

УДК 621.9.048.6

**ДИНАМІКА ПУСКУ ВІБРАЦІЙНИХ МАШИН  
З ІНЕРЦІЙНИМИ ЗБУДНИКАМИ КОЛИВАНЬ  
З УРАХУВАННЯМ ПРУЖНОСТІ ПРИВОДА**

**Забродець І.П., Ярошевич М.П., професор, Толстушко М.М., доцент,  
Мартинюк В.Л., доцент  
(Луцький НТУ)**

*Розглядається пуск вібромашини з інерційним приводом з урахуванням пружної муфти, яка з'єднує ротори електродвигуна та дебалансного збудника. Наводяться практичні рекомендації щодо обмеження пускових навантажень муфти*

**Постановка проблеми.** Вібромашини та пристрої широко використовуються в різних галузях промисловості [1, 2]. Найпоширенішим приводом вібромашин є інерційний привод завдяки простоті конструкції та компактності за великої збурювальної сили. Проте, в перехідних режимах роботи машин можуть виникати резонансні коливання, які супроводжуються зростанням динамічних навантажень. Практика експлуатації вібромайданчиків (типу СМЖ, ВБ-15, ВБ-20) для ущільнення бетонних сумішей засвідчує частий вихід із ладу пружних муфт та карданних валів, які з'єднують між собою ротори дебалансів окремих віброблоків [3].

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Пуск вібромашин з інерційним приводом досліджувався у низці праць, огляд яких можна знайти в [1]. Однак, у цих та інших відомих публікаціях, присвячених даній проблемі, використовувалися лише динамічні моделі машин з жорсткими ланками. У [4] для дослідження динаміки вібромашин з інерційним збудником використано математичну модель яка враховує пружне з'єднання (дюритом) роторів двигуна та збудника. Однак, аналіз впливу на перебіг динамічних процесів саме пружного зв'язку між роторами не проводився. Урахування пружної муфти у приводі вібромашини з прямолінійними коливаннями робочого органу досліджується у [5]. Загальні питання з розрахунку й конструювання вібромашин з дебалансним приводом викладені у низці робіт, зокрема в [2]. Проте, в усіх цих роботах вплив муфти на динаміку системи не розглядається.

**Метою роботи** було дослідження процесу пуску вібромашини з дебалансним збудником коливань з урахуванням пружної муфти, яка з'єднує збудник з ротором асинхронного електродвигуна.

**Виклад основного матеріалу.** Вібраційна машина являє собою несуче тіло, яке зв'язане з нерухомою основою за допомогою пружних та демпфуючих елементів і яке може здійснювати плоскі коливання (рис. 1). На

несучому тілі встановлено дебалансний збудник, який приводиться в обертання від асинхронного електродвигуна. При цьому, ротори двигуна та збудника з'єднано за допомогою пружної муфти. Система характеризується п'ятьма узагальненими координатами: кутами повороту роторів двигуна  $\varphi_1$ , збудника  $\varphi_2$  та несучого тіла  $\varphi$  і його вертикальним та горизонтальним зміщеннями  $y, x$ . Рівняння руху коливальної системи запишемо у вигляді [1]:

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\varphi}_1 + \beta_i (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + c_i (\varphi_1 - \varphi_2) &= L_1 (\dot{\varphi}_1), \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - \beta_i (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - c_i (\varphi_1 - \varphi_2) &= -R_2 (\dot{\varphi}_2) + \\ + m\varepsilon (\ddot{x} \sin \varphi_2 + \ddot{y} \cos \varphi_2 - \ddot{\varphi} r \sin \varphi_2 + g \cos \varphi_2), \\ M\ddot{x} + \beta_x \dot{x} + \tilde{n}_x x + c_{x\varphi} \varphi &= m\varepsilon (\ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2), \\ M\ddot{y} + \beta_y \dot{y} + \tilde{n}_y y &= m\varepsilon (\ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_2), \\ J\ddot{\varphi} + \beta_\varphi \dot{\varphi} + c_\varphi \varphi + c_{x\varphi} x &= -m\varepsilon r (\ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2), \end{aligned} \quad (1)$$

де  $I_1, I_2$  – приведені моменти інерції роторів двигуна та збудника;  $m, \varepsilon$  – маса збудника та ексцентриситет;  $M, J$  – маса та момент інерції несучого тіла;  $\beta_i, \beta_x, \beta_y, \beta_\varphi$  – коефіцієнти в'язкого тертя муфти та пружин підвіски;  $c_i, c_x, c_y, c_\varphi$  – жорсткість муфти та підвіски;  $r$  – відстань, що визначає положення осі збудника щодо центра мас несучого тіла;  $g$  – пришвидшення вільного падіння;  $L_1(\dot{\varphi}_1), R_2(\dot{\varphi}_2)$  – моменти двигуна та сил опору обертанню збудника.

