



**А.С. Черепнев, Г.А. Ляшенко, Н.А. Романченко,
И.А. Черепнев, Н.В. Полянова**

МЕТРОЛОГИЯ И ОСНОВЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Под редакцией д.т.н., профессора Черепнева А.С.

Допущено ученым советом ХНТУСХ, протокол от 26 июня 2008г., в качестве учебника для студентов высших технических учебных заведений сельскохозяйственного производства, обучающихся по специальности 7.091901 «Энергетика сельскохозяйственного производства»

Харьков - 2008

Предисловие



Настоящий учебник написан в соответствии с типовой программой дисциплины «Метрология и основы измерений», изучаемой студентами энерготехнических специальностей высших учебных заведений. Значительная часть изложенного материала принадлежит авторам и была ранее опубликована в ряде журнальных статей. Результаты других авторов, в частности приведенные в учебнике «Основы метрологии и электрических измерений» под ред. Е.М. Душина, изложены в духе собственных представлений, благодаря чему удалось избежать методического «разнобоя». Кроме того, авторы стремились сделать яркой для читателей физическую картину рассматриваемых явлений. Авторы приносят глубокую благодарность студентам Куршаковой Е.В., Омельченко Г.С., Мазурец Т.А., Назаренко А.Г., оказавшим большую помощь в подготовке рукописи к изданию.

ВВЕДЕНИЕ

Первая половина XXI столетия знаменательна бурным развитием различных отраслей науки и техники. Однако можно с полным основанием утверждать, что эти успехи были бы



менее существенны, если бы в свою очередь не развивались и не совершенствовались измерения. На наш взгляд, успехи науки и техники вообще следует рассматривать в единстве с развитием техники измерений. Совершенствование техники измерений, которое сводится к повышению точности измерений, созданию новых методов и приборов, стимулирует новые достижения в науке. Например, увеличение точности взвешивания на один знак позволило в 1892—1894 г. открыть новый газ аргон, который, в силу более низкой точности измерений, до этого обнаружить не удавалось. Повышение точности угловых измерений до величин менее одной десятой секунды позволило измерять расстояние между звездами. И, наоборот, новые открытия в науке, в свою очередь стимулируют совершенствование техники измерений, требуют создания новых измерительных приборов.

Вопросами теории и практики обеспечения единства измерений занимается метрология.

Метрология в самом широком понимании представляет собой науку об измерениях, об обеспечении их единства, о способах достижения требуемой точности, а также о методах и средствах достижения указанных целей.

Метрология служит теоретической основой измерительной техники.

И чем больше развивается измерительная техника, тем большее значение приобретает метрология, создающая и совершенствующая теоретические основы измерений, обобщающая практический опыт в области измерений и направляющая развитие измерительной техники.

При всем множестве и многообразии предприятий, изготовляющих средства измерений и при еще большем множестве (во много раз большем) предприятий, организаций и учреждений, производящих измерения и использующих их результаты, метрология создала и осуществила систему, направленную на всеобщее обеспечение единства мер и единства измерений. Эта система вылилась в единую государственную службу, которая раньше при ограниченной измерительной технике именовалась службой мер и весов. В настоящее время, когда диапазон деятельности этой службы вырос во много раз, она называется метрологической службой страны.

Автоматическое управление производством, автоматизация технологических процессов и контрольных операций была бы невозможна без применения электрических измерений.

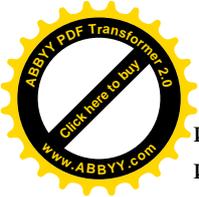
В основе современных методов разведки нефти и рудных ископаемых также лежат электрические и магнитные измерения. Все более широкое применение находят телеизмерения, при которых объект измерения и наблюдатель могут располагаться на очень большом расстоянии друг от друга.

Бесспорна и исключительно велика роль электроизмерительной техники при проведении различных научных и лабораторных исследований. Электроизмерительные приборы заполняют пульты управления электростанций, металлургических и химических предприятий, диспетчерских пунктов электрических, газовых, тепловых сетей, нефтепроводов.

Электроизмерительные приборы сейчас можно видеть не только на столе ученого-физика, но и в кабинете врача, в руках агронома, у лаборанта на хлопкозаготовительном пункте и т. д.

Такой широкий диапазон областей применения электрических измерений объясняется рядом существенных преимуществ их по сравнению с другими, видами измерений:

- возможностью осуществления непрерывного измерения практически любой как электрической, так и неэлектрической величины;
- непрерывностью измерений в сочетании с возможностью их фиксации, обеспечивающей документацию «стояния контролируемого процесса и его автоматизацию;
- возможностью выполнения дистанционных измерений, позволяющей осуществлять измерения в труднодоступных и даже в недоступных местах (например,



измерение температуры небесных светил, измерение температуры в доменных печах, измерение во вращающихся машинах и т. д.);

- возможностью осуществления математической обработки данных измерений обычными и машинными методами;
- высокой точностью и чувствительностью и др.

В данном учебнике авторы стремились объединить обширные и разрозненные сведения по наиболее важным и наиболее часто встречающимся на практике вопросам метрологии, теории погрешностей и электрических измерительных механизмов. Пособие написано в соответствии с программой курса, однако большинство вопросов рассмотрено в более широком плане, что, по мнению авторов, даст возможность студентам самостоятельно ознакомиться с интересующими вопросами и углубить теоретические знания по курсу «Метрология и основы измерения», читаемого студентам 3 курса ХНТУСХ им. П. Василенко.

ГЛАВА 1

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ИЗМЕРЕНИЯХ

1.1. Сущность и основные характеристики измерений

Теоретической основой измерительной техники является метрология.

Метрологий (от греч. *Metron* – мера и *logos* – учение, понятие) – наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства и способах достижения требуемой точности.



Как следует из определения, предметом метрологии помимо самих измерений является обеспечение их единства и требуемой точности. При этом под *единством измерений* понимают такое состояние измерений, при котором их результаты выражены в узаконенных единицах и погрешности измерений известны с заданной вероятностью.

Единство измерений необходимо для того, чтобы можно было сопоставлять результаты измерений, выполненных различными измерительными устройствами, в разных местах и в разное время. Причем сохранение единства измерений является важным как внутри страны, так и во взаимоотношениях между странами.

Ниже рассматривается ряд относящихся к измерениям понятий, используемых в настоящее время в метрологии и измерительной технике.

Физической величиной называют свойство, общее в качественном отношении для многих физических объектов, а в количественном отношении индивидуальное для каждого из них.

При этом под физическим объектом понимают физические системы, их состояние, происходящие в них процессы, а также объекты химии и других наук, в которых используются физические методы. Индивидуальность в количественном отношении понимают в том смысле, что свойство может быть присуще одному объекту в определенное число раз больше или меньше, чем другому.

Размер физической величины – количественное содержание в данном объекте свойства, соответствующего понятию «физическая величина». Из приведенного определения следует, что понятие «размер» служит для отображения объективного существующего количественного различия между физическими объектами по рассматриваемому свойству. Окружающие человека объекты способны вызывать те или иные ощущения в его органах чувств. Объекты обычно сопоставляются человеком по размерам однородных свойств. При этом человек использует одну из форм своего мышления – сравнение. В результате формируются заключения о сравниваемых объектах: длиннее или короче, тяжелее или легче, теплее или холоднее и т.п. Общим для таких и подобных заключений является признак «больше-меньше». Возможность классификации физических величин по данному признаку является фундаментальной предпосылкой реализуемости любого измерения.

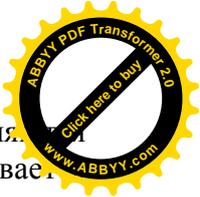
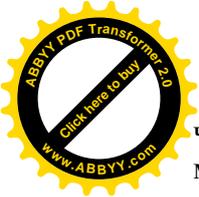
Однородными физическими величинами называют такие, которые можно сравнить по признаку «больше-меньше». Из однородных физических величин разного размера можно составить последовательный ряд, в котором размер каждой входящей в него величины будет больше размера всех предыдущих и меньше размера всех последующих величин. Ряд, составленный в соответствии с данным принципом по однородным физическим свойствам различных физических объектов, называют *последовательным натуральным рядом*.

Для формирования *шкалы* (от лат. *scalae* – лестница) физической величины из последовательного натурального ряда выбирают некоторые физические величины различного размера, которые применяются в качестве *отправных* или *реперных* (от франц. *repère* – столб, рейка) точек. Совокупность выбранных реперных точек образует шкалу или «лестницу» размеров физических величины. Из общего числа реперных точек выбирают две, размеры S_1 и S_0 которых относительно просто реализуются физически с высокой точностью. Эти точки называют *опорными точками* или *основными реперами*. Интервал между размерами S_1 и S_0 называют *основным интервалом шкалы* физической величины. При этом один из размеров – S_0 принимают за начало отсчета, а некоторую n -ю долю этого интервала – за единицу физической величины. Причем выбор числа n в принципе произволен. Таким образом, единицу физической величины определяют путем пропорционального деления основного интервала:

$$[S] = (S_1 - S_0) / n, \quad (1.1)$$

где $[S]$ – некоторый размер физической величины, называемый единицей данной физической величины.

Единица физической величины – это физическая величина, которой, по определению, приписано числовое значение, равное единице. Использование зависимости (1.1) означает,



что размеры физической величины, лежащие в интервале между S_1 и S_0 определяются методом линейной интерполяции. Физическая реализация этой интерполяции основывается на *методе измерительных преобразований*.

Измерительное преобразование – отражение размера одной физической величины размером другой физической величины, функционально с ней связанной. Понятие измерительного преобразования с физической точки зрения означает, что физическая величина не может быть определена сама по себе, а может быть воспринята только через тот физический процесс, в котором она проявляется. С помощью измерительных преобразований осуществляют интерполяцию размеров физической величины внутри интервалов между реперными точками и определяют протяженность таких интервалов. Это позволяет построить на основе выбранного измерительного преобразования *функциональную шкалу* физической величины.

Измерение — это нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств. Измерения обычно осуществляются на естественных или созданных человеком объектах, которые называют объектами измерений.

Объект измерения — это сложное явление или процесс, характеризующийся множеством отдельных физических величин (параметров объекта), каждая из которых может быть измерена в отдельности, но в реальных условиях действует на измерительное устройство совместно со всеми остальными параметрами.

Физическую величину, которая выбрана для измерения, называют *измеряемой величиной*. Процесс решения любой задачи измерения включает в себя, как правило, следующие три этапа: подготовку, проведение измерения (измерительного эксперимента) и обработку его результатов.

В процессе проведения самого измерения объект измерения *ОИ* (рис. 1.1) и средство измерений *СИ*, способное измерять выбранную физическую величину X , приводятся во взаимодействие.

В общем случае *средством измерений* называют техническое средство, используемое при измерениях и имеющее нормированные метрологические характеристики.

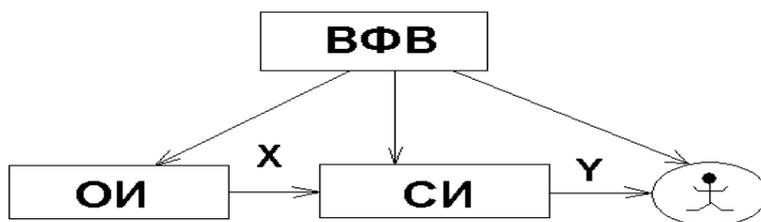


Рис. 1.1. Схема процесса измерения

В результате измерения получают значение физической величины, которое представляет собой оценку физической величины в виде некоторого числа принятых для нее единиц.

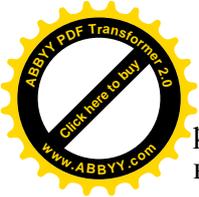
Результат измерения величины X можно записать в виде формулы, называемой основным уравнением измерения:

$$X = A[X], \tag{1.2}$$

где A — отвлеченное число, называемое *числовым значением* физической величины; $[X]$ — единица физической величины.

Результат измерения — это значение физической величины, найденное путем ее измерения.

Значение физической величины представляет собой оценку этой величины в виде некоторого числа принятых для нее единиц. Размер величины существует реально и остается неизменным. Числовое значение физической величины определяется принятой при измерении единицей этой величины, т.е. один и тот же размер может быть выражен



различными числовыми значениями в зависимости от принятой единицы физической величины.

Различают истинное и действительное значения физической величины.

Истинное значение физической величины - значение физической величины, которое идеальным образом отражало бы в качественном и количественном отношениях соответствующее свойство объекта.

В философском аспекте истинное значение всегда остается неизвестным, а совершенствование измерений позволяет приближаться к истинному значению физической величины.

Действительное значение физической величины - значение, найденное экспериментальным путем и настолько приближающееся к истинному значению, что для данной цели может быть использовано вместо него. Информацию о значении физической величины, получаемую при измерении, называют измерительной информацией. Средство измерений (*СИ*) представляет измерительную информацию в виде некоторого сигнала (под *сигналом* в общем случае понимают некоторый физический процесс, параметры которого содержат информацию), воспринимаемого человеком или различными техническими устройствами—потребителями измерительной информации. Этот сигнал функционально связан с измеряемой физической величиной, поэтому его называют *сигналом измерительной информации*. В процессе измерения на средство измерений, оператора и объект измерений воздействуют, как правило, различные внешние факторы - влияющие физические величины *ВФВ*.

Влияющей физической величиной называют физическую величину, не являющуюся измеряемой данным средством измерений, но оказывающую влияние на результат измерения этим средством. Несовершенство изготовления средств измерений, неточность их градуировки, действие влияющих физических величин (температура окружающей среды, влажность воздуха, внешние электромагнитные поля, вибрации и т. д.), субъективные ошибки человека-оператора, осуществляющего измерения, и ряд других факторов являются причинами, обуславливающими неизбежное появление погрешности измерения.

Чтобы составить представление о выполненном или предполагаемом измерении, необходимо знать его основные характеристики (принцип измерений, метод измерений и погрешность (иногда точность) измерения).

Принцип измерений — совокупность физических явлений, на которых основано измерение.

Метод измерений — совокупность приемов использования принципов и средств измерений.

Погрешность (или ошибка) измерения — отклонение результата измерения X от истинного значения X_u измеряемой величины:

$$\Delta = X - X_u \quad (1.3)$$

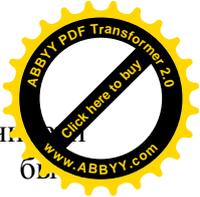
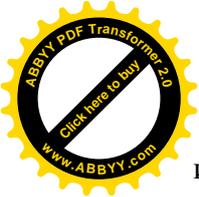
Погрешность, определяемая формулой (1.3), выражена в единицах измеряемой величины и называется *абсолютной погрешностью измерения*.

