

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ ВСЕРЕДИНИ ЦИЛІНДРИЧНИХ ТА СФЕРИЧНИХ БІОЛОГІЧНИХ СТРУКТУР

Каплун О. В., Піротті Є. Л.

Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут"

Робота присвячена питанню моделювання розподілу електромагнітних полів всередині різних структур біологічних об'єктів.

Постановка проблеми. В останні роки все більш актуальною проблемою стає дослідження впливу електромагнітних випромінювань (ЕМВ) на рослини, тварин і людини. При цьому слід мати на увазі, що цей вплив може бути як стимулюючим, так і таким, що пригнічує. Сьогодні складно знайти ділянку на поверхні землі, яка б не була буквально нашпигований різними пристроями, що випромінюють електромагнітну енергію в самому широкому діапазоні частот і з самими різними характеристиками.

Жива клітина не має жодних захисних механізмів від штучно створеного ЕМВ, що являється одним з головних факторів, який може викликати скорочення життя, погіршити його якість, знизити економічну ефективність сучасного сільськогосподарського виробництва. Разом з тим, необхідно відзначити, що низькоінтенсивні (так звані інформаційні) електромагнітні поля при правильному виборі їх біотропних параметрів можуть надавати і лікувальний терапевтичний вплив на живий організм.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Процеси взаємодії електромагнітних полів з живою клітиною, живим організмом досить складні і в даний час в повній мірі не досліджені. Взаємодії електромагнітних полів з біологічним об'єктом визначається [1]:

- параметрами випромінювання (частотою або довжиною хвилі, когерентністю коливань, швидкістю поширення, поляризацією хвилі);

- фізичними і біохімічними властивостями біологічного об'єкту, як середовища поширення електромагнітних полів (діелектричною проникністю, електричною провідністю, довжиною електромагнітної хвилі в тканині, глибиною проникнення, коефіцієнтом віддзеркалення від границі повітря - тканина).

Живі організми, що складаються з безлічі клітин, які мають, у свою чергу, величезне число молекул, атомів, заряджених часток, самі є джерелами електромагнітних коливань в широкому діапазоні частот – від ультрависоких до інфранизьких [2]. Ці коливання можуть мати випадковий і періодичний характер. Еволюція біооб'єктів відбувалася під дією зовнішніх (екзогенних) і внутрішніх (ендогенних) електромагнітних полів. В процесі життєдіяльності організмів виникають хвилеві і коливальні процеси, що відображують, наприклад, електроенцефалограмою, обумовленою електричною активністю мозку, електрокардіограмою, що характеризує роботу серця і тому подібне

Мета статті. Метою даної роботи є визначення електромагнітних полів усередині деяких органів лю-

дини або тварин. Оскільки діапазон об'єктів, що цікавлять дослідників, досить широкий, конкретною задачею є побудова математичної моделі для опису залежності розподілу електромагнітних полів різних частотних діапазонів усередині різних ділянок біологічних об'єктів циліндричної та сферичної форми із змінними електрофізичними характеристиками.

Основні матеріали дослідження. Для отримання вихідних виразів, що дозволяють вирішити поставлену задачу, спочатку розглянуто розсіяння плоскої електромагнітної хвилі на циліндричному біологічному об'єкті, що має шарувату структуру із змінною діелектричною проникністю $\varepsilon(r)$, що є функцією координат (рука, нога і т.п.). Зокрема, розглянуті біологічні об'єкти, в яких $\varepsilon(r)$ змінюється лише по радіусу, оскільки на практиці інші випадки неоднорідності зустрічаються набагато рідше. Вважається, що довжина циліндра значно більше його діаметру. Це дозволяє не враховувати краєві ефекти на його торцях. Розв'язок показаний для E - поляризації, коли вектор електричної складової падаючого поля паралельний осі циліндра, а хвилевий вектор нормальний їй. Зовнішній по відношенню до розсіювача простір вважається однорідним. Він характеризується постійними електрофізичними параметрами ε_1 та μ_1 . Якщо цей

простір – повітря, то $\varepsilon_1 \approx \varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \frac{\Phi}{\text{м}}$. Оскільки розглядаються біологічні об'єкти, то скрізь в подальшому $\mu = \mu_1 \approx \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\Gamma_H}{\text{м}}$.

Далі вважатимемо, що в загальному випадку у модульованих якимсь способом падаючих електромагнітних полів вживані позначення мають наступний сенс: $\vec{E}_0(t)$, $\vec{H}_0(t)$ - їх амплітуди; $\omega(t)$ - їх кругові частоти; \vec{k} - хвилевий вектор; \vec{r} - радіус-вектор даної точки; $\vec{E}_0(t)$ та $\vec{H}_0(t)$ зв'язані між собою за допомогою опору оточуючого тіла середовища.

Довільний випадок поляризації падаючої хвилі може бути отриманий за допомогою суперпозиції E - та H - поляризацій.

