

МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС ПРОЦЕСУ СУШІННЯ ПИВНОЇ ДРОБИНИ В АЕРОВІБРОКИПЛЯЧОМУ ШАРІ

О.В. Гура, О.О. Декань

У статті запропоновано математичну модель сушіння пивної дробини в аеровіброкиплячому шарі, яка враховує взаємозв'язок сполучених процесів перенесення теплоти, маси та кінетики хімічних реакцій у процесі сушіння. Модель включає систему диференціальних рівнянь руху нестисливого потоку сушильного агента, рівнянь перенесення пари та теплоти цим потоком з урахуванням його структури в аеровіброкиплячому шарі, рівнянь перенесення теплоти та вологи в продукт з формулюванням відповідних граничних умов та рівнянь кінетики хімічних реакцій для термолабільних речовин пивної дробини в процесі сушіння.

Ключові слова: сушіння, процес, зневоднення, рівняння, модель, період, дробина, теплоносії, турбулентність, поле.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА СУШКИ ПИВНОЙ ДРОБИНЫ В АЭРОВИБРОКИПЯЩЕМ СЛОЕ

А.В. Гура, А.А. Декань

В статье предложена математическая модель сушки пивной дробини в аэровиброкипающем слое, которая учитывает взаимосвязь объединенных процессов перенесения теплоты, массы и кинетики химических реакций в процессе сушки. Модель содержит систему дифференциальных уравнений движения несжимаемого потока сушильного агента, уравнений переноса пара и теплоты этим потоком с учетом его структуры в аэровиброкипающем слое, уравнений переноса теплоты и влаги в продукте с формулированием соответствующих граничных условий и уравнений кинетики химических реакций для термолабильных веществ пивной дробини в процессе сушки.

Ключевые слова: сушка, процесс, обезвоживание, уравнение, модель, период, дробина, теплоноситель, турбулентность, поле.

MATHEMATICAL DESCRIPTION OF DRYING BREWERS GRAINS IN AEROVIBROKIPYASCHEM LAYER

A. Gura, A. Decan

The authors suggested mathematical model of drying brewer's grains in aerovibroboiling layer, which accounts the interaction of joint processes of the

transfer of heat, mass and kinetics of chemical reactions in the process of drying. The model contains the system of differential equations of movement of incoercible flow of drying agent, the management of the transfer of steam and heat by this flow with the account of its structure in aerovibroboiling layer, equations of the transfer of heat and moisture in a product, with the formulation of the corresponding margin conditions, and equations of chemical reactions kinetics for thermo-labile substances of brewer's grains in the process of freezing.

Keywords: *drying, process, dehydration, equation, model, period, brewer's grain, thermal medium, turbulence, field*

Постановка проблеми у загальному вигляді. На пивоварних заводах України в наш час утворюється велика кількість різних відходів, серед яких основну масу становить пивна дробина. Цей «побічний» продукт у сирому стані має великий попит у тваринників як висококалорійна білкова добавка. Відходи пивоваріння звертають на себе увагу як джерело сировини з високою харчовою цінністю і біологічною активністю, що використовується для відгодівлі худоби і птиці. На пивоварному заводі середньої потужності йде у відходи 35000 т пивної дробини щорічно, а ефективних методів консервування цієї продукції не існує, крім сушіння, але і сушіння дробини в Україні не застосовують через відсутність обладнання. Сушіння пивної дробини до остаточної вологості 10% забезпечує тривалий термін зберігання, що робить рентабельним її виробництво і транспортування на великі відстані. Твердий залишок можна використовувати для отримання цінних продуктів, оскільки він містить у своєму складі близько 8% ліпідів, 26% білка, 58% вуглеводів, а також мінералів, вітамінів та інших біологічно активних речовин. В умовах сучасних технологій теплової обробки високовологих матеріалів (пивна дробина містить понад 80% води) і досить застарілої техніки виникає необхідність розробки сучасних високотехнологічних і низкоенергоємних процесів сушіння пивної дробини.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз публікацій із цієї проблеми показав, що потребує докладнішого дослідження процес сушіння високовологих матеріалів, деякі результати якого були наведені у працях [1; 2].

