

## ОБОСНОВАНИЕ ПРОФИЛЯ ПЛОСКОРЕЖУЩЕЙ ЛАПЫ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДОВ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Турчин В.Я., асп., Аникеев А.И., к.т.н., доц., Храмов Н.С., асп.

*Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенко*

*С целью минимализации обработки почвы, получены рациональные параметры плоскорежущей лапы с применением метода конечных элементов, показан пример решения трехмерной задачи по обоснованию профиля плоскорежущей лапы. Построен профиль крыла плоскорежущей лапы на основании полученных результатов исследований с целью снижения его сопротивления движению в почве. Экспериментально показана энергетическая эффективность усовершенствованных рабочих поверхностей при сохранении качественных показателей рыхления почвы.*

Плоскорежущая лапа имеет два крыла прямолинейного профиля, расположенных симметрично относительно ее продольной оси. Поэтому для уточнения профиля достаточно рассмотреть одно ее крыло. При этом сохраним его параметры: угол раствора  $\gamma_1$ , прямолинейность лезвия и заднего обреза крыла, высоту подъема почвы.

Обоснование профиля универсальной стрелчатой лапы показало, что решение трехмерных задач с применением прямых методов вариационного исчисления требует громоздких преобразований. Кроме того, из-за низкой сходимости решения уравнений на ЭВМ усложняется получение конечных результатов.

Прямые методы вариационного исчисления Ритца-Бубнова получили широкое применение при решении задач математической физики и техники. Однако для математического моделирования деталей и агрегатов сложной поверхности (кузов автомобиля, отвал корпуса плуга и т.д.) на базе многочленов они применяются весьма ограниченно из-за громоздкости вычислений. Использование этих методов с применением сплайнов открыло новые возможности для решения технических задач, в том числе и задач земледельческой механики.

Метод конечных элементов известен более полувека, однако широкое распространение для решения научно-технических задач получил только в последнее время – на базе применения современных электронно-вычислительных машин. Теория метода и его использование изложены во многих литературных источниках [1 - 3].

Идея метода конечных элементов состоит в аппроксимации непрерывных величин (континуума) дискретными. Под конечным элементом области  $\Omega$  понимают такую ее подобласть, которая, с одной стороны, имеет относительно малые геометрические размеры, с другой – разбиение области остается

конечным.

Рассмотрим, с применением метода конечных элементов, пример решения трехмерной задачи по обоснованию профиля почвообрабатывающего рабочего органа. Для получения зависимости тягового сопротивления движению крыла лемеха плоскорежущей лапы воспользуемся выкладками и допущениями задачи.

Зафиксируем профиль крыла плоскорежущей лапы в подвижной системе координат  $(x, y, z)$  (рис. 1). Проекция неизвестной поверхности профиля лемеха лапы на плоскость  $xOy$  показана на рисунке 2. Уравнения линий  $OC$ ,  $OA$ ,  $AB$  и  $BC$ , ограничивающих границы области проекции поверхности крыла лапы, имеют вид выражений (1).

$$\begin{aligned}
 y &= x \operatorname{tg} \gamma_1; \\
 y &= 0; \\
 y &= (x_A - x) \operatorname{tg} \gamma_2; \\
 y &= y_C,
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  – углы между осью  $x$  и соответственно линиями  $OC$  и  $A_1B$ ,  $x_c$  и  $y_c$  – координаты точек.

