

УДК 629.1.01

## О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ПРИВОДНОГО КОЛЕСА С ПОЧВОЙ

Али Кадем Ахмед, Калиниченко Д.Ю., аспиранты,  
Ковбаса В.П., профессор

(Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины)

*В статье приведены аналитические функции распределения давлений в зоне контакта деформируемого колеса с деформируемой поверхностью и аналитические функции по определению границы зоны контакта, которые являются исходными для решения задачи о контактном взаимодействии колеса с поверхностью. Полученные зависимости могут быть использованы при решении задач, связанных с эксплуатацией, в частности, при проектировании движителей мобильных энергосредств и сельскохозяйственных машин.*

**Актуальность работы.** Во многих процессах: в сельскохозяйственном, мелиоративном, строительном, дорожном и других производствах возникает задача об определении параметров контактного взаимодействия колеса и поверхности, по которой оно движется.

Весомый вклад в решение таких задач принадлежит Ишлинскому А.Ю. [1], Золотаревской Д.И. [2] и др. Но анализ этих работ позволяет сделать вывод о том, что не во всех этих работах учтены условия приложения усилий, в частности крутящего момента, кроме того, решение этих задач не дает ответа на то, как распределены перемещения в вертикальном и продольном направлениях контактирования. Кроме того, в этих решениях отсутствует четкое определение границ зон контакта и их зависимость от характера прикладывания усилий и деформативных свойств контактирующих тел.

**Целью работы** является аналитическое определение распределенных сил в зоне контакта деформируемого колеса с почвой, определение границ контакта и определение компонент абсолютных деформаций поверхностей колеса и почвы в зоне контакта.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

- определить уравнения, связывающие распределенные нагрузки с абсолютными деформациями для вязкоупругих тел несогласованной формы;
- вывести функции распределенных нагрузок в зоне контакта при действии сосредоточенных сил и моментов;
- определить границы зоны контакта деформируемого колеса с деформируемой поверхностью;
- получить зависимости для определения абсолютных деформаций контактируемых тел.

Методика построения решения первой краевой задачи теории упругости предполагает использование уравнений связи относительных деформаций с компонентами перемещений (уравнений Коши), так называемых геометрических уравнений (для плоской постановки задачи):

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ , - компоненты относительных деформаций;  $u, v, w$  - компоненты перемещений точек среды.

Кроме того, в любом случае движения среды должно выполняться уравнение динамики или статики среды при отсутствии значительных ускорений элементов этой среды. Уравнение статики имеет вид:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0; \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0; \quad (2)$$

В любом случае на наклонной площадке в среде должны выполняться условия на поверхности в виде:

$$\sigma_x l + \tau_{xy} m = \bar{X}; \sigma_y m + \tau_{xy} l = \bar{Y}; \quad (3)$$

где  $l = \cos(Nx), m = \cos(Ny)$  - направляющие косинусы внешней нормали к поверхности, которая ограничивает среду,  $\bar{X}, \bar{Y}$  - компоненты проекций давления на поверхности, которая ограничивает среду.

В случае, когда рассматриваются не перемещения, а скорости перемещений в уравнениях (1) компоненты  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$  будут заменены на компоненты скоростей деформаций  $\dot{\varepsilon}_x, \dot{\varepsilon}_y, \dot{\gamma}_{xy}$ , которые используются в уравнениях (2), (3).

В общем случае процедура поиска решения предполагает подстановку компонент уравнений (1) (или их производных по времени) в физические уравнения [3] и в дальнейшем подстановку полученных выражений в уравнения (2). Таким образом, для случая геометрической линейности уравнений получаются эллиптические уравнения, решения основных типов которых приведены в литературе по математической физике [4] и состоят в поиске решений с использованием бигармонических потенциальных функций, которые удовлетворяют условия на поверхности (3). Полученные таким образом функции широко известны в виде решений Бусинеска, Черрути, а в дальнейшем развитые П.Ф. Папковичем и Нейбером [5-7].

Кроме того, учитывая отсутствие смещения координатной системы, В.М. Александровым, М.И. Чебаковым [8], Т.И. Аргатовым и Н.Н. Дмитриевым [9], а также В.Л. Поповым [10] и другими предложено решение для смещений поверхностей деформируемых тел в виде:

$$\begin{aligned}
 u_p[x,0] &= -M_p \int_{a_1}^a \left( (-v_{1p} T_\xi) + v_{2p} (-P_\xi + P_m) \right) \frac{Bt}{t^2 + (x+t-\xi)^2} d\xi; \\
 v_p[x,0] &= M_p \int_{a_1}^a \left( (v_{1p} (-P_\xi + P_m) + v_{2p} T_\xi) \right) \frac{Bt}{t^2 + (x+t-\xi)^2} d\xi; \\
 u_k[x,0] &= -M_k \int_{a_1}^a \left( (-v_{1k} T_\xi + v_{2k} (P_\xi - P_m)) \right) \frac{Bt}{t^2 + (x+t-\xi)^2} d\xi; \\
 v_k[x,0] &= M_k \int_{a_1}^a \left( (v_{1k} (P_\xi - P_m) + v_{2k} T_\xi) \right) \frac{Bt}{t^2 + (x+t-\xi)^2} d\xi,
 \end{aligned} \tag{4}$$

