

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ХАРЧУВАННЯ ТА ТОРГІВЛІ**

Кафедра фінансів, аналізу та страхування

СТАТИСТИКА

Практикум

ХАРКІВ -2017

УДК 31(072):378.147

Горошанська О.О. Статистика: Практикум. / Харк. держ. університет харчування та торгівлі. – Харків, 2017.– 133 с.

Практикум підготовлено на основі типової програми дисципліни „Статистика”. Розглянуто методичні основи побудови статистичних показників для вивчення закономірностей соціально-економічних явищ і процесів, наведено практичні завдання та задачі з основних тем дисципліни, а також розглянуто розв’язання типових задач і завдань.

У виданні використано законодавчі, нормативні та інструктивні матеріали зі статистики, а також рекомендовані літературні джерела з теорії статистики.

Практикум розрахований на студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів усіх форм навчання, аспірантів, наукових працівників, а також спеціалістів, які бажають систематизувати і поглибити свої знання щодо прикладного застосування статистичних методів обробки масових експериментальних даних.

Рецензенти: **Н.Б. Кашена**, кандидат економічних наук, професор Харківського державного університету харчування та торгівлі
І.А. Бігдан, кандидат економічних наук, доцент Харківського державного університету харчування та торгівлі

Схвалено науково-методичною комісією обліково-фінансового факультету
Протокол від «29» червня 2017 року № 9

Схвалено вченою радою ХДУХТ
Протокол від «03» липня 2017 року № 11

Схвалено редакційно-видавничою радою ХДУХТ
Протокол від «30» червня 2017 року № 6

© Горошанська О.О., 2017
© ХДУХТ, 2017

ЗМІСТ

Вступ	4
Тема 1. Методологічні засади статистики	5
Тема 2. Статистичне спостереження	9
Тема 3. Зведення і групування статистичних даних	23
Тема 4. Узагальнюючі статистичні показники	34
Тема 5. Аналіз рядів розподілу	47
Тема 6. Аналіз концентрації, диференціації та подібності розподілів	60
Тема 7. Статистичні методи вимірювання зв'язків	67
Тема 8. Аналіз рядів динаміки	81
Тема 9. Індексний метод	103
Тема 10. Вибірковий метод	116
Список рекомендованої літератури	125
Додатки	126

ВСТУП

Освітньо-професійною програмою та навчальними планами підготовки бакалаврів зі спеціальності «Облік і оподаткування», «Фінанси, банківська справа та страхування», «Економіка», «Міжнародні економічні відносини», «Маркетинг», «Менеджмент» передбачається вивчення дисципліни «Статистика». У системі економічної освіти місце статистики, як навчальної дисципліни, обумовлено її роллю у науковій і практичній діяльності суспільства.

Статистика як окрема галузь суспільної науки і спеціальна наукова дисципліна має свій предмет і метод дослідження. Вона вивчає закономірності суспільних явищ у нерозривному зв'язку з їх якісним змістом. Статистика розробляє способи кількісного аналізу, які у сукупності утворюють статистичну методологію і використовуються іншими суспільними науками як засіб соціального пізнання.

Запропоноване видання включає основні поняття і терміни теорії статистики, які викладені відповідно до діючої навчальної програми, зокрема, розглядаються такі питання, як: предмет, метод і теоретичні основи статистики; завдання та організація статистики; форми, види та способи проведення статистичного спостереження; зведення і групування матеріалів спостереження; обчислення узагальнюючих статистичних показників, вивчення динаміки суспільних явищ, тенденцій і закономірностей їх розвитку; показники і методи вивчення взаємозв'язків між явищами; індексний і вибіркового методи. Наведені у виданні приклади розрахунків показників побудовані на основі офіційних публікацій статистичних матеріалів або на умовних даних.

В опануванні статистичними методами аналізу соціально-економічних явищ та процесів важливу роль відіграє розв'язування задач. Це вимагає від студентів певних теоретичних знань і вмінь застосувати їх на практиці для обробки та аналізу конкретних даних. Розв'язання задач є найбільш ефективним методом систематичного контролю знань студентів.

До змісту кожної теми курсу включено методичний матеріал, детальний розгляд типових задач та завдань, практичні завдання та задачі для самоконтролю знань. Типові задачі і завдання призначені для розгляду принципів основ найскладніших прийомів статистичної обробки інформації, розрахунків статистичних показників та порядку підготовки аналітичних висновків.

У виданні використано законодавчі, нормативні та інструктивні матеріали зі статистики, а також рекомендовані літературні джерела.

Практикум розрахований на студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів усіх форм навчання і дозволяє студентам самостійно готуватися до практичних занять з дисципліни „Статистика”.

ТЕМА 1. Методологічні засади статистики

Методичні рекомендації

Термін "статистика" походить від латинського слова "статус" (status), що означає "визначений стан речей". У сучасному розумінні термін "статистика" має декілька значень:

- в широкому розумінні під статистикою розуміють практичну діяльність статистичних установ, які збирають і обробляють інформацію про різні явища і процеси суспільного життя;
- під статистикою розуміють також сукупність цифрових показників, що характеризують певні статистичні сукупності чи суспільство в цілому;
- під статистикою розуміють окрему галузь науки, яка має свій предмет і метод дослідження.

Предметом статистики як суспільної науки є кількісна сторона масових суспільних явищ і процесів у нерозривному зв'язку з їх якісною стороною, кількісне відображення закономірностей суспільного розвитку в конкретних умовах місця й часу.

Під *статистичною сукупністю* розуміють масу однорідних у певному відношенні елементів (фактів, явищ тощо), які мають єдину якісну основу, але різняться між собою певними ознаками. *Ознака* — це статистичний еквівалент властивостей, притаманних елементам сукупності. Кожний елемент сукупності характеризується багатьма ознаками, значення яких змінюється від елемента до елемента або від одного періоду до іншого. Ознака, яка набуває в межах сукупності різних значень, називається варіюючою (змінною, мінливою), а відмінність, коливання ознаки – *варіацією*.

Одні ознаки виражаються числами, інші – словесно, їх називають відповідно кількісними і якісними.

Якісними називаються такі ознаки, окремі значення яких не виражаються числами. Серед якісних ознак розрізняють атрибутивні ознаки, окремі значення яких виражаються поняттями, найменуваннями (професія, галузь, освіта), та альтернативними, такими що набувають лише одне з двох протилежних значень, (стать, сімейний стан). *Кількісними* називаються такі ознаки, окремі значення яких виражаються числами (вік людини, розряд робітника, стаж роботи).

За характером варіації кількісні ознаки поділяються на дискретні та неперервні. *Дискретні* ознаки мають лише окремі числові значення (розряд робітника, кількість дітей в сім'ї, кількість поверхів у будинку). *Неперервні* ознаки мають будь-які значення в певних межах варіації (вік людини, зарплата, ціна одиниці товару тощо).

Статистична закономірність виражає середній результат взаємодії значного числа однорідних явищ, тобто статистична закономірність не виражає властивості кожного явища окремо, й тільки в масових процесах, або в загальній системі.

Статистичний показник — це кількісна оцінка властивостей явища, що

вивчається. Статистична інформація створюється, передається і зберігається у вигляді показників. Статистичні показники характеризують кількісну сторону суспільних явищ і являють собою величину, яка виражена у відповідних одиницях вимірювання.

Статистична методологія являє собою сукупність статистичних методів дослідження, тобто прийомів і способів вивчення розмірів суспільних явищ; вона розробляє питання збирання даних про розміри суспільних явищ, зведення і обробки цих даних, вивчення зв'язків між розмірами суспільних явищ, принципи та прийоми аналізу статистичних даних. Статистична методологія ґрунтується на загальнофілософських (діалектична логіка) і загальнонаукових (порівняння, аналіз, синтез) принципах.

До основних прийомів і способів статистичного дослідження належать:

1. *Статистичне спостереження* — це збір первинного матеріалу шляхом реєстрації фактів. Масове статистичне спостереження дає інформаційну базу для статистичних узагальнень і характеристики об'єктивних закономірностей.

2. *Статистичне зведення і групування* матеріалів статистичного спостереження. Зібрані факти класифікують і систематизують, їх поділяють за ознаками відмінності і об'єднують за ознаками подібності. Найважливішим специфічним прийомом на цьому етапі дослідження є метод групування, за допомогою якого досліджувані явища поділяють на характерні групи і підгрупи.

3. *Статистичний аналіз* зведеного та опрацьованого матеріалу, в процесі якого виявляються закономірності та зв'язки суспільних явищ. В арсеналі статистичних методів аналізу — методи вивчення варіації, диференціації та сталості, швидкості та інтенсивності розвитку, узагальнюючі індекси, регресійні моделі тощо. Специфічним для статистичного аналізу є застосування узагальнюючих показників – підсумкових, відносних і середніх величин, статистичних коефіцієнтів.

Аналітичні можливості статистичних методів поглиблюються завдяки використанню компактної та раціональної форми подання результатів узагальнення інформації та аналізу виявлених закономірностей. Такими формами є статистичні таблиці і графіки.

Розв'язання типових задач

Приклад 1.1. Проведено опитування слухачів школи бізнесу щодо якості викладення дисциплін (високий рівень, достатній, недостатній).

Визначити статистичну сукупність та одиницю сукупності, вкажіть вид ознаки.

Розв'язання: Статистичною сукупністю називають певну множину елементів, поєднаних умовами розвитку та існування. В нашому прикладі статистичною сукупністю є сукупність слухачів, яких об'єднують однакові умови навчання; одиниця сукупності – слухач як окремий елемент сукупності,

що є носієм ознак. Відповідно до мети дослідження, ознака – «рівень викладання дисципліни». Дана ознака за статистичною природою є ранговою.

Приклад 1.2. Для запитань «Анкети студентів» вкажіть вид ознаки (кількісна, атрибутивна, рангова) та можливі варіанти її кількісного відображення:

- 1) вік;
- 2) національність;
- 3) джерела фінансування навчання (бюджетні кошти, кошти фізичних осіб, кошти юридичних осіб);
- 4) сумарний бал за минулу сесію;
- 5) відповідність навчального процесу сучасним вимогам (так, ні).

Розв'язання: Ознакою є властивість, що відбиває сутність, характер та особливості одиниці сукупності. За статистичною природою ознаки поділяють на кількісні, атрибутивні та рангові.

1) Кількісні ознаки виражаються числом, у нашому прикладі це вік та сумарний бал успішності за минулу сесію.

2) Якісна – це словесна, описова ознака, її не можна виміряти, а можна лише зафіксувати. Анкетне опитування студентів зафіксувало такі якісні атрибутивні ознаки: національність, джерела фінансування, відповідність навчального процесу сучасним вимогам. Відповідність навчального процесу сучасним вимогам визначають як якісну альтернативну ознаку, оскільки вона набуває лише два взаємовиключні значення («так», «ні»).

Практичні завдання

Задача 1.1

Проводиться обстеження рівня врожайності зернових культур по агропідприємствах регіону.

Визначити:

- 1) статистичну сукупність;
- 2) одиницю сукупності;
- 3) вид ознаки.

Задача 1.2

Проводиться анкетування студентів щодо якості читання лекцій з вибіркового дисциплін (високий рівень, достатній, низький).

Визначити:

- 1) статистичну сукупність;
- 2) одиницю сукупності;
- 3) вид ознаки.

Задача 1.3

За даними міграційних талонів визначається мета в'їзду до країни (туризм, бізнес-тур, навчання, лікування).

Визначити:

- 1) статистичну сукупність;
- 2) одиницю сукупності;
- 3) вид ознаки.

Задача 1.4

Оцінювання стану кредитування галузі проводилось за ознаками:

- 1) вид кредиту (промисловий, інвестиційний, споживчий);
- 2) рівень забезпеченості позики (забезпечена, незабезпечена);
- 3) обсяг наданого кредиту (млн. грн);
- 4) термін користування кредитом (роки);
- 5) кредитна ставка (%).

Визначити вид наведених ознак.

Задача 1.5

У звіті державної фіскальної служби району вказуються:

- 1) вид податку;
- 2) обсяг сплаченого податку;
- 3) ставка податку;
- 4) кількість зареєстрованих платників податків.

Визначити вид наведених ознак.

Задача 1.6

Оцінка ступеня фінансування освіти проводиться за напрямками:

- 1) обсяг бюджетних видатків на освіту;
- 2) кількість загальноосвітніх навчальних закладів;
- 3) тип навчального закладу (школа, гімназія, ліцей);
- 4) вартість навчання;
- 5) дотації з районних бюджетів.

Визначити вид наведених ознак.

Задача 1.7

Для наведених ознак зазначте тип шкали вимірювання (номінальна, метрична, рангова):

- 1) вид економічної діяльності;
- 2) чисельність населення працездатного віку;
- 3) рейтинг інвестиційної привабливості підприємств;
- 4) форма власності підприємства;

5) валовий випуск продукції.

Задача 1.8

Для наведених ознак зазначте тип шкали вимірювання (номінальна, метрична, рангова):

- 1) вартість відпочинку на турбазі;
- 2) вид відпочинку (активний, пасивний);
- 3) рівень сервісного обслуговування («повний пансіон», «полупансіон», «сніданок»);
- 4) ступінь комфорту (номери типу «люкс», звичайний номер);
- 5) кількість осіб, що відпочивають на турбазі, станом на кінець місяця.

ТЕМА 2. Статистичне спостереження

Методичні рекомендації

Статистичне спостереження – це планомірний, науково організований процес збирання даних про масові явища і процеси, які відбуваються в економічній, соціальній та інших сферах життя, шляхом їх реєстрації за спеціальною програмою, розробленою на основі статистичної методології.

Статистичне спостереження здійснюється в три етапи:

1. *Підготовка спостереження* – найвідповідальніший етап, оскільки тут постають і вирішуються основні методологічні та організаційні питання: хто, де, коли проводить спостереження і що для цього необхідно.

2. *Реєстрація статистичних даних*. На цьому етапі здійснюється безпосередній процес збирання даних, який потребує чіткої взаємодії, координованості всіх виконавчих служб. Від якості збирання залежать точність, повнота, вірогідність та своєчасність статистичної інформації.

3. *Формування бази даних*. Цей етап передбачає контроль та нагромадження даних спостереження, а також їх збереження.

Статистичне спостереження проводиться у відповідності з *планом статистичного спостереження*, що містить програмно-методологічні та організаційні питання. План статистичного спостереження включає широке коло питань методики та організації збору статистичної інформації, контролю її якості і вірогідності.

Програмно-методологічна частина плану – це визначення мети, встановлення об'єкту та одиниць спостереження, складання програми спостереження.

Мета спостереження – отримання статистичних даних, які є підставою для узагальнення характеристики стану та розвитку явища або процесу з визначенням відповідної закономірності.

Відповідно до мети визначають об'єкт і одиниці спостереження. *Об'єкт*

спостереження – це сукупність явищ, що вивчаються в процесі спостереження. Чітке визначення суті та меж об'єкта дозволяє запобігти різному тлумаченню результатів спостереження. Для цього застосовуються *цензи*. *Ценз* – це набір певних кількісних обмежувальних ознак, за допомогою яких ті чи інші об'єкти відносять до досліджуваної сукупності.

Об'єкт спостереження як сукупність складається з окремих одиниць. *Одиниця сукупності* – це складовий елемент об'єкту спостереження, який є носієм ознак, що підлягають реєстрації в процесі даного спостереження.

Від одиниці сукупності слід відрізнити одиницю спостереження. *Одиниця спостереження* – це джерело інформації, від якого мають одержати відомості про одиниці сукупності. Одиницею спостереження може бути підприємство, людина, факт, предмет, процес тощо.

Якщо елемент об'єкта спостереження є одночасно і носієм ознак, що підлягають реєстрації і джерелом одержання інформації, то одиниця сукупності і одиниця спостереження співпадають. Наприклад, при вивченні платоспроможного попиту одиницею сукупності є покупець і якщо реєстратор звертається до нього з питанням, то він одночасно є джерелом інформації, тобто одиницею спостереження. Можливі ситуації, коли одиниця спостереження і одиниця сукупності не співпадають. Так, при проведенні перепису промислового устаткування одиницею сукупності є одиниця устаткування, оскільки реєструються ознаки, що відносяться до верстата чи механізму, а одиницею спостереження є окреме промислове підприємство, від якого одержують інформацію.

Після визначення носіїв ознак і джерел інформації складається програма спостереження. *Програма спостереження* – це перелік питань, на які намічають дістати відповіді відносно кожної одиниці спостереження.

Для реалізації програми статистичного спостереження розробляється статистичний інструментарій. *Статистичний інструментарій* – це набір статистичних формулярів, а також інструкцій і роз'яснень щодо проведення спостереження, реєстрації даних.

Організаційні питання статистичного спостереження охоплюють визначення органів спостереження, місця та часу спостереження, матеріально-технічне забезпечення та система контролю результатів.

Відповідальність за проведення обстежень, їх підготовку може бути покладена на Державну службу статистики України та її регіональні відділення, статистичні відділи міністерств і відомств, спеціальні інститути, агентства, міжнародні організації або аналітичні відділи окремих економічних структур.

Місцем спостереження вважають пункт, де безпосередньо реєструються ознаки окремих одиниць сукупності. Здебільшого воно збігається з місцем знаходження одиниць спостереження.

Час спостереження (об'єктивний час) – це час, до якого належать дані спостереження. Статистичні дані характеризують досліджуване явище або за певний період часу, або на певний момент часу. Якщо об'єктом спостереження є процес, то обирається інтервал часу, за який нагромаджуються дані. Якщо об'єктом спостереження є певний стан, то обирається момент часу, станом на

який здійснюється реєстрація даних.

З точки зору організації статистичного спостереження розрізняють три основні організаційні форми спостереження: *звітність, спеціально організоване статистичне спостереження та реєстри.*

Звітність – це форма спостереження, при якій кожний суб'єкт діяльності регулярно подає дані в державні органи статистики та відомства у вигляді документів (звітів) спеціально затвердженої форми. Звітність підприємств, установ та організацій є основним джерелом статистичної інформації у нашій країні.

Спеціально організовані статистичні спостереження охоплюють ті сторони суспільного життя, які не відобразились у звітності. До них належать переписи, одноразові обліки, спеціальні обстеження, опитування.

Статистичний реєстр – це список або перелік одиниць певного об'єкта спостереження із зазначенням необхідних ознак, який складається та оновлюється під час постійного відстежування. У теперішніх планах держстатистики передбачається складання *єдиних державних реєстрів*: населення, суб'єктів діяльності, домашніх господарств, земельного фонду, технологій.

Різноманітність соціально-економічних явищ потребує застосування різних видів спостереження. Різновид спостереження визначається ознакою групування. Класифікація статистичних спостережень здійснюється за декількома критеріями.

За часом реєстрації даних статистичне спостереження поділяють на поточне, періодичне і одноразове.

Поточне спостереження полягає у систематичній реєстрації фактів по мірі їх виникнення або збирання фактів щодо безперервного процесу.

Періодичне спостереження проводиться регулярно, здебільшого через певні (як правило, рівні) проміжки часу. *Одноразове спостереження* проводять епізодично по мірі виникнення потреби в дослідженні явища чи процесу з метою вирішення певних соціально-економічних завдань.

За способом одержання статистичних даних спостереження поділяють на безпосереднє, документальне і опитування

Безпосередній облік фактів передбачає безпосередній огляд перелік, вимірювання, зважування та ін. Таким чином облік товарних залишків на складах, інвентаризацію майна, облік готівкової грошової маси в банках тощо. Проте більшість явищ і процесів суспільного життя не підлягають прямому вимірюванню. У таких випадках застосовуються інші два способи.

Документальний облік ґрунтується на даних різноманітних документів первинного обліку. Найбільш широкого вжитку він набув при складанні статистичної звітності.

Опитування респондентів – це таке спостереження, при якому відповіді на питання формуляра записують зі слів респондента. Опитування буває експедиційне, самореєстрація, кореспондентське і анкетне.

За повнотою охоплення одиниць сукупності спостереження поділяють на суцільне і несуцільне. При *суцільному* спостереженні обстеженню і реєстрації

підлягають усі без винятку елементи сукупності, а при *несуцільному* спостереженні обліку підлягають не всі елементи, а тільки певна їх частина.

Несуцільні спостереження поділяють на такі види: спостереження основного масиву, вибіркове, монографічне, анкетне, моніторинг.

Спостереження основного масиву охоплює переважну частину елементів сукупності, обсяг значень істотної ознаки у яких визначає розмір явища, тобто при обстеженні відкидають певну кількість одиниць, які не можуть істотно вплинути на характеристику сукупності в цілому. При *вибірковому спостереженні* також досліджуються не всі елементи сукупності, а тільки певна, випадково відібрана їх частина. *Монографічне* спостереження передбачає детальне обстеження лише окремих типових елементів сукупності. До цього вдаються з метою поглибленого вивчення тих сторін суспільного життя, які не були висвітлені масовим обстеженням. *Анкетні* спостереження розповсюджені в соціальних і демографічних дослідженнях, при вивченні громадської думки щодо різноманітних соціальних питань, таких як умови праці і відпочинку, житлові умови, організація громадського харчування тощо.

Розбіжності між даними спостереження і дійсним значенням показників, що вивчаються, називають *помилками спостереження*, які можна класифікувати на кілька груп. Розрізняють помилки реєстрації і помилки репрезентативності.

Розв'язання типових задач

Приклад 2.1. Проводиться анкетне обстеження випускників економічного університету, протягом останніх десяти років. Для оцінки якості підготовки фахівців планується опитати переважну більшість випускників, які працюють в економічних підрозділах провідних підприємств, організацій та установ регіону. Обстеження здійснюватиметься на останньому тижні переддипломної практики силами студентів-практикантів.

1) Визначити ступінь реєстрації та рівень узагальнення статистичних даних запланованого спостереження.

2) Скласти план спостереження, тобто окреслити програмно-методологічні та організаційні питання спостереження.

3) Обґрунтувати форму, вид (за ступенем охоплення та часом реєстрації) та спосіб спостереження.

Розв'язання Залежно від ступеня реєстрації даних, статистичне спостереження буває первинним, коли реєструються дані, що надходять від об'єкта, який їх продукує, або вторинним, якщо реєструються раніше зібрані та оброблені дані.

1) Анкетне обстеження випускників економічного університету:

– за ступенем реєстрації статистичних даних є первинним спостереженням, оскільки реєстрація даних здійснюватиметься об'єктом (університетом), який їх продукує;

– за рівнем узагальнення даних є мікрорівневим, бо дані стосуються окремої державної установи, власне випускників одного з вищих навчальних закладів регіону.

2) План спостереження включає перелік програмно-методологічних та організаційних питань, які мають бути вирішені під час обстеження.

2.1. Програмно-методологічні питання плану включають мету, об'єкт, одиницю спостереження та одиницю сукупності, програму спостереження, у тому числі статистичний інструментарій.

2.1.1. Метою спостереження за фаховим рівнем випускників економічного університету є оцінка якості їхньої підготовки у відповідному вищому навчальному закладі.

2.1.2. Об'єктом спостереження є випускники економічного університету, які підготовлені закладом протягом останніх десяти років.

2.1.3. Одиницею спостереження (одиниця, від якої отримують інформацію) та одиницею сукупності (носій ознак об'єкта та елемент обліку) є окремий випускник зазначеного економічного університету, оскільки саме випускник надаватиме інформацію про якість отриманих ним в університеті знань і практичних навичок. Одночасно кожен випускник є носієм тих ознак, які підлягають обстеженню.

2.1.4. Програма спостереження включає:

- перелік ознак (запитань), які підлягатимуть реєстрації;
- розробку статистичного інструментарію.

Перелік ознак, які характеризують та впливають на якість підготовки дипломованих фахівців, включатиме:

- достатність теоретичних знань, отриманих в університеті, практичних навичок та вмінь для виконання роботи за фахом;
- причини незадовільної фахової підготовки;
- форма навчання;
- кількість років, що минуло після закінчення університету;
- стаж роботи за фахом;
- стать випускника;
- характер роботи;
- стійкість у виборі навчального закладу для отримання фахової підготовки.

Статистичним інструментарієм (обліковий документ єдиного зразка, що містить адресну характеристику об'єкта спостереження та статистичні дані про нього) є «Анкета випускника» (табл. 2.1).

Таблиця 2.1 – Анкета випускника

Шановний випускник!

З метою поліпшення якості підготовки економістів у нашому університеті, просимо Вас заповнити анкету. Для цього Вам пропонується в графі відповіді обвести відповідний символ або вписати відповідь самостійно.

Вдячні Вам за допомогу!

№ з/з	Питання та варіанти відповіді	Шифр відповіді
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
1	Чи змогли Ви успішно виконувати свою роботу без університетської освіти?	
A	Так, повністю	1
Б	В основному	2
В	Частково	3
Г	Практично, ні	4
Д	Не можу відповісти	5
2	В якому році Ви закінчили університет?	
3	Який характер Вашої роботи? (Дайте тільки одну відповідь)	
A	Розрахунки за заданою схемою	1
Б	Аналіз результатів розрахунків	2
В	Оцінка результатів аналізу та прийняття управлінських рішень	3
4	Визначити свою стать	
A	Чоловіча	1
Б	Жіноча	2
5	Якщо Ви відчували складнощі в роботі, то з чим вони пов'язані? (Можна зазначити кілька відповідей)	
A	Відсутність необхідної дисципліни	1
Б	Недостатній рівень викладання дисципліни	2
В	Формальна організація практики	3
Г	Ваша недооцінка важливості дисципліни	4
Д	Інше (впишіть)	5
6	Скільки років Ви працюєте в цій організації, установі	
7	Для виконання якої роботи Ви одержали в університеті достатньо знань та навичок? (можна зазначити кілька відповідей)	
A	Оформлення облікової інформації	1
Б	Комп'ютерна обробка інформації	2
В	Виконання економічних розрахунків	3
Г	Аналіз результатів розрахунків	4
Д	Прийняття управлінських рішень	5
Є	Інше (впишіть)	
8	Визначити форму Вашого навчання в університеті (дайте тільки одну відповідь)	
A	Денна	1
Б	Вечірня	2
В	Заочна	3

1	2	3
Г	Дистанційна	4
9	Якби Ви знов вступали до вузу, то який би зробили вибір? (дайте тільки одну відповідь)	
А	Той самий університет та спеціальність	1
Б	Той самий університет, іншу спеціальність	2
В	Інший вуз, але ту саму спеціальність	3
Г	Інший вуз та іншу спеціальність	4

2.2. Організаційні питання плану включають визначення органу спостереження, персоналу, об'єктивного та суб'єктивного часу, системи контролю результатів.

Органом спостереження (установа, яка проводить спостереження) є економічний університет, котрий цікавиться якістю підготовки своїх випускників.

Персоналом (особи, які реєструють або збирають дані) є студенти-практиканти від економічного університету, котрі проводитимуть анкетування.

Місце спостереження (місце, де перебувають одиниці спостереження) – це провідні підприємства, організації, установи, в яких працюють випускники університету.

Час спостереження. Встановлюється *об'єктивний час*, до якого належать дані, – це період десять останніх років випуску фахівців-економістів. *Суб'єктивний час* (час, протягом якого реєструються дані) – останній тиждень (п'ять робочих днів) переддипломної практики студентів університету.

Система контролю даних (забезпечення вірогідності і повноти даних) включає логічний контроль (перевірка сумісності даних порівнянням взаємозалежних ознак) та арифметичний контроль (перевірка зареєстрованих даних шляхом прямих або непрямих перерахунків).

Логічний контроль на сумісність відповідей в «Анкеті випускника» означає перевірку відповідей щодо стажу роботи та періоду, що минув по закінченні університету; щодо характеру роботи та достатності одержаних знань і навичок; задоволеністю навчальним закладом та необхідністю вищої освіти тощо. Арифметичний контроль в анкетному обстеженні не здійснюється.