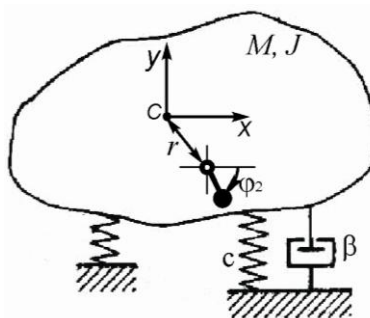


Рисунок 1 - Вібраційна машина з плоскими коливанням робочого органу

Опишемо рух роторів двигуна та збудника, з'єднаних муфтою, за допомогою однієї змінної – кута закручування муфти  $\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$

$$\ddot{\varphi}_{12} + 2b_i \dot{\varphi}_{12} + p_i^2 \varphi_{12} = \frac{L_1(\dot{\varphi}_1)}{I_1} + \frac{R_2(\dot{\varphi}_2)}{I_2} - \frac{T_2}{I_2}, \quad (2)$$

де  $b_i = \beta_i \frac{I_1 + I_2}{2I_1 I_2}$ ;  $p_i = \sqrt{c_i \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2}}$ ;  $T_2 = m\varepsilon (\ddot{x} \sin \varphi_2 + \ddot{y} \cos \varphi_2 - \ddot{\varphi} r \sin \varphi_2)$ .

Зазначимо, що: при аналітичних дослідженнях вплив моменту сил ваги дебаланса на динаміку системи не враховуємо; вважаємо, що муфта має лінійну характеристику, при цьому особливості динаміки системи з нелінійною муфтою проаналізуємо при чисельному моделюванні пуску машини.

Відомо, що максимальні навантаження в приводі виникають безпосередньо в момент пуску двигуна. Розглянемо саме цей період руху. У разі розглядуваного класу вібротомашин («м'яко віброізолюваних») розбіг їх двигуна до досягнення зони резонансних частот відбувається достатньо швидко – до однієї секунди. У цей період руху частота  $\dot{\phi}_2$  ще досить мала і в правій частині останнього виразу (2) можна знехтувати другим та третім доданками. На користь такого спрощення свідчить чисельна оцінка його складових, а також те, що для вібротомашин з дебалансним приводом, зазвичай,  $\frac{I_1}{I_2} = \mu$  (де  $\mu$  - можна вважати за малий параметр). Таким чином,

має місце ніби пуск двигуна без навантаження. Якщо, до цього ж припустити (як часто вважають при аналітичному розв'язуванні задач динаміки вібротомашин), що момент електродвигуна під час розбігу є сталим та рівним його пусковому моменту, то розв'язок рівняння (2) можна подати у вигляді

$$\varphi_{12} = \varphi_{cm} \left[ 1 - e^{-b_m t} \left( \frac{b_m}{P_m} \sin p_m t + \cos p_m t \right) \right],$$

де  $L_{\text{пуск}}$  – пусковий момент двигуна;  $\varphi_{cm} = \frac{L_{\text{пуск}}}{c_m}$  – деформація, викликана статично прикладеним сталим моментом  $L_{\text{пуск}}$ .

Зазначимо, що при одержанні цієї формули взято до уваги те що приведений момент інерції ротора електродвигуна на порядок менший за приведений момент інерції ротора вібротомашини, тобто  $I_1 \ll I_2$ ; а також що опір коливанням муфти неістотно впливає на її власну частоту.