где  $u_p[x,0], v_p[x,0], u_k[x,0], v_k[x,0]$  – перемещения в направлении продольной и вертикальной осей координат поверхностей контактирующих тел в зоне контакта  $\{a_1, a\}$  для почвы и колеса, соответственно (рис. 1);

$T_\xi, P_\xi, P_m$  – распределенные давления в зоне контакта, касательное, вертикальное от действия силы тяжести, приведенной к колесу, и силы вертикальной реакции в зоне контакта, которая создается в зоне  $\{0, a\}$  и вызвана моментом сопротивления качению;

$$M_p = \frac{e^{\frac{G_p t}{\mu_p}} (-1 + e^{\mu_p})}{6G_p (1 + \nu_p)}, M_k = \frac{e^{\frac{G_k t}{\mu_k}} (-1 + e^{\mu_k})}{6G_k (1 + \nu_k)},$$

$$\nu_{1p} = 2(-2 + \nu_p), \nu_{2p} = (-1 + 5\nu_p), \nu_{1k} = 2(-2 + \nu_k), \nu_{2k} = (-1 + 5\nu_k)$$

деформативные свойства колеса и почвы (получены в результате всех преобразований, полученных выше, после приведения уравнений к двумерному виду), а именно  $G_p, G_k, \mu_p, \mu_k, \nu_p, \nu_k$  – модули упругости, коэффициенты вязкости сдвиговых деформаций и коэффициенты бокового расширения (в первом приближении коэффициенты Пуассона) почвы и колеса, соответственно.

При достаточно продолжительном времени деформирования экспоненциальные функции, которые входят в деформативные постоянные  $M_p, M_k$ , обращаются в единицу и последние зависят лишь от модулей упругости и коэффициентов бокового расширения;  $\iota, B = \pi/5b$  – коэффициент, который устраняет сингулярность функций (4) и коэффициент, обеспечивающий выполнение условий на границе, причем,  $b$  – ширина колеса.

Таким образом, уравнения (4) могут быть использованы как для определения компонент перемещений, так и для определения компонент скоростей перемещений колеса и почвы в зоне их контакта.

В общем случае характер взаимодействия приводного колеса (активного) может быть представлен схематично, как изображено на рис. 1.

На схеме представлен характер взаимодействия активного деформируемого колеса с поверхностью в системе координат  $xOy$ , в которой мгновенный центр вращения колеса совпадает с центром системы координат  $O$ , а поверхность среды, по которой движется колесо, совпадает с осью  $Ox$ . Уравнения, которые описывает поверхность колеса, представлены в системе координат  $\xi O\eta$ , совпадающей с системой координат среды (почвы). Уравнение поверхности колеса радиуса  $r$  в плоской системе координат имеет вид:  $\eta = r - \sqrt{r^2 - \xi^2}$ ;  $\xi = r - \sqrt{r^2 - \eta^2}$ .

Как видно из рис. 1, колесо нагружено весом  $P = mg$ , который сосредоточен в центре вращения колеса, крутящим моментом  $M$  и силами сопротивления перемещению колеса в виде момента сопротивления перекачиванию, которые образуются, с одной стороны, распределенной горизонтальной реакцией грунта (реакция на составляющую крутящего момента относительно мгновенного центра вращения) на передней части зоны контакта произведением интегральной функции распределения давления тяжести на координату центра ее распределения по отношению к центру координат и, с другой стороны, распределением вертикальных составляющих в передней части зоны контакта, которые возникают за счет распределения давления от части крутящего момента относительно мгновенного центра обращения и распределенной реакции грунта от веса, которые также образуют момент сопротивления перекачиванию.

Поэтому, важным для решения задач есть определение функций распределения давления в вертикальном и горизонтальном направлениях в зависимости от сил, которые действуют на колесо, и деформативных свойств как колеса, так и поверхности, с которой оно контактирует.

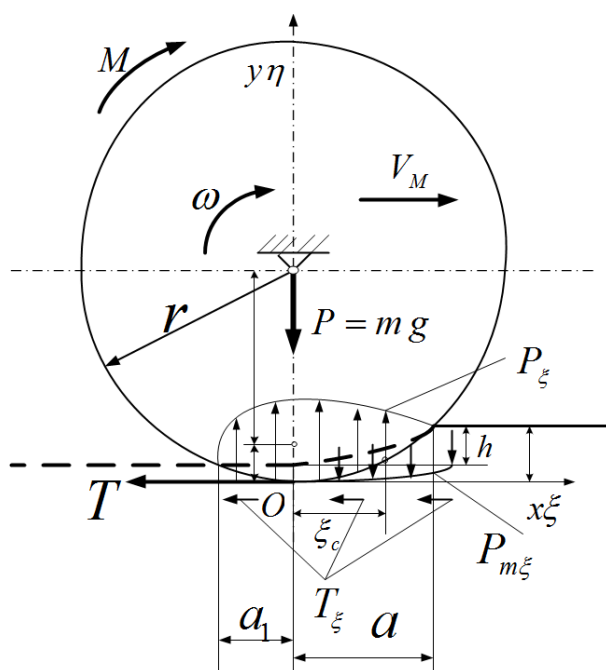


Рисунок 1 – Схема взаимодействия деформируемого приводного колеса с деформируемой средой

В первом приближении, поверхность, по которой распределены силы в плоскости контакта, может быть представлена на участке  $a_1 - a$  зависимостью  $\eta = r - \sqrt{r^2 - \xi^2}$ , но следует отметить, что в дальнейшем интегрирование такой функции в аналитическом виде может вызвать непреодолимые сложности, поэтому если разложить такую функцию в ряд Маклорена, то в первом приближении, она будет иметь вид  $\eta_n = \xi^2 / 2r$ . Сравнение точного выражения поверхности контакта и разложенной в ряд, которые приведены на рис. 2, и их первых производных свидетельствует о возможности использования упрощенной функции без ухудшения точности результатов. Аналогичное представление поверхности зоны контакта принято в исследованиях А.Ю. Ишлинского [1].