3. Визначення форми, виду та способу спостереження

3.1. За *формою* спостереження обстеження фахового рівня випускників є спеціально організованим обстеженням, оскільки такі дані не можливо одержати в процесі звітності, і виконується шляхом опитування.

3.2. *Вид обстеження* визначається за ступенем охоплення даних та часом їхньої реєстрації.

3.2.1. За *ступенем охоплення одиниць* обстеження буває суцільне і несучільне. Анкетне обстеження випускників є *несучільне*, зокрема – є обстеженням *основного масиву*, оскільки передбачається опитати переважну

більшість випускників університету, які працюють не в усіх, а лише в провідних підприємствах, організаціях та установах регіону.

3.2.2. *За часом реєстрації даних* обстеження буває поточним, періодичним або одноразовим, коли воно проводиться в міру виникнення потреби в дослідженні явища чи процесу. Анкетне обстеження випускників є одноразовим обстеженням, оскільки метою не передбачено регулярно відстежувати якість підготовлених університетом фахівців.

3.3. *За способом спостереження* буває документальним, може здійснюватись як безпосередній облік фактів або як опитування. Зазначене обстеження є опитуванням думок, мотивів, оцінок зі слів респондентів і здійснюється шляхом анкетування випускників університету.

Практичні завдання

Задача 2.1

Визначити мету та об'єкт спостереження:

- 1) перевірка суб'єктів господарювання з питань дотримання податкової дисципліни;
- 2) звітність будівельних підприємств про обсяги освоєних інвестицій в основний капітал;
- 3) моніторинг продажу на аукціоні держоблігацій внутрішньому займу.

Задача 2.2

Проводиться опитування абонентів компанії мобільного зв'язку щодо якості наданих послуг:

- 1) чи збігаються в цьому спостереженні одиниця сукупності та одиниця спостереження;
- 2) яким має бути це спостереження за ступенем охоплення одиниць сукупності та часом реєстрації фактів?

Задача 2.3

Визначити об'єкт, одиницю спостереження та одиницю сукупності обстежень:

- 1) вивчення інвестиційної привабливості об'єктів побутового обслуговування регіону;
- 2) облік осіб, що отримали статус переселенців.

Задача 2.4

Визначити, що є цензом при:

- 1) реєстрації осіб, які звернулись за допомогою до центрів соціальних

служб для молоді;

- 2) складанні списку виборців України для громадян правоздатного віку;
- 3) опитуванні жінок дітородного віку, які перебувають у зареєстрованому шлюбі.

Задача 2.5

Скласти перелік запитань, що входять до програми спостережень:

- 1) вибіркового обстеження домогосподарств щодо середньомісячного розміру та структури споживання продуктів харчування;
- 2) опитування учасників тренінгу щодо спрямованості навчального процесу на практичну діяльність;
- 3) звіту туристичних агенцій про кількість наданих послуг за напрямками подорожей, метою та тривалістю поїздок.

Задача 2.6

Скласти проект статистичного формуляру для обстежень:

- 1) поточного обліку клієнтів страхової компанії, що має з'ясувати їхній статус (юридична чи фізична особа), матеріальне становище, вид та термін страхування;
- 2) опитування студентів щодо якості роботи комп'ютерного центру з урахуванням курсу та факультету, а також потреб і побажань респондентів;
- 3) поточного обліку емігрантів з метою з'ясування їхнього соціально-демографічного складу, мети виїзду та країни прибуття.

Задача 2.7

При вивченні чисельності і складу кадрів підприємства проектується спеціальне обстеження.

Розробити програму спостереження, скласти макети таблиць і статистичний формуляр для такого обстеження.

Задача 2.8

Скласти перелік продуктів харчування, промислових товарів та послуг для статистичного вивчення споживчого кошика населення. Заповнити складений Вами формуляр такого спостереження на себе або свою сім'ю.

Задача 2.9

Визначити місце, час та органи проведення статистичних спостережень:

- 1) опитування учасників виробничо-торговельного ярмарку, який проводиться з 1.04 по 10.04 поточного року;
- 2) обліку доходів громадян та джерел їх надходжень, що здійснюється

фіскальною службою за підсумками календарного року.

Задача 2.10

Визначити місце та органи спостереження для організації спостережень:

- 1) облік домашньої птиці, яка утримується в господарствах населення;
- 2) моніторинг за рівнем води в річках для попередження надзвичайних ситуацій під час весняних паводків;
- 3) реєстрація державними митними службами обсягу перевезеної громадянами валюти.

Задача 2.11

Визначити місце, об'єктивний та суб'єктивний час спостереження, а також критичний момент:

- 1) опитування учасників щорічної спеціалізованої виставки з 15.10 по 20.10 поточного року;
- 2) контрольний перепис, що здійснюється за станом на 24.00 з 20 по 21 грудня протягом 10 днів;
- 3) реєстрація доходів фізичних осіб за підсумками минулого року, що здійснюється протягом трьох місяців, але не пізніше 31.03 поточного календарного року.

Задача 2.12

Визначити об'єктивний та суб'єктивний час спостереження, а також критичний момент:

- 1) реєстрація новонароджених, яка здійснюється не пізніше одного місяця від дня народження;
- 2) звіт про підсумки сівби зернових культур подається раз на рік не пізніше 5 днів після закінчення сівби;
- 3) дані обліку дебіторської заборгованості комерційних банків на початок року мають бути подані протягом 15 днів з початку наступного року.

Задача 2.13

Визначити форму та спосіб наведених статистичних спостережень:

- 1) списки платників податків;
- 2) річний звіт суб'єктів малого підприємництва;
- 3) моніторинг соціальних змін в країні;
- 4) реєстрація суб'єктів господарювання органами державної статистики.

Задача 2.14

Визначити організаційну форму та спосіб спостереження:

- 1) перелік усіх зареєстрованих економічних структур із зазначенням їх реквізитів (назва, адреса, телефон, телефакс), виду та сфери діяльності;
- 2) обстеження відгуків клієнтів, що обслуговуються на станціях автосервісу;
- 3) щомісячний облік обсягів виробництва та реалізації продукції підприємств промисловості;
- 4) бухгалтерські баланси підприємств окремих галузей економіки;
- 5) маркетингове дослідження насиченості ринку аудіо-, відеотехнікою.

Задача 2.15

Визначити спосіб статистичного спостереження:

- 1) обстеження думки населення щодо доцільності адміністративно-територіальних змін;
- 2) реєстрація кількості діючих в країні організованих злочинних груп;
- 3) облік незаконної вирубки лісу на території лісових господарств;
- 4) облік наданої цільової допомоги незахищеним верствам населення регіону.

Задача 2.16

Визначити форму та види статистичних спостережень:

№	Статистичне спостереження	Форма	Вид спостереження	
			За ступенем охоплення одиниць сукупності	За часом реєстрації фактів
1	Анкетне опитування пасажирів авіакомпанії, яка обслуговує щотижневі рейси			
2	Перелік усіх релігійних громад країни			
3	Річний звіт підприємств про виробництво продукції			
4	Обстеження фінансової діяльності інвестиційної компанії			
5	Списки виборців регіональних виборчих округів			
6	Реєстрація розлучень у РАГСах			
7	Опитування окремих учасників презентації фірми			

Задача 2.17

Визначити вид статистичного спостереження:

№	Статистичне спостереження	Вид спостереження	
		за ступенем охоплення одиниць	за часом реєстрації
1	Облік дошкільнят, охоплених профілактичним щепленням		
2	Опитування молодих сімей щодо ефективності житлової кредитної програми		
3	Телефонне опитування споживачів рекламної продукції		

Задача 2.18

Визначити вид несучільного спостереження:

- 1) перевірка результатів діяльності переважної більшості комерційних банків;
- 2) обстеження якості бензину, що відпускається споживачам на заправочних станціях міста;
- 3) обстеження думки населення регіону щодо реформування житлово-комунальної системи;
- 4) реєстрація рівня цін на сільськогосподарські продукти, що продаються на ринках великих міст.

Задача 2.19

Визначити вид статистичного спостереження за часом реєстрації:

- 1) моніторинг радіаційного забруднення зони відчуження навколо ЧАЕС;
- 2) опитування жінок репродуктивного віку щодо сучасних методів планування сім'ї;
- 3) диспансерне обстеження хворих на туберкульоз;
- 4) реєстрація шлюбів в районному відділенні РАЦСу.

Задача 2.20

Визначити вид статистичного спостереження за ступенем охоплення одиниць та за часом реєстрації даних:

- 1) облік числа зареєстрованих злочинів;
- 2) реєстрація даних торгів на універсальних біржах;
- 3) обстеження бюджетів найбільш незахищених верств населення;
- 5) облік чисельності новонароджених;
- 6) опитування молодих сімей регіону з питань планування сім'ї.

Задача 2.21

Визначити, які види помилок (реєстрації, репрезентативності) допущено при проведенні спостережень:

- 1) добового обсягу перевезень пасажирів міським автотранспортом тільки комунальної форми власності;
- 2) добового обсягу перевезень пасажирів міським автотранспортом приватної форми власності в години найменшого навантаження;
- 3) лабораторних обстежень хворих на СНІД з використанням неякісних реактивів.

Задача 2.22

Визначити, які види помилок (випадкові, систематичні) допущено при проведенні спостережень:

- 1) під час складання списків військовозобов'язаних помилково було включено осіб, старше призовного віку;
- 2) під час бюджетних обстежень окремими домогосподарствами не було враховано в статті доходів пільги на оплату санаторно-курортних путівок.

Задача 2.23

Номер філії	Виручка від реалізації продукції, млн. грн.		Відхилення (+,-)	Середньооблікова чисельність працівників, чол.		Відхилення (+,-)
	минулий рік	звітний рік		минулий рік	звітний рік	
1	775	805	+30	107	109	+2
2	986	1020	+34	88	90	+3
3	330	340	+10	54	52	-1
Всього	2091	2170	+74	249	251	+3

Провести арифметичний контроль і внести поправки.

Задача 2.24

Провести логічний контроль правильності заповнення листка реєстрації учасника наукової конференції:

Стать	жіноча
Освіта	неповна вища
Науковий ступінь	доктор наук
Посада	завідувач кафедри
Місце роботи	науково-дослідний інститут

Мови, якими вільно володієте	англійська, російська
Мова доповіді	українська
Дата приїзду	27.04.2017
Дата від'їзду	31.04.2017
Чи плануєте виступити з доповіддю	ні

Задача 2.25

Провести логічний контроль правильності заповнення анкети громадянина України для отримання іноземної візи:

Місце народження	м. Київ
Дата народження	12.07.1776 р.
Стать	чоловіча
Громадянство	українське
Сімейний стан	заміжня
Характер візи	багаторазова
Термін виїзду	5.01 – 7.01.2018 р.
Мета поїздки	службова
Особа, яка запрошує	бабуся

Задача 2.26

За допомогою логічного контролю встановити наявність помилок і можливість їх виправлення в переписних листах:

Переписний лист №1

1. П.І.Б. - Іванов Петро Іванович
2. Стать – чоловіча
3. Вік – 19 років
4. Чи знаходиться в шлюбі – ні
5. Освіта – початкова
6. Рід заняття – економіст торговельного підприємства
7. Скільки років проживає в цьому населеному пункті – 42.

Переписний лист №2

- 1.П.І.Б. – Старцева Олена Петрівна
2. Стать – жіноча
3. Вік – 61 рік
4. Освіта – середня-спеціальна
5. Джерело засобів існування – стипендія
6. Рід заняття – бухгалтер

ТЕМА 3. Зведення і групування статистичних даних

Методичні рекомендації

Статистичне зведення – це процес упорядкування, систематизації і наукової обробки первинного статистичного матеріалу для виявлення типових рис і закономірностей явищ і процесів, що вивчаються. Зведення є основою для подальшого аналізу статистичної інформації.

Одним із основних і найбільш поширених методів обробки і аналізу первинної статистичної інформації є групування. *Групуванням* – це поділ сукупності на групи за будь-якими істотними ознаками.

Залежно від мети і завдань дослідження групування поділяють на типологічні, структурні та аналітичні.

Групування, які дають можливість виділити із загального масиву інформації типові явища і процеси, називають *типологічними*. *Структурні* групування характеризують розподіл якісно однорідної сукупності на групи за певною ознакою. *Аналітичні* групування застосовуються для вивчення взаємозв'язків між явищами, впливу однієї ознаки на іншу.

При групуванні за кількісною ознакою постає питання щодо кількості груп та інтервалів групування.

За величиною розрізняють інтервали рівні і нерівні. Рівні інтервали застосовують тоді, коли зміни кількісної ознаки всередині сукупності відбуваються рівномірно. Величину інтервалу при групуванні із застосуванням рівних інтервалів визначають за формулою:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} \quad (3.1.)$$

де h – величина інтервалу; x_{\max} – максимальне значення ознаки; x_{\min} – мінімальне значення ознаки; n – кількість груп.

Розрізняють інтервали закриті і відкриті. *Закритими* є інтервали, в яких визначені максимальні і мінімальні межі. *Відкритими* називаються інтервали, у яких максимальні або мінімальні значення ознаки заздалегідь невідомі.

Статистичний ряд розподілу – це ряд, який характеризує розподіл одиниць сукупності по групах за будь-якою ознакою.

Ряди розподілу складаються з двох елементів – варіантів і частот. *Варіанта* – окреме значення групової ознаки, а *частоти* – кількість елементів у групі з відповідним значенням ознаки.

Ряд розподілу сукупності за ознакою, що має кількісне вираження, називається *варіаційним*. Варіаційні ряди залежно від групової ознаки поділяють на дискретні та інтервальні. За дискретною ознакою, кількість значень якої обмежена, утворюється *дискретний* ряд розподілу. За дискретною ознакою, що варіює в широких межах, або за неперервною ознакою будують *інтервальний* ряд розподілу. При цьому варіанти об'єднуються в інтервали, а частоти (частки) відносяться не до окремого значення ознаки, як у дискретних

рядях, а до всього інтервалу. Варіаційний ряд можна зобразити графічно у вигляді полігона і гістограми.

Полігон застосовується в основному для зображення дискретних рядів розподілу. При побудові полігону на вісь абсцис відкладають значення ознаки (варіанти), а на вісь ординат – абсолютні або відносні показники чисельності одиниць сукупності (частоти).

Гістограма розподілу здебільшого застосовується для зображення інтервальних рядів. Для її побудови на вісь абсцис відкладаються інтервали ознаки, а на вісь ординат – частоти. Над віссю абсцис будуються прямокутники, висота яких дорівнює розміру частот, а їх площа відповідає величині добутків варіантів і частот.

Розв'язання типових задач

Приклад 3.1. За наведеними даними про рівень фондівддачі і чистий прибуток підприємств скласти:

1) комбінаційний розподіл підприємств за цими ознаками, утворивши три групи з рівними інтервалами, та зробити висновок про наявність та напрям зв'язку між ознаками;

2) аналітичне групування, що відбиває залежність чистого прибутку від рівня фондівддачі.

Номер підприємства	Фондовіддача, грн	Чистий прибуток, млн. грн	Номер підприємства	Фондовіддача, грн	Чистий прибуток, млн. грн
1	6,3	4,7	14	6,3	4,8
2	11,8	8,6	15	8,4	7,1
3	7,6	5,3	16	5,4	4,0
4	10,5	8,8	17	7,0	5,8
5	8	6,2	18	9,6	7,8
6	8,3	4,1	19	8,1	6,9
7	12,0	8,2	20	5,2	4,3
8	5,1	3,6	21	7,3	6,0
9	7,8	4,1	22	8,2	6,4
10	5,4	3,3	23	5,4	4,1
11	6,3	5,1	24	3,2	2,8
12	8,3	5,8	25	4,4	3,0
13	5,4	3,5	26	3,0	2,2

Розв'язання:

1) Групування підприємств одночасно за двома ознаками дає комбінаційний ряд розподілу. Розміри фондівддачі і чистого прибутку – ознаки неперервні, межі їх варіації незначні. Застосувавши рівні інтервали, визначимо їх ширину і сформуємо інтервали.

Для рівня фондівіддачі : $h = \frac{12,0 - 3,0}{3} = 3,0 \text{ .грн.};$

Для чистого прибутку: $h = \frac{8,8 - 2,2}{3} = 2,2 \text{ млн. грн.};$

Результати групування подані в табл. 3.1.

Таблиця 3.1 – Комбінаційний ряд розподілу підприємств

Рівень фондівіддачі, грн	Чистий прибуток, млн. грн			Разом
	2,2 – 4,4	4,4 – 6,6	6,6 – 8,8	
3 – 6	9	–	–	9
6 – 9	2	9	2	13
9 – 12	–	–	4	4
Разом	11	9	6	26

2) Для підтвердження наявності зв'язку між чистим прибутком та рівнем фондівіддачі використаємо аналітичне групування (табл. 3.2).

Таблиця 3.2 – Залежність чистого прибутку підприємства від рівня фондівіддачі

Групи підприємств за рівнем фондівіддачі, грн.	Кількість підприємств	Чистий прибуток, млн. грн.	
		усього	в середньому на 1 підприємство
3 - 6	9	30,8	3,4
6 - 9	13	72,3	5,6
9 - 12	4	33,4	8,4
Разом	26	136,5	x

Паралельне зіставлення групових значень факторної та результативної ознак показує, що існує прямий зв'язок між ознаками, і дає змогу визначити інтенсивність змін результативної ознаки. За умови рівномірного збільшення рівня фондівіддачі (факторна ознака) різниця між груповими середніми чистого прибутку (результативна ознака) зростає, що характеризує збільшення інтенсивності впливу чинника на результат (для другої групи $5,6 - 3,4 = 2,2 \text{ млн. грн.}$, для третьої групи $8,4 - 5,6 = 2,8 \text{ млн. грн.}$).

Приклад 3.2. Маємо дані про розподіл робітників за рівнем заробітної плати:

Групи робітників за розміром заробітної плати, грн.	Кількість працівників, осіб
До 3600	15
3600 – 5600	30

5600 – 7600	35
7600 – 9600	20
9600 і більше	10
Разом	110

За даними таблиці згрупувати робітників за розміром заробітної плати: до 4000; 4000 – 6000; 6000 – 8000; 8000 і більше.

Розв'язання: Межі інтервалів двох групувань не співпадають, а отже, вторинне перегрупування слід здійснити за часткою окремих груп у загальному їх підсумку (формула 3.2):

$$\text{Чисельність одиниць, нової групи (підгрупи)} = \frac{\text{величина інтервалу нової групи (підгрупи)}}{\text{величина інтервалу групи, що поділяється}} \times \text{чисельність одиниць групи, що поділяється} \quad (3.2)$$

Результати вторинного групування ілюструє табл. 3.3.

Таблиця 3.3 – Вторинне групування працюючих за рівнем середньомісячної заробітної плати

<i>Групи робітників за розміром заробітної плати, грн.</i>	<i>Кількість працівників, осіб</i>
До 4000	$15 + \frac{(4000 - 3600)}{(5600 - 3600)} 30 = 15 + 6 = 21$
4000 – 6000	$(30 - 6) + \frac{(6000 - 5600)}{(7600 - 5600)} 35 = 24 + 7 = 31$
6000 – 8000	$(35 - 7) + \frac{(8000 - 7600)}{(9600 - 7600)} 20 = 28 + 4 = 32$
8000 і більше	$(20 - 4) + 10 = 26$
Разом	110

Практичні завдання

Задача 3.1

Маємо дані про розподіл жінок регіону за джерелами засобів існування:

<i>Джерело засобів існування</i>	<i>Частка жінок, % до підсумку</i>
1. Заробітна плата	45,0
2. Стипендія	2,2
3. Пенсія	23,0

4. Утриманці окремих осіб	29,7
5. Інше джерело	0,1
Разом	100,0

Визначити вид групування за метою дослідження, кількістю і видом групувальних ознак.

Задача 3.2

Маємо дані про чисельність народжених залежно від віку матері та батька в сільських поселеннях країни:

(тис. чол.)

Вік батька	Вік матері				
	До 20	20-30	30-40	40 і старше	Разом
До 20	2,8	0,9	0,0	-	3,7
20 – 30	29,4	101,9	3,7	0,0	135,0
30 – 40	0,5	23,4	19,5	0,4	43,8
40 і старше	0,0	0,4	3,4	1,1	4,9
Разом	32,7	126,6	26,6	1,5	187,4

Визначити вид групування за метою дослідження і кількістю групувальних ознак.

Задача 3.3

Є дані про виконання плану товарообороту структурними підрозділами підприємства торгівлі за місяць.

№ підрозділу (магазину)	Фактичний товарооборот (млн. грн.)	Відсоток виконання плану товарообороту (%)
1	38,4	105
2	29,5	102
3	48,0	106
4	35,7	103
5	30,4	95
6	41,8	99
7	46,2	80
8	39,4	120
9	65,0	115
10	21,1	98

1) Розподілити магазини, виходячи з відсотку виконання плану товарообороту, на три групи: до 100, 100-110, 110 та вище.

2) Підрахувати в кожній групі кількість магазинів, суму товарообороту і середній оборот на один магазин.

Результат оформити у вигляді таблиці, дати їй заголовок, назвати її вид.

Задача 3.4

За звітний період маємо дані про фондоозброєність праці робітників та їх продуктивність:

Порядковий номер робітника	Фондоозброєність праці одного робітника, млн. грн./чол	Продуктивність праці, тис. грн.
1	6,7	7,5
2	5,0	7,0
3	6,0	8,4
4	10,0	12,0
5	8,3	9,5
6	6,3	8,0
7	6,9	8,5
8	2,0	7,5
9	3,4	4,4
10	7,0	9,3
11	9,4	12,4
12	8,7	8,1
13	5,4	7,0
14	4,1	6,5
15	7,8	9,0
16	4,6	6,1
17	5,6	6,8
18	7,9	8,7
19	3,9	6,4
20	5,9	7,9
21	5,7	7,7
22	3,7	4,9

Згрупувати робітників за першим показником, утворивши чотири групи з однаковими інтервалами. За кожною групою та в цілому за сукупністю визначити:

- 1) кількість робітників;
- 2) середню фондоозброєність праці робітників;
- 3) середню продуктивність праці у розрахунку на одного робітника.

Результати оформити в таблиці.

Зробити висновки.

Задача 3.5

За минулий тиждень через службу зайнятості району працевлаштовано 24 особи з числа зареєстрованих безробітних. За наведеними даними про стать (0 – чоловіки, 1 – жінки) та тривалість перерви в роботі (міс.).

Порядковий номер працевлаштованого	Стать	Тривалість перерви у роботі, міс.	Порядковий номер працевлаштованого	Стать	Тривалість перерви у роботі, міс.
1	0	2	13	0	2
2	1	4	14	0	3
3	0	3	15	1	4
4	0	1	16	0	1
5	1	3	17	1	3
6	0	2	18	0	2
7	1	3	19	0	3
8	1	2	20	0	2
9	0	1	21	1	2
10	0	3	22	1	4
11	1	2	23	0	1
12	0	2	24	1	3

Згрупувати працевлаштованих:

- 1) за тривалістю перерви у роботі;
- 2) за статтю та тривалістю перерви у роботі.

Результати групувань викласти у формі таблиць, проаналізувати їх, зробити висновки.

Задача 3.6

При вивченні думки населення щодо ринку цінних паперів серед запитань анкети були самооцінка схильності до ризику та пріоритетність вкладання вільних коштів. Відповіді респондентів на ці запитання наступні:

№ з/п	Вік, років	Схильність до ризику	Напрямок вкладання коштів	№ з/п	Вік, років	Схильність до ризику	Напрямок вкладання коштів
1	48	1	2	16	45	3	2
2	29	2	4	17	23	2	2
3	43	2	1	18	61	2	3
4	32	2	2	19	33	2	2
5	38	2	3	20	42	1	3
6	62	1	3	21	27	3	1

7	35	1	3	22	37	2	3
8	22	3	1	23	65	1	4
9	56	3	2	24	40	2	4
10	50	2	2	25	49	2	2
11	25	3	2	26	57	2	3
12	67	1	2	27	19	3	2
13	21	3	3	28	70	2	3
14	39	1	4	29	36	2	2
15	28	2	1	30	52	3	2

Коди самооцінки схильності до ризику: 1 – ризику уникаю взагалі; 2 – готовий ризикувати з певними гарантіями; 3 – люблю ризикувати.

Коди напрямків вкладання коштів: 1 – цінні папери; 2 – нерухомість; 3 – валюта; 4 – товар.

Згрупувати респондентів:

1) за віком, виділивши три групи: 1) до 30 років, 2) 30-60 років, 3) 60 років і старше;

2) за схильністю до ризику, виділивши групи ризикових, обережних і неризикових потенційних інвесторів;

3) за пріоритетними напрямками вкладання вільних коштів.

Результати групувань викласти у формі статистичних таблиць, зробити висновки.

Задача 3.7

За даними задачі 3.3 скласти комбінаційні розподіли респондентів:

1) за віком і схильністю до ризику,

2) за віком і пріоритетними напрямками вкладання вільних коштів,

3) за схильністю до ризику і напрямками вкладання вільних коштів.

Результати групувань викласти у формі статистичних таблиць, зробити висновки.

Задача 3.8

В агентстві нерухомості оформлено продаж 30 трикімнатних квартир, параметри яких наступні:

№ квартири	Місце розташування	Поверх	Наявність телефону	Загальна площа, м ²	Вартість, тис. дол.
1	1	5	1	70	37,2
2	2	8	1	70	48,3
3	1	13	1	65	35,6
4	3	4	1	84	101,1
5	2	4	1	79	61,1

6	2	6	1	68	46,1
7	2	9	0	63	43,3
8	2	9	0	68	41,1
9	3	2	1	91	102,8
10	3	5	0	82	76,7
11	2	1	1	68	35,6
12	2	4	1	70	52,2
13	2	5	1	66	46,1
14	3	1	0	89	83,3
15	2	10	0	69	41,1
16	1	15	0	68	37,2
17	1	5	1	75	61,1
18	3	3	1	90	105,0
19	1	9	1	70	47,2
20	1	12	0	68	34,4
21	2	10	1	75	76,7
22	2	3	1	80	83,3
23	2	16	1	78	73,9
24	2	3	1	61	35,6
25	1	8	1	66	38,3
26	1	5	1	79	79,4
27	2	13	0	66	34,4
28	1	15	0	81	76,7
29	1	11	1	87	77,8
30	3	7	1	91	37,2

Коди розташування квартир: 1 – околиця; 2 – райони, прилеглі до центру; 3 – центр.

Коди наявності телефону: 1 – є; 0 – немає.

За наведеними даними скласти:

1) комбінаційні розподіли проданих квартир за ознаками: місце розташування – вартість; поверх – вартість; наявність телефону – вартість; загальна площа – вартість;

2) аналітичні групування, які б описали залежність вартості квартир від кожної з наведених ознак;

3) комбінаційні аналітичні групування, які б показали залежність вартості квартир від місця розташування та поверху; від поверху та наявності телефону; від наявності телефону та загальної площі.

Результати групувань викласти у формі таблиць, проаналізувати їх, зробити висновки.

Задача 3.9

Є дані про розміри торгових площ 54-х магазинів:

Групи магазинів з площею (м ²)	Кількість магазинів
До 50	5
50-150	9
150-300	15
300-450	15
450-600	7
600 і вище	3
Разом	54

За даними таблиці згрупувати підприємства по групах з інтервалами торгової площі:

- 1) до 150 м², 150-450 м², 450 м² і вище;
- 2) до 200 м², 200-400 м², 400 м² і вище;
- 3) до 280 м², 280-380 м², 380-480 м², 480-580 м², 580 м² і вище.

Назвати способи вторинного групування, дати їм визначення.

Задача 3.10

Є дані про розмір заробітної плати робітників підприємства:

Групи робітників за розміром заробітної плати, грн	Кількість робітників
До 3500	5
3500 – 5000	6
5000 – 6500	12
6500 – 8000	15
8000 – 10000	12
10000 і вище	4
Разом	54

За даними таблиці згрупувати робітників за розміром заробітної плати:

- 1) до 5000 грн., 5000 - 8000 грн., 8000 грн. і вище;
- 2) до 4500 грн., 4500 – 6000 грн., 6000 – 7500 грн., 7500 – 9000 грн., 9000 грн. і вище;
- 3) до 4000 грн., 4000 – 6000 грн., 6000 – 8000 грн., 8000 грн. і вище.