Относительная погрешность измерения — отношение абсолютной погрешности измерения к истинному значению измеряемой величины:

$$\delta = \frac{\Delta}{X_u} \quad (1.4)$$

Точность измерения — качество измерения, отражающее близость его результата к истинному значению измеряемой величины. Количественно точность может быть выражена величиной, обратной относительной погрешности, взятой по модулю:

$$\varepsilon = \left| \frac{X_u}{\Delta} \right| \quad (1.5)$$



При определении абсолютной и относительной погрешностей, а также точности измерения вместо истинного значения физической величины X_i реально может быть использовано ее действительное значение X_0 .

1.2. Классификация измерений

Измерения классифицируют по нескольким признакам, наиболее важные из которых отражены на рис. 1.2.

По первому классификационному признаку измерения подразделяют на: *статические*, при которых измеряемая величина остается постоянной во времени в процессе измерения, и *динамические*, при которых измеряемая величина изменяется во времени в процессе измерения.

Классификация по второму признаку является в большей степени условной, однако широко применяется в измерительной технике. Ею определяются сложившиеся совокупности родственных по природе или применению в отдельных областях науки или техники физических величин.

По третьему признаку измерения подразделяют на три класса.

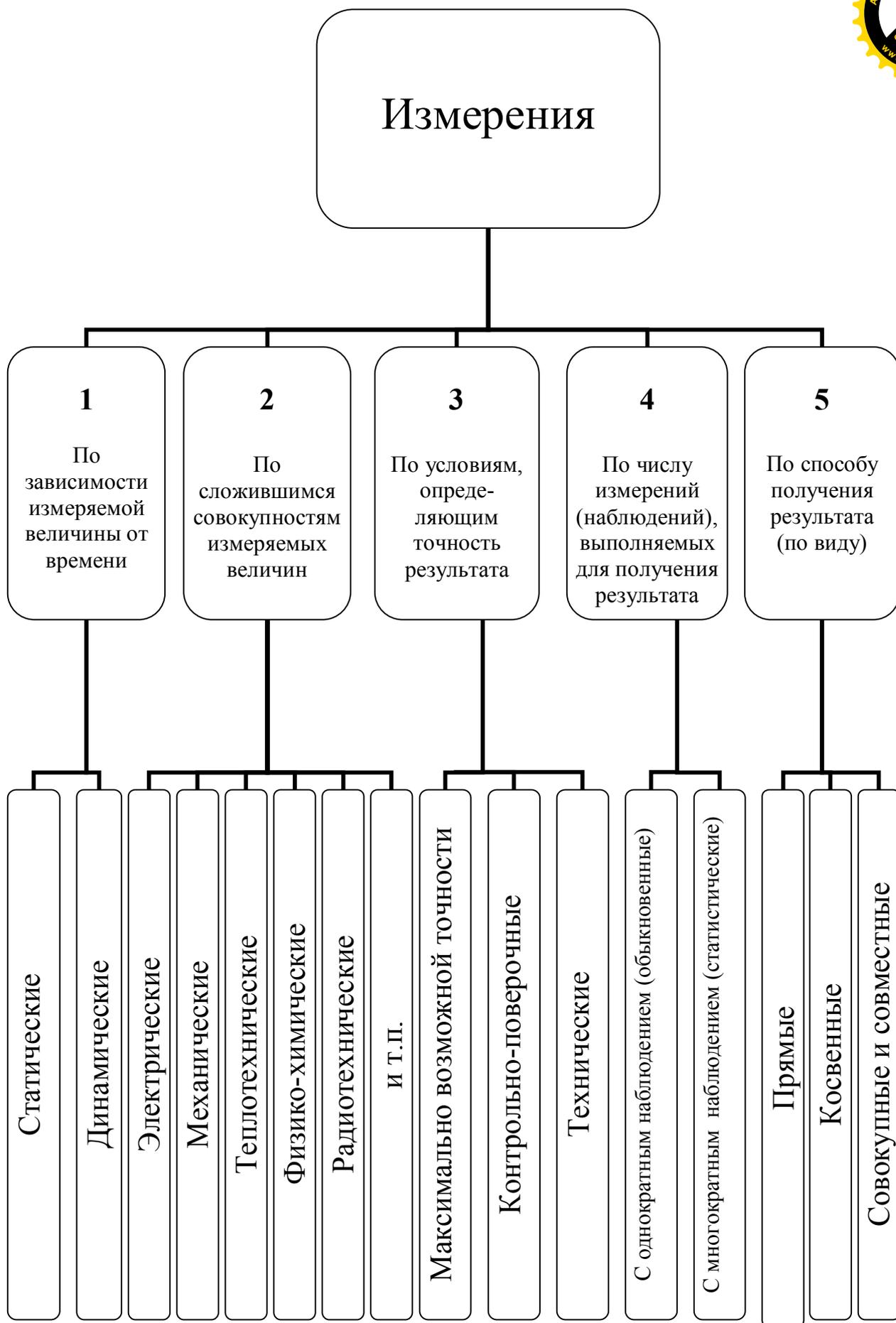
Измерения максимальной возможной точности, достижимой при современном уровне техники. Это измерения, связанные с созданием и воспроизведением эталонов, а также измерения универсальных физических констант.

Контрольно-поверочные измерения, погрешности которых не должны превышать заданного значения. Такие измерения осуществляются в основном государственными и ведомственными метрологическими службами.

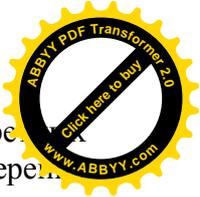
Технические измерения, в которых погрешность результата определяется характеристиками средств измерений. Технические измерения являются наиболее распространенными и выполняются во всех отраслях производства и науки. К ним, в частности, относятся и технологические измерения.

Четвертым классификационным признаком служит число измерений (наблюдений при измерении или просто наблюдений), выполняемых для получения результата. Здесь различают *измерения с однократным наблюдением (обыкновенные)* и *измерения с многократными наблюдениями (статистические)*.

Под *наблюдением при измерении* (или просто *наблюдением*) в данном случае в соответствии с действующим государственным стандартом понимают экспериментальную



операцию, выполняемую в процессе измерения, в результате которой получают одно значение из группы значений величины, подлежащих совместной обработке для получения результатов измерения.



Кроме приведенных на рис. 1.2 признаков классификации измерений для конкретных случаев при необходимости могут быть использованы и другие. Например, измерения можно подразделить в зависимости от места выполнения на лабораторные и промышленные; в зависимости от процедуры выполнения во времени - на непрерывные и периодические; в зависимости от формы представления результатов - на абсолютные и относительные и т. д.

1.3. Методы измерений

Изложенный выше материал, связанный с видами измерений, позволяет сделать вывод о том, что прямые измерения, являясь самостоятельными и наиболее распространенными, в то же время служат основой для более сложных видов измерений (косвенных, совокупных и совместных). В связи с этим методы прямых измерений, рассматриваемые ниже, являются общими для всех видов измерений, и в дальнейшем будут называться просто методами измерений.

С учетом того, что метод измерений представляет собой совокупность приемов использования принципов и средств измерений, различают два метода измерений: метод непосредственной оценки и метод сравнения с мерой (мера - средство измерений, предназначенное для воспроизведения физической величины заданного размера).

Классификационным признаком в таком разделении методов измерений является наличие или отсутствие при измерениях меры.

Для удобства изложения в дальнейшем используется классификация методов измерений, приведенная на рис. 1.3.

Метод непосредственной оценки (отсчета) — метод измерений, в котором значение величины определяют непосредственно по отсчетному устройству измерительного прибора прямого действия (прибор прямого действия — измерительный прибор, в котором сигнал измерительной информации движется в одном направлении, а именно с входа на выход).

Метод сравнения с мерой – метод измерения, в котором измеряемую величину сравнивают с величиной, воспроизводимой мерой.

Методы сравнения в зависимости от наличия или отсутствия при сравнении разности между измеряемой величиной и величиной, воспроизводимой мерой, подразделяют на нулевые и дифференциальные.

Нулевой метод — это метод сравнения с мерой, в котором результирующий эффект воздействия величин на прибор сравнения доводят до нуля (прибор сравнения, или компаратор,— измерительный прибор, предназначенный для сравнения измеряемой величины с величиной, значение которой известно).

Дифференциальный метод — это метод сравнения с мерой, в котором на измерительный прибор воздействует разность между измеряемой величиной и известной, воспроизводимой мерой.

Как в нулевом, так и в дифференциальном методе могут быть выделены методы противопоставления, замещения и совпадения.

Метод противопоставления — метод сравнения с мерой, в котором измеряемая величина и величина, воспроизводимая мерой, одновременно воздействуют на прибор сравнения, с помощью которого устанавливается соотношение между этими величинами.

Метод замещения — метод сравнения с мерой, в котором измеряемую величину замещают известной величиной, воспроизводимой мерой.



Рис. 1.3. Методы измерений

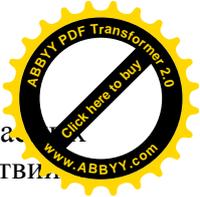
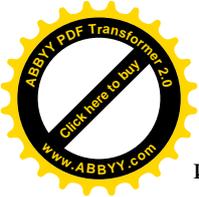
Метод совпадения — метод сравнения с мерой, в котором разность между измеряемой величиной и величиной, воспроизводимой мерой, измеряют, используя совпадение отметок шкал или периодических сигналов.

Для пояснения сущности приведенных определений обратимся к примерам реализации методов измерений.

Метод непосредственной оценки с отсчетом показаний по шкале прибора характеризуется тем, что оператору, осуществляющему измерение, не требуется каких-либо вычислений, кроме умножения показаний прибора на некоторую постоянную, соответствующую данному прибору. Примером данного метода измерений может служить взвешивание груза X на пружинных весах (рис. 1.4). Масса груза здесь определяется на основе измерительного преобразования по значению δ деформации пружины.

Процесс измерения по методу непосредственной оценки характеризуется быстротой, что делает его часто незаменимым для практического использования. Однако точность измерения обычно оказывается невысокой из-за воздействия влияющих величин и необходимости градуировки шкал приборов.

Для повышения точности измерения по методу непосредственной оценки при выполнении некоторых измерений, в частности линейных, применяют метод отсчета по шкале и нониусу (см. рис. 1.3) или верньеру (вспомогательной шкале). Этот метод характеризуется использованием совпадения отметок шкал (основной и вспомогательной).



Нулевой метод измерения характеризуется равенством воздействий, оказываемых измеряемой величиной и мерой, на прибор, используемый для сравнения. В соответствии с классификацией (см. рис. 1.3) различают *нулевые методы противопоставления, замещения и совпадения*. Первые два из этих методов иногда называют соответственно методами *полного противопоставления и полного замещения*.

Примером нулевого метода противопоставления может служить взвешивание груза X на равноплечих весах (рис. 1.5, *a*), когда масса груза определяется массой гирь, уравновешивающих воздействие груза на рычаг носов. Состояние равновесия определяется по положению указателя нуль-индикатора, который в этом случае должен находиться на нулевой отметке. Весы при таком измерении выполняют функцию компаратора. Данный метод используется для измерения самых разнообразных физических величин и, как правило, обеспечивает большую точность измерения, чем метод непосредственной оценки, за счет уменьшения влияния на результат измерения погрешностей средства измерений, которое в данном случае осуществляет только сравнение воздействий, создаваемых измеряемой величиной и мерой.

Недостатком данного метода является необходимость иметь большое число мер различных значений для составления сочетаний, воспроизводящих величины, равные измеряемым, т. е. необходимость воспроизводить любое значение известной физической величины без существенного понижения точности. Как правило, это связано с существенными трудностями. Разновидностью рассмотренного метода является *компенсационный метод измерений*, применяемый в тех случаях, когда важно измерить физическую величину, не нарушая процесса, в котором она наблюдается. При подключении измерительного устройства, реализующего компенсационный метод, к объекту измерения на этом устройстве создается действие, направленное навстречу действию, создаваемому изучаемым явлением. При этом создаваемое в измерительном устройстве явление изменяется до тех пор, пока не будет достигнута полная компенсация действия изучаемого явления на измерительное устройство. По размеру физической величины, создающей компенсирующее явление, судят о размере измеряемой физической величины. При условии полной компенсации изучаемое явление протекает в объекте так же, как оно протекает в случае, когда к объекту не подключено измерительное устройство.

Нулевой метод замещения состоит в том, что измеряемая физическая величина и мера последовательно воздействуют на измерительный прибор. При этом значение меры подбирают таким, чтобы ее воздействие на измерительный прибор было равно воздействию измеряемой физической величины. На рис. 1.5, *б* показан пример реализации метода полного замещения для случая измерения массы груза. Здесь на пружинные весы устанавливают груз X и делают отметку A на шкале как результат его взвешивания. При этом показания пружинных весов принципиально можно и не считывать. Затем снимают груз и на чашку устанавливают такой набор гирь, который обеспечивает такую же деформацию пружины, как и груз X , о чем судят по установке стрелки против отметки A .

Нулевой метод замещения применяется в тех случаях, когда производятся точные измерения параметров, так как он позволяет практически исключить влияние изменений характеристик используемого средства измерений (в рассмотренном случае — изменение характеристик пружины) на результат измерения.

Нулевой метод совпадения состоит в совпадении сигналов двух периодических процессов, характеристика одного из которых измеряется, а другого — используется в качестве меры.

Дифференциальный метод измерений характеризуется тем, что с помощью измерительного прибора методом непосредственной оценки измеряется разность между измеряемой величиной и величиной, воспроизводимой мерой. Этот метод позволяет получить высокоточные результаты даже при использовании для измерения указанной разности относительно грубых средств измерений. Реализация дифференциального метода возможна только при условии наличия высокоточной меры, близкой по значению к измеряемой величине.

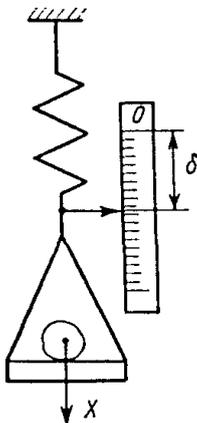


Рис. 1.4. Схема реализации измерений методом непосредственной оценки

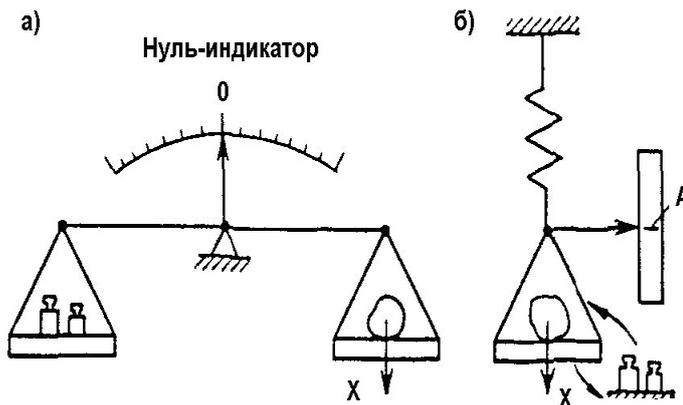


Рис. 1.5. Схемы реализации измерений нулевыми методами сравнения с мерой

Исходя из классификации, приведенной на рис. 1.3, различают *дифференциальные методы противопоставления, замещения и совпадения*.

