

## **Abstract**

### **STUDY OF THE STRUCTURE OF MILK-PROTEIN CONCENTRATES**

*The article presents the results of studies of the microstructure of milk-protein concentrates from buttermilk, obtained using berry puree as coagulants. The analysis of the obtained micrographs was carried out, the conclusion was made about the further use of milk-protein concentrates in food technologies.*

## **УДК 539.3**

### **МОДЕЛЮВАННЯ ОБЛАДНАННЯ ПЕРЕРОБНИХ ТА ХАРЧОВИХ ВИРОБНИЦТВ ПРИ РОЗРАХУНКАХ НА МІЦНІСТЬ**

**Сичов А.І., к.т.н., доц., Сичова Т.О., к.т.н., доц.**

*(Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка)*

*У статті розглядається використання різних моделей оболонок для розрахунків міцності при проектуванні обладнання переробних і харчових виробництв. В розрахунках застосовується безмоментна теорія оболонок, моментна теорія оболонок Кірхгофа-Лява та теорія оболонок з урахуванням деформацій поперечного зсуву. Надаються вид визначальної системи рівнянь та метод розв'язку. Наведені результати розрахунків міцності циліндричних оболонкових елементів обладнання.*

**Постановка проблеми та її актуальність.** При проектуванні обладнання переробних і харчових виробництв широко використовуються оболонкові конструкції. В розрахунках на міцність цих конструкцій необхідно вибрати, яку модель оболонок або теорію оболонок використовувати. В інженерних розрахунках оболонкових елементів обладнання переробних і харчових виробництв, які знаходяться під тиском, згідно ДСТУ, застосовуються формули безмоментної теорії оболонок [1,2]. В наукових дослідженнях міцності оболонкових конструкцій, в яких зроблено аналіз розподілу напружень по довжині та товщині оболонок, використовуються моментна теорія оболонок Кірхгофа-Лява та теорія оболонок з урахуванням поперечного зсуву [3,4,5]. При проектуванні

обладнання розглядається розрахунки обладнання на продуктивність (визначається основні геометричні розміри – довжини, радіуси елементів) та розрахунки обладнання на міцність (визначається товщина стінок елементів). Вибір моделі оболонки залежить від співвідношення геометричних параметрів та фізичних параметрів матеріалу оболонок. Так безмоментну теорію оболонок використовують для «довгих» оболонок подалі від краю оболонки [1,2]. Моментна теорія оболонок Кірхгофа-Лява застосовується для «коротких» та «довгих» тонких оболонок ( $h/R \approx 1/20 \div 1/10$ ) [1,2]. Теорію оболонок з урахуванням поперечного зсуву використовують для «коротких» та «довгих» оболонок середньої товщини ( $h/R \approx 1/10 \div 1/5$ ), для тонких оболонок, які виготовлені з матеріалу з малим модулем зсуву, або для багат шарових тонких оболонок [3,4,5].

Розглянемо постановку задачі для осесиметрично навантажених оболонок обертання з урахуванням поперечного зсуву [3,4,5].

Для точки оболонки задано систему координат  $(\xi_1, \xi_2, \zeta)$ . Координата  $\xi_1$  – це координата вздовж твірної оболонки,  $\xi_2$  – координата в окружному напрямку,  $\zeta$  – координата в напрямку нормалі до поверхні оболонки. Навантаження, яке діє на оболонку, є осесиметричним. Це розподілене навантаження  $p_1, p_3$  та зосереджені по краям кільцеві сили  $n_{11}^0, n_{11}^L, q_1^0, q_1^L$  і моменти  $m_{11}^0, m_{11}^L$ .

Передбачається, що при деформуванні оболонки перетини оболонки залишаються прямокутними, але не є перпендикулярними до деформованої серединної поверхні оболонки. Товщина оболонки при деформуванні не змінюється. Ці гіпотези розширюють відомі гіпотези Кірхгофа-Лява.