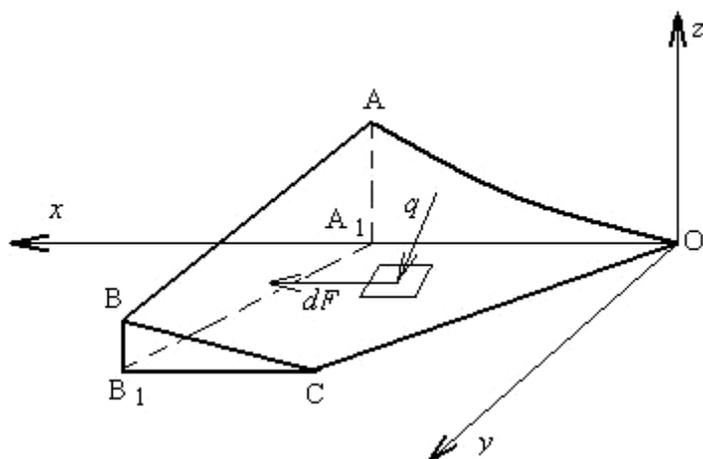


Рис. 1 – Схема к обоснованию профиля крыла лемеха плоскорежущей лапы.

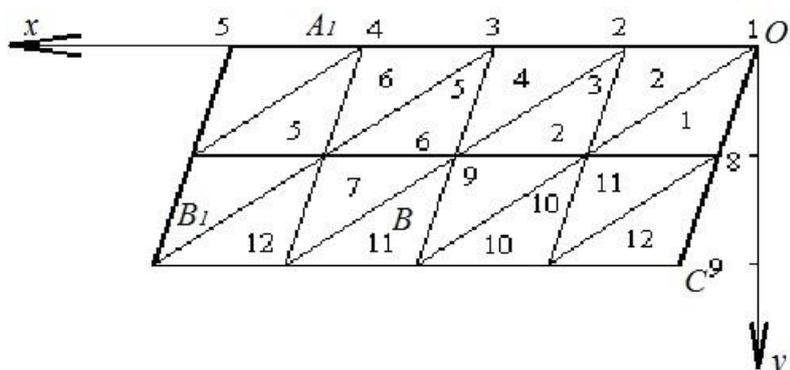


Рис. 2 – Проекция поверхности крыла лапы на плоскость  $xOy$

Интегральное выражение запишем в виде:

$$R_x = \int_0^{x_C} \int_0^{x \operatorname{tg} \gamma} (q_x + dF_x) dx dy + \int_{x_C}^{x_B} \int_0^{y_C} (q_x + dF_x) dx dy - \int_{x_A}^{x_B} \int_0^{(x_A + x_B) \operatorname{tg} \gamma} (q_x + dF_x) dx dy. \quad (2)$$

Значения проекции на ось  $OX$  нормального давления почвы на рабочий орган определим  $q_x$  и значения элементарной силы на ось  $x$  –  $dF_x$  вычислим соответственно по формулам (3) и (4) [4,5]:

$$q_x = b\rho v^2 \left(1 - \frac{z}{H}\right) \frac{z_x'^4}{(1 + z_x'^2)(1 + z_x'^2 + z_y'^2)^{1/2}}, \quad (3)$$

где  $H$  – глубина хода лапы.

$$dF_x = bf\rho v^2 \cos \theta_2 \left(1 - \frac{z}{H}\right) \frac{z_x'^3}{(1 + z_x'^2)^{3/2}}. \quad (4)$$

Область интегрирования (рис. 2) функционала (2) разбиваем с равномерным шагом на простые элементы в виде треугольников. Получим 16 элементов и 12 угловых точек, называемых узлами. Тогда кусочно-линейная аппроксимация искомой поверхности может быть представлена линейной комбинацией функций

$$z = \sum_{k=1}^{12} C_k \varphi_k. \quad (5)$$

При этом она должна удовлетворять граничным условиям:

$$\varphi_1 = \varphi_8 = \varphi_9 = \varphi_{16} = \varphi_{17} = 0; C_4 \varphi_4 = 0,060 \text{ м}; C_5 \varphi_5 = 0,059 \text{ м};$$

$$C_{12} \varphi_{12} = 0,058 \text{ м}.$$

Каждая базисная функция  $\varphi_k$  должна быть линейной, кусочно-непрерывной, равной единице в узлах внутри области определения и равной нулю – вне ее. Базисные функции должны быть определены для всех  $m$  элементов, имеющих связь с узлом  $K$ .