Назвати способи вторинного групування.

Задача 3.11

Молодим робітникам був присвоєний такий розряд:

5 4 4 5 3 3 4 4 5 3 4 4
3 4 5 3 4 3 4 4 5 4 4 4

Побудувати дискретний варіаційний ряд розподілу робітників за рівнем кваліфікації. Зобразити його у вигляді полігону. Назвати варіанти і частоти.

Задача 3.12

На іспиті студенти одержали такі оцінки:

3	4	3	5	4	3	4	4	3	3	5	5
5	4	3	4	2	3	3	5	4	3	2	5

Побудувати дискретний варіаційний ряд розподілу студентів за балами. Зобразити його графічно. Назвати варіанти і частоти.

Задача 3.13

Реалізовано 30 пар взуття таких розмірів:

38	36	35	35	36	38	36	37	35	40	38	36	37	35	37
38	36	37	40	35	37	36	38	35	39	36	35	40	37	39

Побудувати дискретний ряд розподілу реалізації за розміром. Назвати варіанти і частоти. Результати оформити у вигляді таблиці, якій дати заголовок.

Задача 3.14

Є наступні дані про виробничий стаж кухарів (років):

5	1	4	8	10	12	1	7	2	1	5	8	7	2	3
1	4	9	7	15	10	2	1	4	4	2	3	3	2	3
3	4	6	8	17	10	3	8	4	5	6	7	1	1	2

Побудувати інтервальний ряд розподілу, виділивши чотири груп з рівними інтервалами. Визначити елементи ряду розподілу. Результати оформити у вигляді таблиці.

Задача 3.15

Якість ґрунту в господарствах однієї з областей характеризується такими балами:

62	86	82	88	90	75	74	68	76	77	78	80	82
80	70	81	79	76	86	70	80	72	90	68	73	80
70	76	74	66	88	82	77	92	70	77	72	62	78

Побудувати інтервальний варіаційний ряд розподілу господарств за

якістю ґрунту, утворивши три групи з однаковими інтервалами. Зобразити його у вигляді гістограми. Зазначити елементи ряду розподілу. Зробити висновки.

Задача 3.16

Чисельність клієнтів у філіях комерційного банку становила (тис. чол.):

60	80	33	23	37	48	76	66	66	41
75	45	79	60	72	71	55	90	50	43
55	25	26	78	20	75	24	58	82	38
73	40	60	54	73	39	90	72	62	74
42	58	70	70	58	53	64	40	27	31

Здійснити групування філій комерційного банку за числом клієнтів, утворивши такі групи: до 40 тис. чол.; від 40 до 55 тис. чол.; від 55 до 70 тис. чол.; від 70 до 80 тис. чол.; 80 тис. чол. і більше. Результати групування занести в таблицю і проаналізувати.

Задача 3.17

Під час вибіркової перевірки було встановлено, що тривалість однієї покупки в кондитерському відділі магазину була такою, с:

77	70	82	81	81	82	75	80	71	80
81	89	75	67	78	73	76	78	73	76
82	69	61	66	84	72	74	82	82	76

Побудувати інтервальний ряд розподілу покупців за тривалістю однієї покупки, утворивши чотири групи з однаковими інтервалами. Зазначити елементи ряду розподілу. Зробити висновки.

ТЕМА 4. Узагальнюючі статистичні показники

Методичні рекомендації

До узагальнюючих статистичних показників належать абсолютні, відносні та середні величини.

Абсолютні статистичні величини – це кількісні показники, які характеризують розміри (рівні, обсяги) суспільних явищ у певних умовах місця і часу. Отримують їх методами статистичного спостереження і зведення вихідної інформації. Розміри суспільних явищ можуть бути виражені у вигляді кількості одиниць, або у вигляді величини ознаки.

Абсолютні величини завжди є іменованими числами. Іменовані числа являють собою вимірники ознак. Розрізняють три види вимірників –

натуральні, вартісні і трудові.

Відносними статистичними величинами називають показники, які виражають кількісні співвідношення між явищами суспільного життя. Будь-який відносний показник одержують в результаті співставлення двох величин. Результатом порівняння є відносна величина, яка характеризує міру кількісного співвідношення різнойменних чи однойменних показників. Відносна величина показує у скільки разів одна величина більша або менша за іншу, або яку частину займає одна величина по відношенню до іншої, або скільки одиниць однієї сукупності приходить на одиницю іншої сукупності.

Одиниці виміру відносних величин залежать від того, до якого значення прирівнюється база порівняння (табл. 4.1).

Таблиця 4.1 – **Одиниці виміру відносних величин**

<i>База порівняння</i>		<i>Одиниці виміру</i>
Однойменна величина, яка приймається за	1	коефіцієнти
	100	проценти, %
	1000	промиле, ‰
	10000	продециміле, ‰
	100000	просантиміле, ‰
Різнойменна величина		іменовані числа

Відносні величини залежно від їх пізнавального значення поділяють на такі види:

1. *Відносна величина планового завдання (прогнозування)* характеризує передбачуваний розмір збільшення або зменшення розмірів явища за планом (прогнозом) у наступному періоді порівняно з базисним (одним із попередніх періодів, прийнятих за базу порівняння):

$$ВВПЗ = \frac{\text{плановий рівень показника звітнього періоду}}{\text{фактичний рівень показника минулого періоду}} \quad (4.1)$$

2. *Відносна величина виконання плану (договірних зобов'язань, державного замовлення)* характеризує рівень виконання прогнозних (планових) розрахунків:

$$ВВПП = \frac{\text{фактичний рівень показника}}{\text{плановий (прогнозований) рівень показника}} \quad (4.2)$$

3. *Відносною величиною динаміки* називаються показник, який виражає ступінь зміни розмірів явища у часі. Вона характеризує напрям і швидкість зміни явищ у часі, темпи їх розвитку. Відносну величину динаміки визначають за формулою:

$$ВВД = \frac{\text{фактичний рівень показника звітнього періоду}}{\text{фактичний рівень показника минулого періоду}}. \quad (4.3)$$

Відносні величини планового завдання, виконання плану та динаміки пов'язані між собою таким чином:

$$\frac{\text{Відносна величина виконання плану}}{\text{Відносна величина динаміки}} = \frac{\text{Відносна величина планового завдання}}{\text{Відносна величина динаміки}} \quad (4.4)$$

4. *Відносна величина структури* характеризує склад досліджуваної сукупності у відносному виразі:

$$ВВС = \frac{\text{частина}}{\text{ціле}}. \quad (4.5)$$

Відносна величина структури визначається як відношення абсолютної величини кожного із елементів сукупності до абсолютної величини всієї сукупності і може бути відображена у вигляді частки або у відсотках. Сума відносних величин структури по всій сукупності дорівнює одиниці або 100 %.

5. *Відносна величина координації* застосовується для характеристики співвідношення між окремими частинами статистичної сукупності і показує у скільки разів порівнювана частина більша або менша частини, що прийнята за базу порівняння.

$$ВБК = \frac{\text{одна частина}}{\text{друга частина}}. \quad (4.6)$$

6. *Відносні величини порівняння* обчислюють як співвідношення однойменних показників, що характеризують різні об'єкти (підприємства, галузі) або території (міста, регіони, країни) і мають однакову часову визначеність.

7. *Відносна величина інтенсивності* характеризує ступінь поширення чи розвитку явища в певному середовищі. Вона обчислюється як співвідношення двох різнойменних величин: абсолютної величини досліджуваного явища і абсолютної величини, що характеризує обсяг середовища, в якому відбувається розвиток або розповсюдження явища.

$$ВВІ = \frac{\text{обсяг явища}}{\text{обсяг середовища}} \quad (4.7)$$

На відміну від інших відносних величин, відносна величина інтенсивності виражається іменованими величинами, в яких поєднуються одиниці виміру чисельника і знаменника.

Середня величина – це узагальнююча характеристика сукупності однотипних одиниць за певною кількісною ознакою. Вона характеризує типовий рівень варіюючої ознаки і відображає те спільне, характерне, що об'єднує всю масу елементів, тобто статистичну сукупність.

В практиці статистичної обробки інформації в залежності від особливостей досліджуваних явищ застосовуються різні види середніх величин.

Одним із найпоширеніших видів середніх величин є *середня арифметична*, яку застосовують в тих випадках, коли обсяг варіаційної ознаки для всієї сукупності формується як сума значень ознаки окремих одиниць досліджуваної сукупності.

Середня арифметична може бути простою і зваженою.

Середня арифметична проста має вигляд:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n} \quad (4.8)$$

Наведена формула застосовується тоді, коли розрахунок здійснюють на основі первинних, не згрупованих даних.

У тих випадках, коли варіанти мають різні частоти, середня арифметична зважена розраховується за формулою:

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n} = \frac{\sum xf}{\sum f} \quad (4.9)$$

Середня гармонічна – це величина, обернена середній арифметичній з обернених значень ознаки. За змістом середня гармонічна – це перетворена середня арифметична зважена, її використовують тоді, коли показники частоти (f), які виступають статистичною вагою, відсутні, але відомі добутки ознаки (x) на ваги (f), тобто показник ω ($\omega = xf$).

Середня гармонічна проста розраховується за формулою:

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} \quad (4.10)$$

Середня гармонічна зважена розраховується за формулою:

$$\bar{x} = \frac{\sum \omega}{\sum \frac{\omega}{x}} \quad (4.11)$$

Важливий методологічний принцип вибору виду середньої полягає в тому, аби розрахунок забезпечив логіко-змістовну суть показника. Цей принцип є основним критерієм оцінки правильності рішень.

Розв'язання типових задач

Приклад 4.1. За наведеними даними визначити відносні величини, які характеризують:

- 1) структуру заощаджень населення;
- 2) динаміку заощаджень в цілому та окремо за кожним видом;
- 3) співвідношення (збалансованість) між окремими видами заощаджень;
- 4) ступінь поширеності всіх видів заощаджень серед населення та її динаміку. Зробити висновки.

Відомо, що середньорічна чисельність населення становила, млн. чол.: у базисному періоді – 50,3; у звітному – 49,7.

Розв'язання: Визначимо структуру заощаджень населення за кожний період (формула 4.5):

Вихідні дані			Розрахункові дані	
Вид заощаджень	Обсяг заощаджень, млн. грн.		Структура заощаджень, %	
	Базисний період	Звітний період	Базисний період	Звітний період
Депозити	1248	1139,6	$\frac{1248}{3120} \times 100 = 40$	$\frac{1139,6}{4070} \times 100 = 28$
Іноземна валюта	780	2116,4	$\frac{780}{3120} \times 100 = 25$	$\frac{2116,4}{4070} \times 100 = 52$
Цінні папери	1092	814,0	$\frac{1092}{3120} \times 100 = 35$	$\frac{814,0}{4070} \times 100 = 20$
У цілому	3120	4070	100	100

У звітному періоді питома вага депозитів становить 28%, що на 12 пунктів структури менше, ніж у базисному періоді ($28 - 40 = -12$). Питома вага заощаджень населення в іноземній валюті зросла з 25 до 52%, тобто на 27 пунктів структури. У звітному періоді заощадження в цінні папери складають 20% від загального обсягу заощаджень населення, що на 15 пунктів структури менше, ніж у базисному періоді ($20 - 35 = -15$).

За цей час змінилась не лише структура заощаджень за їх видами, а й обсяг заощаджень, про що свідчать відносні величини динаміки (формула 4.3).

У звітному році депозити населення становить 91,3 % ($\frac{1139,6}{1248,0} \times 100$) рівня базисного періоду, тобто їх обсяг скоротився на 8,7 % ($91,3 - 100$). Одночасно зросли заощадження в іноземній валюті у 2,713 рази ($\frac{2116,4}{780,0}$). Обсяг заощаджень у цінні папери у звітному періоді складає лише 74,5 % рівня

базисного $\cdot \left(\frac{814,0}{1092,0}100\right)$. В цілому обсяг заощаджень населення у звітному періоді порівняно з базисним збільшився в 1,304 рази (або на 30,4 %).

Відносні величини координації показують збалансованість у заощадженнях за їх видами. Так, у звітному періоді на кожну гривню заощаджень у цінні папери припадало 2,6 грн. заощаджень в іноземній валюті (2116,4 : 814,0), а також 1,86 грн. заощаджень у вигляді депозитів (2116,4 : 1139,6).

Ступінь поширення заощаджень серед населення характеризують відносні величини інтенсивності. Так, у базисному періоді на душу населення припадало 62 грн. усіх заощаджень $((3120 : 50,3) = 62,03)$, а у звітному дещо більше – 81,6 грн. Отже, зросла поширеність сумарних заощаджень населення в 1,32 рази (81,6 : 62,03), зокрема й у вигляді іноземної валюти. Це свідчить про нестійкість національної грошової одиниці та про недовіру населення до цінних паперів як форми заощаджень.

Приклад 4.2. За даними ряду розподілу металообробного устаткування за віком визначити середнє значення груповальної ознаки.

Вікова група, років	Кількість одиниць устаткування, f	Центр інтервалу, x	xf
До 4	10	2	20
4 – 8	25	6	150
8 – 12	45	10	450
12 і більше	20	14	280
Разом	100	x	900

Розв'язання: Для обчислення середньої величини спочатку потрібно перетворити інтервальний ряд на дискретний, для чого розраховується середнє значення інтервалу кожної групи (центр інтервалу), яке дорівнює півсумі його верхньої та нижньої меж.

Середній вік устаткування розраховується за формулою середньої арифметичної зваженої $\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$ та становить: $\bar{x} = 900 \div 100 = 9$ років.

Приклад 4.3. За даними ряду розподілу розглянемо розрахунок середньої гармонічної зваженої:

Номер бригади	Урожайність, ц/га	Валовий збір, ц
1	22,0	5500
2	23,0	6900
3	22,5	7200

Вибір виду середньої має ґрунтуватись на логічній формулі показника:

$$\frac{\text{Середня урожайність сільськогосподарських культур}}{=} = \frac{\text{Валовий збір}}{\text{Посівна площа}}$$

Для визначення середньої урожайності ячменю за варіаційну ознаку x правлять показники урожайності кожної з бригад, а валовий збір ячменю – це добуток варіантів (урожайності) у відповідних бригадах на їх частоти (посівні площі), $\omega = xf$. Отже, обчислювати середню урожайність у цілому треба за формулою середньої гармонічної зваженої:

$$\bar{x} = \frac{\sum \omega}{\sum \frac{\omega}{x}} = \frac{5500 + 6900 + 7200}{\frac{5500}{22,0} + \frac{6900}{23,0} + \frac{7200}{22,5}} = \frac{19600}{250 + 300 + 320} = 22,5 \text{ ц/га}$$

Середня урожайність ячменя становила 22,5 ц/га .

Практичні завдання

Задача 4.1

Яку статистичну форму мають наведені нижче показники? Для відносних величин зазначити їх вид:

- 1) вироблений національний дохід на душу населення, млн. грн.;
- 2) витрати з державного бюджету на соціально-культурні заходи і науку, млн. грн.;
- 3) середній розмір сім'ї, осіб;
- 4) чисельність лікарів на 10000 чол. населення;
- 5) індекс роздрібних цін на товари народного споживання, %;
- 6) співвідношення міського і сільського населення;
- 7) частка інвестицій на охорону навколишнього середовища у загальному обсязі капітальних вкладень;
- 8) ступінь використання виробничих потужностей підприємства, %;
- 9) середній розмір вкладів, грн.;
- 10) розмір основних виробничих засобів на 100 га сільськогосподарських угідь, тис. грн.;
- 11) виконання договірних зобов'язань з поставки продукції, %;
- 12) зростання витрат на охорону праці у поточному році порівняно з минулим роком, %;
- 13) споживання свіжої води на виробничі потреби, млн. м³;
- 14) співвідношення роздрібного товарообороту продовольчих і непродовольчих товарів.

Задача 4.2

Згідно за договорами на молокопереробне підприємство у жовтні мало надійти 4000 т. молока жирністю 3,2%, але фактично надійшло:

Господарство	Здано молока, т.	Жирність молока, %
Перше	2000	3,0
Друге	600	2,8
Третє	1400	3,4

Визначити загальну кількість молока, яке надійшло на підприємства у перерахунку на умовне за жирністю 3,2%.

Задача 4.3

Споживання палива тепловими електростанціями становило:

Вид палива	Одиниці виміру	Минулий рік	Звітний рік	Коефіцієнт переводу в умовне паливо
Вугілля	млн. т.	19,4	18,6	0,90
Мазут	млн. т.	22,5	18,2	1,37
Газ природний	млн. м ³	11,4	15,0	1,20

Визначити:

- 1) обсяги спожитого палива за кожен рік;
- 2) структуру спожитого палива. Зробити висновок щодо структурних зрушень.

Задача 4.4

Маємо дані про реалізацію продукції підприємства на ринках областей України:

Область	(млрд. грн)	
	Перший рік	Другий рік
Харківська	300	290
Дніпропетровська	200	230
Одеська	500	480
Разом	1000	1000

- 1) Статистично описати ринкову структуру товарообороту за кожен рік і порушення в структурі.
- 2) Визначити відносну величину координації.

Задача 4.5

Виробництво трикотажних костюмів на малому підприємстві становило:

(тис. шт.)

Костюми	I півріччя	II півріччя	
		за планом	фактично
Дорослі	30	35	40
Дитячі	10	11	10
Всього	40	46	50

Визначити відносні величини виконання плану, планового завдання, динаміки (2-ма способами), структури, координації. Зробити висновки.

Задача 4.6

Маємо дані по підприємству харчування за два періоди:

(млн. грн.)

Показник	Базисний рік	Звітний рік	
		за планом	фактично
1. Реалізація власної продукції	300	350	360
2. Реалізація купованих товарів	100	150	190
Разом	400	500	550

Визначити всі можливі види відносних величин.

Задача 4.7

Маємо дані про населення області за два періоди:

(тис. чол.)

Показники	Минулий рік	Звітний рік
Усе населення	240	245
у т.ч. жінки	130	132

Територія області 80 тис. км².

Визначити усі можливі відносні величини. Зробити висновки.

Задача 4.8

Маємо умовні дані по місту на початок року:

1. Число підприємств роздрібною торгівлі, од-ць	1230
2. Чисельність населення, млн. чол.	1,06
3. Територія, тис. км ²	60,3

Визначити:

- 1) щільність торгової мережі на 100 км²;
 - 2) кількість населення з розрахунку на одне торговельне підприємство;
 - 3) кількість торгових підприємств на тисячу населення.
- Назвати види розрахованих величин. Зробити висновки.

Задача 4.9

Маємо дані про розподіл населення України за віком на 1 січня звітного періоду:

(млн. чол.)

Вік	Населення		
	міське	сільське	всього
Допрацевдатний	8,0	3,8	11,8
Працевдатний	20,4	8,4	28,8
Старші за працевдатний	6,1	4,8	11,0
Разом	34,5	17,0	51,6

Визначити:

- 1) структуру населення за місцем проживання;
 - 2) співвідношення вікових груп міського і сільського населення.
- Зробити висновки.

Задача 4.10

Маємо дані про показники діяльності промислових підприємств регіону:

Випуск продукції, млн. грн.	335,0
Вартість основних засобів, млн. грн.	76,7
Чисельність працюючих, тис. чол.	286,5
Кількість робочих місць, тис. од.	850

Визначити:

- 1) випуск продукції на одного працюючого, на одну грн. основних засобів, на одне робоче місце;
 - 2) вартість одного робочого місця;
 - 3) збалансованість робочих місць та працюючих.
- Назвати обчислені показники та зробити висновки.

Задача 4.11

Магазин протягом дня працює з 8 до 20 години. Кількість відвідувачів реєстрованих щогодини, становила (тис. чол.):

1,3; 2,5; 1,8; 2,9; 2,6; 3,3; 3,5; 2,3; 2,0; 1,5.

Скільки покупців у середньому за годину відвідали магазин? Яку форму використовувати для розрахунку середньої величини? .

Задача 4.12

Успішність студентів однієї групи вищого навчального закладу відображено в таблиці:

Оцінка	Кількість оцінок, які отримані у період сесії	
	зимової	літньої
5	7	6
4	10	9
3	6	7
2	2	3
Всього	25	25

На якій сесії успішність студентів групи вища?

Задача 4.13

Маємо дані про розподіл робітників підприємства за рівнем заробітної плати:

Групи робітників за розміром заробітної плати, тис. грн.	Чисельність робітників, чол.	
	I-й квартал	II-й квартал
4– 6	10	8
6 – 8	50	52
8 – 10	20	30
10 – 12	20	10
Всього	100	100

За наведеними даними визначити:

- 1) середню заробітну плату у I-ому та II-му кварталах;
- 2) зміну середньої заробітної плати.

Задача 4.14

Населення міста за віком можна розподілити таким чином:

Вік, років	до 10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70 і більше	Разом
Кількість, тис. чол.	18	20	17	13	11	9	7	5	100

Визначити середній вік населення міста (2-ма способами).

Задача 4.15

Визначити середню питому вагу жінок у складі студентів Вузу за такими даними:

Факультет	Число жінок, осіб.	Відсоток жінок від загальної чисельності студентів факультету, %
Технологічний	1910	65,0
Механічний	705	39,0
Економічний	3070	88,2

Задача 4.16

Як виконано план товарообороту за місяць по підприємству в цілому?

Структурний підрозділ	План товарооборот, тис. грн.	Процент виконання плану товарообороту, %
1	100	120
2	200	100
3	400	80

Задача 4.17

Два робітника банку виконують однакові операції з обслуговування клієнтів. Перший протягом двох годин обслуговував клієнтів, затративши на кожного по 30 хвилин, другий – 40 хвилин за той же період часу.

Скільки часу в середньому потрібно на обслуговування одного клієнта банку?

Задача 4.18

Маємо дані про оплату праці робітників підприємства:

I квартал		II квартал	
Розмір, заробітної плати, грн	Чисельність робітників, осіб	Розмір заробітної плати, грн	Загальна сума грошей, яка виплачена всім особам конкретної групи, грн.
4160	20	4200	88200
7200	70	7300	511000
9300	10	10400	17000
Всього	100	Всього	93600

Визначити:

1) середній розмір заробітної плати в I-ому та II-ому кварталах:

2) зміну середньої заробітної плати.

Задача 4.19

Маємо такі дані про роботу товарних бірж:

Біржа	I квартал		II квартал	
	Розмір однієї угоди, тис. грн.	Закладено угод, шт.	Розмір однієї угоди, тис. грн.	Закладено угод на суму, тис. грн.
1	5,8	30	6,6	264,0
2	6,6	35	7,5	225,0
3	5,4	60	6,5	403,0

Визначити:

- 1) середній розмір однієї угоди у I-му та II-му кварталах;
- 2) динаміку середнього показника.

Задача 4.20

Маємо дані про денний продаж м'яса на ринках міста:

Ринок	Середня ціна за 1 кг яловичини, грн.	Реалізовано на суму тис. грн.
1	88	2600
2	89	2460
3	90	3160
4	82	2860

Визначити середню ціну 1 кг яловичини на ринках міста разом.

Задача 4.21

Маємо дані про обсяг товарообороту магазину за два квартали:

Відділ магазину	1-й квартал		2-й квартал	
	план товарообороту тис. грн.	виконання плану, %	фактичний товарооборот, тис. грн.	виконання плану, %
Гастрономічний	640	101,1	700	102,1
Бакалійний	280	100,0	350	100,5
Кондитерський	310	103,1	400	103,2

Визначити середній відсоток виконання плану товарообороту в цілому по магазину окремо за 1-й та 2-й квартали, а також у цілому за півріччя. Назвіть види середніх величин.

ТЕМА 5. Аналіз рядів розподілу

Методичні рекомендації

Для характеристики характеру розподілу одиниць сукупності за певною ознакою використовують структурні або порядкові середні величини. Зокрема, це моду і медіану.

Мода (M_o) – це та варіанта, яка найчастіше повторюється в даній сукупності.

У *дискретному ряді* розподілу мода – це варіанта, якій відповідає найбільша частота.

В *інтервальному ряді* розподілу за величиною найбільшої частоти визначається модальний інтервал, в межах якого розташована модальна величина. Розрахунок моди здійснюється за формулою:

$$M_o = x_{M_o} + h_{M_o} \frac{(f_{M_o} - f_{M_o-1})}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})} \quad (5.1)$$

де x_{M_o} – мінімальне значення ознаки у модальному інтервалі;

h_{M_o} – величина модального інтервалу;

f_{M_o} – частота модального інтервалу;

f_{M_o-1} – частота інтервалу, що передує модальному;

f_{M_o+1} – частота інтервалу наступного за модальним.

Медіаною (M_e) в статистиці називають варіанту, що ділить ранжирований ряд на дві рівні за чисельністю частини. Одна частина одиниць ряду має значення варіюючої ознаки менше ніж медіана, а друга – більше.

Медіану у дискретному ряді розподілу визначають за номером медіани, який визначається за формулою:

$$N_{M_e} = \frac{\sum f}{2}. \quad (5.2)$$

Номер медіани слід порівняти з кумулятивними частотами.

Для обчислення медіани в інтервальному ряді розподілу спочатку визначають медіанний інтервал. Він відповідає такому, кумулятивна частота якого дорівнює чи перевищує номер медіани.

Розрахунок медіани в інтервальному ряді розподілу здійснюється за формулою:

$$M_e = x_{M_e} + h_{M_e} \frac{\frac{1}{2} \sum f - S_{M_e-1}}{f_{M_e}}, \quad (5.3)$$

де x_{M_e} – мінімальне значення ознаки в медіанному інтервалі;

h_{Me} – величина медіанного інтервалу;
 Σf – сума частот;
 S_{Me-1} – сума нагромаджених частот до медіанного інтервалу;
 f_{Me} – частота медіанного інтервалу.

Окрім моди і медіани в аналізі закономірностей розподілу використовуються також кватилі та децилі.

Кватилі – це варіанти, які поділяють обсяг сукупності на чотири рівні частини. Розрахунки кватилей здійснюється за формулами:

– перший кватиль:

$$Q_1 = x_0 + h_{Q_1} \frac{0,25 \Sigma f - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}}; \quad (5.4)$$

– другий кватиль:

$$Q_2 = Me \quad (5.5)$$

– третій кватиль:

$$Q_3 = x_0 + h_{Q_3} \frac{0,75 \Sigma f - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}}, \quad (5.6)$$

x_0 – нижня межа кватильного інтервалу;

h_{Q_1}, h_{Q_3} – величина кватильного інтервалу;

S_{Q_1-1}, S_{Q_3-1} – відповідно кумулятивні частоти інтервалу, що передуює кватильному.

f_{Q_1}, f_{Q_3} – відповідно частоти інтервалу, в якому знаходиться 1-й і 3-й кватилі.

Децилі – це варіанти, які поділяють обсяг сукупності на десять рівних частин.

$$d_j = x_{dj} + h_{dj} \frac{\frac{j}{10} \Sigma f - S_{dj-1}}{f_{dj}}, \quad (5.7)$$

j – номер дециля (від 1 до 9);

x_{dj} – нижня межа децильного інтервалу;

h_{dj} – величина децильного інтервалу;

S_{dj-1} – кумулятивна частота інтервалу, що передує децильному;

f_{dj} – частота інтервалу, в якому знаходиться j -й дециль.

Ці характеристики визначаються на основі кумулятивних частот (часток) за аналогією з медіаною, яка є другим квартилем або п'ятим децилем.

Коливання окремих значень ознаки характеризують показники варіації. *Варіацією* в статистиці називають кількісні зміни величини досліджуваної ознаки в межах однорідної сукупності, які зумовлені впливом дії різних чинників.