Учитывая то, что вертикальное давление силы тяжести от действия колеса распределено по длине площадки контакта  $\{a_1; a\}$ , а сила, действующая на криволинейной линии, выражается криволинейным интегралом первого рода, можно записать равенство:

$$\frac{d}{d\xi} \left( \int \frac{P}{(a - a_1)} d\xi \right) = \frac{d}{d\xi} \left( \int \left( p_\xi \sqrt{1 + \left( \frac{d}{d\xi} \left( \frac{\xi^2}{2r} \right) \right)^2} \right) d\xi \right),$$

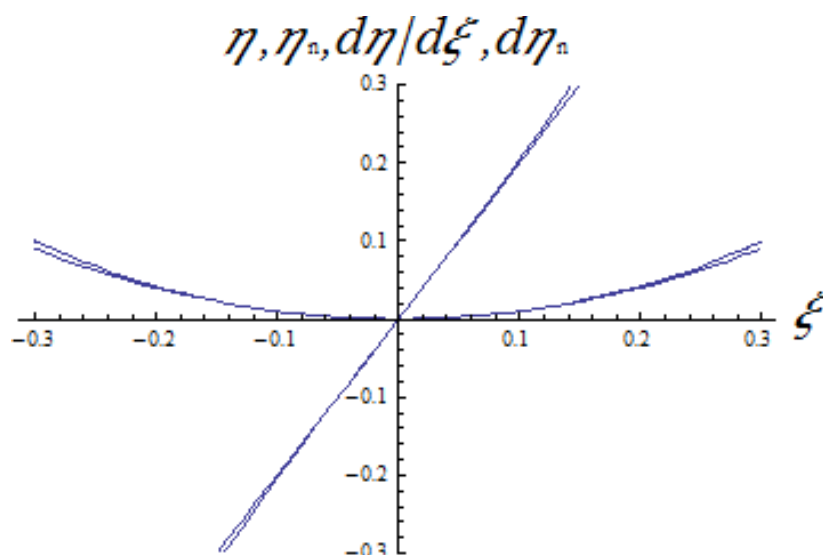


Рисунок 2 – Сравнение функций точных кривых контакта, их производных и их приближенных значений в пределах зоны контакта  $\xi \{-0.3, 0.3\}$  для радиуса  $r = 0.5$

Откуда распределение давления от действия силы тяжести, приходящейся на колесо, составит величину:

$$p_{\xi} = \frac{P}{(a - a_1) \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{r^2}}}. \quad (5)$$

Распределение касательной силы тяги в зоне контакта может быть определено аналогичным образом:

$$\frac{d}{d\xi} \left( \int \frac{M}{r} d\xi \right) = \frac{d}{d\xi} \left( \int T_{\xi} \sqrt{1 + \left( \frac{d}{d\xi} \left( \frac{\xi^2}{2r} \right) \right)^2} d\xi \right),$$

Откуда распределение давления от действия крутящего момента создается распределенной по пятну контакта касательной силы тяги:

$$T_{\xi} = \frac{M r \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{r^2}}}{(a - a_1)(r^2 + \xi^2)}. \quad (6)$$

Крутящий момент, приложенный к колесу относительно мгновенного центра вращения, создает на участке контакта  $\{0; a\}$  дополнительное вертикальное распределение давления, которое, аналогично предыдущим выкладкам, может быть выражено из равенства:

$$\frac{d}{d\xi} \left( \int (M / (r / a)) d\xi \right) = \frac{d}{d\xi} \left( \int (-P_{m\xi} (\xi - a)^2) d\xi \right),$$

откуда распределенное давление от момента сопротивления качению будет иметь вид:

$$P_{m\xi} = -\frac{aM}{r(a-\xi)^2}. \quad (7)$$

Эти распределения давлений при последующих интегрированиях с целью определения границ контакта колеса с почвой, также приведут к непреодолимым трудностям при интегрировании, поэтому такие распределения могут быть разложены в ряды Маклорена, которые будут иметь следующий вид:

$$P_n = \frac{g m(2r^2 - \xi^2)}{2(a - a_1)r^2}; T_n = \frac{M(2r^2 - \xi^2)}{2(a - a_1)r^3};$$

$$P_{mn} = -\frac{M(a^2 + 2a\xi + 3\xi^2)}{a^3 r}, \quad (8)$$

где  $P_n, T_n, P_{mn}$  – разложенные в ряды распределения силы веса, касательной силы и силы момента сопротивления качению, соответственно.

О сходимости точных выражений и их разложений можно судить по приведенным графикам на рис. 3.