Тоді, момент, який виникає у муфті під час пуску електродвигуна, можна визначити за формулою

$$T_m = c_m \varphi_{12} + \beta_m \dot{\varphi}_{12} \approx L_{\text{пуск}} \left[ 1 - e^{-b_m t} \left( \cos p_m t - \frac{b_m}{P_m} \left( \frac{2b_m^2}{P_m^2} + 1 \right) \sin p_m t \right) \right], \quad (3)$$

або подамо її у такому вигляді

$$T_m \approx L_{\text{пуск}} \left[ 1 - e^{-b_m t} A \cos(p_m t - \alpha) \right], \quad (4)$$

де

$$A = \sqrt{1^2 + \frac{b_m^2}{P_m^2} \left( \frac{2b_m^2}{P_m^2} + 1 \right)^2}; \quad \alpha = \arccos \frac{P_m}{b_m \left( \frac{2b_m^2}{P_m^2} + 1 \right)}.$$

Згідно виразам (3) та (4), після вмикання електродвигуна у муфті виникає момент, який практично відразу зростає від нуля до максимальної величини (за  $t \approx \frac{\pi}{P_M}$  сек,  $P_M \gg \pi$ ). Після цього виникають його згасаючі коливання відносно середнього значення величина якого наближено дорівнює  $L_{пуск}$ . При цьому коливання відбуваються з частотою, рівною частоті власних коливань муфти. Очевидно, що у разі муфти з невеликою демпфуючою здатністю, максимальний момент, що виникає, буде приблизно вдвічі більшими, ніж пусковий момент двигуна (випадок коливань, викликаних миттєво прикладеною сталою й надалі постійною діючою силою). При цьому, величина моменту практично не залежить ні від жорсткості муфти, ні від частоти її власних коливань, при зміні яких змінюється лише швидкість (плавність) зростання моменту.

Звичайно, із збільшенням демпфуючої здатності муфти розмах величини відносних коливань її напівмуфт істотно зменшуються. У той же час для моменту, який виникає у муфті під час пуску, ця залежність є не такою однозначною. Згідно (3), у разі достатньо малих коефіцієнтів опору муфти (до  $h = \frac{b_M}{P_M} = 0,4$ ), зростання опору призводить до зменшення величини максимального пускового моменту у муфті (рис. 3). Однак, у випадку порівняно великих коефіцієнтів демпфування ( $h > 0,6$ ), із подальшим їх збільшенням максимальний момент, який виникає у муфті, починає зростати (рис. 2). При цьому він не перевищує подвійного пускового моменту електродвигуна.

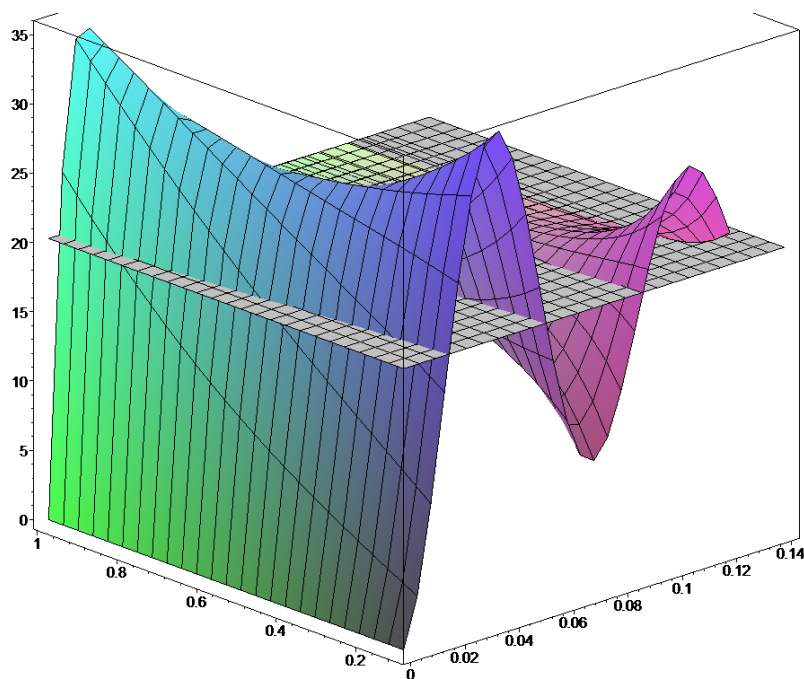


Рисунок 2 - Часові зміни моменту, який виникає в муфті під час пуску, в залежності від безрозмірного коефіцієнту демпфування  $h$  (горизонтальна площина відповідає  $L_{пуск}$ ,  $P_M = 88 \text{ c}^{-1}$ )