Для вимірювання та оцінки варіації використовуються абсолютні й відносні характеристики. До абсолютних належать: розмах варіації, середнє лінійне та середнє квадратичне відхилення, дисперсії. Відносні характеристики представлені низкою коефіцієнтів: варіації, локалізації, концентрації. Всі перелічені показники є іменованими величинами, крім коефіцієнтів, які обчислюються у відсотках.

Розмах варіації характеризує межі, в яких змінюється значення ознаки, і обчислюється як різниця між максимальним і мінімальним значенням ознаки:

$$R = x_{\max} - x_{\min} \quad (5.8)$$

В інтервальному ряді розподілу розмах варіації визначають як різницю між верхньою межею останнього інтервалу і нижньою межею першого або як різницю між середніми значеннями цих інтервалів.

Методика обчислення цих інших показників залежить від характеру вихідних даних (табл. 5.1).

Таблиця 5.1 – Обчислення узагальнюючих показників варіації

Показник	Формула показника	
	для незгрупованих даних	для згрупованих даних
Середнє лінійне відхилення	$\bar{l} = \frac{\sum x - \bar{x} }{n}$	$\bar{l} = \frac{\sum x - \bar{x} f}{\sum f}$
Дисперсія	$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$	$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}$
Середнє квадратичне відхилення	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}}$

Дисперсію також можна розрахувати й іншими способами:

1) як різницю між середнім квадратом значень варіюючої ознаки ($\overline{x^2}$) і квадратом середньої величини (\bar{x}^2):

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2; \quad (5.9)$$

Перетворена формула дисперсії (5.10) має наступний вигляд:

– для незгрупованих даних (проста)

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n} \right)^2; \quad (5.10)$$

– для згрупованих даних (зважена)

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \left(\frac{\sum x f}{\sum f} \right)^2. \quad (5.11)$$

2) способом умовних моментів:

$$\sigma^2 = k^2 (m_2 - m_1^2), \quad (5.12)$$

де m_1 – умовний момент першого порядку:

$$m_1 = \frac{\sum \left(\frac{x - A}{k} \right) f}{\sum f}; \quad (5.13)$$

m_2 – умовний момент другого порядку:

$$m_2 = \frac{\sum \left(\frac{x - A}{k} \right)^2 f}{\sum f}. \quad (5.14)$$

де k – постійна величина, за яку приймається величина інтервалу;

A – постійна величина, за яку приймається середина центрального інтервалу, або інтервалу, який має найбільшу частоту.

Відношення абсолютних характеристик варіації до середньої величини називаються *коефіцієнтами варіації*.

Коефіцієнти варіації розраховують за формулами:

- лінійний
$$V_l = \frac{\bar{l}}{\bar{x}} 100, \quad (5.15)$$

- квадратичний $V_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100,$ (5.16)

- осциляції $V_R = \frac{R}{\bar{x}} 100.$ (5.17)

Для порівняння варіацій найчастіше використовують квадратичний коефіцієнт варіації. Розрізняють такі значення відносних коливань:

$V < 10\%$	- незначне коливання
$10\% \leq V \leq 30\%$	- середнє коливання
$V > 30\%$	- велике коливання

Вважають, що сукупність є однорідною, а середня – типовою, коли коефіцієнт не перевищує 33%.

Варіація притаманна як кількісним, так і якісним ознакам. Варіація альтернативної ознаки вивчається за допомогою дисперсії та середньоквадратичного відхилення.

Дисперсія альтернативної ознаки дорівнює добутку частки одиниць, які мають цю ознаку (p), на частку одиниць, які її не мають (q):

$$\sigma^2 = pq \quad (5.18)$$

Варіація ознаки формується під впливом різних чинників, до складу яких входять як систематично діючі чинники, так і випадкові.

Для оцінки загальної варіації ознаки під впливом усіх умов і причин, що її зумовили, розраховується *загальна дисперсія*:

– для незгрупованих даних $\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$ (5.19)

– для згрупованих даних $\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}$ (5.20)

Оцінити вплив на результативну ознаку систематично діючих чинників дозволяє міжгрупова дисперсія:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x}) f_i}{\sum f_i} \quad (5.21)$$

де δ^2 – міжгрупова дисперсія;

\bar{x}_i – середня кожної окремої групи;

\bar{x} – загальна середня всієї сукупності;

f_i – число одиниць i -ї групи.

Випадкову варіацію, тобто ту частину загальної варіації ознаки, яка зумовлена впливом інших чинників, крім групувального, характеризує внутрішньогрупова дисперсія (середня з групових дисперсій):

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 f_i}{\sum f_i}, \quad (5.22)$$

де σ_i^2 – групові дисперсії, які обчислюються за формулою:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_i)^2 f}{\sum f} \quad (5.23)$$

Отже, при групуванні за однією чинnikною ознакою можна обчислити три види дисперсії – загальну, міжгрупову і внутрішньогрупову, які пов'язані між собою рівністю:

$$\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \delta^2 \quad (5.24)$$

Цю рівність називають *правилом додавання дисперсій*.

Розв'язання типових задач

Приклад 5.1. Маємо дані про розподіл робітників підприємства за стажом роботи :

Вихідні дані		Розрахункові показники					
Стаж роботи, років	Кількість робітників (f)	Центр інтервалу (x_i)	$x_i f$	$ x_i - \bar{x} f$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f$	S
1	2	3	4	5	6	7	8
До 5	18	2,5	45	126	49	882	18
5-10	46	7,5	345	92	4	184	64
10-15	20	12,5	250	60	9	180	84
15-20	10	17,5	175	80	64	640	94
20 і більше	6	22,5	135	78	169	1014	100
Разом	100	X	950	436	X	2900	X

За наведеними даними розрахувати:

1) структурні середні;

2) показники варіації.

Розв'язання:

1) До структурних середніх належать мода і медіана.

В інтервальному ряді розподілу мода визначається за формулою 5.1.

Модальний інтервал становить від 5 до 10 років, оскільки відповідна йому частота є максимальною $f_{Mo} = 46$.

Підставивши дані, обчислимо моду:

$$Mo = 5 + (10 - 5) \frac{(46 - 18)}{(46 - 18) + (46 - 20)} = 8 \text{ років.}$$

Це означає, що такий стаж є найбільш поширеним, типовим для робітників підприємства.

В інтервальному ряді розподілу медіана розраховується в межах медіанного інтервалу.

Для знаходження медіанного інтервалу визначаємо:

– номер медіани

$$N_{Me} = 100 : 2 = 50.$$

– кумулятивні частоти (S)

$$S_1 = f_1 = 18;$$

$$S_2 = S_1 + f_2 = 18 + 46 = 64;$$

$$S_3 = S_2 + f_3 = 64 + 20 = 84 \text{ і т.д.};$$

Таким чином, медіана знаходиться в інтервалі від 5 до 10 років, адже саме йому відповідає кумулятивна частота, яка перевищує номер медіани.

Підставивши у формулу 5.2, обчислимо медіану:

$$Me = 5 + (10 - 5) \frac{\frac{100}{2} - 18}{46} = 8 \text{ років.}$$

Отже, у половини робітників підприємства стаж роботи більше 8 років, а у половини – менше 8 років.

2) Показники варіації.

1. Розмах варіації:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 22,5 - 2,5 = 20 \text{ років.}$$

Для розрахунку інших показників варіації визначимо середнє значення варіюючої ознаки. Середній стаж роботи робітників підприємства обчислюємо за формулою середньої арифметичної зваженої, використовуючи розрахункові дані таблиці:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{950}{100} = 9,5 \text{ років.}$$

2. Середнє лінійне відхилення:

$$\bar{l} = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f} = \frac{436}{100} = 4,36 \text{ років.}$$

3. Дисперсія:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{2900}{100} = 29,0.$$

4. Середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{29,0} = 5,39 \text{ років.}$$

5. Квадратичний коефіцієнт варіації:

$$V_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100 = \frac{5,39}{9,5} 100 = 56,7\%$$

Таким чином, амплітуда коливань стажу роботи робітників даного підприємства становить 20 років. Стаж окремих робітників відрізняється від середнього показника на 4,36 років за середнім лінійним відхиленням і на 5,39 років за середнім квадратичним відхиленням. Коефіцієнт варіації 56,7% свідчить про коливання стажу роботи окремих робітників по відношенню до середнього стажу роботи на підприємстві, а це означає, що сукупність робітників підприємства за стажем роботи не можна вважати якісно однорідною. Відповідно, обчислений показник середнього стажу роботи не буде типовим для робітників цього підприємства, оскільки індивідуальні значення стажу роботи мають значні коливання і суттєво відрізняються від середнього стажу роботи.

Приклад 5.2. Відомі показники продуктивності праці та кваліфікації 20 робітників підприємства, які виготовляють однорідні деталі.

Табельний № робітника	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Розряд	4	4	4	5	5	6	6	4	4	6	6	5	5	5	5	6	6	6	6	6
Продуктивність праці, шт.	2	4	3	5	7	10	8	2	4	8	10	6	7	5	6	10	8	10	8	10

Провівши групування робітників за факторною ознакою, обчислити:

- 1) групові дисперсії;
- 2) внутрішньогрупову дисперсію;
- 3) загальну дисперсію.

Розв'язання:

Факторною ознакою є розряд робітника, адже, від впливає на рівень його продуктивності.

Проведемо групування вихідних даних і результати його оформимо наступним чином:

Результати групування			Розрахункові дані				
Групи робітників за розрядом	Продуктивність праці, шт.	Число робітників f	xf	$x - \bar{x}_i$	$(x - \bar{x}_i)^2 f$	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2 f$
<i>1</i>	2	3	4	5	6	7	8
4 розряд	2	2	4	-1	2	-4,5	40,5
	3	1	3	0	0	-3,5	12,25
	4	2	8	1	2	-2,5	12,50
	Усього	5	15	X	4	X	65,25
5 розряд	5	2	10	-1	2	-1,5	4,5
	6	3	18	0	0	-0,5	0,75
	7	2	14	1	2	0,5	0,5
	Усього	7	42		4		5,75
6 розряд	8	4	32	-1	4	1,5	9
	10	4	40	1	4	3,5	49
	Усього	8	72	X	8	X	58
Разом		20	129	X	-	X	129

1) Для обчислення групових дисперсій розрахуємо середню продуктивність праці у кожній групі, використовуючи формулу середньої арифметичної зваженої:

$$\bar{x}_1 = \frac{15}{5} = 3 \text{ (шт.);} \quad \bar{x}_2 = \frac{42}{7} = 6 \text{ (шт.);} \quad \bar{x}_3 = \frac{72}{8} = 9 \text{ (шт.).}$$

Розрахунок дисперсії у групах здійснюємо за формулою 5.24:

$$\sigma_1^2 = \frac{4}{5} = 0,8; \quad \sigma_2^2 = \frac{4}{7} = 0,57; \quad \sigma_3^2 = \frac{8}{8} = 1.$$

2) Внутрішньогрупову дисперсію знайдемо як середню з групових дисперсій:

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{0,8 \times 5 + 0,57 \times 7 + 1 \times 8}{20} = 0,799 \approx 0,8.$$

3) Для розрахунку міжгрупової дисперсії спочатку знайдемо загальну середню як середню арифметичну зважену з групових середніх:

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i f_i}{\sum f_i} = \frac{3 \times 5 + 6 \times 7 + 9 \times 8}{20} = 6,45 \approx 6,5 \text{ (шт.)}.$$

Міжгрупова дисперсія дорівнює:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{(3 - 6,5)^2 \times 5 + (6 - 6,5)^2 \times 7 + (9 - 6,5)^2 \times 8}{20} = 5,65.$$

4) Загальну дисперсію визначимо за правилом додавання дисперсій :

$$\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \delta^2 = 0,8 + 5,65 = 6,45.$$

Перевіримо отриманий результат, обчисливши загальну дисперсію звичайним способом:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{129}{20} = 6,45.$$

Як видно з розрахунку, вплив кваліфікації робітників на їх продуктивність праці у 7 разів $\left(\frac{5,65}{0,8} \approx 7\right)$ більший, ніж вплив випадкових чинників.

Міжгрупова варіація становить 88% у загальній варіації $\left(\frac{5,65}{6,45} \approx 0,88\right)$.

Практичні завдання

Задача 5.1

За даними про розподіл робітників за тарифними розрядом визначити структурні середні та показники варіації:

Тарифний розряд	1	2	3	4	5	6	Разом
Кількість робітників, чол.	5	10	15	10	7	3	50

Зробити висновки.

Задача 5.2

Розподіл продавців за рівнем продуктивності праці характеризується такими даними:

Продуктивність праці, тис. грн.	6	7	8	9	10
Кількість продавців	5	10	15	10	5

Визначити моду, медіану, квартилі, децилі та усі показники варіації. Розрахунок дисперсії здійснити декількома способами. Зробити висновки.

Задача 5.3

Розподіл сімей за кількістю дітей характеризується такими даними:

Кількість дітей у сім'ї	0	1	2	3	4	Разом
Кількість сімей, % до підсумку	10	30	40	15	5	100

Визначити:

- 1) середнє квадратичне відхилення;
- 3) коефіцієнт варіації.

Зробити висновки.

Задача 5.4

Розподіл підприємств за величиною товарообороту характеризується такими даними:

Товарооборот, млн. грн.	до 150	150-250	250-350	350 і вище	Разом
Кількість підприємств	5	10	3	2	20

Визначити:

- 1) середній товарооборот підприємства;
- 2) моду та медіану;
- 3) квартилі та децилі;
- 4) дисперсію (3-ма способами).

Зробити висновки.

Задача 5.5

Розподіл робітників за рівнем заробітної плати наступний:

Заробітна плата, грн.	до 850	850-1350	1350-1850	1850 і вище	Разом
Кількість робітників, чол.	3	5	7	5	20

Визначити середню заробітну плату, моду, медіану і всі показники варіації. Для розрахунку дисперсії використати декілька способів. Зробити висновки.

Задача 5.6

Використовуючи показники варіації, охарактеризувати відхилення індивідуальних розмірів заробітної плати від типового рівня, оцінити якісну однорідність вихідної статистичної сукупності:

Групи працюючих за розміром оплати праці у місяць, грн.	Чисельність групи, чол.
4100 - 5200	10
5200 - 6300	20
6300 - 7400	40
7400 - 8500	30
Всього	100

Задача 5.7

Залежність успішності студентів від якості викладання характеризуються такими даними:

Оцінка якості викладання спецкурсу	Кількість студентів, чол.	Середній бал успішності
Висока	10	4,5
Середня	25	4,1
Низька	15	3,5
Всього	50	4,0

Розрахувати міжгрупову та середню з групових дисперсій, якщо загальна дисперсія середнього бала дорівнює 0,16. Зробити висновки.

Задача 5.8

Для оцінки залежності оплати праці від стажу роботи побудувати аналітичне групування з рівними інтервалами. Кількість груп дорівнює 3.

№ п/п	Стаж роботи, років	Середньомісячна заробітна плата, грн.
1	11	6550
2	1	5500
3	7	6200
4	12	6600
5	14	7000
6	10	6500
7	8	6250
8	2	5700
9	9	6550
10	13	6900
11	16	7050
12	4	5700
13	9	6400
14	8	6250
15	3	5600
16	10	6500
17	5	6000
18	7	6200
19	11	6550
20	6	5900

Розрахувати міжгрупову, середню з групових та загальну дисперсії середньомісячної заробітної плати. Перевірити результати розрахунків. Зробити висновки.

Задача 5.9

Маємо дані одноразового спостереження про витрати часу працюючих жінок на домашнє господарство в залежності від типу помешкання:

Тип будинку	Чисельність працюючих жінок, тис. чол.	Середні витрати часу в розрахунку на одну працюючу жінку, год	Групова дисперсія витрат часу
Квартирного типу	50	6,2	0,0016
Індивідуальний	40	7,0	0,0040

Визначити міжгрупову, середню з групових та загальну дисперсії, показати їхній взаємозв'язок. Зробити висновки.

Задача 5.10

Маємо дані про споживання картоплі в сім'ях з різним рівнем середньодушового сукупного доходу:

Рівень середньодушового сукупного доходу	Кількість сімей	Споживання картоплі в середньому на члена сім'ї за рік, кг									
Низький	10	64	70	79	84	82	69	76	78	75	73
Середній	26	91	96	84	95	98	94	92	88	83	97
		93	100	93	79	81	86	94	90	82	85
		80	93	87	89	98	92				
Високий	14	104	106	108	99	103	107	102	105	98	
		112	109	110	100	107					

- 1) побудувати аналітичне групування залежності споживання картоплі від рівня середньодушового доходу;
- 2) визначити загальну, міжгрупову та середню з групових дисперсій. Зробити висновки.

Задача 5.11

За оцінками фахівців митної служби до 5 % товарів перетинають митний кордон нелегально. Визначити дисперсію частки легально ввезених товарів.

Задача 5.12

Частка високоліквідних активів у сумі поточних активів комерційних банків на початок року становила 30%. Визначити дисперсію частки високоліквідних активів.

ТЕМА 6. Аналіз концентрації, диференціації та подібності розподілів

Методичні рекомендації

Характерні риси та особливості структури статистичної сукупності відбиваються в рядах розподілу.

Ряд розподілу складається з двох елементів: варіант – значень ознаки x_i та частот f_i . Саме у співвідношенні варіант і частот виявляється закономірність розподілу.

Аналіз закономірностей розподілу передбачає оцінку ступеня однорідності сукупності, асиметрії та ексцесу розподілу.

Однорідними вважаються такі сукупності, елементи яких мають спільні

властивості (риси) і належать до одного типу, класу. В однорідних сукупностях розподіли одновершинні (одномодальні). Багатовершинність свідчить про неоднорідний склад сукупності, про різнотіповість окремих складових.

Серед одновершинних розподілів є симетричні і асиметричні (скошені), гостро- і плосковершинні.

У симетричному розподілі рівновіддалені від центру значення ознаки мають однакові частоти, а в асиметричному – вершина розподілу зміщена.

Найпростішою мірою асиметрії є відхилення між середньою арифметичною, модою і медіаною. У симетричному розподілі характеристики центру мають однакові значення: $\bar{x} = Me = Mo$, в асиметричному між ними існують певні розбіжності. При правосторонній асиметрії: $\bar{x} > Me > Mo$; при лівосторонній: $\bar{x} < Me < Mo$.

Асиметрія як відносна статистична характеристика визначається стандартизованим відхиленням, яке характеризує напрям і міру скошеності розподілу.

Стандартизовані відхилення або коефіцієнт асиметрії Пуассона розраховується за формулами:

$$A_1 = \frac{\bar{x} - Me}{\sigma} \quad (6.1)$$

або

$$A_2 = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma} \quad (6.2)$$

Очевидно, що у симетричному розподілі $A = 0$, при правосторонній асиметрії $A > 0$, при лівосторонній $A < 0$.

Для того, щоб характеристика скошеності не залежала від масштабу вимірювання ознаки, для порівняння ступеня асиметрії різних розподілів використовується стандартизований момент 3-го порядку, який визначається за формулою:

$$A_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3}, \quad (6.3)$$

де σ – середнє квадратичне відхилення;

μ_3 – центральний момент 3-го порядку, який дорівнює:

$$\mu_3 = \frac{\sum (x - \bar{x})^3 f}{\sum f} \quad (6.4)$$

У симетричному розподілі $A_s = 0$. При правосторонній асиметрії коефіцієнт $A_s > 0$, при лівосторонній $A_s < 0$. Звідси правостороння асиметрія

називається додатньою, а лівостороння – від'ємною. Вважається, що при $A_s < 0,25$ асиметрія низька, якщо A_s не перевищує 0,5 – середня, при $A_s > 0,5$ – висока.

У симетричних та помірно асиметричних розподілах вимірюється *ексцес розподілу*, тобто крутизна кривої розподілу – її загостреність або положистість у порівнянні з нормальною кривою.

Для вимірювання ексцесу використовується стандартизований момент 4-го порядку або *коефіцієнт ексцесу*:

$$E_k = \frac{\mu_4}{\sigma^4}, \quad (6.5)$$

де μ_4 – центральний момент 4-го порядку, який визначається за формулою:

$$\mu_4 = \frac{\sum (x - \bar{x})^4 f}{\sum f}. \quad (6.6)$$

У симетричному, близькому до нормального розподілі $E_k = 3$. Очевидно, при гостровершинному розподілі $E_k > 3$, при плосковершинному $E_k < 3$.

Оцінка диференціації розподілу ґрунтуються на структурних показниках розподілу, зокрема на квантилях та децилях.

Коефіцієнт квантильної диференціації показує кратність співвідношення третього (Q_3) та першого квантилів (Q_1):

$$K_Q = \frac{Q_3}{Q_1}. \quad (6.7)$$

Формули розрахунку квантилів розглянуті у темі 5.

Коефіцієнт децильної диференціації показує кратність співвідношення дев'ятого (d_9) та першого децилів (d_1):

$$K_d = \frac{d_9}{d_1}. \quad (6.8)$$

До показників *концентрації* розподілу належать:

- коефіцієнт концентрації Джині;
- коефіцієнт Лоренца;
- коефіцієнт Герфіндаля та ін.

Ці показники концентрації одержують шляхом зіставлення двох простих структурних рядів розподілу, один з яких виражає розподіл одиниць сукупності (наприклад, населення), а другий – обсяг належної цим одиницям ознаки

(наприклад, грошового доходу).

При рівномірному розподілі частки розподілу елементів сукупності d_i дорівнюють часткам з обсягом ознаки D_i . Суттєві відхилення $D_i - d_i$, вказують на певну концентрацію елементів сукупності.

Як міра концентрації використовується півсума модулів відхилень:

$$K_L = \frac{1}{2} \sum |d_i - D_i|, \quad (6.9)$$

d_i – частка розподілу за кількістю елементів сукупності;

D_i – частка розподілу за обсягом значень ознаки.

Число K_L має назву *коефіцієнта концентрації Лоренца*, який є узагальнюючою мірою відхилення розподілу від рівномірного.

При рівномірному розподілі $K_L = 0$, при повній концентрації $K_L = 1$. Звідси випливає, що коефіцієнт концентрації змінюється у межах від 0 до 1. Чим більше значення коефіцієнта концентрації, тим вищим є ступінь концентрації.

Коефіцієнт концентрації Джині (індекс Джині) визначається за формулою:

$$K_G = 1 - 2 \sum_1^m d_i \text{cum} D_i + \sum_1^m d_i D_i, \quad (6.10)$$

де $\text{cum} D_i$ – кумулятивна частка розподілу за обсягом значень ознаки.

Коефіцієнти концентрації широко використовуються в регіональному аналізі для оцінки рівномірності територіального розподілу виробничих потужностей, фінансових ресурсів тощо.

Оцінка нерівномірності розподілу також передбачає розрахунок *коефіцієнту локалізації*, який оцінює локалізацію значень ознаки в окремих складових сукупності і визначається співвідношенням часток:

$$L_i = \frac{D_i}{d_i} \quad (6.11)$$

Коефіцієнт локалізації розраховується для кожної i -ї складової сукупності. За умови рівномірного розподілу всі значення $L_i = 1$. У випадку локалізації значень ознаки в i -й складовій $L_i > 1$, і навпаки.

Порівняння двох структур різних сукупностей, що поділені на однакову кількість груп m , здійснюється за допомогою *коефіцієнту подібності (схожості) структур*:

$$P = 1 - \frac{1}{2} \sum_1^m |d_i - d_K|, \quad (6.12)$$

де d_i – частка ознак однієї сукупності у групі;

d_K – частка ознак другої сукупності у такій самій групі.

Якщо структури однакові, то $P = 1$; якщо абсолютно протилежні, то $P = 0$. Чим більше схожі структури, тим більше значення P .

Коефіцієнт подібності (схожості) структур також може бути використаний для оцінки подібності структур однієї сукупності за двома ознаками.

Для оцінки інтенсивності структурних зрушень використовуються наступні показники варіації:

– середнє лінійне відхилення часток

$$\bar{l}_d = \frac{\sum_{i=1}^m |d_{i1} - d_{i0}|}{m}, \quad (6.13)$$

де $d_{i1(0)}$ – частка розподілу елементів сукупності відповідно звітнього (базисного) періоду;

m – кількість складових сукупності.

– середнє квадратичне відхилення часток

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum (d_{i1} - d_{i0})^2}{m}}. \quad (6.14)$$

Розв'язання типових задач

Приклад 6.1. За наведеними даними розглянемо порядок обчислення коефіцієнтів асиметрії та ексцесу

Урожайність озимої пшениці, ц/га	Структура посівної площі, %	Центр інтервалу	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 f$	$(x - \bar{x})^3 f$	$(x - \bar{x})^4 f$
1	2	3	4	5	6	7	8
40-42	4	41	-5,72	32,72	130,87	-748,60	4281,97
42-44	7	43	-3,72	13,84	96,87	-360,35	1340,51
44-46	28	45	-1,72	2,96	82,84	-142,48	245,06
46-48	35	47	0,28	0,08	2,74	0,77	0,22
48-50	16	49	2,28	5,20	83,17	189,64	432,37
50-52	6	51	4,28	18,32	109,91	470,42	2013,38
52-54	4	53	6,28	39,44	157,75	990,69	6221,55
Разом	100		x	x	664,16	400,09	14535,06

Розв'язання: За наведеними даними обчислюємо:

1. Середню урожайність озимої пшениці:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{41 \times 4 + 43 \times 7 + 45 \times 28 + 47 \times 35 + 49 \times 16 + 51 \times 6 + 53 \times 4}{100} =$$

$$= 46,72 \text{ ц / га}$$

2. Середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{664,16}{100}} = \sqrt{6,6416} = 2,577 \text{ ц / га}$$

3. Центральний момент 3-го порядку:

$$\mu_3 = \frac{\sum (x - \bar{x})^3 f}{\sum f} = \frac{400,09}{100} = 4,001$$

4. Коефіцієнт асиметрії:

$$A_s = \mu_3 : \sigma^3 = 4,001 : 2,577^3 = 0,2337$$

5. Центральний момент 4-го порядку:

$$\mu_4 = \frac{\sum (x - \bar{x})^4 f}{\sum f} = \frac{14535,06}{100} = 145,351$$

6. Коефіцієнт ексцесу:

$$E_k = \mu_4 : \sigma^4 = 145,351 : 2,577^4 = 3,2951$$

Отже, розподіл посівних площ за урожайністю озимої пшениці характеризується незначною правосторонньою асиметрією ($A_s > 0$). Коефіцієнт ексцесу більший за 3 ($E_k = 3,2951$), що свідчить про гостровершинність розподілу.

Даний розподіл має позитивний ексцес, тобто характеризується нагромадженням членів ряду в центрі розподілу.

Практичні завдання

Задача 6.1

За даним задачі 5.1 визначити яким є наведений ряд розподілу (симетричним чи асиметричним; гостро- чи плосковершинним).

Задача 6.2

За даним задачі 5.3 розрахувати коефіцієнти ексцесу та асиметрії. Зробити висновки.

Задача 6.3

За даним задачі 5.4 оцінити суттєвість асиметрії.

Задача 6.4

За даним задачі 5.5 визначити відносний показник асиметрії.

Задача 6.5

Розподіл теплових електростанцій регіону за потужністю свідчить про нерівномірне споживання палива. Так, до першої групи належить 12% ТЕС, а частка спожитого палива становить 4%. Натомість шоста група містить 4% ТЕС, які споживають 15% палива.

Потужність ТЕС, МВт	У % до підсумку	
	Кількість ТЕС	Споживання палива
До 100	12	4
100 – 200	20	10
200 – 400	35	25
400 – 1000	20	30
1000 – 2000	9	16
2000 і вище	4	15
Разом	100	100

Оцінити ступінь концентрації споживання палива за допомогою коефіцієнта концентрації.

Задача 6.6

Структура зайнятих у малому бізнесі за регіонами характеризується даними:

Регіон	У % до підсумку	
	підприємств	зайнятих
А	30	4
Б	35	27
В	18	33
Г	17	36
Разом	100	100

Визначити коефіцієнт концентрації зайнятих у малому бізнесі. Зробити висновки.