$$\varphi_k = \sum_{j=1}^m \varphi_{kj}^e. \quad (6)$$

Присваиваем номера узлам  $i, j$  и  $k$  со строгим сохранением для каждого

элемента порядка следования против часовой стрелки указанных индексов и строим систему функций формы:

$$\varphi_i^{e_o} = \begin{cases} -\frac{1}{2S} [(x-x_j)(y_k-y_j)-(y-y_j)(x_k-x_j)] & \text{для } (x,y) \in e_o; \\ 0 & \text{для } (x,y) \notin e_o; \end{cases}$$

$$\varphi_j^{e_o} = \begin{cases} -\frac{1}{2S} [(x-x_k)(y_i-y_k)-(y-y_k)(x_i-x_k)] & \text{для } (x,y) \in e_o; \\ 0 & \text{для } (x,y) \notin e_o; \end{cases} \quad (7)$$

$$\varphi_k^{e_o} = \begin{cases} -\frac{1}{2S} [(x-x_i)(y_j-y_i)-(y-y_i)(x_j-x_i)] & \text{для } (x,y) \in e_o; \\ 0 & \text{для } (x,y) \notin e_o; \end{cases}$$

где  $S$  – площадь треугольника, вычисляемая с помощью определителя

$$2S = \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix}. \quad (8)$$

Для нахождения значений коэффициентов  $C_k$ , которые бы обеспечивали функционалу экстремальное значение, продифференцируем выражение (6) по  $C_k$  и приравняем к нулю:

$$\frac{\partial R_x}{\partial C_k} = \int_0^{x_C} \int_0^{x \operatorname{tg} \gamma} \frac{\partial (q_x + dF_x)}{\partial C_k} dx dy + \int_{x_C}^{x_B} \int_0^{y_C} \frac{\partial (q_x + dF_x)}{\partial C_k} dx dy +$$

$$+ \int_{x_B}^{x_A} \int_0^{(x_A-x) \operatorname{tg} \gamma_2} \frac{\partial (q_x + dF_x)}{\partial C_i} dx dy \quad (9)$$

Для решения системы уравнений (9) с помощью персонального компьютера составляем вспомогательные табл. 1 и 2.

Профиль крыла плоскорезущей лапы, построенный на основании полученных результатов исследований с целью снижения сопротивления ее движению в почве показан на рис. 3.

