

УДК 519.7

МОДЕЛИРОВАНИЕ КЛАССИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С УЧЕТОМ ВАЛЕНТНЫХ ОТНОШЕНИЙ

Подольяка А.Н., ст. преп.

НАУ «ХАИ» им. Н.Е. Жуковского

Постановка проблемы. Пусть имеются множества машин и работ, и каждая работа задана некоторым множеством грузов. Т.е. груз означает неделимую часть работы. Связь машин и работ осуществляется посредством отношений. Их основными количественными характеристиками являются: мощность, валентность и вес. Мощность машины означает максимальное количество перевозимых грузов, а валентность – максимальное число выполняемых машиной работ. Важно не путать понятия валентности и мощности машин/работ, т.к. в общем, случае они различны. Если, например, работы представить, как пункты доставки грузов, то валентность машины означает число пунктов доставки, а мощности работ – объемы заявок этих пунктов. В моделях транспортных средств мощность может означать номинальную мощность (например, грузоподъемность), а валентность – число посадочных мест. Следует отметить, что параметры мощность и валентность отражают комплексную производительность машин/работ и при построении моделей транспортных задач могут учитываться как совместно, так и по отдельности.

В данной работе рассматривается класс задач транспортного типа, в которых понятия мощности и валентности машины/работы эквивалентны. Модели этих задач являются уточнением модели транспортной задачи (ТЗ).

Цель исследования – моделирование задач транспортного типа.

Для начала рассмотрим базовую модель классической ТЗ [1,2,3].

Пусть имеется M поставщиков (машин), у каждого из которых имеется заданное количество штучного груза/товара и N потребителей (работ).

a_i – мощность/производительность машины i . Означает число единиц груза, которое есть у поставщика i .

b_j – мощность работы j . Означает число единиц груза, которое необходимо потребителю или суммарная мощность машин необходимых для выполнения работы j .

β_{ij} – стоимость доставки (работы).

x_{ij} – число единиц груза, передаваемых от поставщика i потребителю j , $x_{ij} \geq 0$.

$$\begin{cases} w(E_{a_i, b_j}^*) = \sum_i^M \sum_j^N (x_{ij} \beta_{ij}) \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^M x_{ij} = b_j, j = \overline{1, N} \\ \sum_{j=1}^N x_{ij} = a_i, i = \overline{1, M} \end{cases} \quad (1)$$

Теперь рассмотрим класс задач транспортного типа, совершенные планы которых определяются валентностью отношений. Проще говоря, для каждой машины задано количество работ, которые она может выполнить, а для работы – необходимое число машин. Такие количественные отношения объектов модели назовем *валентными*. Следует отметить, что при валентных отношениях мощность машины или работы равна её валентности. Поэтому в моделях подобных задач, понятия валентности и мощности являются идентичными и взаимозаменяемыми. Нужно сказать, что каждому виду валентных отношений соответствует известная задача линейного программирования.

Можно выделить следующие виды валентных отношений.

Отношение один к одному 1/1:

- **1/1** (одна машина/одна работа) – это задача о назначениях.

Отношение один ко многим 1/*:

- **1/n** (одна машина/n работ) – это задача поиска звездного покрытия степени n.
- **1/*** (одна машина/много работ) – это задача поиска звездного покрытия.

Отношения многие ко многим */*:

- **2/2** – задача поиска 2-фактора или циклического покрытия;
- **k/k** - задача поиска k-фактора или регулярного графа степени k;
- **m/n** - валентная транспортная задача.

В данном случае, речь идет о транспортной задаче, в которой машины и работы связаны валентными отношениями. В графовой интерпретации валентная ТЗ представляет собой оптимизационную задачу поиска реберного покрытия графа, которое задано степенями его вершин.

Для представления валентной ТЗ в математическую модель классической задачи (1) нужно добавить валентные ограничения.

$$\begin{cases} a_i = \Gamma(i), i = \overline{1, M} \\ b_j = \Gamma(j), j = \overline{1, N} \end{cases}, \quad (2)$$

где: $\Gamma(i)$ и $\Gamma(j)$ - валентности машин и работ.

Производительность машины характеризуется множеством параметров, которые следует учитывать при моделировании задач транспортного типа. Основными параметрами машины являются номинальная мощность (грузоподъемность) и валентность – максимальное число выполняемых работ.

Выводы. В работе выделен класс задач, в которых характеристики мощности и валентности означают одно и то же. Модели этих задач могут быть представлены валентной ТЗ, которая является частным случаем классической транспортной задачи.

Следовательно, результаты представленной работы могут быть использованы при построении адекватных моделей задач транспортного типа. В теоретическом аспекте, приведенные результаты могут быть применены для сведения задач и обоснования применимости общих алгоритмов для решения рассмотренных задач.

Литература:

1. Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. Задачи и методы линейного программирования: Задачи транспортного типа. – М.: ЛИБРОКОМ, 2010. – 184 с.
2. Самойленко Н.И. Транспортные системы большой размерности: монография / Н.И. Самойленко, А. А. Кобец, под ред. Н. И. Самойленко. – Х.: НТМТ, 2010. – 212 с.
3. Таха Хемди А. Введение в исследование операций, 7-е издание.: Пер. с англ./ Хемди А. Таха – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.: ил.