Задача 6.7

Технологічна структура капітальних інвестицій в галузь характеризується даними:

Стаття витрат	У % до підсумку	
	Базисний рік	Звітний рік
Будівельно-монтажні роботи	58	46
Устаткування, інструмент	35	42
Інші витрати	7	12
Разом	100	100

Визначити лінійний коефіцієнт структурних зрушень. Зробити висновки.

Задача 6.8

Маємо дані про структуру споживання енергоресурсів у регіоні:

Вид енергоресурсів	У % до підсумку	
	Минулий рік	Базисний рік
Тверде паливо	28	42
Атомна та гідроенергетика	24	18
Природний газ	46	36
Інші види	2	4
Разом	100	100

Визначити лінійний та квадратичний коефіцієнти структурних зрушень. Зробити висновки.

ТЕМА 7. Статистичні методи вимірювання зв'язків

Методичні рекомендації

За статистичною природою всі зв'язки можна поділити на два види: функціональні та стохастичні (нефункціональні).

Функціональний – це такий зв'язок, при якому кожному конкретному значенню факторної ознаки x відповідає певне значення результативної ознаки y . Функціональний зв'язок можна алгебраїчно виразити функцією (формулою),

яка встановлює повну відповідність між факторною та результативною ознаками, тобто причиною і наслідком.

Стохастичний – це зв'язок, при якому кожному значенню факторної ознаки x відповідають декілька різних значень результативної ознаки y .

Усі методи вимірювання взаємозв'язків між ознаками можна класифікувати так: метод зведення паралельних рядів; балансовий метод; графічний метод; дисперсійний аналіз; кореляційно-регресійний аналіз.

Дисперсійний аналіз – це метод статистичної оцінки залежності результативної ознаки від одного або кількох чинників.

В його основі лежить побудова аналітичного групування, а також визначення і розкладання варіації за джерелами її утворення, тобто розрахунок трьох видів дисперсій.

Для кількісної оцінки зв'язку між явищами обчислюють кореляційне відношення та індекс кореляції.

Кореляційне відношення показує питому вагу міжгрупової дисперсії у загальній дисперсії, тобто визначає, ступінь варіації ознаки від впливом чинника, покладеного в основу групування. Його обчислюють за формулою:

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2} \quad (7.1)$$

де δ^2 – міжгрупова дисперсія;

σ^2 – загальна дисперсія.

Чим η^2 ближче до 1, тим зв'язок між ознаками тісніший.

Якщо $\eta^2=1$, то зв'язок між ознаками функціональний.

Перевірка істотності відхилень групових середніх ґрунтується на порівнянні фактичного значення η^2 з так званим критичним (додаток). Якщо фактичне значення η^2 менше критичного, то наявність кореляційного зв'язку між ознаками не доказана і зв'язок вважається неістотним.

Розподіл η^2 залежить від числа ступенів вільності міжгрупової k_1 і середньої з групових k_2 дисперсій. В аналітичному групуванні вони обчислюються так:

$$k_1 = m - 1 \quad (7.2)$$

$$k_2 = n - m \quad (7.3)$$

де n – кількість елементів досліджуваної сукупності;

m – число груп.

Для перевірки істотності зв'язку використовують також функціонально зв'язану з η^2 характеристику *F-критерію* (критерій Фішера), який обчислюють за формулами:

$$F = \frac{\delta^2 k_2}{\sigma_i^2 k_1}, \quad (7.4)$$

або

$$F = \frac{\eta^2}{1 - \eta^2} \cdot \frac{k_2}{k_1} \quad (7.5)$$

Існують таблиці критичних значень F-критерію (додаток Д). Перевірку істотності зв'язку за його допомогою здійснюють аналогічно описаній вище для кореляційного відношення.

Корінь квадратний з кореляційного відношення називається *індексом кореляції*:

$$\eta = \sqrt{\eta^2}. \quad (7.6)$$

Як і η^2 , індекс кореляції змінюється в межах від 0 до 1 і характеризує тісноту зв'язку.

Кореляційно-регресійний аналіз є логічним продовженням дисперсійного аналізу. Схематично кореляційно-регресійний аналіз можна поділити на п'ять етапів:

- 1) постановка завдання, встановлення наявності зв'язку між досліджуваними ознаками;
- 2) відбір найістотніших чинників для аналізу;
- 3) визначення характеру зв'язку, його напрямку і форми, вибір математичного рівняння для вираження існуючих зв'язків;
- 4) розрахунок числових характеристик кореляційного зв'язку (визначення параметрів рівняння і показників тісноти зв'язку);
- 5) статистична оцінка вибіркового показників зв'язку.

Залежно від вихідних даних теоретичною лінією регресії можуть бути різні типи кривих або пряма лінія.

Прямолінійне рівняння зв'язку має вигляд:

$$\bar{y}_x = a + bx, \quad (7.7)$$

де \bar{y}_x – теоретичні значення результативної ознаки;

a – вільний член рівняння регресії, який не має самостійного значення, є початком відліку і служить у рівнянні для зрівноважування лівої та правої частин;

b – параметр, який зветься коефіцієнтом регресії. Від нього залежить напрям зв'язку.

Параметри рівняння регресії можна визначити за допомогою готових формул, що випливають з методу найменших квадратів:

$$b = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{x^2 - (\bar{x})^2} \quad (7.8)$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (7.9)$$

Коефіцієнт регресії b показує, на скільки одиниць збільшиться результативна ознака при збільшенні факторної ознаки на одиницю.

Якщо $b > 1$ – зв'язок результативної ознаки з факторною є прямим; $b < 1$ – зв'язок зворотний.

Перевірка істотності коефіцієнта регресії здійснюється за допомогою t -критерію Стьюдента:

$$t_b = \frac{b}{\mu_b}, \quad (7.10)$$

де μ_b – середня похибка коефіцієнта регресії, яка визначається за формулою:

$$\mu_b = \sqrt{\frac{\sigma_e^2}{(x - \bar{x})^2}}, \quad (7.11)$$

де $\sigma_{e_x}^2$ – залишкова дисперсія, яка розраховується за формулою:

$$\sigma_{e_x}^2 = \frac{\sum (y - \bar{y}_x)^2}{n}. \quad (7.12)$$

Якщо фактичне значення t -критерію Стьюдента перевищує критичне значення, яке знаходиться за таблицею t -критерію (додаток Є), то вважається, що відповідний параметр статистично значимий і має суттєвий вплив на результативний показник.

Ступінь і вагомість впливу чинника на варіацію результативної ознаки вимірюють також коефіцієнтом еластичності та β -коефіцієнтом ("бета"-коефіцієнтом).

Коефіцієнт еластичності (E) показує, на скільки відсотків змінюється в середньому результативна ознака при зміні чинника на 1%. Він обчислюється за формулою:

$$E = b \frac{\bar{x}}{\bar{y}}. \quad (7.13)$$

β -коефіцієнт – це стандартизований коефіцієнт регресії, тобто коефіцієнт

регресії, який виражено у стандартизованому масштабі й обчислюється за формулою:

$$\beta = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y}. \quad (7.14)$$

На практиці часто β -коефіцієнт використовують як ваговий коефіцієнт при оцінці питомої ваги впливу різних чинників на результативну ознаку (наприклад, для оцінки ризику при купівлі акцій, облігацій).

Мірою тісноти зв'язку в кореляційно-регресійному аналізі є *коефіцієнт детермінації* R^2 , який характеризує ту частину варіації результативної ознаки y , яка відповідає лінійному рівнянню регресії :

$$R^2 = \frac{\sigma_{\hat{y}_t}^2}{\sigma^2}. \quad (7.15)$$

Для вимірювання тісноти прямолінійних зв'язків використовують *лінійний коефіцієнт кореляції*:

$$r = \frac{\sum xy - \sum x \sum y}{n \sigma_x \sigma_y} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (7.16)$$

де σ_x – середнє квадратичне відхилення факторної ознаки;

σ_y – середнє квадратичне відхилення результативної ознаки.

Надійність коефіцієнту кореляції перевіряють за t -критерієм Стьюдента:

$$t_r = \frac{r}{\mu_r}, \quad (7.17)$$

де μ_r – середня похибка коефіцієнту кореляції, яка визначається за формулою:

$$\mu_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}}. \quad (7.18)$$

Якщо критерій Стьюдента $t_r \geq 3$, коефіцієнт кореляції вважають вірогідним (тобто зв'язок між досліджуваними явищами є доведеним). Якщо ж критерій $t_r < 3$, то висновки про вірогідність зв'язку між досліджуваними явищами сумнівні.

Для виявлення та вимірювання зв'язків між якісними ознаками часто використовують непараметричні методи, які називають *ранговими методами*

кореляції. Для обчислень використовують не самі значення ознак, а їх знаки, ранги, частоти.

Розглянемо чотири основних показники вимірювання зв'язків між ознаками, які є основою рангових методів: коефіцієнт Фехнера – коефіцієнт збігу знаків; коефіцієнт асоціації; коефіцієнт контингенції; коефіцієнт Спірмана – ранговий коефіцієнт кореляції.

Коефіцієнт Фехнера (i) визначають як відношення різниці числа знаків лінійних відхилень факторної та результативної ознак, що збігаються, та числа знаків, що не збігаються, до загального числа відхилень ознак від середніх.

Значення коефіцієнта "i" змінюється від -1 до +1, і чим воно ближче до нуля, тим зв'язок між ознаками тісніший. Цей коефіцієнт може бути застосований до кількісних ознак.

Коефіцієнти асоціації та контингенції застосовують для вимірювання тісноти зв'язків якісних альтернативних ознак (протилежних за змістом).

Нехай a, b — альтернативні значення результативної ознаки. З цих значень можна скласти такий макет:

	Так	Ні	Разом
Так	a	b	$a+b$
Ні	c	d	$c+d$
Разом	$a+c$	$b+d$	$a+b+c+d$

Коефіцієнт асоціації (A) визначається за формулою:

$$A = \frac{ad - bc}{ad + bc}, \quad (7.19)$$

де a, b – альтернативні значення результативної ознаки.

Коефіцієнт контингенції (K) обчислюють так:

$$K = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}} \quad (7.20)$$

Зв'язок між ознаками підтверджується, якщо $A \geq 0,5$, або $K \geq 0,3$

Коефіцієнт Спірмана називають ще *ранговим коефіцієнтом кореляції*.

Ранг – це порядковий номер ознаки у зростаючому ряді розподілу.

Коефіцієнт Спірмана обчислюють за формулою:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}, \quad (7.21)$$

де $d_i = R_x - R_y$ – різниця рангів факторної (R_x) та результативної ознаки (R_y);

n – кількість рангів.

Ранговий коефіцієнт кореляції (ρ), як і лінійний коефіцієнт кореляції (r), може набувати значення від -1 до +1.

Якщо обидва стовпці рангів збігаються ($R_x = R_y$), то $d^2 = 0$, тобто між ознаками "x" та "y" є прямий зв'язок і $\rho=1$.

Якщо $\rho = -1$, то "x" та "y" мають зворотний зв'язок. Якщо $\rho \approx 1$, між ознаками досить сильний прямий зв'язок.

Розв'язання типових задач

Приклад 7.1. Маючи дані про рівень віддачі основних засобів і прибуток підприємств, скласти рівняння регресії, визначити тісноту взаємозв'язку між ними, обчисливши лінійний коефіцієнт кореляції:

Вихідні дані			Розрахункові дані		
№ з/п	Віддача основних засобів (x), грн	Прибуток (y), тис. грн	x^2	xy	y^2
1	2	3	4	5	6
1	7	3	49	21	9
2	11	5	121	55	25
3	12	4	144	48	16
4	16	6	256	96	36
5	22	8	484	176	64
6	25	7	625	175	49
7	30	11	900	330	121
8	36	14	1296	504	196
9	45	18	2025	810	324
10	46	17	2116	782	289
Усього	250	93	8016	2997	1129

Розв'язання:

Для визначення параметра b використовуємо формулу 7.8:

$$b = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{10 \times 2997 - 250 \times 93}{10 \times 8016 - 250^2} = 0,38$$

Значення параметру a розраховуємо за формулою 7.9:

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = \frac{93}{10} - 0,38 \times \frac{250}{10} = -0,2$$

Отже, рівняння регресії має вигляд: $\bar{y} = -0,2 + 0,38x$.

Значення коефіцієнта регресії свідчить про те, що зі збільшенням рівня віддачі основних засобів на 1 грн. прибуток підприємства зростає на 0,38 млн. грн.

Для оцінки тісноти зв'язку між рівнем віддачі основних засобів і прибутком підприємства обчислимо лінійний коефіцієнт кореляції:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\frac{2997}{10} - \frac{250}{10} \times \frac{93}{10}}{\sqrt{\left(\frac{8016}{10} - \left(\frac{250}{10}\right)^2\right) \left(\frac{1129}{10} - \left(\frac{93}{10}\right)^2\right)}} = 0,984$$

Отже, лінійний коефіцієнт кореляції $r \approx 0,98$ показує, що прибуток досить сильно залежить від рівня віддачі основних засобів.

Приклад 7.2. Дослідити, як відвідування студентами занять з предмета впливає на їх успішність з цього предмета.

Розв'язання: Відвідування занять – факторна ознака, яка має альтернативне значення – невідвідування.

Успішність (здача екзамену) – результативна ознака, яка має і альтернативне значення – неуспішність (нездача екзамену).

Складаємо макет таблиці зі значеннями ознак:

Показники	Кількість студентів, які заняття		Усього
	відвідують	не відвідують	
Здали екзамен успішно	86	14	100
Не здали екзамен успішно	22	28	50
Усього	108	42	150

Коефіцієнт асоціації (A) визначається за формулою 7.19:

$$A = \frac{ad - bc}{ad + bc} = \frac{86 \times 28 - 14 \times 22}{86 \times 28 + 14 \times 22} \approx 0,77.$$

Коефіцієнт контингенції (K) обчислюють за формулою 7.20:

$$K = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}} = \frac{86 \times 28 - 14 \times 22}{\sqrt{108 \times 42 \times 100 \times 50}} \approx 0,44.$$

Оскільки $A > 0,5$ і $K > 0,3$, то між відвідуванням занять та успішністю студентів підтвердився зв'язок.

Практичні завдання

Задача 7.1

Визначити, які з наведених залежностей є функціональними, а які стохастичними:

- 1) урожайність зернових від якості ґрунту;
- 2) ефективність комерційної діяльності фірми від обсягу зареєстрованого капіталу;
- 3) розмір виручки від кількості реалізованої продукції та її ціни;
- 4) рівень злочинності від безробіття;
- 5) витрати пального від типу двигуна автомобіля;
- 6) вартість поїздки залізницею від дальності поїздки;
- 7) рентабельність виробництва від продуктивності праці;

Задача 7.2

Визначити, які з наведених пар ознак є факторними, а які результативними:

- 1) середньодушові доходи та середньодушові витрати;
- 2) вік інвестора та схильність до ризику;
- 3) оцінка на іспиті та активність навчання студентів;
- 4) прибутковість капіталу та ліквідність активів;
- 5) строк експлуатації устаткування та продуктивність його роботи;
- 6) урожайність зернових та кількість опадів;
- 7) розмір заробітної плати та кваліфікація робітників.

Задача 7.3

Визначити, які з наведених залежностей соціально-економічних явищ є функціональними, а які – стохастичними:

- 1) витрати сімей на продукти харчування – від числа членів сім'ї;
- 2) загальний капітал акціонерної компанії – від кількості випущених компанією акцій і їх ринкової ціни;
- 3) тривалість життя населення регіону – від стану екологічного середовища;
- 4) урожайність зернових – від якості ґрунту та кількості опадів за рік;
- 5) валовий надій молока – від поголів'я корів і молочної продуктивності однієї корови;
- 6) вихід цукру з 1 т сировини – від тривалості робочого періоду цукрового заводу;
- 7) собівартість одиниці продукції – від обсягу виробництва і виробничих витрат;
- 8) введення в дію житла – від капітальних вкладень у житлове будівництво;

9) плата за кредит – від розміру позики і відсотка за користування кредитом;

10) попит на товари народного споживання – від наявності їх на ринку і цін.

Задача 7.4

Визначити, яка з наведених нижче корельованих пар ознак є факторною, а яка – результативною:

- 1) потужність електростанцій, виробництво електроенергії;
- 2) споживчі ціни, купівельна спроможність грошової одиниці;
- 3) безробіття, рівень злочинності;
- 4) продуктивність праці робітника-верстатника, вік виробничого обладнання;
- 5) торгова площа магазинів, товарооборот;
- 6) витрати кормів, продуктивність корів;
- 7) оборот біржі, кількість брокерських місць;
- 8) сукупний дохід сім'ї, заощадження;
- 9) фізичний знос обладнання, коефіцієнт змінності роботи підприємства;

Задача 7.5

Зв'язок між цукристістю буряків (%) і виходом цукру (кг) описується наступним рівнянням регресії: $Y = 5,36 + 35,75x$.

Пояснити зміст параметрів рівняння. Яким може бути вихід цукру, якщо цукристість буряків становить 16 %?

Оцінити адекватність запропонованої функції, якщо при загальній дисперсії 21,5 непоясненою залишається 4,7 варіації результативної ознаки.

Задача 7.6

За даними звітності 10-ти агрогосподарств регіону встановлено залежність урожайності озимої пшениці від обсягу внесених мінеральних добрив (у межах біологічних норм):

Господарства	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Внесено поживних речовин на 1 га, кг	17,3	20,9	19,6	20,1	19,8	17,0	22,5	20,0	18,0	21,8
Урожайність озимини, ц/га	27,1	37,2	27,9	35,5	24,0	25,2	38,9	30,0	28,1	32,0

За наведеними даними:

1) визначити функцію, якою можна описати зв'язок між обсягом внесених мінеральних добрив та рівнем урожайності озимини, побудуйте графік кореляційного поля;

2) обчислити параметри функції, пояснити їхній зміст;

3) перевірити істотність зв'язку між зазначеними ознаками з імовірністю 0,95. Зробити висновки.

Задача 7.7

Обстеження рівня добробуту життя населення 10-ти найбільших міст регіону дозволило виявити зв'язок між середньомісячними розмірами доходів і заощаджень населення:

Міста	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Середньодушовий дохід, грн.	7830	6300	8550	6750	8820	9810	10800	13500	9090	8910
Середній розмір заощаджень, грн.	1248	1200	2400	1272	2520	4632	3984	4800	4056	2616

За наведеними даними:

1) визначити функцію, якою можна описати зв'язок між середньодушовим розміром доходів та заощаджень, побудуйте графік кореляційного поля;

2) обчислити параметри функції, поясніть їхній зміст;

3) перевірити істотність зв'язку між зазначеними ознаками з імовірністю 0,95. Зробити висновки.

Задача 7.8

За даним статистики виявлено залежність між обсягами інвестицій та виробництва товарів народного споживання (в розрахунку на душу населення).

Регіони	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Обсяг інвестицій, тис. грн. на особу	6,2	9,1	7,2	6,6	5,5	7,0	8,3	7,7	6,0	9,0
Обсяг виробництва, тис. грн. на особу	3,3	7,8	5,8	4,8	4,5	6,6	7,1	6,0	4,5	7,2

За наведеними даними:

1) визначити функцію, якою можна описати зв'язок між обсягом інвестицій та обсягом виробництва товарів народного споживання в розрахунку на одну особу, побудувати графік кореляційного поля;

2) обчислити параметри функції, пояснити їхній зміст;

3) перевірити істотність зв'язку між зазначеними ознаками з імовірністю 0,95. Зробити висновки.

Задача 7.9

Рада директорів компанії запланувала інвестувати прибуток компанії за пріоритетними напрямками, беручи до уваги очікувану прибутковість та ступінь ризику кожного проекту:

Напрямок інвестування	Ранги	
	очікувана прибутковість	ступінь ризику
A	1	2
B	5	4
C	3	1
D	6	5
E	2	9
F	7	7

За допомогою коефіцієнта рангової кореляції перевірити істотність зв'язку між розмірами очікуваного прибутку та ступенем ризику з імовірністю 0,95. Зробити висновки.

Задача 7.10

Маємо дані про результати рейтингової оцінки в балах роботи турагенцій:

Турагенція	Бали	
	різноманітність культурних програм	якість сервісного обслуговування
1	35	4,6
2	45	4,1
3	30	3,7
4	43	5,0
5	28	4,0
6	29	3,0
7	25	3,5
8	39	3,8
9	40	4,7

Використовуючи коефіцієнт рангової кореляції, оцінити щільність зв'язку між зазначеними критеріями оцінювання. Перевірити істотність зв'язку з імовірністю 0,95. Зробити висновки.

Задача 7.11

Маємо дані про розподіл домогосподарств міста за кількістю дітей та середньодушовими витратами:

Кількість дітей у сім'ї	Середньодушові витрати, грн.			Разом
	до 1500	1500-3000	3000 і більше	
Одна	10	50	60	120
Дві	16	28	6	50
Три	5	15	-	20
Чотири і більше	8	2	-	10
Разом	39	95	66	200

За наведеними даними:

- 1) скласти аналітичне групування;
- 2) визначити міжгрупову дисперсію;
- 3) за умови, що загальний розмір варіації становить 7300, визначити кореляційне відношення;
- 4) перевірити істотність зв'язку з імовірністю 0,95. Зробити висновки.

Задача 7.12

Якість засвоєння студентами лекційного матеріалу залежить від форми організації занять:

Форма організації лекцій	Якість засвоєння матеріалу		Разом
	висока	посередня	
З наочною демонстрацією	30	20	50
Традиційна	15	60	75
Разом	45	80	125

Оцінити щільність зв'язку між формою організації лекцій та якістю засвоєння лекційного матеріалу, перевірити істотність зв'язку, зробити висновки з імовірністю 0,95. Порівняти шанси студентів на засвоєння лекційного матеріалу.

Задача 7.13

Спеціально організоване обстеження споживчого ринку мобільних телефонів дозволило виявити зв'язок між віком покупців та вимогами до функціональних можливостей телефонів:

Покоління	Модель телефонів		Разом
	мультимедійна	базова	
Молодь	36	14	50
Дорослі	20	30	50
Разом	56	44	100

За допомогою коефіцієнта контингенції оцінити щільність зв'язку між зазначеними ознаками, перевірити істотність зв'язку з імовірністю 0,95.

Задача 7.14

Маємо дані атестації співробітників виробничо-комерційної фірми:

Найменування бала	Номер підрозділу									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Професійний бал керівника	66	74	75	69	57	63	60	68	52	77
Середній професійний бал працівника	55	48	41	42	35	40	37	47	39	54

- 1) Оцінити тісноту зв'язку між професійним рівнем виконавців робіт та їх керівників за допомогою коефіцієнта рангової кореляції.
- 2) Перевірити існування зв'язку і зробити висновки з імовірністю 0,95.

Задача 7.15

Економіст аналізує ефективність рекламних заходів за двома товарами–аналогами:

Товари-аналоги	Характер реклами	Кількість реалізованих товарів за 10 торг. днів за ціною				
		1	2	3	4	5
А	Активна	100	120	140	120	110
В	Пасивна	50	40	30	30	20

Використовуючи коефіцієнт детермінації і кореляційне відношення, оцінити залежність обсягу продажу від характеру реклами.

Задача 7.16

Використовуючи дані задачі 5.9:

- 1) оцінити зв'язок між витратами часу на домашнє господарство та типом помешкання жінок використати кореляційне відношення, пояснити його економічний зміст;
- 2) з імовірністю 0,95 перевірити істотність зв'язку за допомогою F-критерію. Зробити висновок.

Задача 7.17

Використовуючи дані задачі 5.10:

- 1) за допомогою кореляційного відношення оцінити тісноту зв'язку між споживанням картоплі в середньому на одного члена сім'ї та рівнем середньодушового сукупного доходу;
- 2) перевірити істотність зв'язку за допомогою F-критерію з імовірністю 0,95. Зробити висновки.

ТЕМА 8. Аналіз інтенсивності динаміки

Методичні рекомендації

Процес розвитку суспільних явищ у часі називається *динамікою*.

Динамічний ряд – це статистичні показники, розташовані в хронологічній послідовності, які характеризують розвиток того чи іншого соціально-економічного явища у часі.

Для будь-якого динамічного ряду характерні перелік хронологічних дат (моментів) або інтервалів часу і конкретні значення відповідних статистичних показників. Окремі числові значення розмірів явищ називають *рівнями ряду*. Рівень ряду відображає стан явищ, досягнутий за будь-який період або на певний момент часу.

За ознакою часу динамічні ряди поділяють на *моментні та періодичні (інтервальні)*.

Рівень *моментного ряду* фіксує стан явища, його розмір або величину на відповідний момент часу.

Характерною особливістю моментного ряду динаміки є те, що кожний наступний рівень ряду частково або повністю містить в собі попередній і тому підсумування (додавання) послідовних рівнів ряду не дає реальних показників.

Періодичні (інтервальні) ряди динаміки характеризують величину явища за відповідні періоди часу (добу, декаду, місяць, квартал, рік, п'ятирічку).

Характерними особливостями інтервального динамічного ряду є: залежність величини рівня від величини проміжку часу; показники періодичного (інтервального) ряду динаміки, як правило, можна додавати і ці показники мають реальний конкретний зміст.

Для оцінки властивостей динаміки статистика використовує взаємопов'язані характеристики (табл. 8.1).

Показники динаміки, обчислені зіставленням зі змінною базою порівняння, називаються *ланцюговими*, а з постійною базою порівняння – *базисними*.

Таблиця 8.1. – Статистичні характеристики рядів динаміки

Ланцюгові характеристики динаміки	Назва показника	Базисні характеристики рядів динаміки
$\Delta_{\text{л}} = y_i - y_{i-1}$	Абсолютний приріст	$\Delta_{\text{б}} = y_i - y_0$
$Tz_{\text{рл}} = \frac{y_i}{y_{i-1}}$	Темп зростання	$Tz_{\text{рб}} = \frac{y_i}{y_0}$
$Tnp_{\text{л}} = Tz_{\text{рл}} - 100$	Темп приросту	$Tnp_{\text{б}} = Tz_{\text{рб}} - 100$
$A = 0,01 \cdot y_{i-1} = \frac{\Delta_{\text{л}}}{Tnp_{\text{л}}}$	Абсолютне значення 1% приросту	Для всіх періодів однакові

Умовні позначення:

y_i - поточний рівень ряду;

y_{i-1} - рівень ряду, що передує поточному;

y_0 - початковий рівень ряду, або рівень, який є постійною базою порівняння.

Між базисними і ланцюговими абсолютними приростами існує такий зв'язок: сума ланцюгових абсолютних приростів дорівнює останньому базисному абсолютному приросту, тобто:

$$\sum \Delta_{л} = y_n - y_0. \quad (8.1)$$

Між базисними і ланцюговими коефіцієнтами (темпами) зростання існує такий зв'язок:

1) добуток ланцюгових коефіцієнтів (темтів) дорівнює відповідному базисному коефіцієнту (темпу) зростання;

2) частка від ділення базисних коефіцієнтів (темтів) дорівнює проміжному ланцюговому.

Для узагальнюючої характеристики динаміки досліджуваного явища за ряд періодів визначають різного роду середні показники:

– середні рівні ряду;

– середні показники змін рівнів ряду.

Для розрахунку середнього рівня ряду в інтервальному ряді динаміки використовується *середня арифметична проста*:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}, \quad (8.2)$$

де n – число рівнів ряду.

У моментному ряді динаміки за умови однакових проміжків (інтервалів) часу між датами, розрахунок середнього рівня виконується за формулою *середньої хронологічної*:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} y_1 + y_2 + y_3 + \dots + \frac{1}{2} y_n}{n - 1} \quad (8.3)$$

У моментних рядах динаміки з нерівними періодами (проміжками) часу для обчислення середнього рівня ряду використовують *середню арифметичну зважену*:

$$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t}, \quad (8.4)$$

де t – проміжки часу між суміжними датами або періоди часу.

