УДК 001.818

ОПЕРАТИВНАЯ ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ ОТКЛИКА БИОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ НА ДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Кравченко П. А., Мороз С. А.

Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенко

Предложена методика оперативной оценки результатов наблюдений отклика биологического объекта на информационное воздействие ЭМП.

Постановка проблемы. Сложность и многообразие биологических объектов контроля и исследования, отличие их законов распределения от нормального, необходимость сокращения времени измерений, т.е. сокращение числа наблюдений, привело к необходимости создания методики обработки результатов наблюдений, имеющих случайный характер [1].

Анализ предшествующих исследований. Классические методы оценки, основанные на использовании выражений для среднего арифметического и его среднеквадратической погрешности, т.е. метод наименьших квадратов, дает меньшую точность, чем метод, использующий плотности вероятности, что приводит к уменьшению числа наблюдений, что связано с увеличением погрешности.

Цель статьи. Повышение точности определения биотропных параметров ЭМП при их малом числе с последующим уточнением, т.е. полученная оценка результатов наблюдений может быть уточнена каждым последующим измерением. Это дает возможность определения новой уточненной оценки при использовании методов математической статистики и плотности вероятности.

Обозначив измеряемую величину через x, результат измерения - через x и y, случайные величины с плотностями вероятности - $f(x)$ и $f(y)$, а случайную погрешность измерительного устройства - z с плотностью вероятности - $f(z)$, то результат измерения y связан со случайной погрешностью измерительного устройства и случайной погрешностью измеряемой величины x известным соотношением: $y = x + z$.

Так как измеряется реализация случайной величины с известным законом распределения, поэтому погрешность измерения следует характеризовать условным распределением $f(x/y)$ [2,3]. Рассмотрим случай, когда измеряемая величина x и погрешность измерительного устройства z независимы между собой и подчиняются нормальному закону распределения со среднеквадратическими отклонениями σ_x и σ_z и известными математическими ожиданиями.

Используя соотношения теории вероятности для условных плотностей вероятности [2, 3], получим:

$$f(x/y) = \frac{f(x)}{f(y)} . f(y/x) . \qquad (1)$$

Для рассматриваемого случая имеем:

$$f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(x-x_m)^2}{\sigma_x^2}};$$

$$f_1(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} e^{-\frac{(y-y_m)^2}{2\sigma_y^2}};$$

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}};$$

$$f(y/x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} e^{\frac{-[(y-y_n)-(x-x_m)]^2}{2\sigma_z^2}}.$$

Подставив в (1) выражения для $f_1(x), f_1(y), f(x/y), f(y/x)$, получим:

$$f(x/y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\frac{\sigma_x\sigma_z}{\sigma_y}} e^{-R}, \qquad (2)$$

где $$R = \frac{1}{2(\frac{\sigma_x\sigma_z}{\sigma_y})^2}\left[x - x_m + (y - x_m)\frac{\sigma_x{}^2}{\sigma_y{}^2}\right]^2.$$

В соответствии с оценкой Маркова [2] несмещенное значение оценки x будет, когда:

$$M\left[(x - x_m)\right]^2 = \min . \qquad (3)$$

а выражение $M\left[(x - x_m)\right]^2$ будет:

$$M\left[(x-x_m)\right]^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty}(x-x_m)^2 f(x/y)dx\right]f(y)dy . \qquad (4)$$

Для выполнения (3) необходимо обеспечить минимум внутреннего интеграла (4). Можно показать, что это удовлетворяется при $\overline{x} = M(x/y)$. Ожидаемое значение $M(x/y)$ определяется из (2) и оптимальная оценка:

$$x = x_m + (y - x_m)\frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} \qquad (5)$$

определяется оценкой предыдущих измерений (x_m) и последующим измерением (y) с учетом коэффициента $k = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2 + \sigma_z^2}$, так как $\sigma_y^2 = \sigma_x^2 + \sigma_z^2$. Если y - n-ое измерение, то $m = n - 1$ и $\sigma_x^2 = \sigma_{x,n-1}^2$.

Погрешность оценки $\overline{x}_n$ определяется, исходя из (2):

$$\sigma_{x,n}^2 = \frac{\sigma_{x,n-1}^2 \sigma_z^2}{\sigma_{x,n-1}^2 + \sigma_z^2} \qquad (6)$$

Аналогичное выражение может быть получено при использовании метода наименьших квадратов. Известно, что состоятельной и несмещенной оценкой математического ожидания является среднее арифметическое [2,3]:

$$X = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \,. \qquad (7)$$

Среднеквадратическая погрешность среднего значения определяется соотношением [4]:

$$\sigma_{x,n} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad (8)$$

Для среднего арифметического (7) можно записать:

$$x_n = x_{n-1} + \frac{1}{n}(y_n - x_{n-1}) \,, \qquad (9)$$

где x_{n-1} – оценка ($n-1$) результата.