Первые два из них иногда называют *методами неполного противопоставления и неполного замещения*.

Примером метода неполного противопоставления может служить взвешивание на равноплечих весах, показанных на рис. 1.6, а. Здесь действие груза X уравнивается действием гири, служащей мерой, и силой упругой деформации пружины. По существу в данном случае по величине деформации пружины, значение которой может быть отсчитано по шкале, измеряется разность воздействий груза и гири на пружину. Так определяют разность их масс. Массу же груза определяют после взвешивания как сумму массы гири и показаний, считанных по шкале.

Сущность дифференциального метода замещения можно уяснить, рассмотрев пример (рис. 1.6, б) взвешивания груза X на пружинных весах в том случае, когда из имеющегося набора гирь не удастся составить сочетание, позволяющее добиться такого показания весов, при котором стрелка установится на отметку A , соответствующую показанию весов при установке на них измеряемого груза X . Предположим, что при установке на весы подобранного набора гирь стрелка весов устанавливается на отметке шкалы B . Когда к подобранному набору добавляются гири с наименьшей массой, стрелка устанавливается на отметке шкалы C . В данном случае замещение получается неполным. Для определения массы груза прибегают к интерполяции, с помощью которой по известному значению массы наименьшей гири и числу делений шкалы между отметками B и C рассчитывают значение массы груза и массы подобранного набора гирь, а затем определяют массу груза.

Сущность дифференциального метода совпадения состоит в том, что совпадение сигналов двух периодических процессов является неполным. При этом измеряется характеристика периодического процесса, представляющего собой результат взаимодействия названных выше двух периодических процессов. Результат измерения определяется так же, как во всех дифференциальных методах.

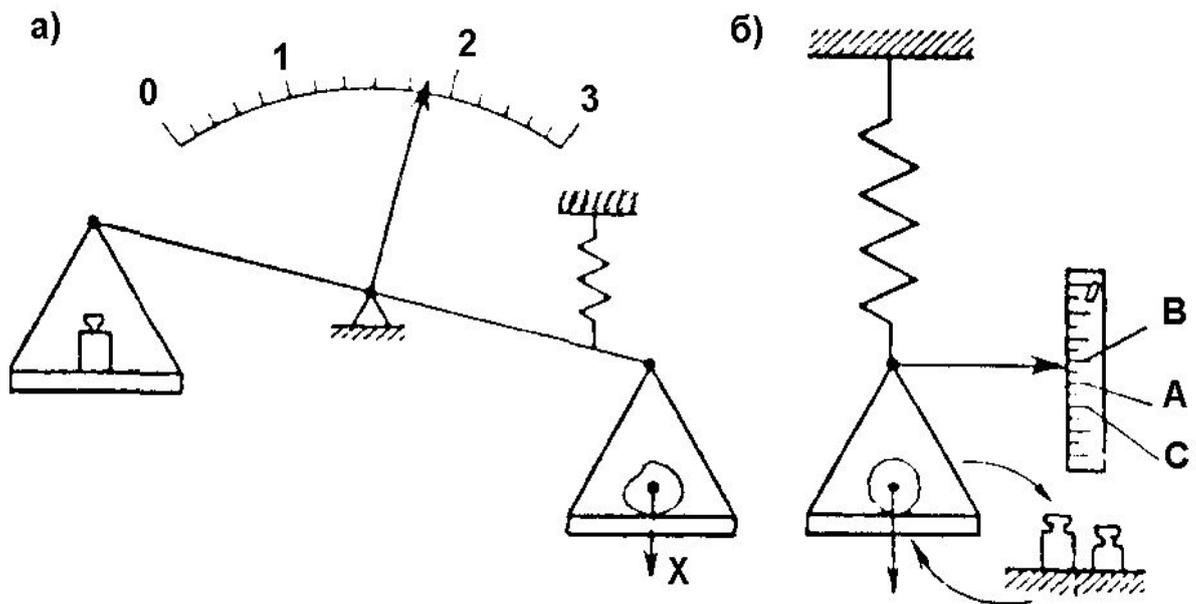


Рис. 1.6. Схемы реализаций измерений дифференциальными методами сравнения с мерой

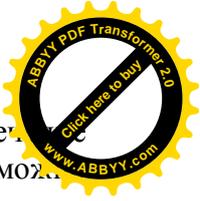
ГЛАВА 2 **ОБЩЕЕ ПОНЯТИЕ О НАДЕЖНОСТИ**

2.1. Определение надежности

В качестве одного из наиболее признанных определений надежности можно считать следующее: «Надежность – способность выполнять заданные функции, сохраняя свои основные характеристики в установленных пределах».

Следует отметить, что в определении подчеркнуты четыре элемента, а именно: вероятность, успешная работа, время и условия работы. Эти четыре фактора весьма существенны, поскольку каждый играет важную роль. Рассмотрим каждый из них.

Вероятность, первый элемент определения надежности, является количественной характеристикой и выражается числом в виде дроби или в процентах, означающим число раз, при которых мы можем ожидать появления события из общего числа попыток. Таким



образом, утверждение, что вероятность исправности P устройства, работающего в течение 50 ч, равна 0,65 или 65%, означает, что в среднем только в 65 случаях из 100 попыток можно ожидать функционирования в течение всего 50-часового периода работы.

Успешная работа, второй элемент определения надежности, показывает, что должен быть установлен критерий, который четко определяет, какая работа считается удовлетворительной. В качестве примера предположим, что одна свеча зажигания восьмицилиндрового автомобильного двигателя стала неисправной; у двигателя может измениться режим работы, но он все же будет работать. В этом случае работу все еще можно рассматривать успешной, если автомобиль прибудет к месту назначения в заданное время. Однако, если двигатель откажет или значительно ухудшит работу, то, несомненно, такое его состояние следует рассматривать как неудовлетворительную работу.

Третий элемент определения надежности — время — является одним из наиболее важных, потому что без знания вероятности функционирования или исправности устройства в течение заданного времени невозможно оценить вероятность выполнения определенной задачи, выполнение которой требует работоспособности в течение данного периода.

Условия, в которых по расчетам будет работать устройство, являются четвертым элементом определения надежности. К условиям работы относятся, например, температура, влажность, ударные нагрузки, вибрация и т.п. Опыт показал, что каждый из этих факторов влияет определенным образом на работу устройства. Поэтому необходимо учитывать эти факторы при определении надежности, в противном случае оно теряет в известной степени свой смысл.

2.2. Определение качества

Обычное определение качества гласит: «Качество устройства есть степень соответствия его техническим условиям».

Обычно технические условия качества, в отличие от технических условий надежности, не связаны со временем. Для деталей они определяют либо нормы внешней отделки, либо испытания, необходимые для проверки работоспособности устройства в определенных пределах, безотносительно ко времени.

В электронной промышленности, например, был разработан ряд технических условий, которые определяют нормы качества отделки и классифицируют дефекты по степени их влияния на качество (так называемая классификация дефектов). Наиболее общепринято различать критические, большие и малые дефекты применительно к оценке дефектов пайки, монтажа, жгутовки, арматуры и отделочных операций. Например, при оценке пайки непропаянные и выполненные недостаточно нагретым паяльником соединения обычно рассматриваются как большие дефекты, тогда как малое количество припоя может быть отнесено к малому дефекту. Таким образом, качество есть относительная мера; оценка качества основана на нормах, установленных для определенного типа оборудования.

Технические условия встречаются и другого типа, когда соответствие функций устройства техническим условиям определяется в результате испытаний при заданных окружающих условиях. Здесь дефекты могут быть разделены на большие и малые.

Опыт показал, что хорошее качество является важным компонентом высокой надежности, так как низкое качество изготовления может сократить срок службы устройства и тем самым повлиять на его надежность. Поэтому в данной главе излагаются некоторые основные факторы, влияющие на качество выпускаемого изделия.

2.3. Методы достижения высокой надежности

Основной метод создания надежного изделия заключается в тщательной разработке конструкции. В некоторых случаях это легко достижимо, а в других случаях представляет большую трудность. Архитектору сравнительно нетрудно разработать проект здания, потому что он располагает многочисленными знаниями о прочности материалов,



помогающими ему в работе. Кроме того, в его распоряжении имеются детали, составляющие конструкцию, аналогичную проектируемой. Поэтому архитектор уверен, что здание, которое будет построено по его проекту, будет надежным, ибо оно будет выдерживать все возможные нагрузки в течение продолжительного периода времени.

Инженер-строитель, проектирующий подвесной мост, имеет те же преимущества, что и архитектор. Кроме того, оба в своей работе используют запас прочности в тех случаях, когда есть сомнение относительно возможности какого-либо элемента конструкции выдерживать заданную нагрузку. Это значит, что расчетный элемент конструкции заменяется другим, более прочным. Некоторые из этих запасов прочности могут в несколько раз превосходить расчетную потребную прочность. Зачастую в строительных проектах единственным фактором, ограничивающим выбор величины запаса прочности, является стоимость.

С другой стороны, инженер-электроник, так же как и авиационный инженер, должен в своем проекте преодолеть множество ограничений, к числу которых относятся и стоимость, и требования минимального веса и объема, и заданная форма изделия. Кроме того, требования к конструкции меняются, а данные относительно надежности деталей и узлов известны не всегда. Поэтому инженер вынужден применять специальные методы для достижения требуемой степени надежности.

Одним из успешно применяемых методов является метод аналитического прогнозирования надежности. Этот метод заключается в оценке влияния надежности различных деталей или узлов, входящих в устройство, и в вычислении общей надежности устройства.

Основное преимущество такого прогнозирования состоит в том, что проектировщик получает общую оценку достижимой надежности. Он также имеет возможность оценить те детали или элементы конструкции, которые неблагоприятно влияют на надежность, и поэтому сможет определять, когда он должен обратиться к резервированию или другим методам повышения надежности.

Существуют различные типы резервирования. Резервирование представляет метод применения дополнительных элементов для обеспечения повышенной надежности. Эта идея, конечно, не нова. Сдвоенные колеса грузовиков и самолетных шасси — общеизвестные примеры использования этой идеи. Если одна из шин выйдет из строя, то много шансов, что другая шина будет нести нагрузку до тех пор, пока не будет починена первая шина.

В электронном оборудовании два сопротивления могут быть включены параллельно, так что если одно сопротивление сгорит, его заменит другое. Этот метод удобен для инженера, при условии, что он тщательно учел все сложные факторы и уверен, что остальные элементы, которые еще не отказали, имеют достаточную мощность и что отказ этого сопротивления не явится косвенной причиной других неисправностей.

Другой метод резервирования выполняется с помощью переключения. В этом случае, если основной агрегат отказал, то на его место включается запасной агрегат. Хорошей иллюстрацией этого метода является автоматическая телефонная сеть. Если абонент набирает номер, а шаговый искатель не работает, вызов выполнит другой искатель. Таким образом, абонент удовлетворен хорошим обслуживанием и не подозревает, что искатель отказал. Таков один из методов, обеспечивающих постоянную надежность всей системы в целом, даже в случае отказов отдельного элемента или подсистемы.

Еще один метод достижения надежности оборудования связан с применением граничных испытаний. Метод заключается в прогнозировании момента отказа вследствие ухудшения элемента. Метод предусматривает периодическую проверку по заданной программе. Применяя этот метод к электронному оборудованию, можно установить предельные значения параметров на некоторых элементах и наблюдать за симптомами приближения отказа. При этом можно выявить элементы или детали, характеристики которых ухудшаются, и своевременно заменить их до возникновения отказа.

Обеспечения высоких показателей надежности добиваются также и улучшением ремонтнопригодности оборудования. Если детали взаимозаменяемы, то отказы могут быть



устранены путем замены неисправных деталей и элементов запасными. Когда такую замену можно осуществить быстро, тогда считают высоким коэффициент восстановления, соответственно высоким коэффициент готовности оборудования (иногда просто говорят «высокая готовность»). В хорошей конструкции всегда предусматривают возможность быстрой замены деталей, обеспечивающей минимальный простой в случае отказа. Это означает, что электрические и механические допуски должны быть достаточно свободны, чтобы обеспечить продолжение функционирования устройства после замены. Более того, должна существовать возможность быстрой замены, без разборки соседних агрегатов для обеспечения доступа к заменяемому устройству.

Встроенное контрольное оборудование представляет собой другой эффективный метод обеспечения надежности. В электронном оборудовании обычно используют простой контроль типа «годен» — «не годен» или устройство с контрольной кнопкой. В этом случае, нажав кнопку, можно, наблюдая за соответствующими сигнальными лампами, судить о функционировании некоторых цепей. Это делает возможным проведение регламентных проверок, констатирующих, что оборудование функционирует согласно установленному порядку работы.

Следующий метод достижения надежности называется методом тренировки или «выжигания». Как правило, любое изделие проходит через три стадии. Во время первой, начальной стадии оборудование характеризуется относительно высокой интенсивностью отказов. Вторая стадия характеризуется постоянством интенсивности отказов. Эту стадию называют обычно рабочим периодом. Третью стадию называют фазой износа. На этой стадии частота или интенсивность отказов резко возрастает. Это служит указанием того, что имеет место старение или износ оборудования. Можно ускорить окончание начальной стадии, работая на оборудовании до тех пор, пока все первоначальные отказы не будут выявлены и устранены. После этого считается, что оборудование находится в рабочей стадии, когда интенсивность отказов постоянна, а надежность сравнительно высока.

Другим методом выявления потенциальных отказов является испытание с разрушением. Метод основывается на том предположении, что если деталь подвергнуть чрезмерному нагружению, она откажет раньше времени. С другой стороны, если деталь выдержит эти испытания, предполагается, что она будет весьма надежна, когда в эксплуатации будет работать в менее тяжелых условиях. По-видимому, этот метод имеет достоинство и, вероятно, весьма эффективен для случаев статического нагружения. Фактически наука о сопротивлении материалов основана именно на этом положении. Несущие элементы, такие как балки или стойки, подвергаются в эксплуатации меньшей нагрузке, чем при испытании. Но когда приходится сталкиваться с динамическими нагрузками, например при действии знакопеременных или повышенных вибрационных нагрузок, ценность этого метода сомнительна, если только при испытании не имитировались фактические условия работы. Это особенно справедливо в случае электронных схем, потому что отказы происходят не обязательно от воздействия перенапряжения или других тяжелых условий работы и поэтому точная имитация причин отказов очень затруднена. Многие из этих отказов являются результатом неправильного применения и отсутствия согласованности взаимодействующих схем. Поэтому эффективность метода испытания с разрушением для динамических случаев весьма сомнительна.