Узагальнюючими характеристиками інтенсивності динаміки є середній

абсолютний приріст та середній темп зростання.

Середній абсолютний приріст (абсолютна швидкість динаміки) обчислюється за формулою:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_{\text{л}}}{m}, \quad (8.5)$$

де $m_{\text{л}}$ – число ланцюгових абсолютних приростів.
або

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_0}{n - 1}. \quad (8.6)$$

Середній темп зростання обчислюється за формулою *середньої геометричної* з ланцюгових темпів зростання:

$$\overline{Tзр} = \sqrt[k]{\prod Tзр_{\text{л}}} = \sqrt[k]{Tзр_1 \times Tзр_2 \times \dots \times Tзр_k}, \quad (8.7)$$

де k – кількість темпів зростання за однакові інтервали часу.

Враховувавши взаємозв'язок ланцюгових і базисних темпів зростання, формулу середнього темпу зростання можна записати так:

$$\overline{Tзр} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}}, \quad (8.8)$$

До основних прийомів аналізу рядів динаміки відносяться:

1) приведення рівнів рядів динаміки до зіставності для подальшої порівняльної характеристики рядів динаміки;

2) виявлення загальної тенденції розвитку явища, що вивчається.

Кожному з перерахованих прийомів властиві свої методи і способи статистичного вивчення.

До способів порівнянності рівнів ряду динаміки відносять:

1) *приведення системи взаємозв'язаних рядів динаміки до однієї основи* – це здійснюється шляхом заміни абсолютних даних відносними величинами: тобто для кожного ряду динаміки усередині системи розраховують базисні темпи зростання, потім визначають середньорічні темпи зростання, які порівнюються між собою за допомогою коефіцієнта випередження.

2) *зімкнення рядів динаміки* – цей прийом полягає в об'єднанні в один ряд (більш довгий) двох або декількох рядів, рівні яких обчислені за різною методологією або в різних межах.

Аналізуючи системи взаємозв'язаних рядів динаміки, важливо виявити і визначити основну закономірність розвитку явища, що вивчається, в окремі періоди часу, тобто виявити загальну або основну тенденцію в зміні рівнів ряду динаміки. Тенденцію розвитку динамічного ряду в статистиці називають трендом.

Для виявлення тенденції розвитку явищ використовуються різні способи вирівнювання (або згладжування) рівнів ряду динаміки. До них належать:

- метод укрупнення інтервалів;
- метод плинної середньої.
- аналітичне вирівнювання;

Метод укрупнення інтервалів заснований на можливості підсумовування окремих рівнів ряду динаміки. Прийнято виконувати багатопверхові укрупнення інтервалів від найменшого до найбільшого. Основний недолік цього методу полягає в тому, що переховується тенденція розвитку усередині кожної укрупненої групи. Окремим випадком методу укрупнення інтервалів є спосіб *ступінчастої середньої*, коли за кожним укрупненим інтервалом приводяться не підсумки, а середні величини, розраховані на первинний інтервал.

Суть *метод плинних середніх* полягає у заміні фактичних рівнів рядами плинних або рухомих середніх, які розраховуються для певних послідовно рухомих інтервалів, і відносяться до середини кожного з них. Згладжування вказаним способом можна проводити за будь-яким числом членів ряду. Тривалість періоду, який береться в розрахунок, називається періодом плинності.

Якщо період плинності непарний (3, 5, 7...), то першу плинну середню відносять до середини інтервалу, а якщо період плинності парний (2, 4, 6...), то середня відноситься до середини між двома датами. Для усунення цього недоліку застосовують два прийоми:

- перетворення рівнів ряду;
- центрування.

Аналітичне вирівнювання – це найбільш досконалий спосіб встановлення основної тенденції розвитку ряду. Задача вирівнювання зводиться до визначення теоретичних рівнів ряду динаміки, розрахунок яких проводиться за певними математичними функціями (прямої, показової функції, параболи тощо.).

Найпростішою вважається функція прямої, за допомогою якої можна описати тренд розвитку явища, що вивчається. Функція прямої лінії має вигляд:

$$\bar{y}_t = a + bt, \quad (8.9)$$

де \bar{y}_t – розрахункові або теоретичні рівні;

a і b – параметри прямої визначаються з системи рівнянь;

t – умовні значення часу, код часу.

Вирівнювання зводиться до пошуку параметрів a і b , побудови теоретичної прямої (\bar{y}_t).

Параметри a і b можна визначити, розв'язавши систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} na + b \sum t = \sum y \\ a \sum t + b \sum t^2 = \sum yt \end{cases} \quad (8.10)$$

де y – рівні фактичні або емпіричні, тобто рівні початкового ряду динаміки, що відображають значення явища, що вивчається.

Все рішення значно спрощується, якщо вдасться до умовного кодування інтервалів часу. Цей спосіб кодування заснований на тому, що $\sum t = 0$.

Беручи до уваги, що $\sum t = 0$, параметри рівнянь визначаються за формулами:

$$a = \frac{\sum y}{n}; \quad (8.11)$$

$$b = \frac{\sum yt}{\sum t^2}, \quad (8.12)$$

Внутрішньорічні регулярні зміни явищ, що повторюються і пов'язані із зміною пори року, явищами природи, виконання певних робіт і занять (прибирання, охота), а також подіями, традиціями і святами (збільшення продажів квітів в свята), називають *сезонними коливаннями*.

Встановлення величини сезонних коливань відбувається через визначення індексу сезонності.

Для розрахунку індексів сезонності приймають різні методи, вибір яких залежить від характеру загальної тенденції ряду динаміки. Так, якщо ряд динаміки не містить яскраво виражені тенденції розвитку, то індекс сезонності вимірюється за фактичними даними без їх попереднього вирівнювання, тобто *методом простої середньої*:

$$I_{сез} = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}_{заг}} \cdot 100 \quad (\%), \quad \neg \quad (8.13)$$

де \bar{y}_i – середня величина рівня ряду по однойменному періоду часу ($\bar{y}_{січ}$, $\bar{y}_{лют}$ і т. д.);

$\bar{y}_{заг}$ – загальна середня по всьому ряду динаміки:

$$\bar{y}_{заг} = \frac{\sum y}{n}, \quad (8.14)$$

n – кількість рівнів ряду динаміки.

Якщо рівні ряду динаміки проявляють тенденцію до зростання або зниження, то відхилення від постійного середнього рівня можуть спотворити сезонні коливання, і в цьому випадку фактичні дані зіставляються з

вирівнюваними, які визначаються методом аналітичного вирівнювання:

$$I_{\text{сез}} = \frac{\sum \frac{y}{\bar{y}_t} 100}{m}, \quad (8.15)$$

де y – фактичні рівні;

\bar{y}_t – теоретичні рівні (звичайно за рівнянням прямої);

m – кількість років.

Під час аналізу рядів динаміки може виникнути необхідність визначення даних, які відсутні всередині ряду чи в кінці його.

Приблизний розрахунок відсутніх рівнів майбутніх або минулих періодів часу, коли відомі рівні, що лежать по обидві сторони від невідомого рівня, називають *інтерполяцією*.

Найпростішим прийомом інтерполяції є знаходження невідомого рівня за середньою величиною з двох рівнів ряду динаміки, що безпосередньо примикають до невідомого рівня.

Приблизний розрахунок рівня ряду динаміки, коли відомі рівні, що лежать лише по один бік від невідомого рівня, називають *екстраполяцією*.

Екстраполяцію можна виконувати на підставі середніх характеристик досліджуваного ряду динаміки (середнього абсолютного приросту та середнього темпу зростання) та аналітичного вирівнювання за певними математичними функціями.

Розв'язання типових задач

Приклад 8.1. Проаналізувати динаміку товарообороту за наступними даними:

Вихідні дані		Розрахункові дані							
Рік	Товарооборот, тис. грн.	Абсолютний приріст,		Темп зростання, %		Темп приросту, %		Абсолютне значення 1 %	
		Ланцюговий	Базисний	Ланцюговий	Базисний	Ланцюговий	Базисний	Ланцюговий	Базисний
I	3460	–	–	–	100,0	–	–	–	–
II	3720	260	260	107,5	107,5	7,5	7,5	34,6	34,6
III	4070	350	610	109,4	117,6	9,4	17,6	37,2	34,6

Розв'язання:

1. Абсолютний приріст показує, на скільки одиниць зріс (зменшився) рівень i -го року відносно рівня, узятото за базу порівняння. Так, ланцюгові абсолютні прирости становили:

за II рік: $3720 - 3460 = 260$ тис. грн.;

за III рік: $4070 - 3720 = 350$ тис. грн.;

Базисні абсолютні прирости дорівнюють:

за II рік: $3720 - 3460 = 260$ тис. грн.;

за III рік: $4070 - 3460 = 610$ тис. грн..

2. Темп зростання показує, у скільки разів рівень i -го року більший (менший) за рівень, узятий за базу порівняння.

Темпи зростання становлять:

	Базисний	Ланцюговий
за II рік	$\frac{3720}{3460}100 = 107,5\%$	$\frac{3720}{3460}100 = 107,5\%$
за III рік	$\frac{4070}{3460}100 = 117,6\%$	$\frac{4070}{3720}100 = 109,4\%$

3. Темп приросту характеризує відносну швидкість зростання і виражається у відсотках. Його можна визначити як різницю між темпом зростання і 100%. Так, для II року він становить: $107,5 - 100 = 7,5$ (%). Такий самий результат дістанемо, зіставивши абсолютний приріст за відповідний рік із рівнем ряду, узятим за базу порівняння: $26 : 346 = 7,5$ (%).

4. Вагомість 1% приросту визначають зіставленням абсолютного приросту з темпом приросту: $260 : 7,5 = 34,6$ (тис. грн.)

5. Середню абсолютну швидкість виробництва скла в регіоні визначимо за формулою 8.5:

$$\bar{\Delta} = \frac{610}{2} = 305 \text{ (тис.грн.)}$$

6. Середньорічний темп зростання визначається за формулою 8.6 і становить: $\overline{Tзр} = \sqrt{1,075 \times 1,094} = 1,084$ або 108,4 %.

Звідси середньорічний темп приросту: $\overline{Tпр} = 108,4 - 100 = 8,4$ %.

Отже, у другому році порівняно з першим обсяг товарообороту збільшився на 7,5%, що складає 260 тис. грн. На кожен відсоток приросту обсягу товарообороту припадає 34,6 тис. грн.

У третьому році порівняно з першим роком приріст обсягу товарообороту склав 17,6% або 610 тис. грн. Порівняно з другим роком обсяг товарообороту збільшився на 9,4% або 350 тис. грн.

Щорічно товарооборот зростав у середньому на 305 тис. грн. або на 8,4 %.

Приклад 8.2. Визначити середній місячний залишок матеріалів на складі підприємства протягом першого кварталу поточного року, якщо відомо, що залишок матеріалів на складі підприємства на 1 січня становив 242 тис. грн., на 1 лютого – 251 тис. грн., на 1 березня – 213 тис. грн., на 1 квітня – 186 тис. грн.

Розв'язання:

I спосіб:

За умови припущення про рівномірну зміну залишків матеріалів на складі між датами визначаємо середні залишки матеріалів за кожен місяць як півсуму значень на початок і кінець місяця.

$$\bar{y} = \frac{\text{За січень}}{2} = \frac{242 + 251}{2} = 246,5$$

$$\bar{y} = \frac{\text{За лютий}}{2} = \frac{251 + 213}{2} = 232,0$$

$$\bar{y} = \frac{\text{За березень}}{2} = \frac{213 + 186}{2} = 199,5$$

В середньому за січень на складі залишилось матеріалів на суму 246,5 тис. грн., за лютий – 232 тис. грн., за березень – 199,5 тис. грн.

Середній залишок за квартал визначаємо за формулою середньої арифметичної простої (формула 8.2):

$$\bar{y}_{1кв} = \frac{246,5 + 232,0 + 199,5}{3} = 226,0 \text{ тис.грн.}$$

II спосіб:

Наведену схему можна спростити, якщо розрахунок виконати за формулою середньої хронологічної:

$$\bar{y}_{1кв} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + \dots + \frac{1}{2}y_n}{n-1} = \frac{\frac{242}{2} + 251 + 213 + \frac{186}{2}}{4-1} = 226,0 \text{ тис.грн.}$$

Таким чином, середній залишок матеріалів на складі підприємства за квартал становив 226 тис. грн.

Приклад 8.3. Виміряти сезонне коливання, розрахувавши індекси сезонності за наведеними даними про реалізація картоплі на ринках міста:

Вихідні дані				Розрахункові дані		
Місяць	Місячний обсяг реалізації, ц.			Обсяг реалізації <i>i</i> -го місяця за три роки, ц.	Середньомісячний обсяг реалізації, ц (\bar{y}_i)	Індекс сезонності ($I_{сез}$), %
	I рік	II рік	III рік			
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
I	70	71	63	204	68	68 : 261 × 100 = 26,3
II	71	85	60	216	72	72 : 261 × 100 = 27,6
III	82	84	59	225	75	75 : 261 × 100 = 28,7
IV	190	308	261	759	253	253 : 26 × 100 = 96,9
V	280	383	348	1011	337	337 : 261 × 100 = 129,1
VI	472	443	483	1398	466	466 : 261 × 100 = 178,5
VII	295	261	305	861	287	287 : 261 × 100 = 110,0
VIII	108	84	129	321	107	107 : 261 × 100 = 41,0
IX	205	630	670	1905	635	635 : 261 × 100 = 243,3

1	2	3	4	5	6	7
X	610	450	515	1575	525	525 : 261 × 100 = 201,0
XI	184	177	185	546	182	182 : 261 × 100 = 69,7
XII	103	168	104	375	125	125 : 261 × 100 = 47,9
Разом	3070	3144	3182	9396	3132	X

Розв'язання:

Середньомісячний обсяг реалізації картоплі розраховується за формулою середньої арифметичної простої:

$$\bar{y}_i = \frac{\sum y_i}{m}. \quad (8.16)$$

Загальна середня для всього ряду динаміки визначена за формулою:

$$\bar{y}_{заг} = \frac{\sum y}{n} = \frac{9396}{36} = 261 \text{ ц}$$

Для розрахунку індексу сезонності використовується формула 9.5.

Індекси сезонності показують, що найменший попит на картоплю доводиться на січень – лютий, а найбільший – на вересень – жовтень.

Приклад 8.4. Провести згладжування ряду динаміки за наступними даними, використовуючи методи ступінчастої та плинної середньої. Період згладжування дорівнює 3.

Місяць	Продуктивність праці, тис. грн,	Ступінчаста середня	Тричленна плинна середня
1	3,6		–
2	5,3	4,5	4,5
3	4,6		5,5
4	6,7		7,3
5	10,7	8,2	8,2
6	7,2		9,1
7	9,3		8,8
8	9,9	10,4	10,4
9	11,9		11,8
10	13,6		12,3
11	11,3	12,6	12,6
12	12,9		12,7
13	13,8		13,0
14	12,3	13,0	13,0
15	12,9		11,2
16	8,3		12,3
17	15,8	13,2	13,2
18	15,5		–

Розв'язання:

1. Розрахунок ступінчастої середньої здійснюється за формулою середньої арифметичної простої:

$$\bar{y}_{1кв} = \frac{3,6 + 5,3 + 4,6}{3} = 4,5 \text{ тис. грн.};$$

$$\bar{y}_{2кв} = \frac{6,7 + 10,7 + 7,2}{3} = 8,2 \text{ тис. грн.}; \text{ і т. д.}$$

2. Тричленна плинна середня визначається за формулою середньої арифметичної простої:

$$\bar{y}_1 = \frac{3,6 + 5,3 + 4,6}{3} = 4,5 \text{ тис. грн.};$$

$$\bar{y}_2 = \frac{5,3 + 4,6 + 6,7}{3} = 5,5 \text{ тис. грн. і т.д.}$$

Розрахункові дані свідчать про рівномірне збільшення рівня продуктивності праці протягом всього часу.

Приклад 8.5. За наведеними даними здійснити згладжування рівнів ряду динаміки методом аналітичного вирівнювання:

Вихідні дані		Розрахункові дані			
Періоди часу	Урожайність зернових (y) ц/га	t	t^2	yt	\bar{y}_t
1	15	-4	16	-60	14,68
2	16	-3	9	-48	16,26
3	17	-2	4	-34	17,84
4	19	-1	1	-19	19,42
5	22	0	0	0	21,0
6	24	1	1	24	22,58
7	23	2	4	46	24,16
8	26	3	9	78	25,74
9	27	4	16	108	27,32
Разом	189		60	95	189

Розв'язання:

Використовуючи рівняння прямої (формула 8.9) та систему нормальних рівнянь (формула 8.10), визначаємо параметри a та b (формули 8.11 і 8.12):

$$a = \frac{189}{9} = 21, \quad b = \frac{95}{60} = 1,58$$

Параметри a і b підставимо в рівняння прямої: $\bar{y}_t = 21 + 1,58t$

Згідно отриманого рівняння прямої розрахуємо ряд теоретичних рівнів, де в якості t підставляються часові коди:

$$\bar{y}_1 = 21 + 1,58 \times (-4) = 14,68 \quad (\text{ц/га})$$

$$\bar{y}_2 = 21 + 1,58 \times (-3) = 16,26 \quad (\text{ц/га})$$

і т.д.

Значення емпіричних і розрахункових рівнів наносять на графік. При правильному виборі математичної моделі теоретична пряма повинна майже навпіл розділяти точки фактичної ламаної.

На підставі отриманого рівняння прямої можна зробити висновок, що середньорічна урожайність зернових, за більш менш подібних умов, в перебігу досліджуваного періоду, складає 21 ц/га. Позитивний знак параметра говорить, що для ряду динаміки характерний зростаючий тренд, і щорічний абсолютний приріст урожайності складає $\approx 1,58$ ц/га. Згладжені рівні ряду свідчать про рівномірне збільшення рівня урожайності протягом всього часу.

Приклад 8.6. Зімкнути ряд динаміки за наведеними даними:

Рік	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Обсяг товарообороту до структурних змін підприємства, тис. грн.	9500	9700	10000	-	-	-
Обсяг товарообороту після структурних змін підприємства, тис. грн.	-	-	9500	9800	12000	11000
Зімкнутий або зіставний ряд динаміки	$9500 \times 0,95 = 9030$	$9700 \times 0,95 = 9220$	9500	9800	12000	11000

Розв'язання:

Для того, щоб забезпечити порівнянність загального динамічного ряду товарообороту підприємства за 2012-2017 рр. був здійснений перерахунок товарообороту за 2012-2013 з урахуванням структурних змін підприємства за допомогою коефіцієнта перерахунку.

$$K_{\text{перерахунку}} = \frac{9500}{10000} = 0,95$$

Приклад 8.7. Виробництво хлібобулочних виробів за 5 років характеризується такими даними (млн. грн.):

Роки (t)	1	2	3	4	5
Виробництво хлібобулочних виробів (y)	280	305	313	337	350

Визначити обсяг виробництва хлібобулочних виробів на наступні два роки,

використовуючи метод екстраполяції за середнім абсолютним приростом.

Розв'язання:

Середній абсолютний приріст визначається за формулою 8.5 і становить:

$$\bar{\Delta} = \frac{350 - 280}{5 - 1} = 17,5 \text{ (млн. грн.)}$$

Розрахункові або прогнозні рівні розраховуються за рівнянням прямої:

$$y_t = y_n + \bar{\Delta}t, \quad (8.16)$$

t – період прогнозу.

$$y_6 = 350 + 17,5 \times 6 = 455 \text{ (млн. грн.)}$$

$$y_7 = 350 + 17,5 \times 7 = 475,2 \text{ (млн. грн.) і т.д.}$$

Таким чином, з урахуванням тенденції зміни рівнів досліджуваного ряду динаміки обсяг виробництва хлібобулочних виробів у 6-му році складе 455 млн. грн., а у 7-му – 475,2 млн. грн..

Практичні завдання

Задача 8.1

Вкажіть, які з наведених показників подаються у формі динамічного ряду — моментного чи інтервального:

- 1) кількість суб'єктів підприємницької діяльності на початок кожного року;
- 2) сума податкових надходжень від платників єдиного податку за кожен рік;
- 3) валютні резерви банківської системи на початок кожного місяця;
- 4) заборгованість комерційних банків акціонерам і бюджету станом на 1 квітня 200_ р.;
- 5) наявність корів у сільськогосподарських підприємствах на кінець кожного року;
- 6) виробництво молока в господарствах населення за кожен рік;
- 7) дефіцит державного бюджету за 200_ рік.

Задача 8.2

Прямі іноземні інвестиції в економіку країни становили:

На початок року	2014	2015	2016	2017
Млрд. USD	4,6	5,5	6,8	8,4

Визначити ланцюгові та базисні абсолютні прирости прямих іноземних інвестицій, покажіть їх взаємозв'язок. Зробити висновки.

Задача 8.3

Становлення ринку рекламних послуг в країні характеризується такими даними:

Роки	2014	2015	2016	2017
Обсяг рекламних послуг, млн. USD	4,6	5,5	6,8	8,4

Визначити ланцюгові та базисні темпи зростання рекламних послуг, показати їх взаємозв'язок. Зробити висновки.

Задача 8.4

Емісія акцій суб'єктами фондового ринку за перший квартал поточного року становила:

(млрд. грн.)

Суб'єкти ринку	На початок року	Абсолютний приріст випуску акцій за		
		Січень	Лютий	Березень
Корпоративні підприємства	21,5	5,9	7,1	4,2
Комерційні банки	9,4	1,7	1,2	1,8

Визначити за кожним суб'єктом фондового ринку:

- 1) абсолютний приріст емісії акцій за квартал і обсяг емісії на 1 квітня;
- 2) темп приросту емісії акцій за квартал і абсолютне значення 1 % приросту.

Зробити висновки.

Задача 8.5

Маємо дані про площі осушених та зрошуваних земель у сільськогосподарських підприємствах:

(тис. га)

Види меліорації земель	На початок 2015 року	Щорічна абсолютна зміна	
		2015	2016
Зрошені землі	1900	-160	-125
Осушені землі	1760	-222	-130

Визначити:

- 1) площі осушених та зрошуваних земель на початок 2017 р.
- 2) абсолютну та відносну зміну площ за видами меліорації земель за два роки;
- 3) щорічну середню абсолютну та відносну зміну площ за видами меліорації земель.

Зробити висновки.

Задача 8.6

Доходи операторів мобільного зв'язку від надання послуг населенню характеризуються даними:

(млн. грн.)

Оператори	2014 рік	Ланцюгові темпи зростання		
		2015	2016	2017
А	1080	1,16	1,35	1,60
Б	650	1,20	1,25	1,16

Визначити для кожного оператора мобільного зв'язку:

- 1) темп зростання і темп приросту доходів за три роки;
- 2) абсолютний приріст доходів за 2015-2017 рр. і абсолютне значення 1 % приросту.

Зробити висновки.

Задача 8.7

Динаміка кількості промислових підприємств, що впроваджували інновації, характеризується даними:

Інновації	2015 рік	Щорічна зміна, %	
		2016	2017
Освоювання виробництва нових видів продукції	1250	-30	-20
Впровадження нових технологічних процесів	360	+30	+10

Визначити за кожним напрямом інновацій:

- 1) середній темп приросту (зменшення) кількості підприємств, що впроваджували інновації;
- 2) абсолютний приріст (зменшення) кількості підприємств за два роки;
- 3) абсолютне значення 1 % змін.

Зробити висновки.

Задача 8.8

Динаміку надходжень страхових платежів від добровільного особистого

страхування життя відображають наведені в таблиці ланцюгові характеристики. Використовуючи їх взаємозв'язки, за кожен рік обчислити доходи страхових компаній за цим видом страхування, абсолютні прирости, темпи приросту і абсолютне значення 1 % приросту.

Рік	Страхові платежі, млн. грн.	Ланцюгові характеристики динаміки			
		Абсолютний приріст, млн. грн.	Темп зростання	Темп приросту, %	Абсолютне значення 1% приросту, млн. грн.
2012	21	х	х	х	х
2013	?	4	?	?	?
2014	?	?	1,26	?	?
2015	?	?	?	40	?
2016	?	?	?	?	?
2017	?	?	?	48	0,65

Зробити висновки.

Задача 8.9

Видатки на освіту у Зведеному бюджеті країни становили:

Рік	2015	2016	2017
Видатки на освіту, млрд. грн.	3,5	5,2	6,3

Обчислити характеристики динаміки видатків на оборону:

- 1) абсолютний приріст і темп приросту за два роки;
- 2) середньорічний абсолютний приріст.

Зробити висновки.

Задача 8.10

Використовуючи взаємозв'язки показників аналізу рядів динаміки, проаналізуйте динаміку поширеності малого бізнесу.

Рік	Кількість малих підприємств на 10 тис. чол. населення	Ланцюгові характеристики динаміки		
		Абсолютний приріст, млн. грн.	Темп зростання	Темп приросту, %
2013	48	х	х	х
2014	?	5	?	?
2015	?	?	1,19	?
2016	?	?	?	25
2017	?	?	1,42	?

Задача 8.11

Реальна заробітна плата зростала такими темпами:

Роки	2007	2008	2009	2010
У % до попереднього року	117	118	115	124

Визначити базисні та середньорічний темпи зростання номінальної заробітної плати. Зробити висновки.

Задача 8.12

Золотовалютні резерви країни становили:

На кінець року	2010	2013	2016
Млн. дол.	2174	3080	1986

Визначити характеристики динаміки золотовалютних резервів:

- 1) середньорічні абсолютні прирости за 2011-2013 рр. і за 2014-2016 рр.
- 2) середній обсяг золотовалютних резервів країни.

Зробити висновки.

Задача 8.13

Динаміка вилову риби рибодобувними підприємствами характеризується даними:

Рік	2007	2012	2017
Обсяг вилову риби, тис. т.	304	250	144

Визначити характеристики динаміки вилову риби:

- 1) абсолютні прирости (зменшення) за 2008-2012 рр. і за 2013-2017 рр.
- 2) абсолютне і відносне уповільнення динаміки.

Зробити висновки.

Задача 8.14

Маємо дані про роздрібний товарооборот торговельних підприємств міста за ряд років:

Роки	I	II	III	IV	V
Товарооборот, млн. грн.	270	286	300	305	316

Визначити абсолютні, відносні та середні показники динаміки. Зробити висновки.

Задача 8.15

Сума залишків товарів на складі підприємства характеризується такими даними, тис грн.:

на 01.01. – 100;
на 01.02. – 120;
на 01.03. – 140;
на 01.04. – 110.

Визначити розмір середньомісячних залишків товарів та в середньому за квартал.

Задача 8.16

Залишки вкладів в банку за перше півріччя характеризуємо даними, млрд. грн.:

на 1.01. – 10,3;	на 1.02. – 10,5;
на 1.03. – 10,9;	на 1.04. – 10,8;
на 1.05. – 11,3;	на 1.06. – 11,2;
на 1.07. – 11,4.	

Визначити середній залишок вкладів:

- 1) за I та II квартали;
- 3) за півріччя (2-ма способами).

Задача 8.17

Товарні запаси торговельного підприємства склали:

на 1 серпня – 24 тис. грн.;
на 5 серпня – 22 тис. грн.;
на 12 серпня – 18 тис. грн.;
на 19 серпня – 29 тис. грн. і такими залишились до кінця місяця.

Визначити середні товарні запаси за місяць. Обґрунтуйте вибір формули розрахунку.

Задача 8.18

Маємо дані про вартість основних засобів на 1-е число кожного місяця:

Дата	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07
Основні засоби, тис. грн.	1140	1170	1210	1180	1160	1190	1190

Визначити середній рівень ряду. Обґрунтуйте вибір формули розрахунку.

Задача 8.19

Маємо наступні дані про чисельність робітників торговельного підприємства за квітень:

Дата	01.04	08.04	14.04	21.04
Чисельність робітників, чол.	40	45	44	50

Визначити середню чисельність робітників за квітень.