Из (9) видно, что x_n и x_{n-1} совпадают, если результат n-го измерения равен предыдущей оценке x_{n-1}. Если это равенство не соблюдается, то можно говорить об уточнении оценки x_{n-1} по результатам n-го измерения. При этом разность между новым результатом и предыдущей оценкой должна быть снабжена некоторым (весовым или оценочным) коэффициентом. Для оценочного коэффициента получим:

$$k_n = \frac{1}{n}\frac{\sigma_{x,n-1}^2}{\sigma_{x,n-1}^2 + \sigma_u^2} \,, \qquad (10)$$

где σ_u^2 – среднеквадратическая погрешность измерительного прибора.

Для соотношения $\sigma_{x,\mathrm{n}}^2$ и $\sigma_{x,n-1}^2$ можно записать:

$$\sigma_{x,\mathrm{n}}^2 = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_{x,n-1}^2 + \sigma_u^2} . \sigma_{x,n-1}^2 \qquad (11)$$

Используя (10), получаем:

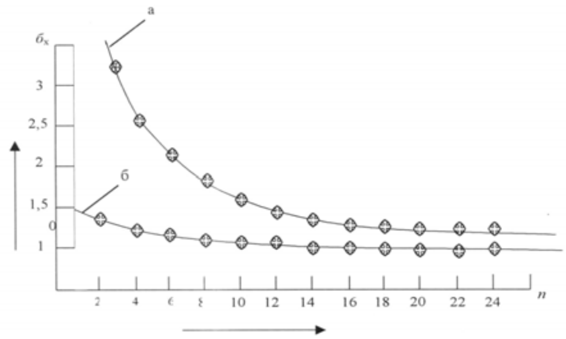
$$x_n = x_{n-1} + k_n(y_n - x_{n-1}) \qquad (12)$$

$$\sigma_{x,n}^2 = (1 - k_n)\sigma_{x,n-1}^2 \,. \qquad (13)$$

Предложенная методика разработана специально для повышения достоверности и надежности аппаратуры радиоконтроля при малом числе наблюдений, что позволяет получить состоятельные и несмещенные оценки результата.

Классические методы оценки, основанные на использовании метода наименьших квадратов, дает меньшую точность, чем метод, использующий плотности вероятности. Это иллюстрируется графиками (а) и (б), представленными на рис. 1, где изображена зависимость среднеквадратической погрешности оценки от числа измерений.

Данная методика может широко использоваться при обработке результатов эксперимента.



0

Рисунок – 1 – Зависимость среднеквадратической погрешности от числа измерений:
а) методом наименьших квадратов;
б) методом плотности вероятности.

Список использованных источников

1. Кравченко П. А. Статистическая обработка результатов наблюдения отклика биологических объектов на действие электромагнитных полей / П. А. Кравченко, А. В. Сапрыка // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. П. Василенка. – 2014. – Вип.. – С.
2. Митропольский А. К. Техника статистических вычислений / А. К. Митропольский. – М. : Наука, 1971. – 237 с.
3. Вентцель Р. С. Теория вероятностей / Р. С. Вентцель. - М. : Наука, 1964. – 77 с.
4. Заездный А. М. Основы расчетов по статистической радиотехнике / А. М. Заездный. – М. : Связь, 1969. – 447 с.

Анотація

ОПЕРАТИВНА ОЦІНКА РЕЗУЛЬТАТІВ СПОСТЕРЕЖЕНЬ ВІДГУКУ БІОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄЕКТІВ НА ДІЮ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ

Кравченко П. О., Мороз С. О.

Запропоновано методику результатів оперативної оцінки результатів спостережень відгуку об'єкту на інформаційну дію ЕМП.

Abstract

RAPID ASSESSMENT OF THE RESULTS OF OBSERVATIONS OF THE RESPONSE OF BIOLOGICAL OBJECTS TO THE EFFECT OF ELECTROMAGNETIC FIELDS

P. Kravchenko, S. Moroz

The method for rapid estimation of the results of observations of the response of a biological objects to the effects of informational electromagnetic fields is proposed.