

умови існування такого представлення, оцінити складність обчислювального алгоритму для розв'язання цієї задачі.

*Задача 2.* З усіх можливих представлень прямокутника  $A$  у вигляді суми прямокутників з набору  $A_1, A_2, A_3 \dots A_n$  вибрати те, яке:

– має найменшу сумарну довжину перетинок в середині прямокутника  $A$ ;

– має найбільшу сумарну довжину перетинок всередині прямокутника  $A$ .

Виявляється, що не завжди прямокутник  $A$  може бути представлений у вигляді геометричної суми прямокутників із заданого набору прямокутників (певної кількості та розміру), навіть якщо чисельно сума їх площ співпадає з площею прямокутника  $A$ .

Окрім того, визначені достатні і необхідні умови для того, щоб  $A = \sum_n A_n$ . Необхідною умовою є те, що  $S(A) \leq \sum_n S(A_n)$  (сума площ прямокутників набору не менше площі  $A$ ); достатньою – те, що на кожному кроці існує прямокутник, який можна відняти від  $A$  або від залишку попередньої ітерації; віднімання проводиться у геометричному сенсі.

Також показано, що такий набір існує для будь-якого прямокутника. Зокрема, таким набором є набір квадратів зі сторонами  $u, r_1, r_2 \dots r_m$ , де  $u$  – менша сторона прямокутника, а  $r_i$  – решти алгоритму Евкліда, застосованого до сторін прямокутника  $(x, y)$ .

**М.І. Погожих**, д-р техн. наук, проф. (*ХДУХТ, Харків*)

**М.С. Софронова**, канд. фіз.-мат. наук, доц. (*ХДУХТ, Харків*)

## МЕТОД АНАЛІЗУ ЕКОНОМІЧНИХ ДАНИХ

Для вирішення управлінських задач (зокрема, прийняття рішення), наприклад, при аналізі даних, часто використовуються статистичні методи. При обчисленні оцінок параметрів імовірнісних розподілів проблема наявності у вибірці аномальних (тобто таких, що значно збільшують довірчий інтервал) вимірювань (економічних даних) має важливе значення, оскільки наявність в вибірках навіть невеликої кількості вимірювань, що різко виділяються, здатне спотворити результат статистичного дослідження (отже, рішення управлінської задачі), і значення, одержані в результаті, можуть перестати нести в собі будь-який сенс. Для уникнення грубих помилок,

необхідно знизити вплив аномальних вимірювань або зовсім виключити їх.

У роботі запропоновано метод усунення аномальних вимірювань (даних), під час розв'язання задач, зокрема економічних.

Нехай на певному етапі розв'язання економічної задачі одержано набір даних  $A=(a_1, a_2, \dots, a_m)$ . Кожне  $a_j, j=1, 2, \dots, m$ , складається з  $n$  компонент  $a_{ji}, i=1, 2, \dots, n$ :  $a_j=(a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jn})$ .

Необхідно проаналізувати наявні дані, виключивши ті, що призведуть до хибного результату, для одержання подальшого ефективного розв'язання економічної задачі.

Для аналізу даних зручно використати статистичні методи. А саме, представити  $A$  як вибірку з варіантами  $a_j, j=1, 2, \dots, m$ , за якою і шукати оцінки параметрів ймовірнісного розподілу.

Для виявлення аномальних варіант запропонуємо метод, що базується на методі оцінювання Гествірта, процедурі Тьюкі та модифікації метода побудови опуклої оболонки скінченної множини точок багатовимірного простору. Для цього поставимо у відповідність кожній варіанті  $a_j$  точку  $n$ -вимірного евклідового простору  $A_j(x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jn}), x_{ji}=a_{ji}, j=1, 2, \dots, m, i=1, 2, \dots, n$ . Одержимо точкову множину  $A=\{A_1, A_2, \dots, A_m\} \subset R^n$ , потужності  $m: |A|=m$ , де  $m \geq n+1$ .

Послідовність подальших дій:

1. Побудова опуклої оболонки  $S_0=\text{conv}A$  точкової множини  $A$  з подальшим видаленням її граничних точок (множини  $\gamma_0 = \text{fr}S_0$ ) з множини  $A$ .