Задача 8.20

За даними про кількість працівників та обсяги виконаних підрядних робіт будівельною фірмою:

- вказати види динамічних рядів, пояснити їхні особливості;
- визначити середньоквартальну чисельність працівників;
- обчислити середньоквартальний обсяг виконаних підрядних робіт;
- визначити за кожен квартал і в цілому за рік обсяги виконаних підрядних робіт в середньому на одного працівника.

Показник	Квартали минулого року				I квартал поточного року
	I	II	III	IV	
Кількість працівників на початок кварталу, чол.	78	85	87	84	82
Вартість виконаних підрядних робіт за квартал, тис. грн.	3155	3584	4119	4262	4860

Задача 8.21

Маємо дані про випуск продукції холдинг-компанією, організаційна структура якої у 2015 р, була реорганізована. З метою аналізу динаміки обсягів випуску продукції за весь період зімкнути ряди за допомогою коефіцієнту перерахунку.

Випуск продукції, тис. грн.	2013	2014	2015	2016	2017
До реорганізації	180	207	225		
Після реорганізації			315	340	378

Задача 8.22

Зімкнути динамічні ряди вартості виробничого устаткування фірми, які обчислені за різною методикою. Визначити, як змінилася середньорічна вартість виробничого устаткування фірми за 2013-2017 рр.

Показники, млн. грн.	2013	2014	2015	2016	2017
Середньорічна вартість виробничого устаткування	250	288	320		
Вартість виробничого устаткування на кінець року			400	435	460

Задача 8.23

Обсяги перевезення вантажів наземними видами транспорту становили, млн. т.:

Вид наземного транспорту	2010	2017
Залізничний	360	486
Автомобільний	940	1034
Трубопровідний	218	229

Для кожного виду транспорту обчислити темпи зростання і порівняйте їх за допомогою коефіцієнтів випередження. Який вид транспорту розвивався більш інтенсивно?

Задача 8.24

Динаміка доходів населення і споживчих цін (у % до попереднього року) характеризується даними:

Показники	2015	2016	2017
Доходи населення	107,8	106,3	104,8
Споживчі ціни	117,4	120,7	125,4

Обчислити, як змінилися доходи населення і споживчі ціни за три роки. Визначити коефіцієнт випередження зростання доходів щодо цін.

Задача 8.25

Річні темпи приросту надання побутових послуг населенню в регіоні становили, у % до попереднього періоду:

Вид послуг	Квартал			
	I	II	III	IV
Ремонт і технічне обслуговування транспортних засобів	3,1	5,2	4,8	4,2
Ремонт квартир	1,6	2,4	3,5	1,7

Визначити за рік в цілому:

- 1) темпи приросту за кожним видом послуг;
 - 2) коефіцієнт випередження зростання послуг з ремонту та технічного обслуговування транспортних засобів.
- Зробити висновки.

Задача 8.26

Маємо данні про собівартість одиниці виробу за ряд років:

Роки	Квартали	Собівартість одиниці виробу, грн.
2015 р.	I кв.	10
	II кв.	11
	III кв.	15
	IV кв.	20
2016 р.	I кв.	12
	II кв.	14
	III кв.	18
	IV кв.	22
2017 р.	I кв.	14
	II кв.	16
	III кв.	20
	IV кв.	28

Виконати згладжування ряду, використовуючи метод плинної середньої (період згладжування дорівнює 3), побудувати графік вихідного ряду динаміки і графік плинної середньої. Зробити висновки.

Задача 8.27

Реалізація продовольчих товарів магазином за рік по місяцях склала:

(тис. грн.)

Товар	Рік	Місяць											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
М'ясо	1	44	48	43	42	41	47	53	58	60	53	55	61
	2	48	46	44	43	50	58	52	55	51	64	63	68
Масло	1	27	21	22	24	19	24	25	23	26	20	25	27
	2	29	25	25	27	23	21	28	30	30	29	31	30

За кожним товаром окремо провести згладжування ряду динаміки:

- 1) методом ступінчастої середньої;
- 2) метод 4-членної плинної середньої;

Зробити висновки.

Задача 8.28

Динаміка чисельності населення характеризується такими даними:

(тис. чол.)

Рік	Чисельність населення	
	Країна А	Країна Б
1	2414	3683
2	2558	4117
3	2586	4429
4	2613	4537
5	2645	4648
6	2673	4732
7	2702	4913

Для кожного ряду динаміки:

- 1) обчислити параметри трендового рівняння, дати їм економічну інтерпретацію;
- 2) припускаючи, що виявлена тенденція збережеться, визначити очікувану чисельність населення в 8 і 9 роках.

Задача 8.29

Маємо дані про середньодобове споживання електроенергії по місяцях, тис. кВт/год,:

січень	– 16,7;	липень	– 8,6;
лютий	– 12,4;	серпень	– 9,8;
березень	– 13,1;	вересень	– 10,9;
квітень	– 9,7;	жовтень	– 12,2;
травень	– 8,2;	листопад	– 15,8;
червень	– 7,5;	грудень	– 17,3.

Визначити індекси сезонності на основі постійної середньої. Графічно описати сезонну хвилю.

Задача 8.30

Динаміка реалізації населенню скрапленого газу характеризується даними, т.:

Квартал року	2015	2016	2017
I	20	22	24
II	18	19	21
III	13	15	17
IV	25	28	30

За кварталними даними:

1) описати тенденцію реалізації скрапленого газу лінійним трендом і на його основі обчислити теоретичні рівні реалізації;

2) визначити індекси сезонності як відношення фактичних обсягів реалізації скрапленого газу до теоретичних.

Зробити висновки.

Задача 8.31

Маємо дані про реалізацію кондитерських виробів і морозива, т.:

Місяць	Кондитерські вироби	Морозиво
1	125,6	49,8
2	115,2	52,6
3	103,3	75,9
4	105,4	92,2
5	90,1	134,8
6	81,7	175,2
7	85,4	160,5
8	71,3	155,4
9	79,4	124,6
10	100,5	82,0
11	110,1	60,7
12	132,0	36,3

За кожним видом продукції визначити індекси сезонності на основі постійної середньої. Результати розрахунків зобразити графічно. Зробити висновки.

Задача 8.32

За даними про показник прибутку туристичної фірми обчислити індекси сезонності. Сезонну хвилю зобразити графічно, пояснити її конфігурацію.

Місяць	Прибуток, тис. євро	Місяць	Прибуток, тис. євро
Січень	17,8	Липень	27,9
Лютий	15,3	Серпень	27,3
Березень	15,6	Вересень	20,4
Квітень	18,7	Жовтень	17,2
Травень	21,9	Листопад	15,8
Червень	25,7	Грудень	16,4

Задача 8.33

Маємо дані про доходи страхової компанії від страхування відповідальності, млн. грн.:

Вид страхування	2015	2016	2017
Обов'язкове	191	259	327
Добровільне	352	739	1552

Для кожного виду страхування:

- 1) обґрунтувати характер динаміки (стабільні абсолютні прирости чи темпи приросту);
- 2) припускаючи, що характер динаміки не зміниться, на основі середньорічних характеристик динаміки обчислити прогнозні значення страхових надходжень у 2018 та 2019 роках.

Задача 8.34

Динаміка підключення абонентів до мережі Internet характеризується даними:

Рік	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Число абонентів, тис.	36	44	51	62	70	79	85

Описати тенденцію зростання кількості абонентів лінійним трендом. Визначити очікувану кількість потенційних абонентів у 2018 р.

ТЕМА 9. Індексний метод

Методичні рекомендації

Статистичний індекс – це узагальнюючий показник, який виражає співвідношення величин складного економічного явища, що складається з елементів безпосередньо несумірних.

За характером досліджуваних об'єктів розрізняють індекси об'ємних і якісних показників.

Індекси об'ємних показників – це індекси фізичного обсягу продукції, товарообороту, споживання окремих продуктів тощо.

Індекси якісних показників – це індекси цін, собівартості продукції, продуктивності праці, урожайності тощо.

Залежно від бази порівняння розрізняють ланцюгові та базисні індекси.

Ланцюгові індекси одержують шляхом порівняння абсолютних даних кожного періоду з даними попереднього періоду.

Базисні індекси обчислюють порівнянням абсолютних даних кожного

періоду з даними якого-небудь одного періоду, взятого за базу порівняння.

За характером порівнянь індекси поділяються на динамічні, територіальні, міжгрупові.

Динамічні індекси характеризують співвідношення явищ у часі.

Територіальні індекси визначають ступінь відхилення значень показника у просторі – між об'єктами, країнами, регіонами тощо.

Міжгрупові індекси характеризують відхилення від певного стандарту (еталонного, максимального чи мінімального значення) або від середнього рівня по сукупності в цілому.

За ступенем охоплення одиниць сукупності індекси поділяються на індивідуальні і загальні (зведені).

Індивідуальні індекси дають порівняльну характеристику співвідношення рівнів показників окремих елементів складного явища.

Загальні індекси характеризують зміну складного явища, тобто є співвідношенням рівнів показника, до складу якого входять різні елементи.

Оскільки індивідуальні індекси характеризують зміну одного елемента сукупності, то індивідуальні індекси динаміки можна записати у вигляді формул:

– індивідуальний індекс кількості або фізичного обсягу товару (продукції)

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}, \quad (9.1)$$

де $q_{1(0)}$ – кількість або фізичний обсяг товару (продукції) звітного (базисного) періоду;

– індивідуальний індекс ціни

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}, \quad (9.2)$$

де $p_{1(0)}$ – ціна одиниці товару (продукції) звітного (базисного) періоду;

Загальні індекси за формою побудови поділяються на агрегатні та середні. *Агрегатний індекс* уявляє собою відношення сум добутків індексованих величин та їх спів вимірників або вагою. Індексована величина – це величина, зміну якої визначають індексом, а співвимірник або вага – це ознака, яку застосовують як постійну величину.

У разі побудови індексів об'ємних ознак ознаки-співвимірники фіксують на рівні базисного періоду. Якщо незмінним є екстенсивний (об'ємний) показник, то він виступає в ролі ваги на рівні звітного періоду.

Усі загальні індекси інтенсивних (якісних) показників будуються так, як індекс цін, а екстенсивних (об'ємних) – як індекс фізичного обсягу або кількості.

Методику побудови *загальних індексів* розглянемо на прикладі формул загальних індексів фізичного обсягу товарообороту, цін та товарообороту у фактичних цінах:

1. Загальний індекс фізичного обсягу товарообороту (або загальний індекс кількості реалізованих товарів):

$$Iq = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}, \quad (9.3)$$

де $\sum q_1 p_0$ – це вартість проданих товарів (товарооборот) звітного періоду у цінах базисного періоду;

$\sum q_0 p_0$ – вартість проданих товарів (товарооборот) базисного періоду.

Цей індекс показує, як в цілому змінився фізичний обсяг проданих товарів у звітному періоді порівняно з базисним.

2. Загальний індекс цін:

$$Ip = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}, \quad (9.4)$$

де $\sum q_1 p_1$ – це вартість проданих товарів (товарооборот) звітного періоду.

Цей індекс показує, як в цілому змінилися ціни на всі товари у звітному періоді порівняно з базисним.

3. Загальний індекс товарообороту у фактичних цінах:

$$Iqp = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} \quad (9.5)$$

Цей індекс характеризує загальну зміну обсягу товарообороту у звітному періоді порівняно з базисним, яка відбулася під впливом зміни цін на товари і зміни кількості проданих товарів.

Методика розрахунку *середніх індексів* ґрунтується на тому, що агрегатний індекс перетворюють у середній з індивідуальних індексів.

Формула середнього арифметичного індексу фізичного обсягу товарообороту має вигляд:

$$Iq = \frac{\sum iq \cdot q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} \quad (9.6)$$

Формула середнього гармонічного індексу цін має вигляд:

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{q_1 p_1}{i_p}} \quad (9.7)$$

Індексний метод широко використовують для аналізу ролі окремих чинників у динаміці складного економічного явища (y), зміна якого зумовлена дією кількох чинників, які правлять за співмножники. Оцінка впливу окремих чинників на динаміку складного явища може бути здійснена як у відносному, так і в абсолютному вираженні (табл. 10.1).

Таблиця 9.1 – Оцінка впливу окремих чинників на динаміку складного соціально-економічного явища

Зміна складного явища	У відносному вираженні	В абсолютному вираженні
В цілому	$I_y = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_0}$	$\Delta y = \sum x_1 f_1 - \sum x_0 f_0$
Під впливом екстенсивного чинника (f)	$I_y(f) = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum x_0 f_0}$	$\Delta y(f) = \sum x_0 f_1 - \sum x_0 f_0$
Під впливом інтенсивного чинника (x)	$I_y(x) = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}$	$\Delta y(x) = \sum x_1 f_1 - \sum x_0 f_1$
Сукупний вплив чинників	$I_y = I_y(f) \times I_y(x)$	$\Delta y = \Delta y(f) + \Delta y(x)$

Аналіз динаміки середнього рівня здійснюють на основі побудови системи взаємозалежних індексів: індексу змінного складу, індексу фіксованого складу та індексу структурних зрушень.

Індекс змінного складу має вигляд:

$$I_{з.с.} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} \quad (9.8)$$

де x_1 і x_0 – рівні осередненого показника;

f_1 і f_0 – частоти (ваги) інтенсивного показника.

Величина цього індексу характеризує загальну зміну середнього рівня інтенсивного показника.

Формула індексу фіксованого складу має вигляд:

$$I_{ф.с.} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1} \quad (9.9)$$

Цей індекс дає змогу проаналізувати зміну середнього рівня інтенсивного показника лише за рахунок зміни його індивідуальних рівнів.

Індекс структурних зрушень знаходять за формулою:

$$I_{c.з} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} \quad (9.10)$$

За допомогою цього індексу визначається зміна середнього рівня інтенсивного показника за рахунок зміни у структурі сукупності.

Між індексами середніх величин існує такий взаємозв'язок:

$$I_{z.c.} = I_{\phi.c.} \times I_{c.з} \quad (9.11)$$

Для визначення абсолютної зміни середнього рівня інтенсивного показника необхідно знайти різницю між чисельником і знаменником відповідного індексу.

Розв'язання типових задач

Приклад 9.1. Маємо такі дані щодо реалізації товарів:

Товар	Середня ціна одиниці товару, грн.		Кількість проданих товарів, тис. од.		Товарооборот, тис. грн.		
	Базисний рік	Звітний рік	Базисний рік	Звітний рік	Базисний рік	Звітний рік	
	p_0	p_1	q_0	q_1	$p_0 q_0$	$p_1 q_1$	$p_0 q_1$
А	155	140	30	22	4650	3080	3410
Б	85	80	15	24	1275	1920	2040
Разом	X	X	45	46	5925	5000	5450

Визначити загальні індекси фізичного обсягу товарообороту, ціни та товарообороту в діючих цінах, а також абсолютну зміну обсягу товарообороту в цілому і у тому числі за рахунок чинників.

Розв'язання:

Обчислимо індекс товарообороту в діючих цінах за формулою 9.5:

$$I_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{5000}{5925} = 0,844 \quad \text{або } 84,4\%.$$

Отже, товарооборот в діючих цінах у цілому зменшився в звітному році порівняно з базисним на 15,6 %.

Загальний індекс цін визначається за формулою 9.4:

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{5000}{5450} = 0,917 \text{ або } 91,7 \%$$

Ціни на всі види товарів в цілому зменшились на 8,3%.

Індекс фізичного обсягу товарообороту розраховується за формулою 9.3:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{5450}{5925} = 0,92 \text{ або } 92 \%$$

Отже, фізичний обсяг товарообороту в цілому зменшився на 8%.

Перевіримо зв'язок між обчисленими індексами:

$$I_{pq} = 0,917 \times 0,92 = 0,844.$$

Абсолютна зміна товарообороту в цілому становить:

$$\Delta q_r = 5000 - 5925 = -925 \text{ (тис. грн.)}.$$

Під впливом зниження цін обсяг товарообороту зменшився на:

$$\Delta q_r(p) = 5000 - 5450 = -450 \text{ (тис. грн.)},$$

За рахунок зменшення кількості реалізованих товарів обсяг товарообороту скоротився на:

$$\Delta q_r(q) = 5450 - 5925 = -475 \text{ (тис. грн.)}.$$

Перевірка правильності розрахунків:

$$\Delta q_r = (-450) + (-475) = -925 \text{ (тис. грн.)}$$

Приклад 9.2. Обчислити середньозважені індекси ціни та кількості виготовленої продукції за даними по одному з булочно-кондитерських комбінатів.

Вироби	Обсяг реалізації, млн. грн.		Темпи приросту, %		Індивідуальні індекси	
	Базисний період	Звітний період	Ціни	Фізичного обсягу реалізації	Ціни	Фізичного обсягу реалізації
Хлібобулочні	10,8	11,7	-8,3	18,2	0,917	1,182
Кондитерські	7,2	9,3	5,1	22,9	1,051	1,229
Разом	18,0	21,0	X	X	X	X

Розв'язання:

Обчислимо середньозважений індекс ціни одиниці продукції за формулою 9.7:

$$I_p = \frac{21,0}{\frac{11,7}{0,917} + \frac{9,3}{1,051}} = 0,972 \text{ або } 97,2\%.$$

Таким чином, ціни на продукцію у звітному періоді порівняно з базисним у середньому зменшились на 2,8 %.

Середньозважений (арифметичний) індекс фізичного обсягу реалізованої продукції становить (формула 9.6):

$$I_q = \frac{1,182 \times 10,8 + 1,229 \times 7,2}{10,8 + 7,2} = 1,201 \text{ або } 120,1\%.$$

Кількість хлібобулочних та кондитерських виробів на комбінаті збільшилась у середньому на 20,1 %.

Приклад 9.3. Маємо дані про рівень продуктивності праці та чисельність працівників авіаційного та морського транспорту:

Вид транспорту	Продуктивність праці, тис. грн.		Чисельність працівників, тис. чол.	
	Базисний період	Звітний період	Базисний період	Звітний період
Авіаційний	276	330	31	27
Морський	232	295	55	63
Разом	X	X	86	90

Оцінити динаміку середнього рівня продуктивності праці за допомогою індексів середніх величин.

Розв'язання:

Середній рівень продуктивності праці робітників у цілому за двома видами транспорту в базисному і звітному періодах визначаємо за формулою середньої арифметичної зваженої:

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{276 \times 31 + 232 \times 55}{86} = 247,9 \text{ тис.грн.}$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} = \frac{330 \times 27 + 295 \times 63}{90} = 305,5 \text{ тис.грн.}$$

Динаміку середнього рівня продуктивності праці оцінюємо за допомогою:

1) індексу змінного складу

$$I_{з.с.} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = 305,5 \div 247,9 = 1,232.$$

Середня продуктивність праці робітників двох видів транспорту підвищилась у звітному періоді порівняно з базисним на 23,2%, що становить 57,6 тис. грн. ($303,5 - 247,9 = 57,6$).

2) індексу фіксованого складу

$$I_{ф.с.} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = 305,5 \div \frac{276 \times 27 + 232 \times 63}{90} = \frac{305,5}{245,2} = 1,245.$$

За рахунок зміни рівня продуктивності праці робітників окремих видів транспорту середній рівень продуктивності праці підвищився на 24,5%, що становить 60,3 тис. грн. ($305,5 - 245,2 = 60,3$).

3) індексу структурних зрушень

$$I_{с.з.} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = 245,2 \div 247,9 = 0,989.$$

Отже, середня продуктивність праці робітників двох видів транспорту знизилася на 1,1% або 1,8 тис. грн. ($145,2 - 247,9 = -1,8$) за рахунок структурних зрушень, оскільки у звітному році зросла частка робітників морського транспорту, де продуктивність праці була нижчою, ніж в авіаційному.

Перевіримо взаємозв'язок між обчисленими індексами:

$$I_{з.с.} = I_{ф.с.} \times I_{с.з.} = 1,245 \times 0,989 = 1,232.$$

Практичні завдання

Задача 9.1

Визначити, які з наведених нижче показників є індексами:

- 1) темп зростання реального ВВП за рік становив 102,2 %;
- 2) дефіцит бюджету по відношенню до ВВП становив 3,6 %;
- 3) річний темп зростання номінальних доходів населення становив 119,8%;
- 4) рівень безробіття в сільській місцевості регіону в 1,4 рази вище, ніж в міських поселеннях.

Задача 9.2

Визначити, які з наведених індексів є індивідуальними, а які – зведеними:

- 1) ціни на нафтопродукти на внутрішньому ринку зросли в 1,5 рази, а на пальне – в 1,7 рази;
- 2) кількість туристичних поїздок за рік зросла на 26 %, а на місцеві курорти – на 33 %;
- 3) вартість продажу нерухомості в регіоні за рік зросла на 60 %, у тому числі на первинному ринку – на 47 %.

Задача 9.3

Маємо дані про ціни і обсяг реалізованих товарів магазином за два роки:

Товар	Базисний рік		Звітний рік	
	кількість, т	ціна, грн.	кількість, т	ціна, грн.
Капуста	48	2000	54	2900
Картопля	100	2200	85	3900
Цибуля	84	2400	80	3500

Визначити:

- 1) індивідуальні індекси цін і фізичного обсягу товарообороту;
- 2) загальні індекси цін, фізичного обсягу товарообороту і товарообороту в діючих цінах;
- 3) загальний приріст товарообороту в цілому, і у тому числі за рахунок зміни цін і за рахунок зміни кількості реалізованих товарів.

Перевірити отримані результати. Зробити висновки.

Задача 9.4

Маємо дані по підприємству:

Вид продукції	Вироблено продукції, шт.		Ціна, грн.	
	базисний період	звітний період	базисний період	звітний період
А	3000	4500	200	300
Б	500	2500	40	42
В	1200	9600	300	350

Визначити індивідуальні та зведений індекси вартості випущеної продукції. Зробити висновки.

Задача 9.5

За наступними даними про реалізацію товарів визначити індивідуальні індекси цін і кількості, загальний індекс товарообороту в діючих та порівняних цінах:

Товар	Одиниці виміру	Базисний період		Звітний період	
		кількість	ціна, грн.	кількість	ціна, грн.
А	кг	100	2,0	105	2,5
Б	м	80	10,0	70	20,0
В	шт	200	5,0	70	10,0

Задача 9.6

Маємо дані про динаміку експорту давальницької сировини, млн. дол.:

Вартість експорту	Базисний рік	Звітний рік
У поточних цінах	30	36
У цінах базисного року	30	32

Визначити зведені індекси вартості експорту давальницької сировини, цін та фізичного обсягу експорту. Зробити висновки.

Задача 9.7

Визначити зведені індекси цін та фізичного обсягу наданих послуг у сфері операцій з нерухомістю. Зробити висновки.

Вартість наданих послуг, млрд. грн.	Базисний рік	Звітний рік
У поточних цінах	2	2,29
У цінах базисного року	2	1,60

Задача 9.8

Маємо дані про продаж напоїв на внутрішньому ринку:

(млн. грн.)

Напої	Товарооборот у фактичних цінах		Товарооборот звітного періоду у базисних цінах
	базисний період	звітний період	
Безалкогольні	746	80	800
Слабоалкогольні	354	560	400
Разом	1100	1440	1200

Визначити:

- 1) індивідуальні індекси цін;
 - 2) зведений індекс товарообороту, цін та фізичного обсягу товарообороту.
- Зробити висновки.

Задача 9.9

Доходи підприємств від надання послуг телефонного зв'язку зросли за два роки таким чином:

(млн. грн.)

Вид зв'язку	Доход за фактичними тарифами		Доходи у звітному році за тарифами базисного року
	базисний період	звітний період	
Міський та сільський	2,0	2,8	2,8
Міжміський та міжнародний	4,0	4,6	4,4
Разом	6,0	7,4	7,2

Визначити зведений індекс доходів підприємств за фактичними тарифами та зведений індекс тарифів на послуги телефонного зв'язку. Зробити висновки.

Задача 9.10

Динаміка цін на м'ясо в торговельній мережі міста характеризується даними:

М'ясо	Ціна 1 кг у кварталі, грн		Обсяг продажу, тис. грн	
	базисний період	звітний період	базисний період	звітний період
Яловичина	34	45	2,5	2,8
Птиця	17	21	1,0	1,4

Визначити відносну та абсолютну зміну вартості проданого м'яса у звітному періоді порівняно з базисним в цілому, а також окремо за рахунок зміни цін та обсягів продажу товару. Зробити висновки.

Задача 9.11

За даними про обсяг пасажирських перевезень транспортом внутрішнього сполучення визначте зведені індекси фізичного обсягу та пасажирообороту. Зробити висновки.

Вид транспорту	Пасажирооборот, млрд. пас-км		Індивідуальний індекс кількості пасажирів, коеф.
	базисний рік	звітний рік	
Електротранспорт	25	30	1,12
Метрополітен	5	6	1,06

Задача 9.12

Визначити індекс фізичного обсягу випуску продукції, абсолютну та відносну зміни випуску в цілому і за рахунок чинників:

Найменування продукції	Випуск продукції, тис. грн.		Зміни цін, %
	базисний період	звітний період	
А	600	620	+30
Б	270	300	-2

Зробити висновки.

Задача 9.13

Маємо дані про реалізацію товарів:

Товарна група	Товарооборот звітного періоду, тис. грн.	Зміна цін, %
Цукор	180	-
Мука	28	+14
Круп'яні	58	-2

Визначити:

- 1) загальний індекс цін;
- 2) вплив зміни цін на обсяг товарообороту.

Зробити висновки.

Задача 9.14

Маємо дані про товарооборот та зміну фізичного обсягу реалізованих товарів по підприємству:

Товарна група	Товарооборот базисного періоду, тис. грн.	Зміна фізичного обсягу реалізації, %
Молоко	145	-1
Масло	84	+6
Сир	38	+20

Визначити середньозважений індекс фізичного обсягу реалізації та вплив зміни фізичного обсягу реалізації на обсяг товарообороту. Зробити висновки.

Задача 9.15

За наведеними даними визначити відносну та абсолютну зміну середньої депозитної ставки в цілому, у тому числі за рахунок чинників. Зробити

ВИСНОВКИ.

Депозити	Сума залучених депозитів, млн. грн		Депозитна ставка, %	
	базисний період	звітний період	базисний період	звітний період
У національній валюті	420	450	18	15
В іноземній валюті	170	150	8	5

Задача 9.16

За даними продажу телефонів обчислити:

- 1) середню ціну товару в базисному та звітному періодах;
- 2) індекси середньої ціни змінного складу, фіксованого складу та структурних зрушень. Зробити висновки.

Телефони	Ціна, грн		Продано, тис. грн.	
	базисний період	звітний період	базисний період	звітний період
Смартфони	4840	4900	580,8	637,0
Мобільні телефони	650	700	41,6	40,6

Задача 9.17

Динаміка продажу путівок на місцеві курорти регіону характеризується даними:

Заклади	Продано путівок, тис. шт.		Вартість однієї путівки, тис. грн	
	базисний період	звітний період	базисний період	звітний період
Пансіонати	15	22	5,8	6,5
Бази відпочинку	25	28	4,6	0,8

Визначити відносну та абсолютну зміну середнього вартості однієї путівки в цілому, у тому числі за рахунок чинників. Зробити висновки.

Задача 9.18

1) Витрати виробництва на виготовлення виробу "А" збільшились у 2 рази, хоча було виготовлено лише на 30% одиниць продукції більше. Як змінилися витрати виробництва на одиницю продукції?

2) Ціни на продукцію за рік зросли на 10 %, а вартість виробленої продукції – на 12 %. Визначити зведений індекс обсягу виробництва. Зробити висновок.

Задача 9.19

1) Собівартість обслуговування клієнтів компанії мобільного зв'язку за рік збільшилась на 7 %, а кількість клієнтів зросла на 14 %. Визначити зведений індекс грошових витрат компанії. Зробити висновок.

