

**ДО ВИВЕДЕННЯ НАБЛИЖЕНИХ ФОРМУЛ ДЛЯ
РОЗРАХУНКУ РОЗМАХІВ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ
КВАЗІЛІНІЙНОГО ДИСИПАТИВНОГО ОСЦИЛЯТОРА**
Ольшанський В.П., д.ф.-м.н., проф., Сліпченко М.В., к.т.н., доц.,
Спольнік О.І. д.ф.-м.н., проф..

*(Харківський національний технічний університет сільського
господарства імені Петра Василенка)*

Мета досліджень. Метою досліджень є побудова наближених розрахункових формул для обчислення амплітуд вільних затухаючих коливань осциляторів зі слабкою степеневою нелінійністю у виразі сили пружності при дії сил опору різної природи.

Основні матеріали досліджень.

Для досягнення поставленої мети вводимо припущення, що вид рівняння обвідної графіка вільних коливань квазілінійного осцилятора такий як і в лінійного осцилятора, тобто нехтуємо впливом нелінійності.

Рух осцилятора із вказаними спрощеннями описуємо диференціальним рівнянням:

$$m\ddot{x} + f(\dot{x}) + (c_1 + c_2|x|^{\nu})x = 0, \quad (1)$$

з початковими умовами:

$$x(0) = -a_0; \quad \dot{x}(0) = 0, \quad (2)$$

де m – маса осцилятора; c_1, c_2 – коефіцієнти жорсткості; $f(\dot{x})$ – сила опору; $\nu \geq 0$ – показник нелінійності a_0 – стартове відхилення системи від положення рівноваги.

За умови дії тертя Кулона формула для обчислення розмаху a_i в кінці i -го напівциклу має вигляд:

$$a_i = a_0 - \frac{2F_T}{m\omega_1} \sum_{j=1}^i \frac{1}{\omega_j}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (3)$$

$$\omega_j = \left[\frac{c_1}{m} + \frac{\alpha c_2}{m} \left(a_{j-1} - \frac{F_T}{c_1 + c_2 a_{j-1}^{\nu}} \right)^{\nu} \right]^{1/2} \quad (4)$$

де a_{j-1} – амплітудне відхилення на початку j -го розмаху, множник

$$\alpha = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+3}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu+4}{2}\right)}, \quad \Gamma(z) - \text{затабульована гама-функція.}$$

У випадку лінійного в'язкого опору маємо:

$$a_i = a_0 \exp\left(-\frac{\pi k_1}{2m} \sum_{j=1}^i \frac{1}{\omega_j^*}\right), \quad (5)$$

$$\omega_j^* = \left\{ \frac{c_1}{m} - \left(\frac{k_1}{2m}\right)^2 + \frac{\alpha c_2}{2^\nu m} a_{j-1}^\nu \times \left[1 + \exp\left(-\frac{k_1 \pi}{2\sqrt{m c_1}}\right) \right]^\nu \right\}^{1/2}. \quad (6)$$

І, нарешті, при квадратичному в'язкому опорі:

$$a_i = \frac{a_0}{1 + \frac{4a_0}{3} \cdot \frac{k_2}{m} \sqrt{\frac{c_1}{m}} \sum_{j=1}^i \frac{1}{\omega_{j*}}}, \quad (7)$$

$$\omega_{j*} = \left[\frac{c_1}{m} + \frac{\alpha c_2}{m} a_{j-1}^\nu \left(\frac{1 + \frac{2}{3} \frac{k_2}{m} a_{j-1}}{1 + \frac{4}{3} \frac{k_2}{m} a_{j-1}} \right)^\nu \right]^{1/2}, \quad (8)$$

де $t_j = \pi / \omega_{j*}$ – тривалість j -го розмаху.

Висновки.

Дослідження показало, що при виконанні нерівності наближене обчислення розмахів квазілінійного дисипативного осцилятора, при його вільних коливаннях, з похибкою в декілька відсотків, можна проводити за виведеними формулами, без побудови аналітичного розв'язку нелінійного диференціального рівняння руху осцилятора. При цьому є можливість враховувати дію різних сил опору, тобто в'язке або сухе тертя.