.: Машиностроение, 1977. – 276 с.
4. Чалий, И.В. Теоретическое исследование безотрывного движения семян с учетом их формы по выступам регулярного рельефа деки вибросепаратора [Текст] / И.В. Чалий // Повышение эффективности и качества работы вибрационных семеочистительных машин: Сб. науч. тр. МИИСП. – М., 1985. – С. 49 – 56.
5. Заика, П.М. Движение семян округлой формы по вибрирующей ребристой плоскости в одноударном периодическом режиме [Текст] / П.М. Заика, В.А. Гудым, П.М. Юдицкий // Совершенствование конструкций,

улучшение ремонта и эксплуатации сельскохозяйственной техники: Сб. науч. тр. ХСХИ. – Харьков, 1985. – С. 49 – 57.

6. Манчинський, Ю.О. Обґрунтування параметрів розділення насіннєвих сумішей на віброуючій поверхні: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д - ра техн. наук / Ю.О. Манчинський.– К., 2000. – 35 с.

7. Антонов, Е.Е. Обоснование оптимальных параметров процесса сепарации семян цветочных культур с учетом их взаимодействия на вибрационных неперфорированных поверхностях: автореф. дис. на соиск. степени канд. техн. наук / Е.Е. Антонов.– Харьков, 1988. – 20 с.

Аннотация

Математическая модель и алгоритм вычисления при моделировании процесса сепарации семян на наклонной вибрирующей неперфорированной поверхности

Тищенко Л.Н., Лукьяненко В.М.

Представлены результаты математического моделирования процесса сепарации семенных смесей на фрикционных неперфорированных сепарирующих пластинах вибрационных семяочистительных машин. Разработанная модель включает безотрывное движение изолированных семян по рабочей поверхности, отрывное его движение без учета столкновений с другим семенами при осуществлении свободного полета, отрывное движение семян с учетом их столкновений между собой в полете и движение семян, находящихся в слое семян, который движется по сепарирующей поверхности. Также приведен алгоритм вычисления, который реализует эту математическую модель.

Abstract

Mathematical models and algorithms for computing in modeling the process of separation of seeds on the slopes of non-perforated vibrating surface

L. Tishchenko, V. Lukyanenko

The results of mathematical modeling of the process of separation of seed mixtures of friction separating non-perforated plates vibrating machines for cleaning seeds. The developed model includes unseparated movement of seeds isolated on a work surface, separated his movement without collisions with other seeds in the implementation of the coast, separated the movement of seeds based on their collision with each other in flight and movement of seeds in the seed layer, which moves on the surface separating. Also, an algorithm for computing that implements this mathematical model.