Мета статті. Мета статті полягає в дослідженні можливості використання математичного моделювання процесу сушіння пивної дробини в аеровіброкиплячому шарі, що передбачає проведення теоретичних досліджень і експериментально обґрунтований вибір раціональних параметрів досліджуваного процесу.

Виклад основного матеріалу дослідження. Сушіння харчового продукту – це один із найбільш складних процесів термообробки,

оскільки в її процесі змінюється агрегативний стан води в об'єкті, властивості самого продукту, а іноді і його форма. В основу класифікації форм зв'язку вологи з матеріалом у даний час покладено така схему форми зв'язку вологи з продуктом:

- механічно зв'язана (поверхнева);
- фізично зв'язана (капілярна);
- фізико-хімічна (адсорбційна).

Механізм зневоднення під час сушіння базується на наукових засадах тепломасоперенесення при фазових переходах і на теорії при формах зв'язку з колоїдними і капілярнопористими матеріалами. Зовнішні впливи різної фізичної природи формують у продукті поля температур (t), тисків (P), вологовмісту (U). Комбінований вплив відповідних рушійних сил визначає розвиток гідродинамічних, теплових і масообмінних процесів.

Процес зневоднення вологої харчової сировини умовно ділиться на два етапи: випаровування вологи в навколишнє середовище з поверхні прилежового шару матеріалу (зовнішній тепломасообмін) і переміщення вологи всередині продукту шляхом дифузії (внутрішній тепломасообмін) [1; 2].

У теорії сушіння аналіз зовнішнього сполученого тепломасообміну, ґрунтується на спільному розгляді диференціальних рівнянь руху і нерозривності в'язкості нестисливого потоку [3]:

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial \tau} + \vec{v} \cdot \text{grad} \vec{\omega} = \vec{g} - \left(\frac{1}{\rho} \right) \text{grad} P + \nu \nabla^2 \vec{\omega}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \text{div} \rho \vec{\omega} = 0, \quad (2)$$

конвективно-дифузійного перенесення парів вологи в рухомому сушильному агенті

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} + \vec{v} \cdot \text{grad} C = D \nabla^2 C, \quad (3)$$

а також рівняння, що описує поля температури в потоці теплоносія

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + \vec{v} \cdot \text{grad} t = a \nabla^2 t, \quad (4)$$

де P – загальний статистичний тиск;
 C – вологовміст;
 t – температура в потоці сушильного агента
 ρ, ν, α, D – щільність, відповідно коефіцієнти кінематичної в'язкості, температуропровідності та дифузії пари в сушильному агенті;
 τ – час;
 g – прискорення вільного падіння;
 ∇^2 – оператор Лапласа.

У наведених рівняннях взаємний вплив процесів перенесення імпульсу, маси і теплоти враховується залежністю кінетичних коефіцієнтів від потенціалів перенесення [4; 5].

Ці рівняння справедливі не тільки для ламінарного режиму руху потоку, а також для турбулентної ізотропної течії. Якщо локальні значення шуканих функцій ω, P, C , і t розуміти як усереднені за часом, то коефіцієнти перенесення ν, D і α складаються кожен із двох складових: молекулярного і турбулентного коефіцієнтів перенесення імпульсу, маси і теплоти.

Дані щодо інтенсивності тепло- і масообміну поверхні вологого продукту з потоком сушильного агента подаються у вигляді зв'язку між числами (критеріями) подібності, які виходять із цих самих рівнянь і умов однозначності. Основна з граничних умов записується у формі конвективної масовіддачі

$$-D \left(\frac{\partial C}{\partial n} \right)_{\omega} = \beta (C_{\omega} - C_f) \quad (5)$$

і містить коефіцієнт масовіддачі, величина якого і визначає інтенсивність масообміну поверхні вологого продукту з потоком сушильного агента. Значення вмісту вологи в сушильному агенті й градієнти концентрації по нормалі до поверхні беруться на самій поверхні вологого тіла. Коефіцієнт входить у шукане число Нуссельта

$$Nu_m = \frac{\beta d}{D}, \quad (6)$$

величина якого залежить від визначальних чисел Рейнольдса, Прандтля та ін.