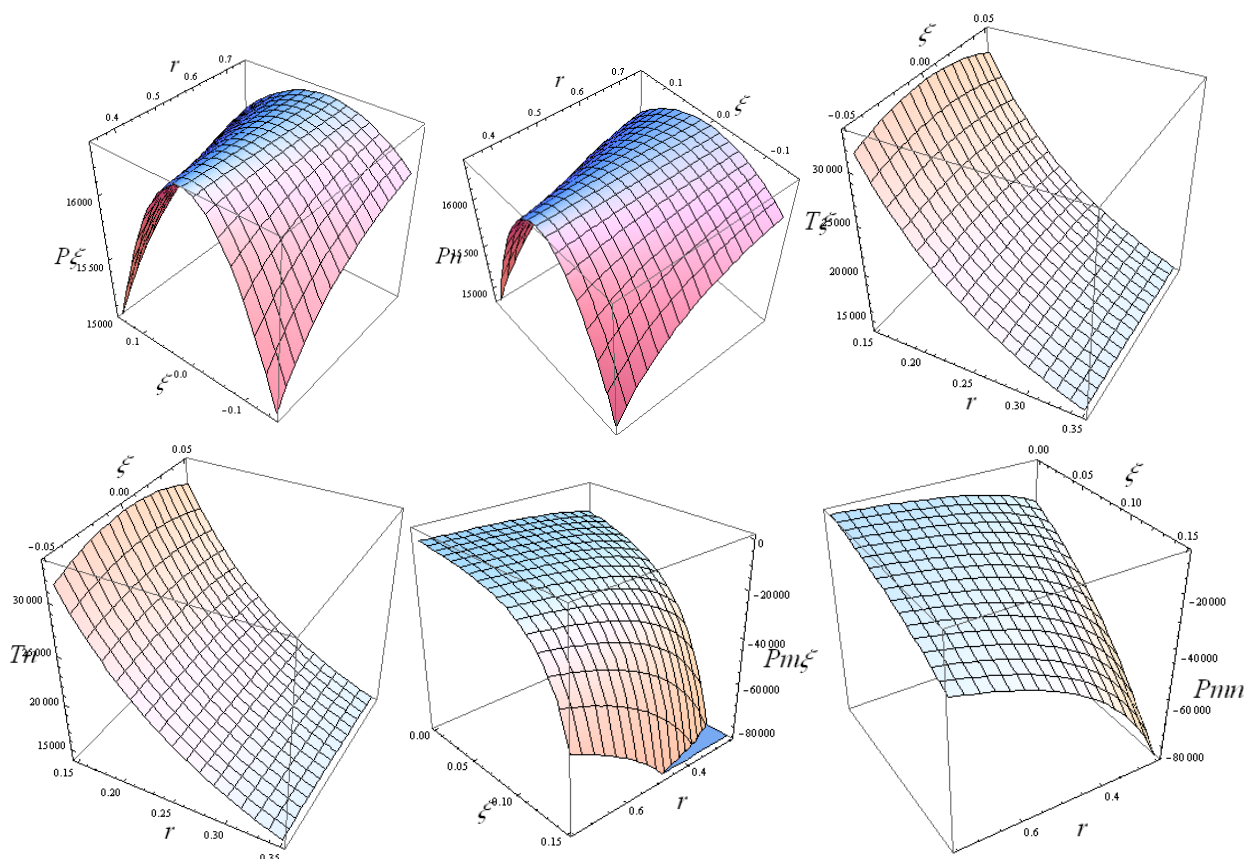


Рисунок 3 – Графики распределений давлений, построенные по точным выражениям и их разложением в ряды



Анализ этих графиков свидетельствует о практически полной идентичности точных представлений функций распределения давлений и тех же функций, представленных разложениями в ряды Маклорена.

Таким образом, разложенные в ряды Маклорана функции распределенных усилий могут быть использованы в дальнейшем анализе контактного взаимодействия без ущерба для точности полученных после интегрирования уравнений с входящими в них бигармоническими потенциальными функциями. Это позволяет существенно упростить интегрирование и получить решения в аналитическом виде, которые позволяют осуществить их анализ без использования численных методов.

Таким образом, получены аналитические зависимости распределения нормальной и касательной составляющей давления в зоне контакта деформируемого колеса с деформируемой поверхностью, которые пригодны для дальнейших аналитических преобразований.

Для окончательного решения задачи о контактном взаимодействии деформируемого колеса с деформируемой поверхностью необходимо представить границы зоны контакта, которые, судя по всему, должны зависеть от свойств деформируемых тел и сил, которые прилагаются к контактирующим телам.

Границы зоны контакта могут быть определены из условия, что вертикальное смещение колеса в точке  $a_1$  равно  $a_1^2/2r$ , а разница вертикальных деформаций и вертикальных смещений колеса и поверхности в точке  $a$  равны 0.

Исходя из этих условий с учетом выражений (4), можно составить следующие выражения для определения границ зон контакта колеса с

$$\text{почвой: } v_k|_{\{a_1, a \rightarrow 0\}} = M_k \int_{a_1}^0 (v_{1k} P_n + v_{2k} T_n) \frac{Bt}{t^2 + (x+t-\xi)^2} d\xi - \frac{a_1^2}{2r};$$

$$(v_k - v_p)|_{\{a, a_1 \rightarrow 0\}} = \int_0^a \left( \frac{M_k (v_{1k} (P_n - P_m) + v_{2k} T_n) - (-M_p (v_{1p} (-P_n + P_m) + v_{2p} T_n))}{t^2 + (x+t-\xi)^2} \right) d\xi. \quad (9)$$

При интегрировании этих выражений следует принять во внимание то, что  $x = \xi$ .