У випадку E - поляризації, поля падаючої, розсіяної хвилі та тієї, що пройшла всередину циліндра, зручно розкласти по циліндричних функціях і застосувати до них граничні умови на поверхні біологічного циліндра [3]. В результаті отримані диференціальні рівняння для електричної і магнітної складових внутрішнього поля:

$$\frac{d^2 E_{zn}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d E_{zn}}{dr} + \left(k(r)^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) E_{zn} = 0;$$

$$\frac{d^2 H_{zn}}{dr^2} + \left(\frac{1}{r} - \frac{d \varepsilon(r)}{dr} \frac{1}{\varepsilon(r)} \right) \frac{d H_{zn}}{dr} + \left(k(r)^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) H_{zn} = 0 \quad (1)$$

$$\text{де } k(r) = \omega \sqrt{\varepsilon(r) \mu}.$$

Для одержання відповідного результату у випадку H -поляризації необхідно скрізь в отриманих формулах E поміняти на H , H поміняти на $-E$, $\varepsilon(r)$ поміняти на μ , а μ поміняти на $\varepsilon(r)$.

Розв'язання диференціальних рівнянь другого порядку із змінними коефіцієнтами (1) виконується чисельним методом. Оскільки $\varepsilon(r)$ змінюється в широких межах, ця функція представлена у вигляді ряду Фур'є. Подовжні складові поля в області $0 \leq r \leq R$, де R – радіус циліндра, дорівнюють:

$$E_z = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n E_{zn}; \quad H_z = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n H_{zn}.$$

Тут a_n і b_n – коефіцієнти проходження всередину біологічного об'єкту для електричної і магнітної складових поля, відповідно.

Розв'язання диференціальних рівнянь (1) з врахуванням граничних умов на поверхні об'єкту дає наступні значення для коефіцієнтів проходження

$$a_n = \left\{ i^n E_0 k_1 \times \left[J_n(k_1 R) H_n^{(2)'}(k_1 R) - J_n'(k_1 R) H_n^{(2)}(k_1 R) \right] \right\} \times \left\{ k_1 E_{zn} H_n^{(2)'}(k_1 R) - k E'_{zn} H_n^{(2)}(k_1 R) \right\}^{-1} \quad (2)$$

$$b_n = 0,$$

де E_0 – амплітуда електричної складової падаючого поля;

$J_n(*)$ – функція Бесселя 1-го роду;

$H_n^{(2)}(*)$ – функція Ханкеля 2-го роду;

$$k_1 = \omega \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1};$$

E_{zn} є розв'язком диференціального рівняння (1);

ε_1 і μ_1 – характеристики оточуючого середовища.

З рівнянь Максвелла остаточно отримуємо складові внутрішнього поля:

$$E_z = \sum_n a_n J_n(kr); \quad H_\rho = -\sum_n \frac{n a_n J_n(kr)}{\omega \mu r} \quad (3)$$

$$H_\varphi = -\sum_n \frac{i k a_n J_n'(kr)}{\omega \mu}.$$

Отже, для визначення полів усередині біологічного розсіювача, що має циліндричну форму, з неоднорідністю діелектричної проникності по r , тобто $\varepsilon = \varepsilon(r)$, необхідно для заданої функції $\varepsilon(r)$ чисельно проінтегрувати рівняння (1), а одержані значення E_{zn} та E'_{zn} підставити в (2). У випадку H -поляризації виконуються вказані вище заміни.

Вище було розглянуто розсіяння електромагнітних полів на неоднорідних біологічних об'єктах, що мають циліндричну або близьку до неї форму. Друга велика група біооб'єктів може бути розглянута як неоднорідна сфера (голова, око і тому подібне).

Тому з'ясуємо, як залежить внутрішнє поле в таких об'єктах від їх розмірів і частоти падаючої плоскої хвилі. Слід при цьому мати на увазі, що дана задача є значно складнішою в порівнянні з циліндричними об'єктами.

Для розв'язання задачі необхідно розкласти падаюче, відбите і внутрішнє електромагнітне поле по векторних сферичних хвильових функціях \vec{M}_n та \vec{N}_n [3]. Розв'язок буде отримано з використанням сферичної системи координат (r, φ, θ) . Використовуючи граничні умови на поверхні сфери, отримуємо диференціальні рівняння другого порядку із змінними коефіцієнтами, які дозволяють обчислити електричну і магнітну складові внутрішнього поля в неоднорідній сфері:

$$\varepsilon(r) \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{\varepsilon(r)} \frac{d h_c}{dr} \right) + \left(k(r)^2 - \frac{n^2 (n+1)^2}{r^2} \right) h_c = 0;$$

$$\frac{d^2 e_c}{dr^2} + \left(k(r)^2 - \frac{n^2 (n+1)^2}{r^2} \right) e_c = 0. \quad (4)$$