Нестационарні поля вологовмісту і температури всередині харчового продукту описуються системою диференціальних рівнянь збереження вологи і теплоти [6]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a_m (\nabla^2 u + \delta \nabla^2 T) \quad (7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T + \varepsilon \left(\frac{r}{c} \right) \cdot \frac{\partial u}{\partial \tau} \quad (8)$$

де u , T – вологовміст і температура матеріалу;

a_m – коефіцієнт потенціалопровідності;

δ – температурний коефіцієнт перенесення вологи;

ε – критерій фазового перетворення;

r – теплота випаровування;

c – теплоємність.

Процеси сушіння харчової сировини характеризуються значною кількістю взаємозалежних параметрів, що визначають перебіг процесу; зміна одного параметра викликає нелінійні зміни інших параметрів. Структура математичної моделі процесу сушіння визначається насамперед за все гідродинамічними параметрами і проявляється в характері розподілу часу перебування частинок продукту і газу в сушильному апараті.

Найбільш розповсюдженими з гідродинамічних моделей є такі: модель ідеального змішування, осередкова модель, модель ідеального витіснення, дифузійна модель та ін.

Фізична суть моделі ідеального змішування полягає в тому, що концентрація однакова в будь-яких точках апарата (осередки) ідеального змішування. Ця модель описується рівнянням

$$\frac{dC}{d\tau} = \frac{v}{V} (C_0 - C) \quad (9)$$

де C – концентрація речовини в клітинці ідеального змішування на виході;

C_0 – концентрація на вході;

v – об'ємна витрата потоку;

V – об'єм зони ідеального змішування.

Осередкова модель складається з n послідовно з'єднаних осередків ідеального змішування. Матеріальний баланс для i -го осередку приводить до рівняння

$$\frac{dC_i}{d\tau} = \frac{v}{V} (C_{i-1} - C_i), \quad (10)$$

де $i = 1, 2, 3, \dots, n$;

V – об'єм комірки.

Відповідно до моделі ідеального витіснення потік буде «поршнеvim». Усі частинки рухаються з однаковою швидкістю. Якщо виділити елементарний об'єм, скласти матеріальний баланс для цього об'єму і потім перейти до межі, то отримаємо рівняння моделі ідеального витіснення:

$$\frac{dC}{d\tau} = -\omega \frac{dC}{dx}, \quad (11)$$

де ω – лінійна швидкість потоку, м/с;

x – координата, м.

Дифузійна модель передбачає наявність двох потоків: основного поршневого і дифузійного, для якого

$$q_x = -D_x \left(\frac{dC}{dx} \right), \quad (12)$$

де q_x – кількість речовини, що протікає через одиницю поверхні за одиницю часу, кг/(м·с);

D_x – коефіцієнт дифузії вздовж осі x .

У процесах конвективного сушіння різних харчових продуктів загальна кількість вологи, що видаляється, визначається параметрами сушильного агента (кількістю витраченого, температурою і вологовмістом) і пропорційна зниженню вмісту вологи висушеного продукту.

Перший період сушіння відбувається при постійній швидкості сушіння $du_1/d\tau = const$ і температурі «вологого» термометра до тих пір, поки в поверхневому шарі міститься вільна волога. Її випаровування з поверхні тіла відбувається з постійною швидкістю і при постійній температурі. У міру зменшення вмісту вільної вологи у вологому тілі швидкість її надходження у поверхневий шар поступово знижується. Вміст вільної вологи в поверхневому шарі зменшується і в

певний момент часу стає рівним нулю. Із цього моменту починається другий період сушіння, під час якого відбувається поглиблення поверхні випаровування вільної вологи. Між поверхнею випаровування і поверхнею тіла утворюється зона сушіння, з якої випаровується волога. У другому періоді з поступовим зменшенням швидкості сушіння температура тіла зростає. При цьому середній вологовміст зменшується, прагнучи до рівноважного відносно навколишнього повітря, а температура тіла підвищується, наближаючись до температури повітря.

Тривалість окремих періодів сушіння залежить від розміру вологого тіла, форми зв'язку вологи з іншими компонентами вологого тіла, механізму її перенесення від центра до периферії, а також від швидкості відведення пари. Рушійна сила процесу сушіння виражається різницею вологовмісту повітря біля поверхні висушуваного тіла і в навколишньому повітрі.