Наконец, еще одним способом обеспечения надежности, описанным во многих действующих технических условиях на надежность, является метод отбора деталей на основе специальных испытаний. Это сравнительно дорогой метод и не столь эффективный, как это может показаться. Для большинства деталей метод заключается в 100%-ной проверке этих деталей при самых тяжелых условиях эксплуатации. Обычно в эти условия включают воздействие низких и высоких температур, влажности, а также испытания на вибрации и ударные нагрузки. Предполагается, что те детали, которые выдержат эти испытания, будут надежны и при использовании их в изделии. У этого метода много недостатков. Во-первых, он дорог, а ценность — сомнительна. Во-вторых, испытания, которым подвергаются детали, не всегда точно имитируют условия работы и эксплуатации. Наконец, имеется очень мало



сведений о влиянии таких тяжелых испытаний на сами детали, так что такие испытания могут вызвать ухудшение характеристик испытанных деталей.

2.4. Показатели надежности

Выражение надежности в виде отвлеченной числовой величины не будет иметь смысла, если при этом не будут оговорены преобладающие физические или окружающие условия, для которых производилась оценка надежности. По этой причине надежность устройства должна задаваться в зависимости от условий работы, так как при изменении этих условий будет меняться и число, выражающее надежность.

Наиболее общепринятой мерой надежности являются интенсивность отказов λ , вероятность безотказной работы P_s и наработка на отказ m . Интенсивность отказов обычно выражается числом отказов за 1 ч, за 100 ч, за 1000 ч или в процентах отказов за 1000 ч.

Вероятность безотказной работы выражается в виде десятичной дроби или в процентах, показывающих вероятное или ожидаемое число устройств, которые будут безотказно функционировать в течение требуемого периода времени.

Например, если заданная наработка составляла 10 ч, и если испытанию подверглось бы большое число агрегатов и все они работали бы 10 ч или более, то в этом случае мы имели бы стопроцентную надежность. С другой стороны, если только 80% устройств наработало бы 10 ч или более, то мы могли бы заключить, что их надежность при выполнении этого задания равна 80%. Существуют статистические методы (мы их будем изучать позже), применяющиеся для определения доверительного уровня, зная который мы можем полагаться на результаты испытаний на надежность.

Наработка на отказ выражается в часах. Чем больше величина наработки на отказ, тем выше надежность. Как показывает само название, наработка на отказ есть отношение общего времени испытания устройства к общему числу отказов.

Интенсивность отказов — величина, обратная наработке на отказ; следовательно, чем меньше численное значение интенсивности отказов, тем выше надежность.

2.5. Что считать удовлетворительной надежностью?

Как мы уже видели, надежность есть мера способности изделия выполнить заданные функции.

В идеальном случае желательно выполнение задачи во всех 100% случаев. Однако не трудно показать, что практически достижение идеального случая возможно далеко не всегда. Этому могут препятствовать многие конструктивные проблемы, которые должны быть разрешены, или стоимостные ограничения или другие факторы, такие как: время, вес, габариты и условия эксплуатации. Следовательно, для достижения оптимального решения инженер в большинстве случаев, сталкиваясь со всеми этими факторами, ищет компромиссное решение. Например, исходя из требований стоимости, он может либо считать удовлетворительным выполнение задачи в 95% случаях, либо указать максимально допустимое время простоя для ремонта и рассматривать любой ремонт в пределах этого времени, как удовлетворительную работу. Последнее положение характеризует готовность, которую мы будем рассматривать в главе 9.

При рассмотрении надежности необходимо четко и совершенно ясно сформулировать задачу, что должно быть достигнуто, а также перечислить те признаки, при появлении которых задача считается невыполненной. Как только это сделано, инженер может приступить к проектированию и обеспечить требуемую надежность, исходя из условий работы оборудования.

2.6. Общие положения технических условий на надежность



Технические условия на надежность должны включать в себя моменты, гарантирующие фактическое достижение требуемой надежности. Было написано много технических условий на надежность, которые были слишком общими и не содержали подробностей, необходимых для удовлетворения требований о надежности. Поэтому следует кратко описать основные элементы, которые должны содержать технические условия на надежность.

Обычно технические условия на надежность предусматривают средства для *измерения, оценки, улучшения и прогнозирования*. Технические условия должны также определять *цель, место, методы, приборы, обслуживающий персонал, условия*. Степень детализации технических условий зависит в основном от характеристик устройства, подлежащего оценке, и его роли при определении надежности.

Основными элементами приемлемых технических условий на надежность будут следующие:

1. Определение устройства или системы.
2. Информация, касающаяся гарантийного срока системы, фазы производства и положения об изменениях.
3. Критерий удовлетворительной работы.
4. Описание методов отсчета времени.
5. Описание условий работы.
6. Описание условий эксплуатации.
7. Определение понятий «дефект» и «отказ».
8. Описание процедуры приемки.

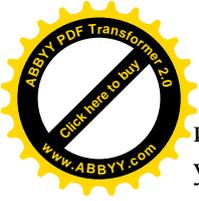
2.7. Влияние производственных факторов на надежность

На надежность изготавливаемого изделия влияет множество производственных факторов. Наиболее важным из них является контроль качества, который охватывает различные области производства, включая качество выполняемой работы, технологические процессы, используемые материалы, хранение, а также технические изменения и отклонения, проверку поступающих и находящихся в производстве материалов и многие другие факторы. Как мы видим, перечень факторов получается внушительным. Однако не следует забывать, что контроль качества оценивает или регулирует, но не создает качества. Например, контроль качества связан с оценкой эффективности процесса покрытия, но действительную работу по определению, планированию, разработке процесса покрытия, как правило, выполняет инженер-производственник.

Основной функцией контроля качества является контроль над качеством внешней отделки; если она ниже нормы, то может оказать отрицательное влияние на надежность. В качестве иллюстрации можно привести плохую пайку, приводящую обычно к скрытым дефектам, сокращающим срок службы электронного оборудования. Это особенно справедливо в отношении соединений, непропаянных или недостаточно пропаянных. В любом подобном случае надежность будет ухудшена, если этот дефект не будет вовремя обнаружен и исправлен.

Для обеспечения хорошего качества работы можно использовать два основных метода. Первый состоит в разработке хорошей технологии, второй—в тщательном контроле изготовленной продукции. Этот контроль может осуществляться на различных стадиях производственного цикла и называется *пооперационным контролем*, или он может осуществляться над готовым изделием и в этом случае называется *окончательным контролем*.

Наилучший метод контроля качества — это контроль производственного процесса, так как это наиболее экономичный и надежный метод. Поэтому инженеры по контролю качества используют пооперационные контрольные карты. Более того, всегда лучше проверять метод изготовления какого-либо изделия во время самого процесса изготовления, чем вносить исправления после того, как работа закончена. Некоторые считают контроль излишним и неоправданным расходом. Но, так как большинство процессов зависит от людей



и машин, которые работают далеко небезошибочно, контроль становится необходимым условием обеспечения выпуска хорошего изделия.

Задача контроля качества состоит в обеспечении работы в соответствии с требованиями высокого качества, независимо от того, чем был обусловлен хороший производственный процесс: высоким качеством работы или эффективным контролем, или тем и другим вместе.

Другим фактором, влияющим на надежность, являются применение, хранение и доставка материалов. Если инженер-конструктор небрежно отнесся к выбору двух разнородных и несовместимых металлов и поместил их рядом друг с другом, то в результате может иметь место коррозия. Хорошо поставленный контроль качества должен своевременно обнаружить это обстоятельство и исправить его. Можно привести много примеров влияния материалов на надежность, так как в результате их неправильного использования или применения возникают скрытые дефекты. Например, кислотная пайка дает хорошее соединение, но позже она становится очагом коррозии и потому, несомненно, будет отрицательно сказываться на надежности.

Неправильное хранение материалов может вызвать их порчу, в результате чего, вероятно, надежность оборудования будет низкой. Например, в одном случае было найдено, что металлические детали хранились поблизости от цеха гальванических покрытий и подвергались воздействию паров электролитов, вызывающих коррозию. Позже детали были покрашены, однако кислоты, покрытые слоем краски, вызвали шелушение лакокрасочного покрытия, что отрицательно сказалось на надежности изделия.

Неправильная транспортировка материалов на линии сборки или в других местах может вызвать их повреждение, а любое, даже самое незначительное, повреждение может плохо отразиться на надежности. Так, на одном предприятии детали чувствительных электронных резонаторов были загрязнены металлическими опилками и не были очищены или помещены до использования их в отдельный контейнер. В результате срок службы резонаторов уменьшился вследствие абразивного действия металлических опилок.

Контроль качества касается также опытных работ и проверки новых изделий. Хорошо известно, что вновь разработанное изделие подвергается многим конструктивным изменениям, прежде чем станет годным для производства. В некоторых случаях из-за спешки, определяемой сжатыми сроками поставки, или из-за отсутствия опыта инженер-конструктор пишет технические условия на основе неполных или недостаточных данных. Когда подобные технические условия попадают на производство и остаются неизменными, часто невозможно изготовлять изделия или приходится изготовлять с подгонками по месту, неся значительно большие расходы. В процессе опытных работ можно внести изменения, основанные на объективных наблюдениях, и тогда инженер по контролю качества, вооруженный знаниями статистики, может наилучшим образом отработать изделие. Инженер по контролю качества собирает данные для анализа, основанные на испытании образцов. В результате статистического анализа он решает, соответствуют ли друг другу технические условия и технология изготовления. Кроме того, результаты его исследования обсуждаются с лицами, связанными с производством данного изделия, или с отделом надежности, производственным и техническим отделами. После этого принимается решение о необходимости изменения конструкции или технических условий или производственного процесса.

На специалистов по контролю качества возлагается ряд других обязанностей, направленных на улучшение надежности изделия. Отдел контроля качества рассматривает отклонение от технических условий и имеет право забраковать продукцию, если эти отклонения неблагоприятно отражаются на качестве и надежности. Он также имеет право наблюдать за ходом испытаний образцов на надежность. Он накапливает данные испытаний и информацию по отказам, производит их анализ или передает информацию инженеру по надежности с целью улучшения изделия. Вообще специалисты по контролю качества ответственны за обеспечение эффективной отчетности по отказам, которая повлияет, в свою очередь, на своевременное внесение исправлений.



ГЛАВА 3

ПАРАМЕТРЫ ПОЛОЖЕНИЯ И РАЗБРОСА СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

В различных приложениях статистики используются различные параметры положения случайной величины. Однако в этой главе мы рассмотрим только те параметры, которые могут служить инструментом для последующего выяснения понятий теории надежности.

3.1. Параметр положения случайной величины

Этим термином обозначают величину, лежащую между крайними значениями имеющихся данных, или величину, отклонение от которой данных величин не превышает заданной границы. Наиболее полезным и популярным параметром такого рода является среднее арифметическое или среднее значение.

3.2. Среднее арифметическое или среднее значение

Среднее арифметическое группы величин вычисляется как частное от деления суммы этих величин на их количество. Так, среднее значение величин 5, 10, 8, 6 и 11 равно 8. Действительно,

$$\frac{5+10+8+6+11}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

В алгебраической символике среднее арифметическое может быть записано как среднее арифметическое

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} \quad (3.1)$$

В формуле (3.1) каждое из X представляет собой одно из данных чисел, а индексы 1, 2, ..., n указывают их номера, n означает количество этих чисел. Символом \bar{X} обычно обозначают среднее арифметическое данной совокупности. В приведенном примере совокупность состоит из пяти чисел, которыми соответственно являются $X_1 = 5$; $X_2 = 10$; $X_3 = 8$; $X_4 = 6$ и $X_5 = 11$, причем $n = 5$. Если количество величин n в группе велико, то запись,



подобная формуле (3.1), будет очень длинной. В этом случае используется сокращенное обозначение среднее арифметическое

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (3.2)$$

Таким образом, запись (3.2) равносильна (3.1).

3.3. Медиана

Медиана представляет собой среднее из выборки значений случайных величин. Она может совпадать или не совпадать со средним арифметическим в зависимости от того, симметрично или асимметрично распределение данных чисел. Поэтому медиана предыдущей совокупности чисел — именно 5, 10, 8, 6 и 11 равна 8, так как два числа 5 и 6 меньше 8, а два числа 10 и 11 больше 8. Таким образом, число 8 является медианой.

3.4. Среднее геометрическое

Средним геометрическим называется корень n -й степени из произведения данных величин. Предположим, что требуется найти среднее геометрическое из величин 27 и 3. Так как у нас две величины, то $n = 2$ и поэтому среднее геометрическое равно корню квадратному из произведения чисел 27 и 3, т. е. $G = \sqrt{27 \cdot 3} = \sqrt{81} = 9$

В алгебраической символике формула для среднего геометрического имеет вид

$$G = \sqrt[n]{X_1 X_2 \dots X_n}, \quad (3.3)$$

где G – среднее геометрическое,
 X_1, X_2, \dots, X_n – данные числа.

3.5. Параметры разброса

Когда мы находили параметры положения, то подразумевали при этом, что имеет место разброс данных величин относительно этого параметра. Обычными мерами разброса являются размах и среднее квадратическое отклонение (стандартное отклонение).

Размах. Размах определяется как разность между наибольшим и наименьшим значениями данной величины. Таким образом, для чисел 5, 10, 8, 6 и 11 размах равен 6. Действительно, $11 - 5 = 6$.

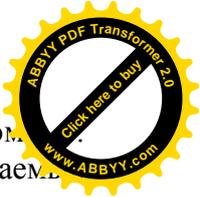
Размах алгебраически обозначается буквой R . Поэтому формула для размаха имеет вид

$$R = X_H - X_L, \quad (3.4)$$

где X_H - наибольшая из данных величин;
 X_L - наименьшая из данных величин.

Итак, зная среднюю арифметическую \bar{X} и размах R группы величин, можно определить ожидаемое отклонение отдельных случайных чисел группы от среднего значения. Однако размах во многих приложениях не является эффективной характеристикой, и поэтому используется другая характеристика - стандартное отклонение.