Интегрирование последних выражений приводит к наличию в окончательных выражениях составляющих в виде:  $ArcTan[(a+t)/t], \ln[2t^2], \ln[t^2 + (a+t)^2]$ . Учитывая то, что

$\ln[f \rightarrow 0] \rightarrow (\approx 3/(2\pi))$ , а  $ArcTan[(a+t)/t]|_{\{a \gg 0.01, t \rightarrow 0\}} \rightarrow \frac{\pi}{2}$ , то замена

приведенных выше составляющих на константы позволяет в первом приближении, разрешить первое уравнение из (9) относительно  $a_1$ , а второе



из (9) – относительно  $a$  в окончательном виде. При этом каждое из выражений дает по два корня в виде:

$$a_1 = -\frac{\sqrt{6}\sqrt{g M_k m v_{1k} + \frac{M_k M v_{2k}}{r}}}{\sqrt{\frac{3r^2 + g M_k m r v_{1k} + M_k M v_{2k}}{r^3}}}; \quad (10)$$

$$a = \frac{\sqrt{2}\sqrt{6M_k M r^2 v_{1k} + g M_k m r^3 v_{1k} + 6M M_p r^2 v_{1p} + g m M_p r^3 v_{1p} + M_k M r^2 v_{2k} - M M_p r^2 v_{2p}}}{\sqrt{g M_k m r v_{1k} + g m M_p r v_{1p} + M_k M v_{2k} - M M_p v_{2p}}}$$

Анализ выражений для границ зон контакта свидетельствует о том, что на величину задней зоны контакта  $a_1$  оказывают существенное влияние вес, приходящийся на колесо, крутящий момент и деформативные свойства самого колеса, что видно из графиков, представленных на рис. 4.

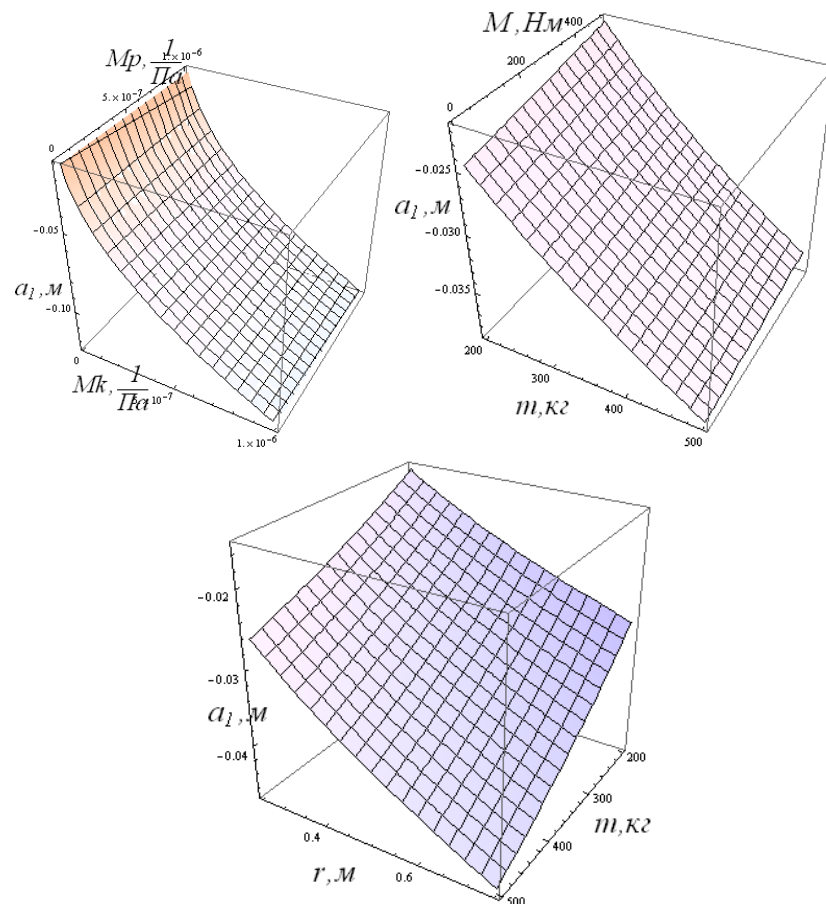


Рисунок 4 – Графики зависимости величины задней границы контакта от деформативных свойств колеса, приложенной к колесу массы, крутящего момента и радиуса колеса

При этом следует отметить, что величина передней границы зоны контакта зависит как от приведенных выше величин, которые влияют на

величину задней зоны, так и от деформативных свойств почвы. Необходимо обратить внимание на то, что на величину передней границы  $a$  масса, приведенная к колесу, незначительно влияет путем уменьшения этой границы, но анализ суммарной зоны контакта показывает, что в целом крутящий момент настолько существенен среди факторов, что до определенной степени масса как бы не проявляет существенного влияния (рис. 5 - 6).

Все это объясняется необходимостью дальнейшего и более глубокого исследования взаимодействия колеса с почвой. Кстати, противоречие с общепринятыми представлениями о влиянии массы на величину передней зоны контакта свидетельствует о недостаточной изученности процесса.