В дійсності, під час пуску момент асинхронного електродвигуна не є сталим – мають місце його коливання з частотою, близькою до частоти коливань струму у мережі живлення електродвигуна. Відомо, що «м'яко віброізольоване» несуче тіло практично «не відчуває» таких високочастотних коливань, у той час, як для муфти (з власною частотою вищою щонайменше на порядок за частоту несучої системи) вплив їх може бути суттєвим. Вираз  $L_1(\dot{\varphi}_1)$  у правій частині рівняння (2) можна подати у вигляді  $L_1(\dot{\varphi}_1) = L_{\text{пуск}}[1 - e^{-b_{\text{дв}}t} \cos(\omega t)]$  (тут  $b_{\text{дв}}$  – коефіцієнт, що характеризує згасання коливань електромагнітного моменту;  $\omega = 6,28 f_{\text{cmp}}$ ;  $f_{\text{cmp}} = 50 \text{ Гц}$ ) [3]. Розглянемо задачу без урахування опору відносним коливанням напівмуфт та нехтуючи процесом згасання коливань електромагнітного моменту. Таке припущення є цілком прийнятним, оскільки досліджується зовсім нетривалий проміжок часу від початку пуску, коли розглядувані коливання ще не встигають суттєво змінитися. Зауважимо, що згасання перших із зазначених коливань відбувається істотно швидше, ніж других [6].

Рівняння відносного руху роторів електродвигуна та вібробудника у цьому випадку подамо у вигляді

$$\ddot{\varphi}_{12} + p_m^2 \varphi_{12} = \frac{L_{\text{пуск}}}{I_1} - \frac{L_{\text{пуск}}}{I_1} \cos \omega t, \quad (5)$$

а його розв'язок у формі

$$\varphi_{12} = \varphi_{\text{cm}} \left[ 1 - \frac{1}{\omega^2 - p_m^2} (\omega^2 \cos p_m t - p_m^2 \cos \omega t) \right]. \quad (6)$$

Відповідно, момент що виникає у муфті під час пуску електродвигуна можна визначити за наближеною формулою

$$T_m \approx L_{\text{пуск}} \left[ 1 - \frac{1}{\omega^2 - p_m^2} (A_p \cos(p_m t - \alpha_p) + A_\omega \cos(\omega t - \alpha_\omega)) \right], \quad (7)$$

де

$$A_p = \omega^2 \sqrt{1 + \frac{4b_m^2}{p_m^2}}; \quad \alpha_p = \arccos \frac{p_m}{\sqrt{p_m^2 + 4b_m^2}};$$

$$A_\omega = \sqrt{p^4 + 4b_m^2 \omega^2}; \quad \alpha_p = \arccos \frac{-p^2}{\sqrt{p^4 + 4b_m^2 \omega^2}}.$$

Згідно (7), при вмиканні двигуна у муфті виникає момент, величина якого, в загальному випадку, коливається за бігармонічним законом, відносно середнього рівня, який дорівнює  $L_{\text{пуск}}$ . Як слідує з (6) та (7), величини амплітуд пускових коливань напівмуфт та моменту, який виникає в муфті, перш за все залежать від віддаленості частоти власних коливань муфти від частоти струму, та при їх близькості можуть бути значними. Більше того, у разі безпосередньої близькості цих частот може мати місце резонансне зростання амплітуд коливань напівмуфт та виникаючого

моменту, принаймні у разі заниженої потужності двигуна й відповідно, його повільного розбігу; при цьому може виникнути явище биття. Проте, з урахуванням великих коефіцієнтів опору муфти з неметалічними пружними елементами й того факту, що резонансні амплітуди виникають поступово, швидше за все, значного зростання величини моменту в муфті під час пуску не очікується. З іншого боку, за достатньої віддаленості цих частот та незначного опору муфти буде мати місце випадок як би миттєвого прикладання сталого й надалі постійного діючого моменту. Так, для параметрів вібромашини, наведених у [5], зокрема  $p_m = 40 \text{ c}^{-1}$ , справедлива оцінка  $p_i \ll \omega$ . У цьому разі складова вимушених коливань розв'язку (4) є не істотною та її можна не брати до уваги. Відповідно, формули (6) та (7) набувають вигляду  $\varphi_{12} = \varphi_{cm} (1 - \cos p_m t)$ ,  $T_m = L_{musk} (1 - \cos p_m t)$ . Тобто, при малому демпфуванні муфти, коливання її моменту відбуваються лише з частотою, яка дорівнює власній частоті муфти та з амплітудою, наближено рівною величині подвійного пускового моменту двигуна. Збільшення коефіцієнтів опору муфти призводить до незначного зростання амплітуди пускового моменту та прояву коливань з частотою струму.