Запишемо кінематичні співвідношення:

$$\mathbf{G}\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{L}\mathbf{E}, \quad \mathbf{G}\mathbf{E}_1 = \partial_1 \mathbf{u} + \mathbf{G}_1 \mathbf{u}, \quad \mathbf{E}_2 = \mathbf{G}_2 \mathbf{u}, \quad (1)$$

де вектори  $\boldsymbol{\gamma}, \mathbf{E}, \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{u}$  та матриці  $\mathbf{G}, \mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \mathbf{L}$  визначаються по формулам:

$$\boldsymbol{\gamma}^T = [\gamma_{11}, \gamma_{22}, 2\gamma_{13}], \quad \mathbf{E}^T = [(\mathbf{G}\mathbf{E}_1)^T, \mathbf{E}_2^T], \\ \mathbf{E}_1^T = [\alpha_{11}, \beta_{11}, \gamma_1], \quad \mathbf{E}_2^T = [\alpha_{22}, \beta_{22}], \quad \mathbf{u}^T = [v_1, w_1, v_3],$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 & k_2 \\ 0 & \phi_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & \zeta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \zeta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Тут  $\alpha_{11}, \alpha_{22}$  – відносні подовження елемента оболонки у напрямках  $\xi_1, \xi_2$ ;  $\beta_{11}, \beta_{22}$  – зміни кривин елемента оболонки у напрямках  $\xi_1, \xi_2$ ;  $A_1, A_2$  – параметри Ляме;  $k_1, k_2$  – головні кривини;  $\nu_1, \nu_3$  – переміщення точки серединної поверхні оболонки у напрямках  $\xi_1, \zeta$ ;  $w_1$  – кут загального повороту перетину оболонки при деформуванні;  $\phi_1 = A_2^{-1} \partial_1 A_2$  – коефіцієнт;  $\partial_1(\dots) \equiv A_1^{-1} \partial_1(\dots) / \partial \xi_1$ ;  $\gamma_1$  – кут зсуву.

Рівняння рівноваги будуть мати вигляд:

$$\partial_1 \mathbf{T}_1 + \mathbf{L}_1 \mathbf{T}_1 + \mathbf{L}_2 \mathbf{T}_2 + \mathbf{p} = \mathbf{0}, \quad (3)$$

де вектори  $\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2, \mathbf{p}$  та матриці  $\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2$  визначаються по формулам:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_1^T &= [n_{11}, m_{11}, q_1], & \mathbf{T}_2^T &= [n_{22}, m_{22}], & \mathbf{p}^T &= [p_1, 0, p_3], \\ \mathbf{L}_1 &= \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 & k_1 \\ 0 & \phi_1 & -1 \\ -k_1 & 0 & \phi_1 \end{bmatrix}, & \mathbf{L}_2 &= \begin{bmatrix} -\phi_1 & 0 \\ 0 & -\phi_1 \\ -k_2 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4)$$

Тут  $n_{11}, n_{22}$  – мембранні сили,  $q_1$  – поперечна сила,  $m_{11}, m_{22}$  – згинальні моменти.

До рівнянь (1)-(4) додаються кінематичні та статичні граничні умови при  $\xi_1^0 = \xi_1^0$  та  $\xi_1^L = \xi_1^L$ .

Запишемо фізичні рівняння:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}\boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{C}^* \mathbf{G}\boldsymbol{\gamma}, \\ \mathbf{G}\mathbf{T}_1 &= \mathbf{C}_{11} \mathbf{G}\mathbf{E}_1 + \nu \mathbf{C}_{12} \mathbf{E}_2, \\ \mathbf{T}_2 &= \nu \mathbf{C}_{21} \mathbf{G}\mathbf{E}_1 + \mathbf{C}_{22} \mathbf{E}_2, \end{aligned} \quad (5)$$