Среднее квадратическое отклонение. Вследствие того, что размах дает недостаточно полную характеристику, была введена более эффективная мера разброса, т.е. среднее



квадратическое отклонение (стандартное уклонение), обозначаемое символом σ . Стандартное уклонение определяется как среднее квадратов отклонений наблюдаемых величин от их среднеарифметического значения. Математически стандартное уклонение выражается уравнением

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}} \quad (3.5)$$

Это уравнение означает, что среднее арифметическое вычитается из отдельных величин, полученные разности возводятся в квадрат, все квадраты складываются, и сумма их делится на n - число отдельных величин. Полученная таким образом величина называется дисперсией; она обозначается символом σ^2 и определяется формулой

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} \quad (3.6)$$

Ниже приводится пример расчета σ .

Пример 3.1. Найдем среднее арифметическое и среднее квадратическое отклонение для следующих величин:

$$X_1 = 20; X_2 = 22; X_3 = 20; X_4 = 24; X_5 = 20.$$

Решение.

$$\bar{X} = \frac{20 + 22 + 20 + 24 + 20}{5} = 21.2$$

Чтоб найти среднее квадратическое отклонение, надо, во-первых, найти разность между каждым из данных чисел и средним арифметическим:

$$X_1 - \bar{X} = 20 - 21.2 = -1.2;$$

$$X_2 - \bar{X} = 22 - 21.2 = 0.8;$$

$$X_3 - \bar{X} = 20 - 21.2 = -1.2;$$

$$X_4 - \bar{X} = 24 - 21.2 = 2.8;$$

$$X_5 - \bar{X} = 20 - 21.2 = -1.2.$$

Во-вторых, следует сложить квадраты полученных чисел и разделить полученную величину на $n=5$.

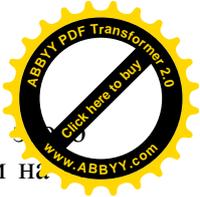
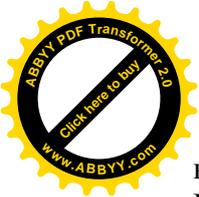
$$\sigma^2 = \frac{1.44 + 0.64 + 1.44 + 7.84 + 1.44}{5} = \frac{12.80}{5} = 2.56$$

Среднее квадратическое отклонение равно корню квадратному из дисперсии, т.е.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}} = \sqrt{2.56} = 1.60.$$

Формулу (3.5) для вычисления среднего квадратического отклонения можно заменить выражением (3.7)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n} - \bar{X}^2} \quad (3.7)$$



Проведем расчеты предыдущего примера, используя формулу (3.7). Для возведем в квадрат отдельные величины, сложим эти квадраты, и результат разделим на n . Получим

$$\sigma = \frac{20^2 + 22^2 + 20^2 + 24^2 + 20^2}{5} = \frac{2260}{5} = 452$$

Для нахождения среднего берем сумму отдельных X и делим эту сумму на n . Среднее арифметическое было вычислено ранее и равнялось 21,2.

Подставляя результаты в формулу (3.7), мы получим

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n} - \bar{X}^2} = \sqrt{452 - (21.2)^2} = \sqrt{452 - 449.44} = \sqrt{2.56} = 1.60$$

т.е. ту же величину стандартного отклонения, что и по формуле (3.5).

3.6. Упрощенное вычисление среднего квадратического отклонения

Вычисление среднего квадратического отклонения σ может быть упрощено, если из всех данных величин вычесть одно и то же число. Для иллюстрации сказанного используем предыдущий пример. От всех величин отнимем по 20:

$$X_1 - 20 = 20 - 20 = 0;$$

$$X_2 - 20 = 22 - 20 = 2;$$

$$X_3 - 20 = 20 - 20 = 0;$$

$$X_4 - 20 = 24 - 20 = 4;$$

$$X_5 - 20 = 20 - 20 = 0.$$

Среднее арифметическое этих разностей есть полученное ранее среднее, уменьшенное на 20.

$$\bar{X} = \frac{0 + 2 + 0 + 4 + 0}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

Для вычисления среднего квадратического отклонения применим формулу (3.7), используя полученные выше величины разностей как X .

$$\sigma = \sqrt{\frac{0^2 + 2^2 + 0^2 + 4^2 + 0^2}{5} - 1.2^2} = \sqrt{\frac{4 + 16}{5} - 1.2^2} = \sqrt{4 - 1.44} = \sqrt{2.56} = 1.60$$

Истинное среднее можно получить, прибавив 20 к только что полученному среднему, т. е. $X = 1,2 + 20 = 21,2$. Из предыдущего ясно, что вычитание постоянного числа из всех величин X может существенно облегчить вычисления среднеквадратического отклонения σ , так как при этом требуется возводить в квадрат маленькие числа вместо относительно больших, используемых предыдущим методом.

3.7. Подсчет среднего арифметического и среднего квадратического отклонения с помощью группирования данных

Выше основные формулы для вычисления среднего квадратического отклонения использовались при незначительном числе исходных данных. В этом случае ни одна из формул не имеет видимых преимуществ перед другими. Однако в случае, когда количество исходных данных велико, формула (3.7) и ее модификация имеет неоспоримые преимущества перед основной формулой (3.5). Одним из методов упрощения подсчетов является объединение одинаковых исходных данных в группы.

В этом случае мы получаем возможность использовать эти группы как отдельные исходные данные. Для иллюстрации этого метода используем те же данные, что и ранее. Еще раз подчеркнем, что ограниченное число данных используется лишь для того, чтобы не затопить читателя потоком вычислений, в то время как нас интересует лишь иллюстрация предложенного метода. Для этого мы несколько преобразуем формулу (3.7):



$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_i X_i)^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i X_i}{n}\right)^2} \quad (3.8)$$

Опять мы имеем

$$X_1 = 20; X_2 = 22; X_3 = 20; X_4 = 24; X_5 = 20.$$

Рассматривая эти величины, мы замечаем, что три из них равны 20, одна 22 и одна 24. Поэтому частота появления 20 есть 3, частота появления 22 - 1 и частота появления 24 - 1. Частоту появления числа X_i обозначим f . Наши данные могут быть сведены в таблицу:

Таблица 3.1.

X_i	f_i	Частота	iX_i	X_i^2	$f_i X_i^2$
20	3		60	400	1200
22	1		22	484	484
24	1		24	576	576
И т о г	5		106		2260
о.....					

Подставляя эти данные в формулу (3.8), получим

$$\sigma = \sqrt{\frac{2260}{5} - \left(\frac{106}{5}\right)^2} = \sqrt{452 - 449.44} = \sqrt{2.56} = 1.60$$

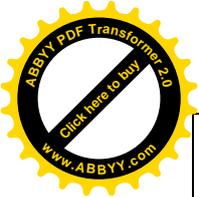
Заметим, что уравнение (3.8) представляет собой лишь другую форму уравнения (3.6).

3.8. Подсчет среднего арифметического и среднего квадратического отклонений путем упрощения данных

Дальнейшим упрощением и развитием метода вычисления среднего квадратического отклонения является метод группирования данных в интервалы и использование произвольного начала отсчета. Обычно удобно принять за начало отсчета медиану, хотя не исключается выбор и любой другой величины, так как этот выбор не влияет на конечный результат. Указанный метод состоит из следующих шагов. Имеющиеся данные располагаются в порядке возрастания или убывания, как показано ниже.

Таблица 3.2.

X	f	p	fp	fp ²
---	---	---	----	-----------------



24	1	1	1	1
22	1	0	0	0
20	3	-3	-3	-3
И т о р 0.....	$\sum f = 5$		$\sum fp = -2$	$\sum fp^2 = 4$

В этом случае для подсчета \bar{X} и σ используются следующие формулы:

$$\bar{X} = \text{выбранное число} + \frac{\sum f\rho}{n} \cdot \Theta ;$$

$$\sigma = \Theta \sqrt{\frac{\sum f\rho^2}{n} - \left(\frac{\sum f\rho}{n}\right)^2} \quad (3.9)$$

В написанных выше формулах Θ — ширина интервала группирования. В нашем случае $\Theta = 2$, так как разность между соседними значениями X равна 2. Отметим, что в столбце, обозначенном ρ , содержатся номера интервалов группирования, отсчитанные от выбранного начала. Эти номера положительны для интервалов, лежащих справа от выбранного начала, и отрицательны для интервалов, лежащих слева. Подставляя данные в формулы (3.9), получим

$$X = 22 + \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot 2 = 22 - \frac{4}{5} = 21.2;$$

$$\sigma = 2 \sqrt{\frac{4}{5} - \left(-\frac{2}{5}\right)^2} = 2 \sqrt{0.8 - 0.16} = 2 \sqrt{0.64} = 2 \cdot 0.8 = 1.60.$$

Из всех выше описанных методов упрощенный метод является предпочтительным. Конечно, его преимущества не очевидны, если в используемых данных всего три величины, как в нашем примере. Однако эти преимущества станут очевидными из следующего примера.

Пример 3.2. На ряде образцов изделий был измерен момент в килограммометрах, требуемый для загибания коробки управления радиопередатчика. Результаты измерений приведены ниже. Следует вычислить \bar{X} и σ .

0	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0
0	0,	0,	0	0,	0,	0,	0
0	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0
0	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0
0	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0

Р е ш е н и е. Сначала рассмотрим данные, чтобы определить интервалы группирования. Для этого следует руководствоваться следующими правилами. Число интервалов должно быть от 10 до 20, причем границы интервалов должны лежать между двумя соседними возможными наблюдениями. Это важно для того, чтобы ни одно из наблюдений не попало бы в два интервала группирования.

Размах найдем вычитанием наименьшего наблюдения из наибольшего. Поэтому $R=80-40=40$. В соответствии с желанием иметь от 10 до 20 интервалов группирования, разделим размах на 3, чтобы получить оценку необходимого числа интервалов. В результате получим следующие 14 интервалов группирования:

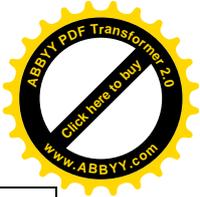


Таблица 3.3.

Границы интервалов	Середины интервалов	Частота попадания интервалах	v	ρ	$f\rho$	$f\rho^3$
38,5-41,5	40	1		-7	-7	49
41,5-44,5	43	2		-6	12	72
44,5-47,5	46	1		-5	-5	25
47,5-50,5	49	3		-4	12	48
50,5-53,5	52	3		-3	-9	27
53,5-56,5	55	4		-2	-8	16
56,5-59,5	58	6		-1	-6	6
59,5-62,5	61	15		0	0	0
62,5-65,5	64	2		1	2	2
65,5-68,5	67	3		2	6	12
68,5-71,5	70	4		3	12	36
71,5-74,5	73	2		4	8	32
74,5-77,5	76	2		5	10	50
77,5-80,5	79	2		6	12	72
$\sum f = n = 50$					$\sum f\rho = -9$	$\sum f\rho^3 = 447$

$$\bar{X} = \text{выбранное начало} + \frac{\sum f\rho}{n} \Theta; \bar{X} = 61 + \frac{-9}{50} \cdot 3 = 61 - 0.54 = 60.46$$

$$\sigma = \Theta \sqrt{\frac{\sum f\rho^2}{n} - \left(\frac{\sum f\rho}{n}\right)^2} = 3 \sqrt{\frac{447}{50} - \left(\frac{-9}{50}\right)^2} = 3 \cdot \sqrt{8.94 - 0.0322} = 3 \cdot 2.99 = 8.97$$

Заметим, что любая величина, попадающая между границами интервала, принимается за среднюю точку интервала, и частота определяется для каждой средней точки интервала группирования.

3.9. Расчет среднего квадратического отклонения с помощью среднего размаха R

Кроме описанных методов вычисления среднего квадратического отклонения σ , применяется метод расчета σ по средней величине размаха R . Этот метод используется для расчета трехсигмовых контрольных границ при применении метода контрольных карт. Сначала надо разделить данные на подгруппы 2, 3, 4, 5 или больше. Затем подсчитывается размах в каждой из подгрупп. Среднее значение размаха из всех подгрупп подсчитывается как отношение суммы размахов всех подгрупп к их числу.

Чтобы найти σ , делим R на величину d_2 , которая находится из табл. 7 приложения 6, по формуле

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} \tag{3.10}$$

Пример 3.3. Требуется определить среднее квадратическое отклонение σ с помощью уравнения (3.9) на основании данных примера 3.2. Расположим данные в подгруппы по пять величин в каждой.

Подгруппы

Размах каждой из подгрупп



40	67	73	55	60	33
58	53	58	57	55	5
60	60	65	50	65	15
66	51	60	70	80	29
67	58	75	60	60	17
60	60	60	43	55	17
60	70	73	60	60	13
80	45	60	55	42	38
75	57	59	50	60	25
52	70	70	60	50	20

$$\sum R = 212 \quad \text{_____}$$

$$\bar{R} = \frac{\sum R}{n} = \frac{212}{10} = 21.2$$

Из таблицы 7 приложения 6 найдем величину d_2 для пяти величин в подгруппе $d_2=2.326$. подставляя полученные величины в формулу (3.10) найдем

$$\sigma = \frac{21.2}{2.326} = 9.1$$

что достаточно близко к значению, полученному при решении примера 3.2.

ЗАДАЧИ

3.1. Определить среднее значение и среднее квадратическое отклонение следующих данных наблюдений

8	7	10	1	15
9	6	9	2	13
6	3	8	5	11
15	2	7	7	9
14	16	5	9	7
3	1	3	11	5
10	9	2	13	2

3.2. Следующие данные представляют собой результаты измерения толщины образцов осей из нержавеющей стали.

1,548	1,548	1,549	1,547	1,546	1,546	1,547
1,546	1,549	1,548	1,548	1,548	1,548	1,548
1,549	1,540	1,547	1,547	1,548	1,547	
1,546	1,548	1,546	1,546	1,547	1,549	
1,548	1,547	1,547	1,549	1,542	1,546	

Определить среднее значение и среднее квадратическое отклонение этих данных.

3.3. Стохастическая надежность трех основных частей радиоприемника следующая:

высокочастотный каскад0,97
преобразователь с промежуточным каскадом0,95
выходной каскад0,98

Найти среднее геометрическое этих величин.

3.4. Десять ламп накаливания были испытаны до отказа. Время до отказа в часах равно: 900, 221, 630, 700, 672, 715, 501, 385 и 875. Найти среднее время между отказами и среднее квадратическое отклонение.



4.1. Характеристики измерительных приборов

Основными характеристиками измерительных приборов являются: уравнение преобразования (градуировочная характеристика), чувствительность, порог чувствительности, диапазон измерений, область рабочих частот, систематические и случайные погрешности, мощность, потребляемая приборами, быстродействие, надежность, экономичность.