2. Формування точкової множини  $A_1 = A / \gamma_0$ . Побудова  $S_1=\text{conv}A_1$  та видалення її граничних точок (множини  $\gamma_1 = \text{fr}S_1$ ) з множини  $A_1$ . Нехай  $l=2$ .

3. Формування точкової множини  $A_l = A_{l-1} / \gamma_{l-1}$ . Побудова  $S_l=\text{conv}A_l$  та видалення її граничних точок (множини  $\gamma_l = \text{fr}S_l$ ) з множини  $A_l$ . Нехай  $l=l+1$ .

4. Пункт 3 повторюється, доки у поточній множині  $A_l$  не залишиться не менше  $(m - 2[\alpha m])$  точок (значення  $\alpha$  задається, виходячи з певних теоретичних чи практичних міркувань). В результаті одержуємо послідовність  $S_0 \supset S_1 \supset \dots \supset S_{\bar{s}} = \text{conv}(A_{\bar{s}})$ , а потужність  $A_{\bar{s}} : (|A_{\bar{s}}| \geq m - 2[\alpha m]) \wedge (|A_{\bar{s}+1}| < (m - 2[\alpha m]))$ .

$S_{\tilde{s}}$  містить  $d_{\tilde{s}}$  точок  $V_t^{\tilde{s}}(x_{t1}^{\tilde{s}}, x_{t2}^{\tilde{s}}, \dots, x_{tn}^{\tilde{s}}) \in A$ . Кожній точці  $V_t^{\tilde{s}}$ ,  $t = 1, 2, \dots, d_{\tilde{s}}$ , відповідає варіанта  $a'_t = (a'_{t1}, a'_{t2}, \dots, a'_{tn})$  початкового набору даних  $A$ . За одержаним набором варіант  $a'_1, a'_2, \dots, a'_{d_{\tilde{s}}}$  тепер можна шукати оцінки параметрів ймовірнісного розподілу. Причому, варіанти, що могли призвести до хибного результату, завдяки запропонованому методу були виключені з розгляду (на час відшукання оцінок параметрів розподілу).

Головні особливості розробленого методу полягають у наступному: 1) початкова задача зводиться до статистичної, яка в свою чергу – до геометричної (дані – варіанти – точки); 2) знаходження та виключення аномальних варіант відбувається через побудову послідовності вкладених опуклих оболонок –  $n$ -політопів ( $n$ -політоп – це непорожня континуальна обмежена  $n$ -вимірна поліедральна множина, за умови, що ця множина не є підмножиною ніякого простору меншої вимірності); 3) кожен  $n$ -політоп описується набором граничних точок та гіперплощин, що зменшує часову складність знаходження  $n$ -політопа (а значить, і опуклої оболонки); 4) обчислення оцінок параметрів ймовірнісного розподілу (тобто проведення аналізу даних) на варіантах, що відсортували.

Таким чином, у роботі запропоновано та проаналізовано математичний метод обробки економічної бази даних для трансформації їх у такі об'єктивні показники (дані), що підлягатимуть моделюванню при прийнятті рішень.

**Д.О. Торяник**, канд. фіз.-мат. наук, доц. (*ХДУХТ, Харків*)

**О.Г. Дьяков**, канд. техн. наук, доц. (*ХДУХТ, Харків*)

**О.Ф. Аксьонова**, канд. техн. наук, доц. (*ХДУХТ, Харків*)

## **КОРЕЛЯЦІЯ ЧАСІВ СПІН-ГРАТКОВОЇ ТА СПІН-СПІНОВОЇ РЕЛАКСАЦІЇ З ФІЗИКО-ХІМІЧНИМИ ВЛАСТИВОСТЯМИ ВОДНИХ РОЗЧИНІВ ЕТИЛЕНГЛКОЛЮ**

Будь-який харчовий продукт представляє собою складну систему, яка характеризується фізико-хімічними властивостями, що визначають якість продукту, його харчову цінність, безпеку та термін зберігання. При створенні нових технологічних схем фізико-хімічні показники харчового продукту повинні контролюватись впродовж