У загальному випадку сушіння є нестационарним термодифузійним процесом, у ході якого вологовміст продукту і його температура безперервно змінюються в часі. І без того складний аналіз стає ще складнішими при здійсненні цього процесу в безперервному режимі, оскільки доводиться враховувати загалом весь комплекс супутніх явищ – гідродинаміку, тепло- і масообмін та ін. Для розробки раціональних конструкцій сушильних агрегатів та оптимальних режимів сушіння необхідно знати кінетичні закономірності процесу та умови його моделювання [1; 2].

У цей час накопичено великий експериментальний і теоретичний матеріал щодо кінетики і каталізу фізико-хімічних, біохімічних, структурних та інших перетворень, які відбуваються під впливом теплоти як в органічному, біологічному, так і в неорганічному компонентах харчових продуктів [2]. Кінетика переходу термочутливих компонентів із нативного стану в активований комплекс визначається законами кінетики хімічних реакцій. Швидкість розглянутих процесів визначається за рівняннями Ейрінга або Арреніуса. При отриманні математичної моделі допустимих температурних режимів сушіння на основі закономірностей кінетики фізико-хімічних змін у термолабільних компонентах доцільно виходити з положень середньоінтегральних значень часу сушіння [1].

Висновки. Запропонована математична модель сушіння пивної дробини в аероброкіплячому шарі, яка складається з системи диференційних рівнянь руху та тепло-масоперенесення в нестисливому потоці сушильного агента, рівнянь структури потоків в аероброкіплячому шарі, рівнянь тепло-масоперенесення у продукті з

відповідними граничними умовами та рівнянь кінетики хімічних реакцій для термолабільних речовин пивної дробини. Наведена система рівнянь може бути вирішена тільки чисельними методами, наприклад за допомогою програмного комплексу ANSYS.

Список джерел інформації / References

1. Оптимальный режим сушки на основе математического моделирования / Г. И. Хараев, Т. И. Котова, Ю. А. Комиссаров, Г. И. Хантургаева // Хранение и переработка сельхозсырья. – 2007. – № 9. – С. 28–30.

Naraev, G.I., Kotova, T.I., Komissarov, Yu.A., Hanturgaeva G.I. (2007), "Optimal drying on the basis of mathematical modeling" ["Optimalnyiy rezhim sushki na osnove matematicheskogo modelirovaniya"], *Khranenie i pererabotka sel'khozsyrya*, p. 28-30.

2. Ребиндер П. А. О формах связи с материалами в процессе сушки / П. А. Ребиндер // Всесоюзное научно-техническое совещание по сушке. – М. : Профиздат, 1958. – 286 с.

Rebinder, P.A. (1958), "On the forms of communication with the materials in the drying process" ["O formah svyazi s materialami v protsesse sushki"], *Vsesoyuznoe nauchno-tehnicheskoe soveshanie po sushke*, Profizdat, Moscow, 286 p.

3. Лавриненко Н. М. Аналитическое исследование сушки плодов кизила в псевдосжиженном слое / Н. М. Лавриненко, А. М. Поперечный, Н. М. Варварина / Одеська нац. акад. харчових технологій. – Одеса, 2006. – С.194–198.

Lavrinenko, N.M., Poperechniy, A.M., Varvarina, N.M. (2006), *Analytical study of drying fruit dogwood in a fluidized bed* [Analiticheskoe issledovanie sushki plodov kizila v psevdoszhizhennom sloe], *Odeska nats. akad. harchovih tehnologiy*, Odesa, pp. 194-198.

4. Лавріненко Н. М. Моделювання процесу дифузії твердих частинок у псевдозрідженому шарі / Н. М. Лавріненко, О. В. Гура // Обладнання та технології харчових виробництв : темат. зб. наук. праць / Донец. держ. ун-т. економіки і торгівлі ім. М. Туган-Барановського. – Донецьк, 2006. – Вип. 14. – С. 144–150.