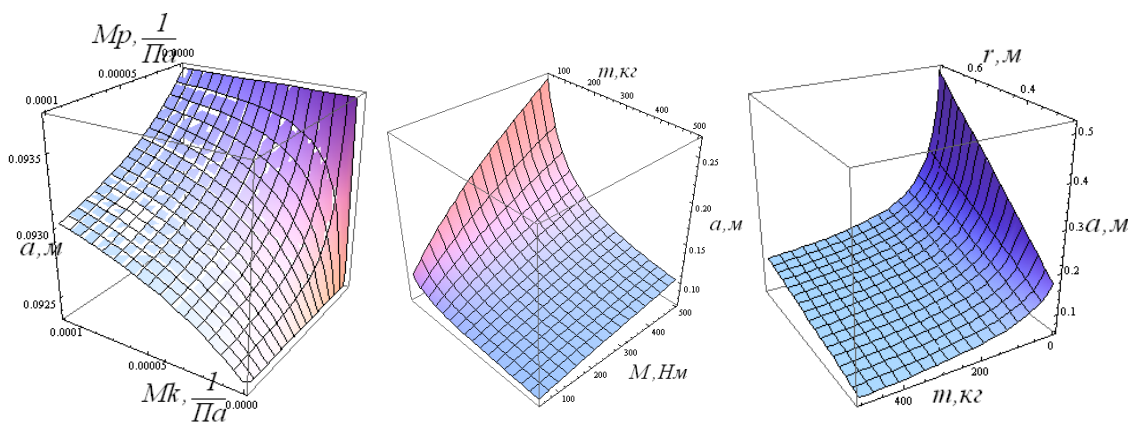


Рисунок 5 – Графики зависимости величины передней границы контакта от деформативных свойств колеса, приложенной к колесу массы, крутящего момента и радиуса колеса

Исходя из проведенных исследований, следует отметить, что наибольшее влияние на величину зоны контакта оказывают деформативные свойства колеса, в отличие от деформативных свойств почвы. Это может объясняться кривизной поверхности колеса.

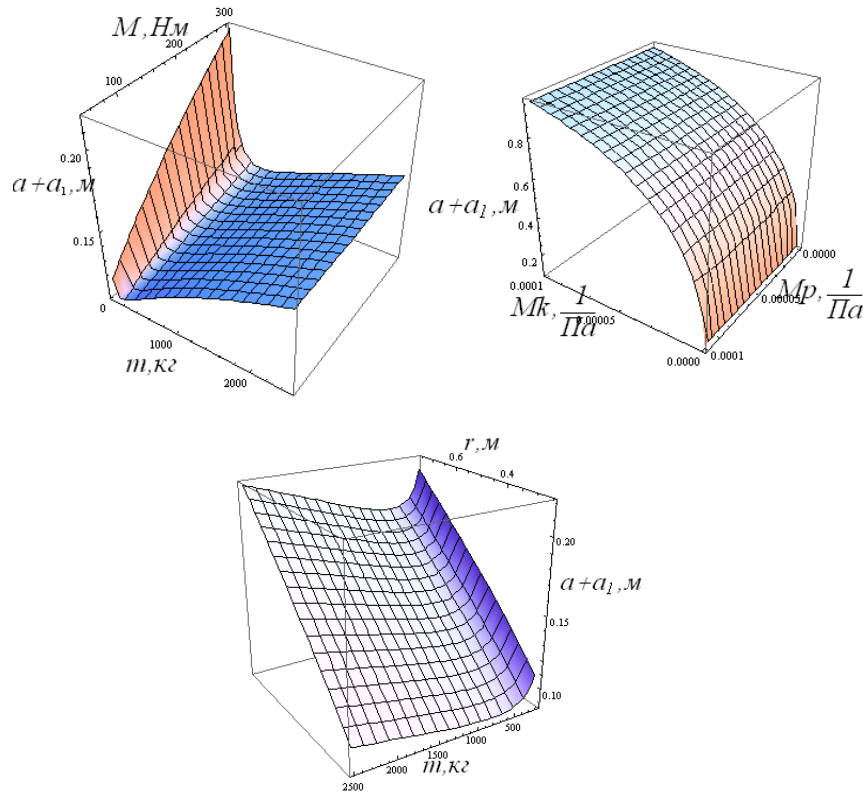


Рисунок 6 – Графики зависимости суммарной величины зоны контакта от деформативных свойств колеса, приложенной к колесу массы, крутящего момента и радиуса колеса

Анализ зависимостей (10), которые графически представлены на рисунках (4, 5, 6), позволяет сделать некоторые выводы о влиянии параметров колеса и свойств почвы на величины составляющих зоны контакта колеса с почвой:

- на размеры задней части зоны контакта  $a_1$  существенное влияние оказывает величина деформативных свойств колеса  $M_k$ , в то время как величина деформативных свойств почвы  $M_p$  не оказывает влияния на эту величину, причем увеличение деформативных свойств колеса (величина обратно пропорциональная модулю упругости линейных деформаций) ведет к существенному уменьшению задней границы модуля упругости колеса;
- увеличение крутящего момента  $M$  ведет к уменьшению размера задней части зоны контакта  $a_1$ , в то же время масса, приложенная к колесу  $m$ , ведет к возрастанию последней;
- увеличение радиуса колеса  $r$  при прочих равных параметрах увеличивает размеры задней части зоны контакта  $a_1$ ;
- передняя часть зоны контакта  $a$  возрастает с увеличением деформативных свойств почвы  $M_p$ , т.е. с уменьшением модуля упругости линейных деформаций  $E_p$ , и  $a$  уменьшается с