Результати чисельного моделювання добре підтверджують отримані висновки. Моделювання виконано для вібромашини за наступних базових параметрів системи:  $M = 330 \text{ кг}$ ;  $J = 8 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $m = 35 \text{ кг}$ ;  $\varepsilon = 0,033 \text{ м}$ ;  $l = 0,23 \text{ м}$ ;  $\beta_y = \beta_x = 1000 \text{ кг/с}$ ;  $\beta_\varphi = 70 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}$ ;  $c_y = c_x = 45 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$ ;  $c_m = 28 \text{ Н м}$ ; електродвигун з  $P = 1,5 \text{ кВт}$ ,  $n_n = 1415 \text{ об/хв}$ ,  $L_{musk} = 20,3 \text{ Н м}$ . Згідно рис. 3, а, за достатньої віддаленості власної частоти муфти від частоти збурення (частоти коливань електромагнітного моменту двигуна), у ній при пуску виникає момент, величина якого інтенсивно коливається відносно середнього значення приблизно рівного пусковому моменту електродвигуна  $L_{musk}$ . Максимального значення момент досягає практично відразу після вмикання двигуна ( $t \approx 0,02 \dots 0,04 \text{ сек}$ ) та при малому демпфуванні муфти ( $h \leq 0,3$ ), є дещо менше за величину подвійного пускового моменту двигуна. З ростом демпфування величина максимального моменту спочатку практично не змінюється. Однак, з подальшим збільшенням опору муфти ( $h \geq 0,6$ ), максимальний момент у муфті починає зростати.

Звернемо увагу, що коливання моменту в муфті досить швидко згасають; що в загальному випадку вони є бігармонічними, та відбуваються з частотами струму та власних коливань муфти. Проте, при малому демпфуванні муфти ( $h \leq 0,3$ ) збуджуються практично моногармонічні коливання лише з власної частоти муфти. Таким чином, у разі незначного демпфування величина інтенсивних динамічних навантажень муфти при пуску залежить, перш за все від її коефіцієнту опору, а тривалість навантажень, відповідно, визначається тривалістю згасання вільних коливань муфти. Зазначимо, що при достатньому демпфуванні ( $h \geq 0,3$ ) починають



проявлятися коливання з частотою струму, а при подальшому збільшенні опору вони стають визначальними (рис. 3, а).

У муфтах, величини власних частот яких є вищими, і відповідно, ближчими до зони їх резонансних коливань або знаходяться у цій області ( $235\text{c}^{-1} < p_i < 393\text{c}^{-1}$ ), величина максимального пускового моменту істотно зростає (рис. 3, б). При цьому, коливання моменту в муфті стають практично моногармонічними – відбуваються з частотою струму.

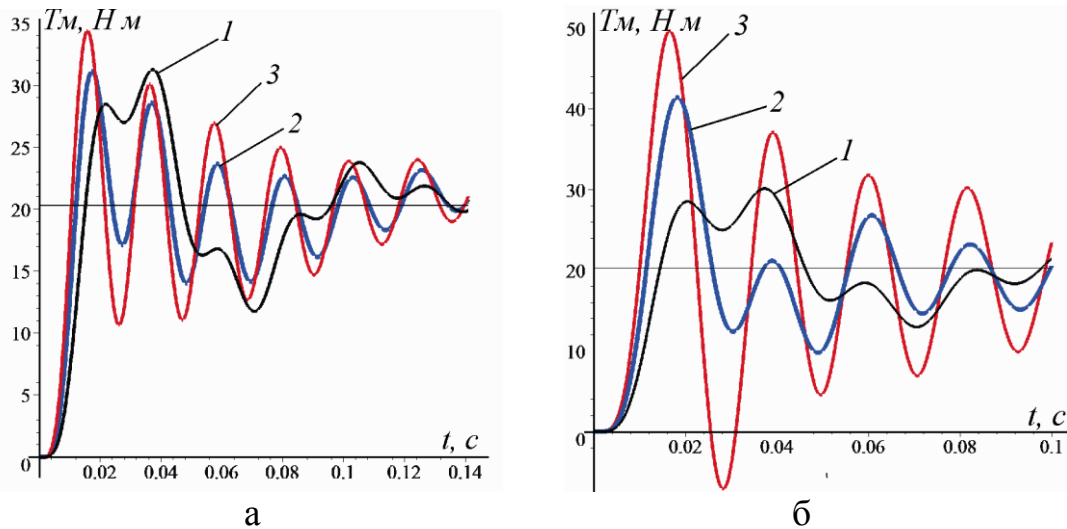


Рисунок 3 - Часові зміни моменту у муфті в залежності від: а) величини демпфування муфти ( $p_i = 88\text{c}^{-1}$ ): 1 –  $h = 0,3$ ; 2 –  $h = 0,6$ ; 3 –  $h = 0,99$   
 б) власної частоти муфти:  $h = 0,3$ ; 1 –  $p_i = 88\text{c}^{-1}$ ; 2 –  $p_i = 144\text{c}^{-1}$ ; 3 –  $p_i = 210\text{c}^{-1}$