Уравнение преобразования (градуировочная характеристика)

$Y=f(X)$ – функциональная зависимость между выходным сигналом Y и входным сигналом X . Идеальная функция преобразования- линейная зависимость. Эта зависимость может быть представлена в табличной форме, графически или в виде аналитических зависимостей. Уравнение преобразования связывает X и Y с конструктивными параметрами приборов.

Чувствительность характеризует способность прибора реагировать на изменения входного сигнала. Чувствительность определяется из уравнения преобразования и представляет собой отношение изменения сигнала ΔY на выходе прибора к вызвавшему его изменению сигнала ΔX на входе прибора.

$$S = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{\Delta \alpha}{\Delta X} = \frac{\text{дел}}{A} = \frac{\text{дел}}{B} \quad (4.1)$$

$$S = \frac{Y}{X}$$

При линейном уравнении преобразования

Кроме абсолютной чувствительности S в практике измерений пользуются и относительной чувствительностью

$$S = \frac{(\Delta Y / Y)}{(\Delta X / X)} \quad (4.2)$$

Чувствительность прибора есть отношение изменения $\Delta \alpha$ указателя отсчета к изменению ΔX измеряемой величины.

Величина $\frac{1}{S_x} = C$ называется постоянной прибора

$$C = \frac{1}{S_x} = \frac{\Delta X}{\Delta \alpha} \quad (4.3)$$

Значение измеряемой величины равно произведению числа делений прочитанных на шкале на постоянную прибора.

Пример: прибор имеет четыре предела измерений 3, 30, 300, 600 В. Шкала прибора имеет 30 делений.

Для 3В чему равно одно деление?

Число делений $a = 30$ дел.

Для 3 В – цена деления $C = \frac{3}{30} = 0,1$ В/дел.;

для 30 В – цена деления $C = \frac{30}{30} = 1$ В / дел. ;



для 300 В – цена деления $C = \frac{300}{30} = 10 \text{ В/дел.}$;
для 600 В – цена деления $C = \frac{600}{30} = 20 \text{ В/дел.}$

Если стрелка отклонилась на пять делений
для 3В – $5 \cdot 0,1 = 0,5 \text{ В}$;
для 300В – $5 \cdot 10 = 50 \text{ В}$.

Все подсчеты сделаны в зависимости от измеряемой величины.

Порог чувствительности – изменение входного сигнала, вызывающее наименьшее изменение выходного сигнала, которое может быть обнаружено наблюдателем с помощью данного прибора без дополнительных устройств.

Диапазон измерений – область значений измеряемого сигнала, для которой нормированы допускаемые погрешности. Эта область ограничена пределами измерений – наибольшим и наименьшим значениями диапазона измерений.

Диапазон измерений может состоять из нескольких поддиапазонов с разными погрешностями.

Полный диапазон измерения

$$D = X_{кз} / X_{пор} \quad (4.4)$$

где $X_{пор}$ – порог чувствительности,
 $X_{кз}$ – конечное значение шкалы.

Показание – значение измеряемой величины, определяемое по отсчетному устройству прибора и выраженное в единицах этой величины.

Вариация показаний – наибольшая возможная разность между отдельными повторными показаниями прибора, соответствующими одному и тому же действительному значению измеряемой величины при неизменных внешних условиях.

Область рабочих частот – полоса частот, в пределах которой погрешность прибора, вызванная изменением частоты, не превышает допустимого предела.

Подключение измерительного прибора к объекту измерения (источнику измеряемой величины) не должно нарушать энергетического режима цепи, т. е. чем меньше мощность потребления прибора, тем меньше погрешность измерений.

Мощность потребления приборов электронной и электромеханической групп различна.

Быстродействие – время, затрачиваемое на одно измерение. Для аналоговых приборов быстродействие определяется временем установления показаний (временем успокоения) – промежутком времени с момента изменения измеряемой величины до момента установления показаний прибора.

Для цифровых приборов быстродействие B определяется как отношение числа измерений n за некоторый промежуток времени Δt к этому промежутку времени:

$$B = \frac{n}{\Delta t} \quad (4.5)$$

Быстродействие цифровых приборов составляет от одного до десятков тысяч измерений в секунду и более.

Надежность – способность прибора сохранять эксплуатационные параметры в установленных пределах в течение заданного времени.

Основные критерии надежности, по Государственной системе приборов (ГСП), следующие: вероятность безотказной работы в течение заданного времени, интенсивность



отказов, среднее время безотказной работы. Оценка надежности производится в процессе разработки прибора.

Экономичность – простота конструкции в обращении и оправданная экономическая стоимость.

4.2 Понятие о погрешности измерений, классификация погрешностей

По способу выражения различают: абсолютную, относительную, приведенную погрешности измерительных приборов (см. рис. 4.1).

Абсолютная погрешность ΔX прибора – разность между показанием прибора X_n и истинным значением X_0 измеряемой величины:

$$\Delta X = X_n - X_0. \quad (4.6)$$

Абсолютная погрешность, взятая с обратным знаком, называется поправкой:

$$П = -\Delta X. \quad (4.7)$$

Относительная погрешность $\gamma_{отн}$ прибора – отношение абсолютной погрешности к истинному значению измеряемой величины и выражается в процентах либо в долях истинного значения:

$$\gamma_{отн} = [(X_n - X_0) / X_0] \cdot 100\%; \quad \gamma_{отн} = \frac{\Delta X}{X_0} \cdot 100\%. \quad (4.8)$$

Приведенная погрешность $\gamma_{пр}$ прибора – отношение абсолютной погрешности к нормирующему значению X_N , по отношению к которому рассчитывается погрешность:

$$\gamma_{пр} = [(X_n - X_0) / X_N] \cdot 100\%; \quad \gamma_{пр} = \frac{X_n - X_0}{X_N} \cdot 100\% = \frac{\Delta}{X_N} \cdot 100\%. \quad (4.9)$$

Нормирующее значение принимается равным:

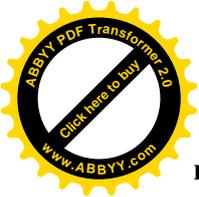
- а) конечному значению шкалы прибора, если нулевая отметка прибора находится на краю или вне шкалы;
- б) номинальному значению, если прибор предназначен измерять величины, имеющие номинальное значение;
- в) арифметической сумме конечных значений диапазона измерений, если прибор имеет двухстороннюю шкалу, т.е. нулевая отметка находится на середине шкалы;
- г) длине шкалы, если шкала имеет резко сужающиеся деления.

Основная погрешность $\gamma_{осн}$ прибора – погрешность при нормальных условиях эксплуатации прибора. Для нормальных условий применения нормируются определенные влияющие на процесс измерения величины (температура окружающей среды, относительная влажность, атмосферное давление, напряжение питания, нагрузка, входная и выходная мощности, частота, внешние электрические, магнитные поля и др.).

Дополнительная погрешность прибора $\gamma_{доп}$ – погрешность, вызываемая действием отдельных влияющих величин вследствие отклонения их значения от нормальных.

Класс точности прибора – его обобщенная характеристика, определяемая пределами допускаемых основных и дополнительных погрешностей, а также другими свойствами, влияющими на точность, значения которой устанавливаются в стандартах на отдельные виды средств измерений.

Класс точности характеризует свойства приборов в отношении точности, но не является непосредственным показателем точности измерений, выполняемых с помощью этих приборов. Максимальная приведенная погрешность, взятая без учета знака и дополненная до ближайшего большего значения, которое предписывает ГОСТ из ряда: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2,5; и 4.



Классификация измерений

погрешности

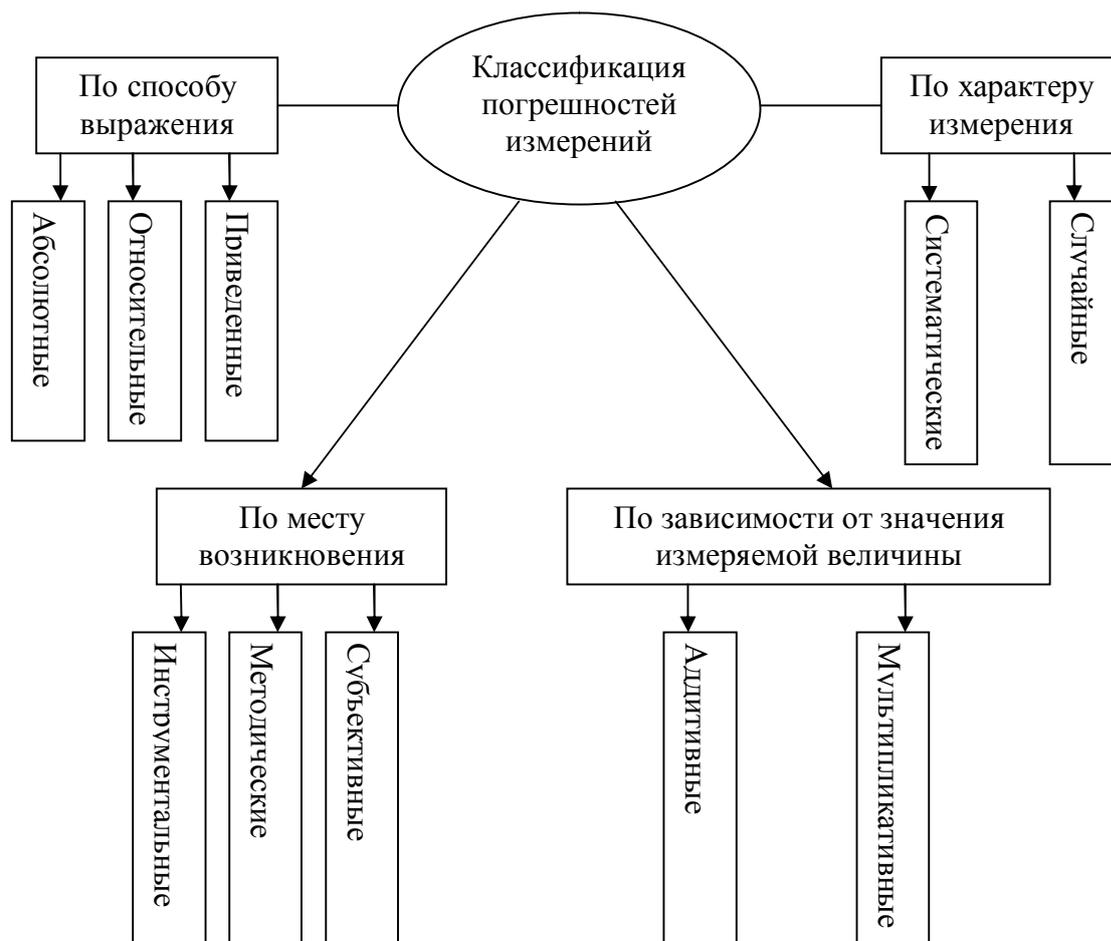


Рис. 4.1.

При этом через относительную погрешность определяется количественная характеристика точности измерений. Точность количественно характеризуется числом, равным обратному значению относительной погрешности.

Так, например, если относительная погрешность первого измерения составляет $2 \cdot 10^{-3}\% = 2 \cdot 10^{-5}$, то точность этого измерения будет $\frac{1}{2 \cdot 10^{-5}} = 5 \cdot 10^4$, а если погрешность второго измерения составляет $1 \cdot 10^{-2}\% = 1 \cdot 10^{-4}$, то точность измерения будет 10^4 , т.е. чем меньше погрешность измерения, тем выше его точность.

Следует отметить, что класс точности прибора устанавливается на заводе при калибровке по образцовому прибору в нормальных условиях (температура, влажность, давление, влияние ЭМП и т.д.)

При этом показания образцового прибора принимаются за действительные.

Пример: Результаты калибровки магнитоэлектрического вольтметра со шкалой от 0 до 50 В.

Отметка шкалы	0	10	20	30	40	50
Δn абсолютная погрешность	0,2	0,2	0,0	0,3	0,5	0,9

В этом случае максимальная приведенная погрешность равна:



$$\gamma_{np} = \frac{\Delta}{X_N} \cdot 100\% = \frac{0.9}{50} \cdot 100\% = 1.8\%$$

Класс точности прибора установлен 1,8, поэтому по ГОСТу определяют ближайшее значение 2,5.

Пример. Необходимо измерить силу тока $I=4\text{мА}$. Для этого имеются два миллиамперметра, один – класса точности 1,0 с пределом измерений 20мА, а второй – класса точности 2,5 с пределом измерений 5 мА. Определить, у какого прибора имеется предел допускаемой относительной погрешности выше, и какой прибор обеспечивает более высокую точность заданного измерения.

1. Определим наибольшее предельное значение абсолютной погрешности прибора:

$$\Delta n = \pm \frac{\gamma_{np} \cdot X_N}{100} = \frac{X_n - X_0}{X_N} \cdot X_N$$

т.е. абсолютная погрешность определяется в %.

При измерении прибором класса 1,0:

$$\Delta n = \pm \frac{1.0 \cdot 20}{100} = \pm 0.2\text{мА}$$

классом 2,5:

$$\Delta n = \pm \frac{2.5 \cdot 5}{100} = \pm 0.125\text{мА}$$

2. Определим наибольшие относительные погрешности измерений приборов

$$\gamma_{отн} = \frac{\Delta n}{X} \cdot 100;$$

$$\gamma_{отн1} = \pm \frac{0,2}{4} \cdot 100 = \pm 5\%;$$

$$\gamma_{отн2} = \pm \frac{0,125}{4} \cdot 100 = \pm 3\%.$$

Как видно, для заданного измерения лучше использовать второй прибор класса точности 2,5 с пределом измерений 5мА, обеспечивающий значительную меньшую относительную погрешность измерений, а, следовательно, большую точность, так как точность количественно характеризуется числом, равным обратному значению относительной погрешности и в нашем случае получаем:

1 прибор:

$$\gamma_{отн1} = 5\% = 5 \cdot 10^{-2};$$

$$\gamma_{отн2} = 3\% = 3 \cdot 10^{-2}.$$

$$\text{Точность 1 замера} \quad \frac{1}{5} \cdot 10^2 = 0,2 \cdot 10^2 = 20;$$

$$\text{Точность 2 замера} \quad \frac{1}{3} \cdot 10^2 = 0,33 \cdot 10^2 = 33,$$

т.е. точность замера вторым прибором выше.

Следовательно:

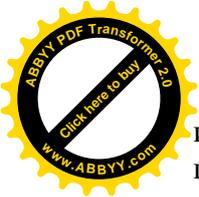
$\gamma_{отн}$ – служит для определения точности;

$\gamma_{прив}$ – для определения класса прибора;

Δn – служит для определения поправки измерений.

В зависимости от источника возникновения погрешности делят на погрешности методические, инструментальные, субъективные, внешние.