2) Обсяг продукції поточного періоду порівняно з базисним збільшився у 2 рази, а ціни за відповідний період зросли на 20 %.

Як змінився фізичний обсяг продукції?

Задача 9.20

Приріст продукції внаслідок збільшення її фізичного обсягу становить 100 тис. грн. Ціни на продукцію зросли на 50%. Фактичний обсяг виробленої продукції склав 200 тис. грн.

Визначити:

- 1) індекс обсягу продукції в діючих цінах;
- 2) індекс обсягу продукції у порівняних цінах;
- 3) абсолютну суму перевитрат (економії) від зростання (зниження) цін;
- 4) перевірити взаємозв'язок показників.

Зробити висновки.

ТЕМА 10. Вибірковий метод

Методичні рекомендації

Вибіркове спостереження – це такий вид несучільного спостереження, при якому обстежуються не всі елементи сукупності, що вивчається, а лише певним чином відібрана їх частина. Сукупність, з якої вибирають елементи для обстеження, називають *генеральною*, а сукупність, яку безпосередньо обстежують, — *вибірковою*.

Найчастіше використовують такі способи відбору: простий випадковий, систематичний (механічний), типовий (районований), серійний.

Вибірка елементів для вибіркового спостереження може здійснюватись методом повторного і безповторного відбору.

Повторним відбором називають такий відбір, при якому кожна обстежувана одиниця знову повертається до генеральної сукупності, продовжує брати участь у подальшому відборі і може потрапити повторно у вибірку для обстеження.

Безповторним називається такий відбір, при якому один раз описані одиниці спостереження у подальшому відборі участі не беруть. Безповторний відбір дає точніші результати, ніж повторний.

Основні позначення статистичних характеристик, які використовуються при визначенні помилок вибіркового спостереження або обсягу вибіркової сукупності (табл. 10.1).

Таблиця 10.1. – Умовні позначення статистичних характеристик генеральної і вибіркової сукупностей

Характеристика	Сукупність	
	генеральна	вибіркова
Обсяг сукупності	N	n
Середнє значення ознаки	\bar{x}	\tilde{x}
Число елементів сукупності, які мають певні значення ознаки	M	m
Частка елементів сукупності, які мають певні значення ознаки	W	w

Для узагальнюючої характеристики похибок репрезентативності розраховують середню похибку вибірки μ , її називають ще стандартом. Для визначення середньої похибки репрезентативності вибірки застосовують формули, які наведені в табл. 10.2.

Таблиця 10.2. – Середня похибка вибірки

Похибка вибірки для	Метод відбору	
	повторний	безповторний
Середньої величини	$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Частки	$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$	$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$

Для узагальнюючої характеристики похибки вибірки поряд із середньою розраховують і граничну похибку вибірки:

$$\Delta = t\mu, \quad (10.1)$$

де Δ – гранична похибка вибірки,

μ – середня похибка вибірки,

t – коефіцієнт довіри, який залежить від ймовірності (P), з якою гарантується значення граничної похибки вибірки.

Значення t табульовані і наводяться в спеціальних таблицях, наприклад:

$t = 1$	$P(\Delta \leq \mu) = 0,683$
$t = 2$	$P(\Delta \leq \mu) = 0,954$
$t = 3$	$P(\Delta \leq \mu) = 0,997$
$t = 4$	$P(\Delta \leq \mu) = 0,999$

Визначення необхідної чисельності вибірки залежить від алгебраїчного перетворення формул граничної похибки вибірки при різних способах відбору. Формули необхідної чисельності вибірки при повторному і безповторному відборах наведені в таблиці 11.3.

Таблиця 10.3. – **Необхідна чисельність вибірки**

Спосіб відбору	Для ознаки, яка виражена середньою величиною	Для ознаки, яка виражена часткою
Повторний	$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_x^2}$	$n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_w^2}$
Безповторний	$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 \sigma^2}$	$n = \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta_w^2 N + t^2 w(1-w)}$

Кінцевою метою будь-якого вибіркового спостереження є поширення його характеристик на генеральну сукупність. На практиці застосовують різні способи поширення вибірових даних.

Спосіб прямого перерахунку використовують у тому випадку, коли метою вибіркового обстеження є визначення обсягу ознаки в генеральній сукупності.

Якщо вибіркве спостереження проводять з метою уточнення результатів суцільного спостереження, застосовують спосіб *поправочних коефіцієнтів*.

Розв'язання типових задач

Приклад 10.1. За даними обстеження 100 зареєстрованих безробітних, з яких 40 проходять перенавчання за новою професією, встановлено, що середня тривалість перерви в роботі становить 3 місяці, а дисперсія дорівнює 2,25.

З імовірністю 0,954 визначити:

- 1) межі середньої тривалості перерви в роботі;
- 2) межі частки безробітних, які перенавчаються.

Розв'язання:

Для визначення меж середньої тривалості перерви в роботі з імовірністю 0,954 ($t = 2$) розрахуємо граничну похибку вибірки за формулою 10.1.

У свою чергу середня похибка вибірки розраховується за формулою:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} \quad (10.2)$$

Отже, гранична похибка вибірки дорівнює: $\Delta_x = 2 \sqrt{\frac{2,25}{100}} = 0,3$ (міс)

Довірчий інтервал, в межах якого буде знаходитися генеральна середня, визначається за формулою:

$$\bar{X} = \tilde{x} \pm \Delta_x \quad (10.3)$$

Довірчий інтервал становить: $3 - 0,3 \leq x \leq 3 + 0,3$.

Це дає підставу стверджувати, що з імовірністю 0,954 середня тривалість перерви в роботі становить не менш 2,7 і не більш 3,3 місяця.

Обчислимо дисперсію частки альтернативної ознаки (частки безробітних, які перенавчаються) за формулою:

$$\sigma^2 = w(1 - w) \quad (10.4)$$

$$w = \frac{m}{n} = \frac{40}{100} = 0,4;$$

$$\sigma^2 = 0,4(1 - 0,4) = 0,24.$$

Гранична похибка складає $\Delta_w = 2\sqrt{\frac{0,24}{100}} = 0,098$ або 9,8%.

Довірчий інтервал: $30 - 9,8 \leq W \leq 30 \pm 9,8$.

Отже, з такою самою ймовірністю можна стверджувати, що частка безробітних, які перенавчаються, у генеральній сукупності становить не менш 20,2 % і не більш 39,8 %.

Приклад 10. 2. На лісовому масиві в 400 га визначається загальний запас деревини. Пробні ділянки мають площу по 0,1 га. За даними попередніх обстежень середнє квадратичне відхилення виходу деревини з 0,1 га становить 3 м^3 . Скільки пробних ділянок необхідно обстежити, щоб похибка вибірки з імовірністю 0,954 ($t = 2$) не перевищувала 1 м^3 ?

Розв'язання:

Чисельність вибіркової сукупності, що необхідно обстежити, розрахуємо за допомогою наступної формули:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_x^2}. \quad (10.5)$$

Виходячи з цього, достатній обсяг вибірки пробних ділянок складає:
 $n = \frac{4 \times 9}{1^2} = 36$ (одиниць).

Отже, необхідно обстежити 36 пробних ділянок, щоб з імовірністю 0,954 похибка вибірки не перевищувала 1 м^3 .

Практичні завдання

Задача 10.1

За результатами технічного аналізу 100 проб руди вміст заліза становить у середньому 60 % при стандартній похибці вибірки 4,5 %. З імовірністю 0,954 визначити граничну похибку вибірки.

Задача 10.2

За даними вибіркового опитування 46 % респондентів вважають рекламу основним джерелом інформації про товарний ринок. Середня похибка вибірки цього показника – 2,5 %. З імовірністю 0,954 визначити граничну похибку вибірки.

Задача 10.3

З метою визначення загального обсягу деревини у сосновому лісі обстежено 100 дерев. Середній діаметр дерев становив 35 см при дисперсії 144. Визначити граничну похибку вибірки і довірчий інтервал для середнього діаметра дерев з імовірністю 0,954.

Задача 10.4

За даними вибіркового обстеження 36 фірм (19 %-а вибірка) середня тривалість обороту дебіторської заборгованості становить 72 дні при дисперсії 121.

Визначити граничну похибку вибірки і довірчі межі для середньої тривалості обороту з імовірністю 0,997.

Задача 10.5

За результатами вибіркового обстеження 100 домогосподарств, які ведуть індивідуальну забудову, у 24 з них основним джерелом коштів був кредит під заставу нерухомості.

Визначити частку індивідуальних забудовників, які брали кредит під заставу нерухомості, та довірчі межі частки з імовірністю 0,954.

Задача 10.6

В рамках маркетингового дослідження опитано 225 домогосподарок, з них 135 віддають перевагу споживанню чаю у разових упаковках.

З імовірністю 0,997 визначте граничну похибку вибірки і довірчі межі для частки домогосподарок, які є потенційними покупцями чаю у разових упаковках.

Задача 10.7

3-поміж 100 опитаних фермерів району кожного п'ятого турбує нестабільність доходу від фермерської діяльності.

За умови, що вибіркова сукупність становить 19 % генеральної, з імовірністю 0,954 визначте граничну похибку вибірки і довірчі межі для частки фермерів, стурбованих нестабільністю доходу.

Задача 10.8

В регіоні здійснюється вибіркоче обстеження 225 домогосподарств, що становить 1 % загальної їх кількості. За результатами вибірки домогосподарства витрачають на харчування 60 % грошового доходу. Середньодушові витрати на харчування в місяць становлять 882 грн. при дисперсії 27225.

З імовірністю 0,997 визначте довірчі межі для середньодушових витрат на харчування і для частки грошового доходу, витраченого на харчування.

Задача 10.9

За результатами контрольної перевірки податковими службами 400 бізнесових структур 140 з числа перевірених у податкових деклараціях за минулий рік вказали не всі доходи, які підлягають оподаткуванню.

Визначити частку бізнесових структур, які приховують частину доходів від сплати податків, та довірчі межі частки з імовірністю 0,954.

Задача 10.10

Під час аудиторської перевірки фінансової діяльності транспортної компанії з метою визначення швидкості розрахунків із кредиторами було випадково дібрано 100 платіжних документів. Згідно з перевіреними документами середній термін перерахунку і отримання грошей 27 днів з дисперсією 36. Кожен десятий платіжний документ був з порушенням терміну розрахунків.

Визначити довірчі межі середнього терміну проходження всіх платежів протягом року і частки платежів з порушенням термінів розрахунку з імовірністю 0,954.

Задача 10.11

Хімічний аналіз 10 партій молока дав такі результати (у градусах Тернера): 18; 21; 17; 19; 20; 23; 16; 22; 23; 21.

Обчислити з імовірністю 0,954:

- 1) середній показник кислотності молока та довірчі межі для середньої;
- 2) частку партій молока, що відповідають стандарту (кислотність не більше 21°), та довірчі межі для частки.

Задача 10.12

З метою визначення зольності вугілля, яке надійшло на електростанцію, з різних вагонів вугілля взято 100 проб. Результати аналізу такі:

Зольність, %	До 14	14-16	16-18	18-20	20 і більше	Разом
Число проб	8	17	36	25	14	100

Визначити:

1) середню зольність вугілля та довірчий інтервал для середньої з імовірністю 0,954;

2) з тією ж імовірністю визначте довірчий інтервал частки вугілля, зольність якого менша 16 %.

Задача 10.13

Вибіркові обстеження безробітних, зареєстрованих службою зайнятості, дали такі результати:

Рівень освіти	Обстежено	Середня тривалість перерви в роботі, міс.	Квадратичний коефіцієнт варіації, %
Середня спеціальна	64	4	40
Вища	36	7	60

Визначити, для якої групи безробітних похибка вибірки стосовно середньої тривалості перерви в роботі виявилася більшою.

Задача 10.14

Перевірка якості імпортованого товару на митниці дала такі результати:

Товар	Перевірено партій	Показники вологості товару	
		Середній рівень, %	Дисперсія
А	9	6	25
Б	16	10	36

Визначити, для якого товару похибка вибірки виявилася більшою.

Задача 10.15

Програмою опитування населення району ($n = 100$) щодо соціальної захищеності передбачена оцінка роботи правоохоронних органів. За результатами опитування кожний третій респондент негативно оцінює роботу цих органів. В таблиці наведено частки негативних оцінок роботи міліції і судів двома категоріями респондентів:

Категорія респондента	Кількість респондентів	Частка негативних оцінок роботи	
		міліція	судів
Працівники промисловості	60	40	25
Працівники сфери послуг	40	32	20

Визначити середні похибки вибірки для частки негативних оцінок роботи міліції і судів, наданих працівниками промисловості і працівниками сфери послуг, порівняйте їх, Зробити висновки щодо точності цих оцінок.

Задача 10.16

За даними вибіркового обстеження домогосподарств, витрати часу жінками на домашні справи значною мірою залежать від наявності дітей віком до 12 років:

Кількість дітей	Кількість домогосподарств	Витрати часу на домашні справи, годин на тиждень	Дисперсія витрат часу
Без дітей	200	26	100
Одна дитина	120	30	400
Двоє і більше	80	35	225

Обчислити середній тижневий обсяг витрат часу на домашні справи для усієї сукупності обстежених домогосподарств та довірчі межі для середньої з імовірністю 0,954.

Задача 10.17

Проведено вибіркоче обстеження посівів озимої пшениці, які були ушкоджені морозами. Частка зимової загибелі посівів становила:

Сорт пшениці	Обстежена площа, га	Частка зимової загибелі посівів, %
А	6	10
Б	4	15

Обчислити середню частку зимової загибелі посівів, граничну похибку та довірчі межі для частки з імовірністю 0,954.

Задача 10.18

Визначити мінімально достатній обсяг вибірки вкладників Ощадбанку, щоб при оцінюванні середнього розміру вкладу гранична похибка вибірки з імовірністю 0,997 не перевищила 10 грн. Орієнтовна дисперсія вкладів 2500.

Задача 10.19

З метою визначення потенціалу споживчого ринку планується анкетування населення.

Визначити мінімально достатній обсяг вибірки, щоб гранична похибка вибірки (з імовірністю 0,954) для середньомісячного розміру покупок не перевищувала 15 грн. За даними пробних обстежень дисперсія цього показника становить 3375.

Задача 10.20

За даними попередніх вибірових обстежень якості плодоовочевої сировини, що надходить на переробку, частка нестандартних овочів становила 0,10. Скільки треба провести перевірок, щоб гранична похибка вибірки для частки з імовірністю 0,997 не перевищила 4 %?

Задача 10.21

Вперше організується моментне спостереження за ефективністю використання 50 одиниць виробничого устаткування. Скільки спостережень необхідно провести, щоб похибка вибірки для частки устаткування, що не працює, з імовірністю 0,954 не перевищила 2 %?

За умови, що спостереження триватиме 10 днів, скільки спостережень щоденно необхідно за кожною одиницею устаткування?

Задача 10.22

Скільки треба опитати респондентів, оцінюючи якість роботи органів місцевого самоврядування (задовольняє / не задовольняє), щоб гранична похибка вибірки часток з імовірністю 0,997 при цьому не перевищила 5 %?

Задача 10.23

Проектується обстеження посівів соняшника з метою визначення втрат насіння через несвоєчасне збирання врожаю. Скільки необхідно обстежити пробних ділянок, щоб з імовірністю 0,954 відносна похибка середніх втрат з 1 га не перевищила 10 %? За даними минулорічних обстежень квадратичний коефіцієнт варіації втрат насіння становив 20 %.

Задача 10.24

В турагенціях міста передбачається визначити середньомісячну реалізацію путівок. Якою має бути чисельність вибірки, щоб з імовірністю 0,954 відносна похибка вибірки не перевищила 10 %? Коефіцієнт варіації середньомісячної кількості реалізованих путівок за пробним обстеженням становив 20 %.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Класифікація видів економічної діяльності. КВЕД-2010. Затверджений наказом Держкомстату від 23.12.12 р. №396. – Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua>.
2. Ковтун Н. В. Теорія статистики : підручник / Н.В. Ковтун. – К.: Знання, 2012. – 400 с.
3. Логунова Н. А. Статистика II : підручник / Н. А. Логунова. – К. : Кондор, 2014. – 340 с.
4. Мармоза А. Т. Теорія статистики: підручник / А. Т. Мармоза. – 2-ге вид., переробл. і доповн. – К. : Центр учбової літератури, 2013. – 592 с.
5. Методичні вказівки з використання ПЕОМ при розв'язанні статистичних задач. Для студ. економічних спеціальностей. Укладач: Горошанська О.О. – Харків: ХДУХТ, 2006.
6. Опря А.Т. Статистика (модульний варіант з програмованою формою контролю знань) / А. Т. Опря. – К. : ЦУЛ, 2014. – 536 с
7. Порядок проведення перевірок достовірності первинних і статистичних даних, вивчення стану первинного обліку та статистичної звітності органами статистики. Затверджений наказом Держкомстату України від 19.06.03 р. № 186. – Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua>.
8. Про державну статистику. Закон України від 17 вересня 1992 року № 2615-ХІІ зі змінами і доп. – Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua>.
9. Статистика в схемах, формулах і таблицях / О.О. Горошанська, О.В. Прокопова. – Харків: ХДУХТ, 2014. – 52 с.
10. Статистика. Лекція «Історія виникнення статистики» / Е.В.Прокопова, Е.Ю.Ляшенко. – Харьков: ХГУПТ, 2011. – 43с.
11. Статистика: Методичні рекомендації та завдання для самостійної роботи для студентів галузі знань «Економіка і підприємництво» та «Менеджмент і адміністрування» / укладачі Горошанська О.О., Прокопова О.В. – Х. : ХДУХТ, 2015. – 92 с.
12. Статистика: Навч. посібник / О.О. Горошанська, О.В. Прокопова. – Харків: ХДУХТ, 2014. – 320 с.
13. Статистика: Навч.-метод. посібник для самостійного вивчення дисципліни / О.В. Прокопова, О.О. Горошанська, І.А. Бігдан, Н.М. Гаркуша. – Харків: ХДУХТ, 2006. – 195 с.
14. Статистичний словник / за ред. О.Г. Осауленка; Держ. служба статистики України, Наук.-техн. комплекс стат. досліджень. – К.: Інформ.-аналіт. агентство, 2012. – 499 с.
15. Ткач Є. Загальна теорія статистик: підруч. / Є.І. Ткач, В.П. Сторожук.– 3-е вид., переробл. і доповн. – К.: Центр навч. літератури, 2017. – 442 с.
16. Чернелевський Л.М. Статистика: підруч. / Л.М. Чернелевський, Л.М. Соломчук, М.В. Перетяцько. – К.: НУХТ, 2012. – 207 с.

$$\text{Значення функції } \varphi_{(t)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3726	0,3712	0,3698
0,4	0,3683	0,3668	0,3652	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3572	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3034	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1736
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1497	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,0940	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,0790	0,0775	0,0761	0,0748	0,0734	0,0721	0,0707	0,0694	0,0681	0,0669
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0395	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0353	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290
2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,0229
2,4	0,0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0,0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3,2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009
3,5	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002

**Значення критерію Пірсона χ^2
для рівня істотності 0,10; 0,05; 0,01**

<i>k</i>	0,10	0,05	0,01	<i>k</i>	0,10	0,05	0,01
1	2,71	3,84	6,63	21,00	29,62	32,67	38,93
2	4,61	5,99	9,21	22,00	30,81	33,92	40,29
3	6,25	7,81	11,34	23,00	32,01	35,17	41,64
4	7,78	9,49	13,28	24,00	33,20	36,42	42,98
5	9,24	11,07	15,09	25,00	34,38	37,65	44,31
6	10,64	12,59	16,81	26,00	35,56	38,89	45,64
7	12,02	14,07	18,48	27,00	36,74	40,11	46,96
8	13,36	15,51	20,09	28,00	37,92	41,34	48,28
9	14,68	16,92	21,67	29,00	39,09	42,56	49,59
10	16,01	18,31	23,21	30,00	40,26	43,77	50,89
11	17,28	19,68	24,72	40,00	51,80	55,76	63,69
12	18,55	21,03	26,22	50,00	63,17	67,50	76,15
13	19,81	22,36	27,69	60,00	74,40	79,08	88,38
14	21,06	23,68	29,14	70,00	85,53	90,53	100,42
15	22,31	25,00	30,58	80,00	96,58	101,88	112,33
16	23,54	26,30	32,00	90,00	107,56	113,14	124,12
17	24,77	27,59	33,41	100,00	118,50	124,34	135,81
18	25,99	28,87	34,81				
19	27,20	30,14	36,19				
20	28,41	31,41	37,57				

Ймовірності розподілу Колмогорова λ

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0005	0,0008	0,0013	0,0019
0,4	0,0028	0,0040	0,0055	0,0074	0,0097	0,0126	0,0160	0,0200	0,0247	0,0300
0,5	0,0361	0,0428	0,0503	0,0585	0,0675	0,0772	0,0876	0,0987	0,1104	0,1228
0,6	0,1357	0,1492	0,1633	0,1778	0,1927	0,2080	0,2236	0,2396	0,2558	0,2722
0,7	0,2888	0,3055	0,3223	0,3391	0,3560	0,3728	0,3896	0,4064	0,4230	0,4395
0,8	0,4559	0,4720	0,4880	0,5038	0,5194	0,5347	0,5497	0,5645	0,5791	0,5933
0,9	0,6073	0,6209	0,6343	0,6473	0,6601	0,6725	0,6846	0,6964	0,7079	0,7191
1,0	0,7300	0,7406	0,7508	0,7608	0,7704	0,7798	0,7889	0,7976	0,8061	0,8143
1,1	0,8223	0,8300	0,8374	0,8445	0,8514	0,8580	0,8644	0,8706	0,8765	0,8823
1,2	0,8878	0,8930	0,8981	0,9030	0,9076	0,9121	0,9164	0,9206	0,9245	0,9283
1,3	0,9319	0,9354	0,9387	0,9418	0,9449	0,9478	0,9505	0,9531	0,9557	0,9580
1,4	0,9603	0,9625	0,9646	0,9665	0,9684	0,9702	0,9718	0,9734	0,9750	0,9764
1,5	0,9778	0,9791	0,9803	0,9815	0,9826	0,9836	0,9846	0,9855	0,9864	0,9873
1,6	0,9880	0,9888	0,9895	0,9902	0,9908	0,9914	0,9919	0,9924	0,9929	0,9934
1,7	0,9938	0,9942	0,9946	0,9950	0,9953	0,9956	0,9959	0,9962	0,9965	0,9967
1,8	0,9969	0,9971	0,9973	0,9975	0,9977	0,9979	0,9980	0,9982	0,9983	0,9984
1,9	0,9985	0,9986	0,9987	0,9988	0,9989	0,9990	0,9991	0,9991	0,9992	0,9993
2,0	0,9993	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	0,9997
2,1	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999
2,2	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
2,3	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

**Критичні значення кореляційного відношення η^2 і
коефіцієнта детермінації R^2 при рівні значимості 0,05**

k_2	k_1						
	1	2	3	4	5	6	7
5	0,569	0,699	0,764	0,806	0,835	0,854	0,872
6	0,500	0,632	0,704	0,751	0,785	0,811	0,831
7	0,444	0,575	0,651	0,702	0,739	0,768	0,791
8	0,399	0,527	0,604	0,657	0,697	0,729	0,754
9	0,362	0,488	0,563	0,618	0,659	0,692	0,719
10	0,332	0,451	0,527	0,582	0,624	0,659	0,687
12	0,283	0,394	0,466	0,521	0,564	0,600	0,630
14	0,247	0,348	0,417	0,471	0,514	0,550	0,580
16	0,219	0,312	0,378	0,429	0,477	0,507	0,538
18	0,197	0,283	0,345	0,394	0,435	0,470	0,501
20	0,179	0,259	0,318	0,364	0,404	0,432	0,468
22	0,164	0,238	0,294	0,339	0,377	0,410	0,439
24	0,151	0,221	0,273	0,316	0,353	0,385	0,414
26	0,140	0,206	0,256	0,297	0,332	0,363	0,391
28	0,130	0,193	0,240	0,279	0,314	0,344	0,371
30	0,122	0,182	0,227	0,264	0,297	0,326	0,353
40	0,093	0,139	0,176	0,207	0,234	0,259	0,282
50	0,075	0,113	0,143	0,170	0,194	0,216	0,235
60	0,063	0,095	0,121	0,144	0,165	0,184	0,202
80	0,047	0,072	0,093	0,110	0,127	0,142	0,156
100	0,038	0,058	0,075	0,090	0,103	0,116	0,128
120	0,032	0,049	0,063	0,080	0,087	0,098	0,109
200	0,019	0,030	0,038	0,046	0,053	0,060	0,067
400	0,010	0,015	0,019	0,023	0,027	0,031	0,034

Таблиця значень F-критерію Фішера при рівні значимості $\alpha = 0,05$

k_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
k_2										
1	161,45	199,50	215,72	224,57	230,17	233,97	238,89	243,91	249,04	254,32
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62

Продовження додатку Д

	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04	1,83	1,57
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
45	4,06	3,21	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,48
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,07	1,89	1,67	1,35
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,88	1,65	1,31
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,04	1,86	1,64	1,28
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,63	1,26
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,01	1,83	1,60	1,21
150	3,90	3,06	2,66	2,43	2,27	2,16	2,00	1,82	1,59	1,18
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	1,98	1,80	1,57	1,14
300	3,87	3,03	2,64	2,41	2,25	2,13	1,97	1,79	1,55	1,10
400	3,86	3,02	2,63	2,40	2,24	2,12	1,96	1,78	1,54	1,07
500	3,86	3,01	2,62	2,39	2,23	2,11	1,96	1,77	1,54	1,06
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,10	1,95	1,76	1,53	1,03
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1,00

**Критичні значення t-критерію Стьюдента
при рівні значимості 0,10; 0,05; 0,01**

Число ступенів вільності	α			Число ступенів вільності	α		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	6,3138	12,706	63,657	18	1,7341	2,1009	2,8784
2	2,9200	4,3027	9,9248	19	1,7291	2,0930	2,8609
3	2,3534	3,1825	5,8409	20	1,7247	2,0860	2,8453
4	2,1318	2,7764	4,6041	21	1,7207	2,0796	2,8314
5	2,0150	2,5706	4,0321	22	1,7171	2,0739	2,8188
6	1,9432	2,4469	3,7074	23	1,7139	2,0687	2,8073
7	1,8946	2,3646	3,4995	24	1,7109	2,0639	2,7969
8	1,8595	2,3060	3,3554	25	1,7081	2,0595	2,7874
9	1,8331	2,2622	3,2498	26	1,7056	2,0555	2,7787
10	1,8125	2,2281	3,1693	27	1,7033	2,0518	2,7707
11	1,7959	2,2010	3,1058	28	1,7011	2,0484	2,7633
12	1,7823	2,1788	3,0545	29	1,6991	2,0452	2,7564
13	1,7709	2,1604	3,0123	30	1,6973	2,0423	2,7500
14	1,7613	2,1448	2,9768	40	1,6839	2,0211	2,7045
15	1,7530	2,1315	2,9467	60	1,6707	2,0003	2,6603
16	1,7459	2,1199	2,9208	120	1,6577	1,9799	2,6174
17	1,7396	2,1098	2,8982	00	1,6449	1,9600	2,5758

Наукове електронне видання
комбінованого використання
Можна використовувати в локальному та мережному режимах

ГОРОШАНСЬКА Олена Олександрівна

СТАТИСТИКА

Практикум

Відповідальний за випуск
зав. кафедри фінансів, аналізу та страхування
д-р. екон. наук., проф. Крутова А.С..

Авторська редакція

План 2017р., поз.116 /

Підп. до друку . .2017р. Один електронний оптичний диск (CD-ROM);
супровідна документація. Об'єм даних Мб. Тираж прим.

Видавець і виготівник
Харківський державний університет харчування та торгівлі
вул. Клочківська, 333, м. Харків, 61051.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4417 від 10.10.2012 р.