де вектор  $\boldsymbol{\sigma}$  та матриці  $\mathbf{C}^*, \mathbf{C}, \mathbf{C}_{11}, \mathbf{C}_{12}, \mathbf{C}_{21}, \mathbf{C}_{22}$  визначаються по формулам:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}^T &= [\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{13}], \\ \mathbf{C}^* &= \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \kappa \end{bmatrix}, & \mathbf{C} &= \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} h & 0 \\ 0 & h^3/12 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$C_{11} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & \kappa Gh \end{bmatrix}, \quad C_{12} = \begin{bmatrix} C \\ \theta \end{bmatrix}, \quad C_{21} = [C \quad \theta], \quad C_{22} = C,$$

де  $E$  – модуль пружності матеріалу,  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона,  $h$  – товщина оболонки,  $\kappa$  – коефіцієнт, що коректує розподілення напруження зсуву по товщині оболонки ( $\kappa = 5/6$ ).

Розв'язувальна система рівнянь має вид:

$$\partial_1 Y = A(Y) + B, \quad (7)$$

де  $Y^T = [T_1^T, u^T]$  – вектор основних невідомих.

$$A(Y) = \begin{bmatrix} -L_1 - \nu L_2 C_{21} C_{11}^{-1} G & -L_2 (C_{22} - \nu^2 C_{21} C_{11}^{-1} C_{12}) G_2 \\ \hline C_{11}^{-1} G & -G_1 - \nu C_{11}^{-1} C_{12} G_2 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$B = \begin{bmatrix} -P \\ \theta \end{bmatrix}.$$

Рівняння (1)-(8) відповідають задачі теорії оболонок Кірхгофа-Лява. Для задачі теорії оболонок з урахуванням поперечного зсуву рівняння мають такий же вид при умові, що матриця  $G$  приймається одиничною.

Для розв'язку отриманої крайової задачі використовуються метод дискретної прогонки з ортогоналізацією розв'язків на кроці по координаті С.К.Годунова.

Розглянемо розрахунок на міцність циліндричного елемента обладнання [6]. Розрахунковою схемою циліндричного елемента буде жорстко закріплена по краю циліндрична оболонка, яка навантажена внутрішнім тиском. На Рис. 1 показано розподіл напружень  $\bar{\sigma}_x = \sigma_x / (pR/h)$ ,  $\bar{\sigma}_\varphi = \sigma_\varphi / (pR/h)$  по товщині в перерізі оболонки з максимальним рівнем напружень. Таким перерізом буде переріз на краю оболонки, де оболонка жорстко закріплена. Результати отримані для трьох моделей оболонок: по моментній теорії оболонок Кірхгофа-Лява (суцільна лінія), по безмоментній теорії оболонок (пунктирна лінія) та по теорії оболонок з урахуванням поперечного зсуву (штрих-пунктирна лінія).

Безмоментна теорія оболонок дає результат тільки для безмоментної області оболонки вдалі від краю оболонки. Рівень максимальних напружень отриманих для моделі оболонки з урахуванням поперечного зсуву нижче ніж рівень максимальних напружень для оболонки Кірхгофа-Лява. Цей ефект можна пояснити тим, що модель оболонки з урахуванням поперечного зсуву більш гнучка ніж модель оболонки Кірхгофа-Лява, за рахунок додаткового

урахування кута зсуву.

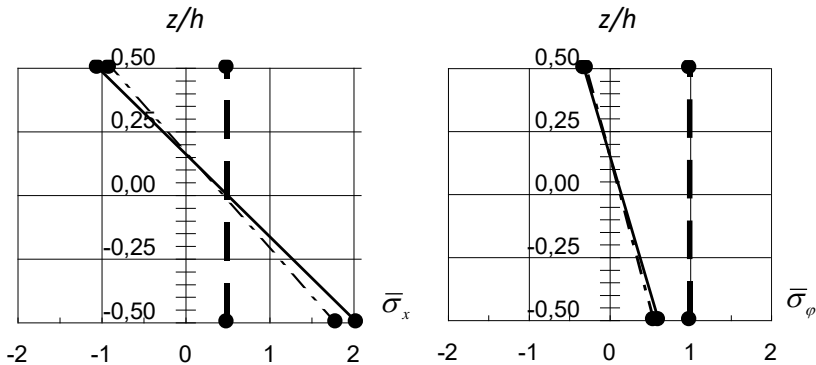


Рис. 1. Розподіл напружень  $\bar{\sigma}_x$ ,  $\bar{\sigma}_\varphi$  по товщині в перерізі оболонки з максимальним рівнем напружень