Методические погрешности могут возникать из-за недостаточной разработанности теории явлений, положенных в основу метода измерения, и неточности соотношений,



используемых для нахождения оценки измеряемой величины. К методическим погрешностям относят погрешности воздействия на объект измерения измерительного прибора; погрешности, связанные с некоторой неопределенностью параметров самого объекта измерения и др.

Инструментальные (аппаратурные) погрешности – погрешности применяемых средств измерения, вызванные схемными и конструктивными недостатками измерительного прибора, состоянием прибора в процессе эксплуатации и др.

Субъективные погрешности – погрешности, связанные с несовершенством органов чувств оператора, его тренированностью, вниманием при измерениях, индивидуальными особенностями и др. При применении цифровых приборов личные погрешности отсутствуют.

Внешние погрешности, обусловленные влиянием внешних условий, как на измеряемый объект, так и на измерительный прибор.

По зависимости от значения измеряемой величины погрешности подразделяются на *адаптивные* – независимые от значения измеряемой величины X и *мультипликативные* – зависящие от значения X .

(Наличие воды в продукте, когда нам нужно измерить его массу без воды).

Аддитивные величины (масса) при делении объекта на части меняет свои размеры, но к ним применима операция сложения.

Неаддитивные величины при делении объекта на части сохраняют свои размеры, но к ним не применима операция сложения (плотность смеси неравна сумме плотностей смеси).

В общем, погрешность средств измерения зависит от информативного параметра X входного сигнала и может быть выражена степенным многочленом:

$$\Delta(X) = \Delta_0 + \delta_s X + EX^2 + \dots$$

Δ_0 – аддитивная составляющая погрешности, независимая от X

$\delta_s X$ – мультипликативная составляющая, зависящая от X (то есть подаем мы не искаженную синусоиду);

EX^2 – нелинейная составляющая погрешности.

По закономерностям проявления погрешности измерения делят на систематические, случайные, грубые и промахи.

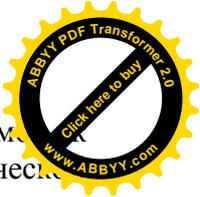
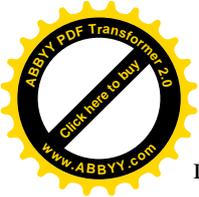
Систематические погрешности измерения – составляющие погрешности измерения, которые остаются постоянными или закономерно изменяются при повторных измерениях одной и той же величины. Закономерно изменяющиеся систематические погрешности, в свою очередь, подразделяются на прогрессирующие (возрастающие, убывающие), периодические и изменяющиеся по сложному непериодическому закону.

К постоянным систематическим погрешностям относят погрешность градуировки шкалы, погрешность, обусловленную неточностью подгонки значения меры, температурную погрешность и др.

К переменным систематическим погрешностям относят погрешность, обусловленную нестабильностью напряжения источника питания, влиянием электромагнитных полей и других влияющих величин.

Анализ возможных причин появления систематических погрешностей, способы обнаружения и устранения их влияния на результат измерения – одна из основных задач каждого точного измерения.

Обнаружение систематических погрешностей представляет собой сложную задачу, но если погрешности обнаружены, то обычно удается их оценить и устранить. Систематические погрешности можно исключить теоретическим анализом; проверкой прибора перед его применением в аналогичных условиях; предварительной калибровкой, установкой нуля; несколькими проведенными измерениями по различным методикам; использованием метода замещений; осуществлением компенсации знака погрешности. В случаях, когда значение систематической погрешности может достаточно точно определено, вводят поправку или поправочный множитель.



Поправка – значение величины, одноименной с измеряемой, прибавляем к полученному при измерении значению величины с целью учета влияния систематической погрешности.

Поправочный множитель – число, на которое с целью учета влияния систематической погрешности умножают результат измерения.

Полностью устранить систематические погрешности нельзя. Уменьшение влияния систематической погрешности может быть за счет перевода систематической погрешности в случайную.

Случайные погрешности измерений – составляющие погрешности измерения, изменяющиеся не по определенному закону, а случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины. Значение и знак случайной погрешности определить невозможно, так как случайные погрешности обязаны своим происхождением причинам, действие которых неодинаково в каждом эксперименте и не может быть учтено. Обнаруживаются случайные погрешности при многократных измерениях одной и той же величины, поэтому их влияние на результат измерений учитываются методами математической статистики и теории вероятностей.

Грубые погрешности – погрешности, существенно превышающие ожидаемые при данных условиях измерения. Они могут возникать, например, при резком кратковременном изменении влияющей на результат измерения величины.

Промахи – погрешности, которые явно и резко искажают результат измерений – вследствие неправильных действий экспериментатора, неисправностей в схемах и приборах.

Таким образом, погрешности измерения могут быть случайные δ (в том числе грубые погрешности и промахи) – изменяющиеся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины; систематические Δ – остающиеся постоянными или закономерно изменяющиеся при повторных измерениях.

В процессе измерения систематические и случайные погрешности проявляются одновременно, и погрешность измерений можно представить в виде суммы двух составляющих: $\Delta X = \Delta + \delta$.

Для получения результатов, минимально отличающихся от истинных значений измеряемых величин, проводят многократные наблюдения за измеряемой величиной и последующую математическую обработку экспериментальных данных.

4.3 Исключение систематических погрешностей в процессе измерений

Исключение систематических погрешностей в процессе измерения является эффективным путем устранения ряда вредных влияний на результат измерения.

Инструментальные погрешности исключаются в основном методом установки измерительных приборов (т.е. погрешности, обусловленные местом и взаимным расположением средств измерения и влиянием этих средств друг на друга) и погрешности от внешних влияний.

Рассмотрим некоторые методы исключения систематических погрешностей.

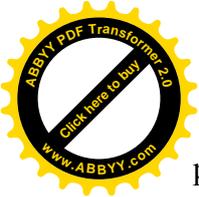
Метод замещения

Метод заключается в том, что измеряемую физическую величину заменяют известной однородной величиной, воспроизводимой мерой.

Резистор включают в измерительную цепь (рис. 4.2)

В большинстве случаев при этом пользуются нулевым методом (мостовым или компенсационным), при котором производится уравнивание электрических параметров цепи.

$$R_1^* \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4; R_1^* = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_3}.$$



После уравнивания вместо объекта измерения, не изменяя схемы, включаем регулируемую меру – магазин сопротивлений. Изменяя их выходное значение, добиваемся восстановления равновесия параметров цепи, и этим самым выясняем погрешность, с которой мы измеряли сопротивление.

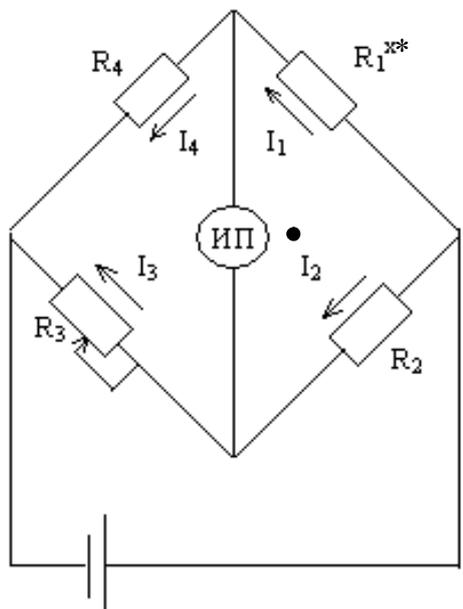


Рис. 4.2.

Пример. $R_X = 20 \text{ Ом}$ после замера, при подключении магазина сопротивлений получили $R = 20.02 \text{ Ом}$, т.е. систематическая ошибка составляет 0.02 Ом , следовательно, можно исключить систематическую ошибку.

Метод замещения позволяет исключить остаточную неуравновешенность мостовых схем, влияние ЭМП, взаимное явление отдельных элементов цепи, утечек тока и других паразитных явлений.

Метод компенсации погрешности по знаку

Этот метод исключения погрешности заключается в том, что измерение производят дважды так, чтобы известная по природе, но неизвестная по размеру погрешность входила в результаты с противоположными знаками.

Погрешность исключается при вычислении среднего значения.

Пусть X_1 и X_2 – результаты двух измерений, θ – систематическая погрешность, природа которой известна, но неизвестно ее значение; X – значение измеряемой величины, свободное от данной погрешности. Тогда при первом измерении

$$X_1 = X_0 + \theta,$$

а при втором

$$X_2 = X_0 - \theta.$$

Среднее значение (\bar{X}) равно

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{2} = \frac{(X_0 + \theta) + (X_0 - \theta)}{2} = X_0,$$

где X_0 – действительное значение измеряемой величины.

Один прибор имеет плюсовую погрешность, а другой – минусовую, двумя приборами производится один и тот же замер.

Пример: этот способ применяется, если для измерения используется прибор, в показаниях которого под действием магнитного поля Земли могут возникать погрешности. Первое измерение можно проводить, когда прибор находится в любом положении. Перед



тем, как выполнить второе измерение, прибор поворачивают на 180° в горизонтальной плоскости. Если в первом случае магнитное поле Земли складывалось с полем средств измерений, вызывает положительную погрешность, то при повороте на 180° магнитное поле Земли будет оказывать противоположное действие и вызовет отрицательную по знаку, но равную по размеру первой погрешности.

Метод симметричных наблюдений

Метод симметричных наблюдений применяется для исключения прогрессивной погрешности, являющейся линейной функцией времени (или другой величины), рис. 4.3.

Где по оси абсцисс отложено время, а по оси ординат – прогрессивная погрешность θ .

Метод симметричных наблюдений заключается в том, что измерение производят последовательно через одинаковые промежутки времени ($t_1, t_2 \dots t_5$). В этом случае результаты отдельного наблюдения (без учета случайных составляющих погрешности) могут быть записаны в виде

$$X_1 = X_n + \theta_1;$$

$$X_2 = X_n + \theta_2;$$

$$X_3 = X_n + \theta_3;$$

$$X_4 = X_n + \theta_4;$$

$$X_5 = X_n + \theta_5.$$

Так как $\theta_1 < \theta_2 < \theta_3 < \theta_4 < \theta_5$, то $X_1 < X_2 < X_3 < X_4 < X_5$.

Вычислим среднее арифметическое пары значений, симметричных относительно середины участка наблюдений, т.е. определим среднее значение

$$\overline{X}_{1,5} = \frac{X_1 + X_5}{2} = \frac{X_n + \theta_1 + X_n + \theta_5}{2} = A_x + \frac{\theta_1 + \theta_5}{2};$$

$$\overline{X}_{2,4} = \frac{X_2 + X_4}{2} = \frac{X_n + \theta_2 + X_n + \theta_4}{2} = A_x + \frac{\theta_2 + \theta_4}{2}.$$

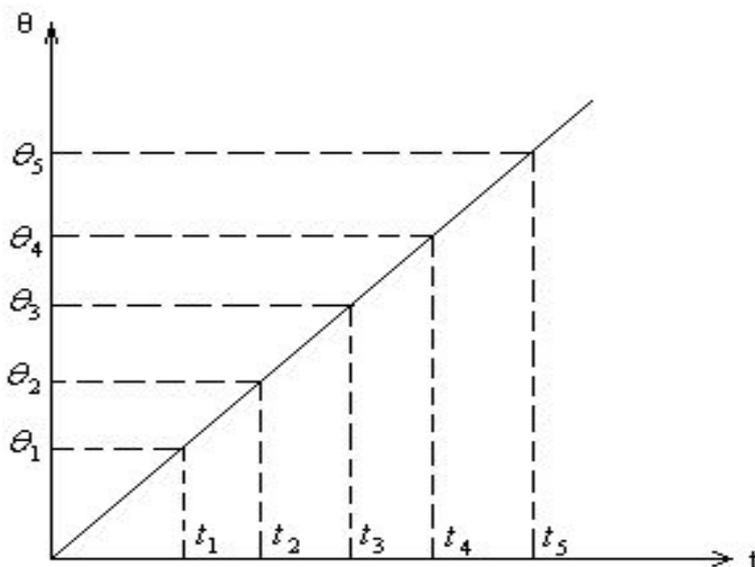


Рис. 4.3.

Из рис. 4.3 следует, что

$$\frac{\theta_1 + \theta_5}{2} = \frac{\theta_2 + \theta_4}{2} = \theta_3.$$

Следовательно,

$$\overline{X}_{1,5} = \overline{X}_{2,4} = X_3,$$



где X_0 – действительное значение измеряемой величины.

Пример.

$A_X = 4$ мА.

$$\theta_1 = 2; X_1 = 4 + 2 = 6;$$

$$\theta_2 = 4; X_2 = 4 + 4 = 8;$$

$$\theta_3 = 6; X_3 = 4 + 6 = 10;$$

$$\theta_4 = 8; X_4 = 4 + 8 = 12;$$

$$\theta_5 = 10; X_5 = 4 + 10 = 14;$$

$$\frac{\theta_1 + \theta_5}{2} = \frac{\theta_2 + \theta_4}{2} = \theta_3 = 6$$

$$\bar{X}_{1,5} = \bar{X}_{2,4} = X_3 = 10$$

Поэтому, если результаты измерения можно расположить так, чтобы сравнивались между собой средние арифметические значения симметрично расположенных измерений, то прогрессивная погрешность будет исключена, мы нашли *const* погрешность, равную $\theta = 6$.

Метод периодических наблюдений

Этот метод применяется в том случае, если величина, создающая систематическую погрешность, изменяется по периодическому закону.

Тогда для исключения данной систематической погрешности производят два наблюдения, через половину периода изменения систематической погрешности в моменты, когда эта погрешность имеет противоположные знаки, но равные значения. Затем усредняют результаты двух наблюдений, благодаря чему систематическая составляющая погрешности в полученном результате отсутствует.

Погрешность изменяется по периодическому закону:

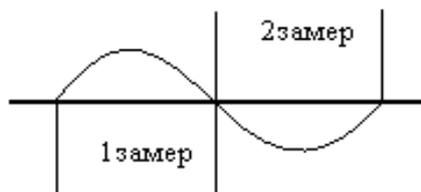


Рис. 4.3.

Внесение поправок в результат измерения

Поправкой называется значение величины, одноименной с измеряемой, прибавляемое к полученному результату при измерении значения величины с целью исключения систематической погрешности (с учетом знака).

При введении поправки справедливо уравнение

$$X_1 = X_n + \theta + \Delta X_n + \Delta X_i,$$

где ΔX_n – поправка,

ΔX_i – случайная погрешность,

если $\Delta X_n = -\theta$, то систематическая погрешность исключается полностью.

Одна поправка исключает только одну составляющую систематической погрешности, вызываемую влиянием данной величины. Поэтому при наличии многих влияющих величин приходится вводить большое число поправок.