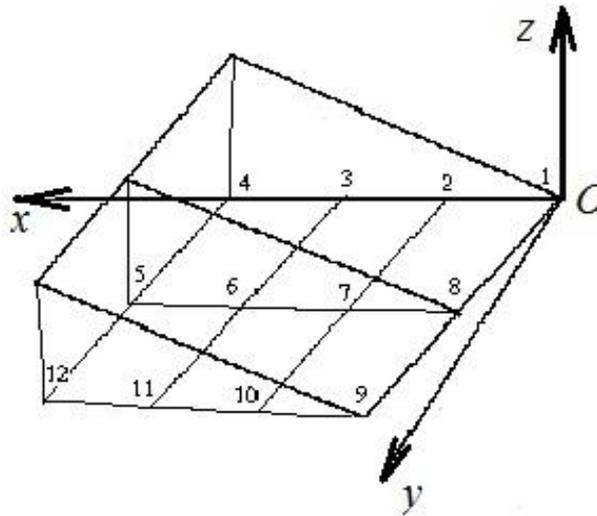


Рис. 3 – Расчетный профиль крыла плоскорежущей лапы

Таблица 1 – Координаты узловых точек и номера смежных с узлом конечных элементов

| $\varphi_k$ | $x_k$                                   | $y_k$  | Номера элементов   |
|-------------|---|--------|--------------------|
| 1           | 0                                       | 0      | 1; 2               |
| 2           | $d_2$                                   | 0      | 2; 3; 4            |
| 3           | $2d_2$                                  | 0      | 4; 5; 6            |
| 4           | $3d_2$                                  | 0      | 6                  |
| 5           | $3d_2 + d_3 \operatorname{ctg} \gamma$  | $d_3$  | 5; 6; 7            |
| 6           | $2d_2 + d_3 \operatorname{ctg} \gamma$  | $d_3$  | 3; 4; 5; 7; 8; 9   |
| 7           | $d_2 + d_3 \operatorname{ctg} \gamma$   | $d_3$  | 1; 2; 3; 9; 10; 11 |
| 8           | $d_3 \operatorname{ctg} \gamma$         | $d_3$  | 1; 11; 12          |
| 9           | $2d_3 \operatorname{ctg} \gamma$        | $2d_3$ | 12; 13             |
| 10          | $d_2 + 2d_3 \operatorname{ctg} \gamma$  | $2d_3$ | 12; 11; 10         |
| 11          | $2d_2 + 2d_3 \operatorname{ctg} \gamma$ | $2d_3$ | 10; 9; 8           |
| 12          | $3d_2 + 2d_3 \operatorname{ctg} \gamma$ | $2d_3$ | 8; 7               |

Решив систему уравнений (9)  $k$ -го порядка с учетом соотношения (5), находим значения искомых коэффициентов  $C_k$  и определяем узловые значения функции  $z_k$ , выраженные в  $10^{-5}$  м:

$$z_2 = 1780; \quad z_3 = 3720; \quad z_6 = 3655; \quad z_7 = 1749;$$

$$z_{10} = 1718; \quad z_{11} = 3590.$$

При решении системы уравнений принимали  $x_A = 0,2$  м;  $x_o = 0,42$  м;  $y_C = 0,56$  м;  $x_B = 0,62$  м;  $y_B = 0,56$  м;  $d = x/3$ ;  $d' = x/4$ .

Решение системы уравнений относительно искомых коэффициентов с учетом значений функций при заданных граничных условиях позволяет найти значения  $C_k$  и построить профиль рабочего органа.

Экспериментальные исследования по обоснованию профиля

плоскорежущей лапы проводились после высыхания подготовленной почвы в канале влажностью до 19...20 %. Вид поверхности почвы после прохода экспериментального лемеха показан на рис. 4.

Таблица 2 – Порядок присвоения индексов узлам конечных элементов

| Номер элемента | Индексы узлов |          |          |
|----------------|---------------|----------|----------|
|                | <i>i</i>      | <i>j</i> | <i>k</i> |
| 1              | 1             | 7        | 8        |
| 2              | 1             | 2        | 7        |
| 3              | 2             | 6        | 7        |
| 4              | 2             | 3        | 6        |
| 5              | 3             | 5        | 6        |
| 6              | 3             | 4        | 5        |
| 7              | 6             | 5        | 12       |
| 8              | 6             | 12       | 11       |
| 9              | 7             | 6        | 11       |
| 10             | 7             | 11       | 10       |
| 11             | 8             | 7        | 10       |
| 12             | 8             | 10       | 9        |



Рис. 4 – Вид поверхности почвы после прохода экспериментального подрезающе-подъемного рабочего органа

Результаты данных показывают, что доля влияния фактора составляет 96,85 %, достоверность полученных данных по критерию Фишера – 95 %, наименьшая существенная разница – 1,561 мм.

Определение влияния глубины хода подрезающе-подъемного устройства на величину образованных огрехов между плоскорежущими лапами с загнутыми крыльями проводился в полевых условиях при влажности почвы 20,5 %. После вскрытия обработанного слоя почвы на дно борозды укладывался белый шнур, фотографировался и визуально оценивалась равномерность обработки почвы по ширине захвата рабочих органов (рис. 5).



Рис. 5 – Вид дна борозды после прохода экспериментальных подрезающе-подъемных рабочих органов

В стыковых промежутках прохода рабочих органов (рис. 5) образуются выступы, которые влияют на равномерность глубины обработки почвы по ширине захвата машины.