Оскільки в даному випадку, так само як і вище, діелектрична проникність є функцією радіуса, розв'язання рівнянь проводиться чисельними методами, що дозволяє визначити складові внутрішнього поля в неоднорідній біологічній сфері. Враховуючи значну складність отриманих співвідношень, розглянемо вирази, які описують лише першу гармоніку внутрішнього поля. Компоненти першої гармоніки мають наступний вигляд:

$$E_r = \frac{e_{l1}}{2r} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \sin \theta \cos \varphi;$$

$$E_\varphi = -\frac{e_{g1}}{2r} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \sin \theta \cos \varphi;$$

$$E_{\theta} = \frac{1}{2r} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} (e_{g1} \cos \theta \cos \varphi - e_{c1} \sin \varphi);$$

$$H_r = \frac{h_{l1}}{2r} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \sin \theta \sin \varphi; \quad (5)$$

$$H_{\varphi} = \frac{1}{2r} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} (h_{g1} \cos \varphi - h_{c1} \cos \theta \sin \varphi);$$

$$H_{\theta} = \frac{1}{2r} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} (h_{g1} \cos \theta \sin \varphi + h_{c1} \cos \varphi),$$

де e_{l1} , e_{g1} , e_{c1} , h_{l1} , h_{g1} , h_{c1} – деякі функції, що обчислюються на основі векторних функцій \vec{M}_n та \vec{N}_n і розв'язку рівнянь (3).

На основі отриманих виразів були виконані чисельні розрахунки (рис. 1, 2).

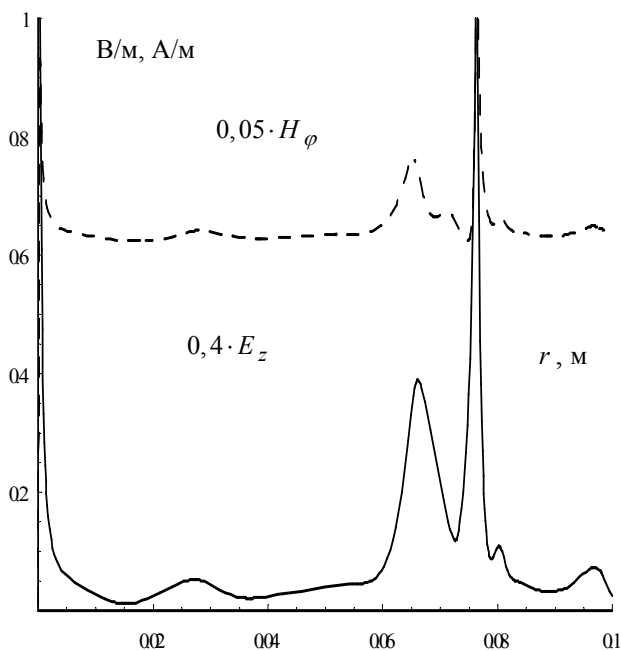


Рисунок 1 – Структура поля в перерізі тулуба людини у бік спини

Електрофізичні характеристики різних тканин (дійсна і уявна частини діелектричної проникності) взяті з таблиць, приведених в [4].

Розміри і будова відповідних органів взяті з анатомічного атласу людини, всі розрахунки проведені для частоти падаючого поля рівною 1 ГГц.

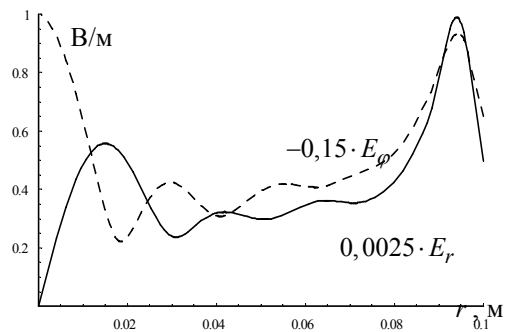


Рисунок 2 – Структура поля в поперечному перерізі голови людини

Висновки. Побудовані математичні моделі для деяких конкретних органів дали можливість не лише отримати картину внутрішніх електромагнітних полів, але і оцінити міру їх впливу на різні ділянки організму. Аналогічні результати можна отримати як для різних частот, так і для різних структур тварин і рослин, що мають розглянуту форму.

Список використаних джерел

1. Куклев, Ю. И. Физическая экология: Учеб. пособие / Ю. И. Куклев. 2-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2003. – 357 с.
2. Безопасность жизнедеятельности. Учебник. Под ред. Э. А. Арустамова М.: Изд-во "Дашков и К°", 2006. — 476 с.
3. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн. - М.: Наука, 1989. - 543 с.
4. Березовский В. А., Колотилов Н. Н. Биофизические характеристики тканей человека. - К.: Наукова думка, 1990. - 224 с.

Аннотация

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ВНУТРИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ И СФЕРИЧЕСКИХ БИОЛОГИЧЕСКИХ СТРУКТУР

Каплун А. В., Пиротти Е. Л.

Работа посвящена вопросу моделирования распределения электромагнитных полей внутри различных структур биологических объектов

Abstract

MATHEMATICAL MODEL OF THE ELECTROMAGNETIC FIELDS INSIDE THE CYLINDRICAL AND SPHERICAL BIOLOGICAL STRUCTURES

O. Kaplun, E. Pirotti

The work is devoted to modeling the distribution of the electromagnetic fields within the various structures of biological objects.