Згідно результатів моделювання, у муфтах, величини власних частот яких знаходяться у резонансній області: максимальний момент набуває величини, істотно більшої за подвійне значення пускового моменту двигуна; відразу після пуску може мати місце короткочасне резонансне зростання моменту в муфті. Збільшення коефіцієнту опору муфти призводить до помітного зменшення максимальних значень пускового моменту та унеможливорює його резонансне зростання.

**Висновки.** Для розглянутих вібротрибів величина максимального пускового моменту у муфті, яка з'єднує дебалансний збудник та двигун, найбільше залежить від коефіцієнта в'язкого опору муфти та віддаленості її власної частоти від частоти струму. Встановлено, що за значної віддаленості вказаних частот (практично важливий випадок  $p_i \ll \omega$ ), максимальний момент є дещо меншим за подвійний пусковий момент двигуна; у випадку їх близькості – може перевищувати пусковий момент двигуна у кілька разів. З'ясовано, що у разі малої величини демпфування муфти ( $h \leq 0,3$ ), зростання опору призводить до зменшення величини пускового моменту, в той час, як

при значному демпфуванні ( $h > 0,6$ ) подальше зростання коефіцієнта  $h$  призводить до збільшення пускового моменту. Величини власних частот муфт рекомендується вибирати віддаленими від частоти струму, принаймні не в межах  $235c^{-1} < p_i < 393c^{-1}$ ; значення безрозмірного коефіцієнта демпфування –  $0,3 < h < 0,6$ .

### Список літератури

1. Блехман И.И. Теория вибрационных процессов и устройств. Вибрационная механика и вибрационная техника. – СПб: ИД «Руда и Металлы», 2013. – 640 с.
2. Бабичев А.П., Бабичев И.А. Основы вибрационной технологии / Ростов н/Д: Изд. центр Донск. гос. техн. ун-ту, 2008. – 694 с.
3. Назаренко І.І., Свідерській А.Т., Делембовський М.М. Дослідження надійності карданних валів вібромашин будівельної індустрії / Вібрації в техніці та технологіях. – Вінниця. – 2013. – №3 (71). – С. 72-77.
4. Шатохин В.М. Анализ и параметрический синтез нелинейных силовых передач машин: монография / Харьков: НТУ «ХПИ», 2008. – 456 с.
5. Yaroshevych N.P., Zabrodets I.P., Yaroshevych T.S. Dynamics start vibrating machines with unbalanced drive in case of flat vibrations of bearing body. Науковий вісник НГУ. Наук. техн. журнал. 2015, №3, С 39-45.
6. Ярошевич М.П., Силивонюк А.В. Про деякі особливості динаміки розбігу вібраційних машин зі збудниками, що самосинхронізуються / Науковий вісник НГУ. Наук. техн. журнал. 2013. – №4. – С. 37-45.

### Аннотация

#### **ДИНАМИКА ПУСКА ВИБРАЦИОННОЙ МАШИНЫ С ИНЕРЦИОННЫМ ВИБРОВОЗБУДИТЕЛЕМ КОЛЕБАНИЙ С УЧЕТОМ УПРУГОСТИ ПРИВОДА**

Забродець І.П., Ярошевич М.П., Толстушко М.М., Мартынюк В.Л.

*Рассматривается пуск вибрационной машины с инерционным приводом с учетом упругой муфты, соединяющей роторы электродвигателя и дебалансного вибровозбудителя. Наводятся практические рекомендации относительно уменьшения пусковых колебаний.*

### Abstract

#### **DYNAMICS OF START OF VIBRATION MACHINE WITH UNBALANCED VIBRATION EXCITER CONSIDERING DRIVE ELASTICITY**



I. Zabrodets, M. Yaroshevych, M. Tolstushko, V. Martyniuk

*The run process of vibratory machine with the flat nature of the movement of the working body considering coupling's elasticity, that connects the rotors of the motor and vibration exciter, is examined*