Результаты дисперсионного анализа показывают, что доля влияния фактора составляет 73,08 %, достоверность по критерию Фишера – 95 %, наименьшая существенная разность – 0,017 м.

Анализ данных показывает, что неравномерность глубины обработки почвы по ширине захвата машины превышает допустимые требования по отклонению равномерности заделки семян в почву, которые составляют для мелких семян 0,5 см, а для более крупных – 1 см.

Поэтому предлагаемая машина с рабочими органами в виде стрельчатых лап с загнутыми вверх крыльями и установленными в один ряд со стыковыми зазорами не может быть использована для предпосевной обработки почвы при совпадении направления движения экспериментальной почвообрабатывающей машины и посевного агрегата. Для улучшения равномерности заделки семян по глубине в таком случае можно использовать общеизвестные требования – посевной агрегат перемещается под углом по отношению к направлению движения почвообрабатывающего агрегата. Для других видов обработки неравномерность глубины по ширине захвата машины не превышает 25 %.

#### **Выводы.**

1. Использование в качестве подрезающе-подъемного органа плоскорежущей лапы с загнутыми вверх крыльями снижает боковое смещение почвы от стойки и тем самым обеспечивает снижение гребнистости почвы.
2. Исследования показали, что рабочие органы в виде стрельчатой лапы с загнутыми вверх крыльями и установленными в один ряд со стыковыми зазорами не могут быть использованы для предпосевной обработки почвы при совпадении направления движения экспериментальной машины с посевным агрегатом.

3. Для обработки почвы и большей глубины заделки семян рекомендуется использование плоскорезущей лапы с загнутыми крыльями.

#### **Список использованных источников**

1. Завьялов Ю.С. Методы сплайн-функций / Ю.С. Завьялов, Б.И. Квасов, В.Л. Мирошниченко. – М.: Наука, 1980. – 350 с.
2. Калиниченко В.И. Введение в метод конечных элементов: специальный курс / В.И. Калиниченко, В.И. Дорофеева, С.М. Шкробец – Харьков: Изд-во ХГУ, 1993. – 40с.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики / Г.И. Марчук. – М.: Наука, 1977.
4. Пащенко В.Ф. Механико-технологические средства эколого-экономического совершенствования процессов обработки почвы: дис. д-ра. техн. наук. – Харьков, 2005. – 314 с.
5. Василенко П.М. Культиваторы / П.М. Василенко, П.Т. Бабий. – К., 1961. – 240с.

#### **Анотація**

### **ОБГРУНТУВАННЯ ПРОФІЛЮ ПЛОСКОРІЗУЮЧОЇ ЛАПИ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДІВ ВАРІАЦІЙНОГО ОБЧИСЛЕННЯ**

Турчин В.Я., Анікеєв О.І., Храмов М.С.

*З метою мінімізації обробітку ґрунту, отримано раціональні параметри плоскоріжучої лапи із застосуванням методу кінцевих елементів, показаний приклад вирішення тривимірної задачі по обґрунтуванню профілю плоскоріжучої лапи. Побудований профіль крила плоскоріжучої лапи на підставі отриманих результатів досліджень з метою зниження його опору руху в ґрунті. Експериментально показана енергетична ефективність удосконалених робочих поверхонь при збереженні якісних показників розпушування ґрунту.*

#### **Abstract**

### **JUSTIFICATION OF THE PROFILE OF THE PLANE-CUTTING PAINT WITH THE METHODS OF VARIATIONAL CALCULUS**

V. Turchin, A. Anikeev, N. Khramov

*In order to minimize soil cultivation, rational parameters of the plane-cutting paw with the use of the finite element method were obtained, an example of the solution of the three-dimensional problem for the substantiation of the profile of the plane-cutting paw is shown. The profile of the wing of the flat-cutting lapa is constructed on the basis of the obtained results of studies in order to reduce its resistance to movement in the soil. The energy efficiency of improved working surfaces has been experimentally shown while maintaining the qualitative indices of soil loosening.*