уменьшением деформативных свойств колеса  $M_k$ , т.е. с увеличением модуля упругости линейных деформаций  $E_k$ ;

- возрастание крутящего момента  $M$  и (или) радиуса колеса  $r$  ведет к возрастанию передней части зоны контакта  $a$ ;
- весьма любопытным есть тот факт, что увеличение массы  $m$ , приложенной к колесу, ведет к уменьшению передней части зоны контакта  $a$ , однако анализ размеров суммарной зоны контакта  $(|a_1| + |a|)$  указывает на то, что увеличение массы  $m$ , приложенной к колесу, ведет к возрастанию длины пятна контакта. Из чего следует, что масса более существенно влияет на возрастание задней части контакта  $a_1$ , притом, что передняя часть зоны контакта  $a$  уменьшается не столь существенно.

Для определения смещений необходимо воспользоваться зависимостями (4) с учетом выражений (9). Учитывая значения  $\iota = 0.01, B = \pi/5b$ , в развернутом виде выражение перемещений почвы будет иметь достаточно громоздкий вид, поэтому полностью привести их в пределах статьи не представляется возможным. Графики зависимости перемещений от параметров и свойств почвы приведены на рис. 7 - 8.

Для всех представленных графиков, исключая случаи, в которых приведены зависимости от конкретных факторов, значения остальных приняты следующими:

$$M_p = 10^{-7} \text{ 1/Па}, M_k = 10^{-7} \text{ 1/Па}, g = 9.8 \text{ м/с}^2, M = 300 \text{ Нм},$$

$$m = 300 \text{ кг}, \nu_p = 0.4, \nu_k = 0.4, b = 0.3$$

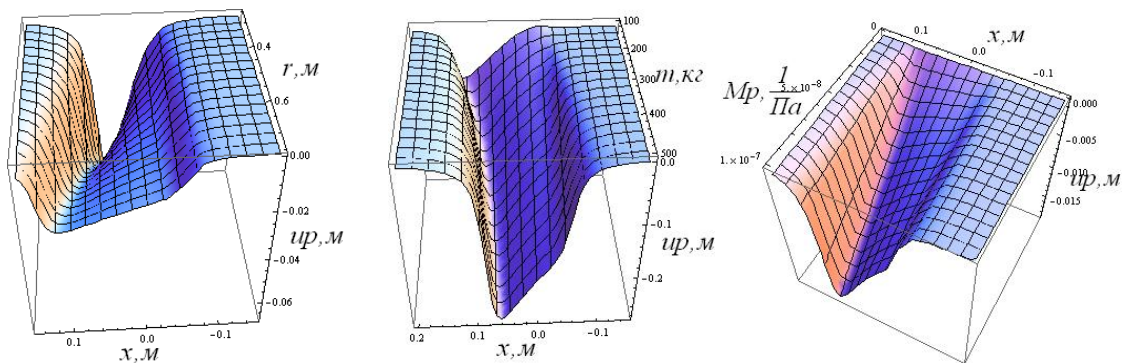


Рисунок 7 – Графики зависимости горизонтальной составляющей перемещений почвы в зоне контакта в зависимости от радиуса колеса  $r$ , массы  $m$ , приведенной к колесу, и деформативных свойств почвы  $M_p$

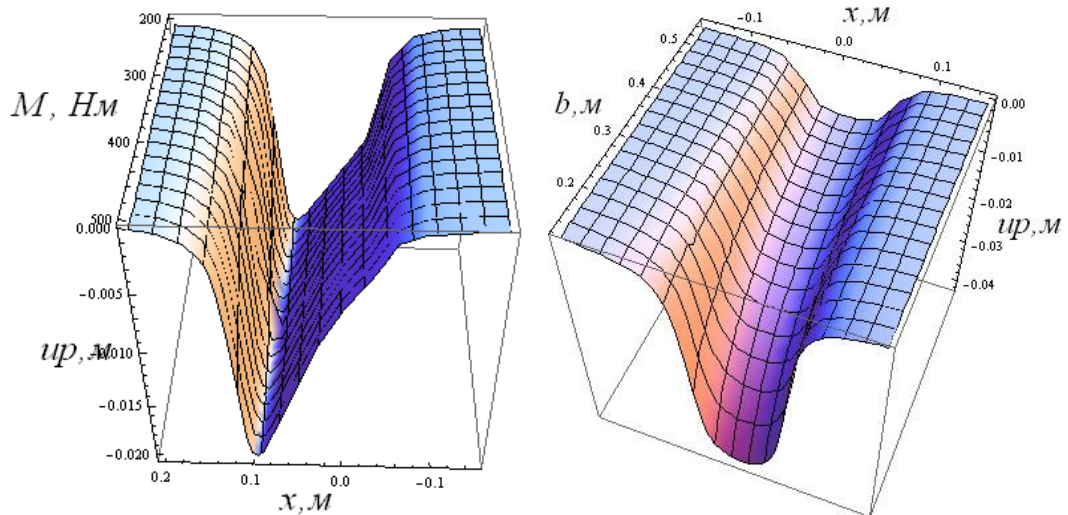


Рисунок 8 – Графики зависимости горизонтальной составляющей перемещений почвы в зоне контакта в зависимости от крутящего момента на колесе  $M$  и ширины колеса  $b$