**Висновки:** 1) При розрахунках на продуктивність вибір основних геометричних розмірів необхідно співвідносити з моделями оболонок в розрахунках на міцність, тому що оболонка є «довгою» або «короткою» чи тонкою або середньої товщини в залежності не тільки від товщини оболонки а і в залежності від величин основних геометричних розмірів (довжина, радіус).

2) Використання безмоментної теорії оболонок дає можливість оцінити кількісно величини напружень в безмоментній області, але не показує якісний розподіл напружень на краях оболонки. Якісний розподіл напружень дає моментна теорія оболонок Кірхгофа-Лява або теорія оболонок з урахуванням поперечного зсуву.

3) Модель оболонки з урахуванням поперечного зсуву є більш гнучкою за рахунок додаткового урахування кута зсуву переріза оболонки при деформуванні у порівнянні з моделлю оболонки по моментній теорії. Це дає більш низький рівень напружень в небезпечному перерізі оболонки. Таким чином теорія оболонок з урахуванням поперечного зсуву дає більш точний розподіл напружень в оболонці.

4) Використання різних моделей оболонок при проектуванні обладнання переробних і харчових виробництв дає змогу більш повно та більш раціонально використовувати можливості обладнання по міцності.

### Список літератури

1. Соколов В.И. Основы расчета и конструирования машин и аппаратов пищевых производств. М.:Машиностроение, 1983. – 447 с.
2. Остриков А.Н., Абрамов О.В. Расчет и конструирование машин и аппаратов пищевых производств. СПб.: ГИОРД, 2003. – 352 с.
3. Пелех Б.Л. Теория оболочек с конечной сдвиговой жесткостью. – Киев: Наукова думка, 1973. – 248 с.
4. Галишин А.З., Шевченко Ю.Н. К расчету термоупругого напряженного состояния оболочек вращения средней толщины // Прикладная механика. – 2008. – Вып. 44, № 5. – С. 58-67.
5. Сычев А.И., Сычева Т.А. Расчеты оболочечных элементов оборудования перерабатывающих и пищевых производств на прочность в условиях нелинейного деформирования // Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ. – 2009. – Вип. 88. – С. 82-88.
6. Сичов А.І., Сичова Т.О. Розрахунки на міцність оболонкових елементів обладнання переробних і харчових виробництв з метою підвищення ефективності їх роботи. Інженерія переробних і харчових виробництв. – Харків, ХНТУСГ, 2016. – №2 – С.48-51.

### Аннотация

#### **МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБОРУДОВАНИЯ ПЕРЕРАБАТЫВАЮЩИХ И ПИЩЕВЫХ ПРОИЗВОДСТВ ПРИ РАСЧЕТАХ НА ПРОЧНОСТЬ**

*В статье рассматривается применение различных моделей оболочек для расчетов прочности при проектировании оборудования перерабатывающих и пищевых производств. В расчетах используется безмоментная теория оболочек, моментная теория оболочек Кирхгоффа-Лява и теория оболочек с учетом деформаций поперечного сдвига. Представлен вид разрешающих уравнений и метод решения. Приводятся результаты расчетов прочности цилиндрических оболочечных элементов оборудования.*

### **Abstract**

#### **MODELING EQUIPMENT OF PROCESSING AND FOOD MANUFACTURES FOR STRENGTH CALCULATIONS**

*In article it is considered use of various models of shells for calculating the strength in the design of equipment for processing and food manufactures. The momentless theory of shells, the moment theory of Kirchhoff-Love shells and the shell theory with shear deformations for calculations is used. Generalized final equalizations and method of solution are presented. Results of strength calculations for cylindrical shell elements of equipment are resulted.*