Lavrinenko, N.M., Gura, O.V. (2006), "Simulation of diffusion in solids pseudo liquefied layer" ["Modelyuvannya protsesu difuzii tverdikh chastinok u psevdo zridzhenomu shar"i] *Obladnannya ta tehnologiyi harchovih virobnitstv*, *Donets. derzh. un-t. ekonomiki i torgivli im. M. Tugan-Baranovskogo*, Donetsk, Vyp. 14, pp. 144-150

5. Лавріненко Н. М. Використання програмного комплексу комп'ютерного моделювання ANSYS для визначення параметрів сушіння пивної дробини / Н. М. Лавріненко, В. О. Сукманов, О. В. Гура // Обладнання та технології харчових виробництв : темат. зб. наук. праць / Донец. держ. ун-т економіки і торгівлі ім. М. Туган-Барановського. – Донецьк, 2006. – Вип. 14. – С. 137–144.

LavrInenko, N.M., Sukmanov, V.O., Gura, O.V. (2006), "Using computer modeling software system ANSYS to determine the parameters of drying sparging"

["Vikoristannya programnogo kompleksu komp'yuternogo modelyuvannya ANSYS dlya viznachennya parametriv sushinnya pivnoi drobinii"], *Obladnannya ta tehnologiyi harchovih virobnytstv*, Donets. derzh. un-t. ekonomiki i torhivli im. M. Tugan-Baranovskogo, Donetsk, Vol. 13, pp. 137-144.

6. Моделювання процесу сушіння окремої зернини пивної дробини в киплячому шарі продукту / Н. М. Лавріненко, В. О. Сукманов, Г. І. Русланов, О. В. Гура // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля. – 2006. – № 10 (104). – С. 123–130.

Lavrinenko, N.M., Sukmanov, V.O., Ruslanov, G.I., Gura, O.V. (2006), "Simulation of dry grains separate sparging in a fluidized bed product" ["Modelyuvannya protsesu sushinnya окремої зернини пивної дробини v kiplyachomu shari produktu"], *Journal of East Ukrainian National University*, № 10 (104), pp. 123-130.

Гура Олександр Васильович, канд. техн. наук, доц., факультет ресторанно-готельного бізнесу, Донецький національний університет економіки і торгівлі ім. М. Туган-Барановського. Адреса: вул. Щорса, 31, м. Донецьк, Україна, 83000. Тел.: (057)304-50-52, (097)4267074; e-mail: guraalex@ukr.net.

Гура Александр Васильевич, канд. техн. наук, доц., факультет ресторанно-гостиничного бізнесу, Донецький національний університет економіки і торгівлі ім. М. Туган-Барановського. Адрес: ул. Щорса, 31, г. Донецк, Украина, 83000. Тел.: (057)304-50-52, (097)4267074; e-mail: guraalex@ukr.net.

Gura Alexander, PhD. tehn. Sciences, Assoc., Department of Hotel and Restaurant Business, Donetsk National University of Economics and Trade. Mikhail Tugan-Baranovsky Address: str. Schorsa, 31, Donetsk, Ukraine,, 83000. Tel.: (062)304-50-52, (097)4267074; e-mail: guraalex@ukr.net.

Декань Олексій Олексійович, канд. техн. наук, доц., Інститут харчових виробництв, Донецький національний університет економіки і торгівлі ім. М. Туган-Барановського. Адреса: вул. Щорса, 31, м. Донецьк, Україна, 83000. Тел.: (062)304-50-50, 0501480557; e-mail: dekan.aleksey60@gmail.com.

Декань Алексей Алексеевич, канд. техн. наук, доц., Інститут пищевых производств, Донецький національний університет економіки і торгівлі ім. М. Туган-Барановського. Адрес: ул. Щорса, 31, г. Донецк, Украина, 83000. Тел.: (062)304-50-50; e-mail: dekan.aleksey60@gmail.com.

Dekan Alexei, PhD. tehn. Sciences, Assoc., Institute of Food Production, Donetsk National University of Economics and Trade. Mikhail Tugan-Baranovsky. Address: Schorsa st., 31, Donetsk, Ukraine, 83000. (062)304-50-50; e-mail: dekan.aleksey60@gmail.com.

*Рекомендовано до публікації д-ром техн. наук В.О. Потаповим, канд. техн. наук Л.Н. Антроповою, канд. техн. наук П.Г. Корнийчуком.
Отримано 1.08.2014. ХДУХТ, Харків.*