Анализируя зависимости горизонтальных смещений почвы, можно сделать следующие выводы:

- увеличение радиуса колеса  $r$  ведет к существенному увеличению зоны контакта ( $|a_1| + |a|$ ) и одновременному уменьшению смещения почвы в зоне контакта  $u_p$ ;
- рост массы  $m$ , приведенной к колесу, ведет к увеличению перемещений почвы  $u_p$ , особенно в передней части зоны контакта;
- снижение величины деформативных свойств почвы  $M_p$ , т.е. уменьшение модуля упругости линейных деформаций  $E_p$ , ведет к увеличению горизонтальных смещений почвы  $u_p$ , при этом существенно не влияет на величину зоны контакта;
- увеличение крутящего момента колеса  $M$  и уменьшение его ширины  $b$  ведет к росту горизонтальных перемещений почвы  $u_p$ , не существенно влияя на величину зоны контакта;
- во всех случаях максимум горизонтальных смещений почвы находится в передней части зоны контакта.

Аналогично могут быть представлены компоненты вертикальных и горизонтальных абсолютных деформаций как почвы так и поверхности колеса в зоне контакта.

**Выводы.** В результате проведенных исследований получены аналитические зависимости распределения сил в зоне контакта деформируемого колеса с деформируемой поверхностью. Получены аналитические зависимости для определения границ зоны контакта двух тел несогласованной геометрической формы с учетом приложенных нагрузок и деформативных свойств тел.



Кроме того, наличие функции, позволяющей определить величину передней части зоны контакта совместно с функцией распределения силы сопротивления в передней части зоны контакта, дают предпосылки для аналитического определения коэффициента сопротивления качению деформируемого колеса по деформируемой поверхности при нагружении колеса силой веса и приложении крутящего момента с учетом деформативных свойств колеса и поверхности.

### Список литературы

1. Ишлинский, А.Ю. О качении жестких и пневматических колес по деформируемому грунту. Прикладные задачи механики: Кн. 1. [Текст] / А.Ю. Ишлинский. – М.: Наука, 1986. – С. 293-314.
2. Золотаревская, Д.И. Основы теории и методы расчета уплотняющего воздействия на почву колесных движителей мобильной сельскохозяйственной техники: дисс.... доктора техн. наук: 05.20.01. [Текст] / Д.И. Золотаревская. – Москва, – 1997. – 432 с.
3. Ковбаса, В.П. Фізичні рівняння деформування ґрунту з суттєвим проявом в'язкопластичних властивостей [Текст] / В.П. Ковбаса. – Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія «техніка та енергетика АПК». – Київ, 2011. – Вип. 166. – ч. 2. – С. 284-296.
4. Полянин, А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики [Текст] / А.Д. Полянин. – М., Физматлит. – 2001. – 576 с.
5. Новацкий, В. Теория упругости [Текст] / Витольд Новацкий. – Москва, Мир. – 1975. – 872 с.
6. Папкович, П.Ф. Теория упругости [Текст] / П.Ф. Папкович. – Л.-М. Гос. Изд. Оборонпром, 1939. – 639 с.
7. Партон, В.З. Механика упругопластического разрушения [Текст] / В.З. Партон, Е.М. Морозов. – М.: Наука, 1985. – 504 с.
8. Александров, В.М. Введение в механику контактных взаимодействий [Текст] / В. М. Александров, М.И. Чебаков. – Москва, Ростов-на-Дону, 2007. – 114 с.
9. Аргатов, И.И. Основы теории упругого дискретного контакта [Текст] / И.И. Аргатов, Н.Н. Дмитриев. – Санкт-Петербург, Политехника, 2003. – 233 с.
10. Попов, В.Л. Механика контактного взаимодействия и физика трения [Текст] / В.Л. Попов. – М. ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 352 с.

### Анотація

#### ПРО ВЗАЄМОДІЮ ПРИВІДНОГО КОЛЕСА З ҐРУНТОМ

Алі Кадем Ахмед, Калініченко Д.Ю., Ковбаса В.П.

*В статті наведені аналітичні залежності для визначення розподілу тиску у зоні контакту деформівного колеса з деформівною основою та аналітичні залежності визначення границь контакту, що є вихідними для розв'язання контактної задачі. Отримані залежності можуть бути використані при вирішенні задач, пов'язаних із експлуатацією, зокрема при проектуванні рушіїв мобільних енергозасобів та сільськогосподарських машин*

**Abstract**

**ON THE INTERACTION OF THE DRIVE WHEELS WITH THE SOIL**

Ali Kadem Ahmed, D. Kalinichenko, V. Kovbasa

*The analytical functions of pressure distribution in the contact zone of deformable wheel with a deformable surface and analytical functions for determining the boundaries of the contact zone, which are the source for solving the PIN interplay rims with a surface in this article discusses. The received results can be used in case of the solution of tasks connected to maintenance, and in particular design of working tools of agricultural and other machines. The received results can be used in case of the solution of tasks connected to maintenance, and in particular design of working tools of agricultural and other machines.*