При этом вследствие погрешностей самих поправок погрешность измерений может даже увеличиваться, по этой причине количество поправок имеет смысл увеличивать только до тех пор, пока их введение уменьшает погрешность результата измерений.



4.4. Числовые вероятностные характеристики случайных погрешностей

Вероятностной характеристикой случайных погрешностей как случайных величин является закон распределения вероятностей, позволяющий оценить вероятность появления погрешностей разных значений или плотность вероятности, с которой распределяются значения случайных погрешностей. Реальный закон распределения определяется при разработке новых методов и средств измерений, ответственных измерениях, так как связан с большим объемом наблюдений и сложной математической обработкой. Чтобы характеризовать случайные погрешности, часто пользуются некоторыми числовыми вероятностными характеристиками случайных погрешностей, которые называют начальными и центральными моментами (математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение, коэффициент асимметрии и эксцесс). Моменты представляют собой некоторые средние значения и называются *начальными*, если усредняются величины, отсчитываемые от начала координаты, и *центральными* – от центра функции плотности вероятности.

Начальные моменты порядка r результатов наблюдений (случайных величин x) представляют собой математическое ожидание степени x^r :

$$\alpha [x] = \int_{-\infty}^{\infty} x^r f(x) dx = M [x^r] \quad (4.10)$$

Из данного выражения следует, что первый начальный момент совпадает с математическим ожиданием результатов наблюдений:

$$\alpha_1 = m_x = M [x] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (4.11)$$

Математическое ожидание является оценкой истинного значения измеряемой величины.

Центральными (центрированными) моментами r -го порядка результатов наблюдений называют интеграл вида,

$$\mu_r [x] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^r f(x) dx = M [(x - m_x)^r] \quad (4.12)$$

который получают при смещении начала координат плотности распределения вероятностей в точку m_x .

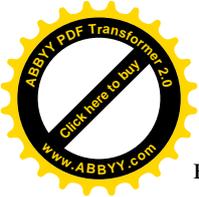
Первый центральный момент результатов наблюдений равен нулю.

Второй центральный момент – дисперсия результатов наблюдений

$$\mu_2 [x] = D[x] = D \left[\overset{\circ}{\Delta} \right] = M \left[(x - m_x)^2 \right] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \overset{\circ}{\Delta}^2 f \left(\overset{\circ}{\Delta} \right) d \overset{\circ}{\Delta} \quad (4.13)$$

Дисперсия случайной погрешности равна дисперсии результатов наблюдения и является характеристикой их рассеивания относительно математического ожидания. Дисперсия увеличивается с увеличением рассеивания результатов наблюдения. В качестве характеристики рассеивания используют среднее квадратическое отклонение результата наблюдения (СКО) – положительное значение корня квадратного из дисперсии:

$$\sigma [x] = \sigma \left[\overset{\circ}{\Delta} \right] = + \sqrt{D \left[\overset{\circ}{\Delta} \right]} \quad (4.14)$$



Для более подробного описания распределения используются моменты высоких порядков.

Третий центральный момент характеризует асимметрию распределения случайных погрешностей, т.е. скошенность (рис. 4.4). Коэффициент асимметрии

$$S_k = \frac{\mu_3 \left[\overset{\circ}{\Delta} \right]}{\sigma_3 \left[\overset{\circ}{\Delta} \right]} \quad (4.15)$$

Четвертый центральный момент характеризует форму, плосковершинность или

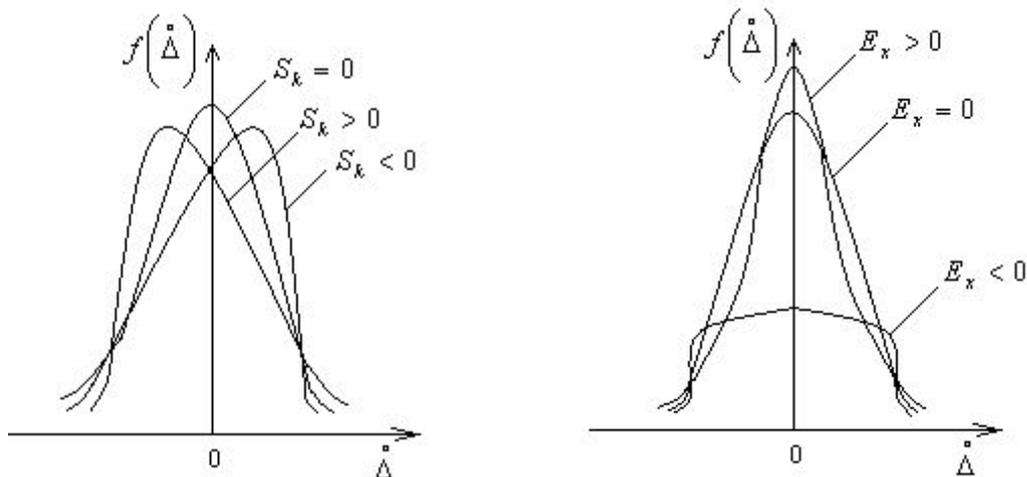


Рис. 4.4. Графики асимметрии распределения случайных погрешностей

Рис. 4.5. Графики плосковершинности или островершинности распределения случайных погрешностей



островершинность распределения случайных погрешностей (рис. 4.5) и описывается с помощью эксцесса:

$$E_k = \frac{\mu_4 \left[\overset{\circ}{\Delta} \right]}{\sigma_4 \left[\overset{\circ}{\Delta} \right]} - 3 \quad (4.16)$$

Число 3 вычитывают, потому что для нормального распределения погрешностей $\mu_4 \left[\overset{\circ}{\Delta} \right] = 3$, следовательно, $E_k = 0$. Выражение $1/\sqrt{E_k}$ называется контрэксцессом. Рассмотренные числовые характеристики являются основными.



ГЛАВА 5

НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Нормальный закон описывает распределение случайной величины, значения которого группируются около среднего значения, появляются с определенными частотами. Кривая, описывающая эти частоты, имеет колоколообразную форму и поэтому ее часто называют колоколообразной кривой или кривой нормального распределения. Это распределение возникает тогда, когда на исследуемую величину действует система многих случайных факторов, каждый из которых вносит незначительный вклад в суммарное значение отклонения величины от ее среднего значения. Размах распределения зависит от вызвавшей его системы факторов.

Правильно налаженный токарный станок может служить хорошим примером описанной системы факторов, поэтому качество токарных деталей может быть проверено статическими методами. Если на токарном станке обтачивают валы до заданного номинального размера, то результаты измерения диаметра нескольких валов дали бы кривую, характеризующую распределение размеров, сходную с кривой нормального распределения (характеристики этого распределения будут рассмотрены в следующих параграфах). Как правило, значения диаметров, близких к среднему, будут встречаться чаще значений, отличающихся от него, и чем больше отклонение, тем реже встречаются соответствующие размеры.

Основные положения закона распределения следующие:

1. Погрешности неоднократных измерений могут принимать непрерывные значения;
2. Вероятность (частота) появления погрешностей, равных по значению, но противоположных по знаку, одинакова;
3. Вероятность (частота) появления малых погрешностей выше вероятности (частоты) появления больших погрешностей;
4. Вероятность (частота) появления больших погрешностей практически равна нулю;
5. Среднее арифметическое погрешностей ряда равнооточных измерений при неограниченном возрастании их количества равно нулю.

5.1. Гистограмма и форма нормальной кривой

Нормальная кривая имеет колоколообразную форму и может быть описана уравнением. Эта кривая известна под многими названиями: кривая ошибок, вероятностная кривая, нормальный закон, кривая Гаусса и кривая Лапласа. Хотя кривую, показанную на рис. 5.1, можно описать математическим выражением, часто употребляется ее описание как кривой, ограничивающей

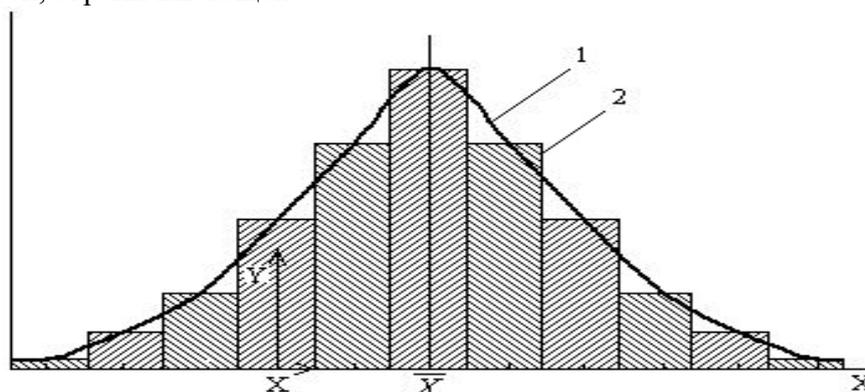




Рис. 5.1. Колоколообразная симметричная гистограмма и кривая нормального распределения:

1 – кривая нормального распределения; 2 – гистограмма; 3 – интервал группировки

симметричную колоколообразную гистограмму. Гистограмма представляет собой график, на котором в виде столбиков изображены частоты появления величин или событий или классов величин и событий, причем высота столбиков пропорциональна частоте появления соответствующих величин, событий, классов, в том случае, когда ширина столбиков постоянна. На рис. 5.1 приведен пример симметричной гистограммы, состоящей из нескольких столбиков, ограниченных нормальной кривой. Ширина каждого столбика равна интервалу группирования. Если число интервалов группирования увеличивается, то ширина их пропорционально уменьшается, так что ограничивающая гистограмму ступенчатая линия приближается по форме к нормальной кривой, показанной на рис. 5.1.

Отношение вероятности попадания величины X в интервал ΔX к величине этого интервала называется *плотностью распределения вероятности*.

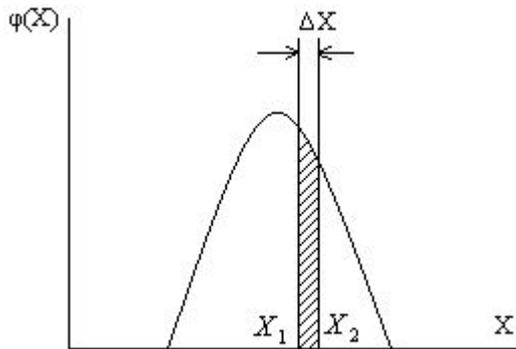


Рис. 5.2.

$$\varphi(x) = \lim_{\Delta X \rightarrow 0} \frac{P(X_1 < X < X_1 + \Delta X)}{\Delta X}$$

Зная плотность распределения, можно определить вероятность

$$P\{X_1 < X < (X_1 + \Delta X)\} = \varphi(X)\Delta X$$

Плотность распределения, заданная для всех возможных значений X , плотностью характеризует случайную величину и представляет собой закон распределения.

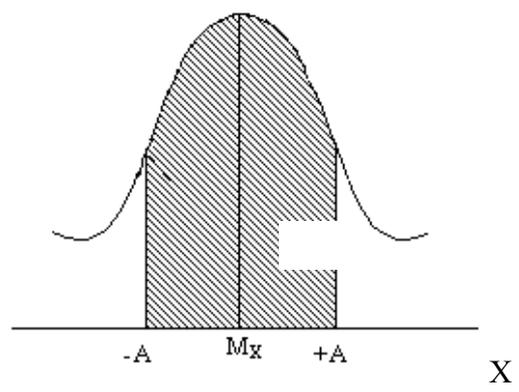
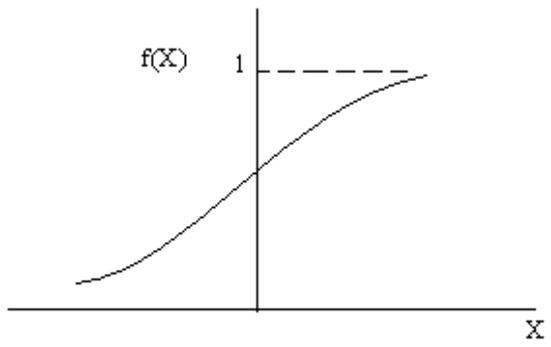
Кривая нормального распределения аналитически выражается уравнением

$$f(X) = \frac{1}{G\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(X_i - M_X)^2}{2G^2}} \quad (5.1)$$

$$F(X) = \frac{1}{G\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(X_i - M_X)^2}{2G^2}} dx$$

$G^{(2e)}$ - среднее квадратическое отклонение случайной величины,

$$G = \pm \sqrt{\frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_i^2}{n}}, \quad \Delta = X_1 - M(X)$$



Вероятность того, что отклонение случайной величины примет одно из значений, находится в пределах $\pm A$, равна заштрихованной площади и определяется:

$$P\{-A < X < A\} = \int_{-A}^A \frac{1}{G\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{X^2}{2G^2}} dx$$

т.е. кривая строится от условного нуля, переносим 0 к значению M_X (M_X – математическое ожидание).

Правая часть есть функция Лапласа $2\Phi\left(\frac{X}{G}\right)$,

Следовательно:

$$P\{-A < X < A\} = 2\Phi\left(\frac{A}{G}\right)$$

Для практического возможного числа измерений погрешность более $3G$ почти исключается, тогда $A=3G$.

Получим

$$P(-3G < X < 3G) = 2\Phi\left(\frac{3G}{G}\right) = 2\Phi(3)$$

Пользуясь таблицей значений функций Лапласа, $X=3$, $\Phi(3)=0,49865$, тогда и $P(-3G < X < +3G) = 0,49865 \cdot 2 = 0,9973$.

P – вероятность попадания в интервал, не превышающий $3G$;

$P=1-0,9973=0,0027$ – вероятность выхода за $3G$, т.е. из 370.

$$\frac{0,9973}{0,0027} = 370$$

Отклонение

Только в одном случае из 370 случайных величин выйдет за $3G$.

Мы определили вероятность попадания случайной величины в заданные пределы.

Нетрудно решить обратную задачу, по заданной вероятности определить соответствующие пределы измерений X .

Найдем среднее значение отклонения случайной величины, под которым понимаются отклонение, встречающиеся в 50% случаев.

$$P\{-A < X < A\} = 0,5;$$

$$2\Phi\left(\frac{A}{G}\right) = 0,5; \quad \Phi\left(\frac{A}{G}\right) = 0,25$$

$$\left(\frac{A}{G}\right) = 0,674; A = 0,6746$$

По таблице Лапласа находим



Обработывая статистические данные, определяем и строим кривую Гаусса, определяем интервал и находим случайную погрешность и ее величину. Математическое ожидание квадрата отклонения называется *дисперсией случайной величины* и определяется равенством:

$$D(X) = \sum_{i=1}^m [(X_i - M(X))]^2 P_i.$$

Пример 5.1.: Предположим, сделано 42 измерения, взята выборка 30:

9 раз – 10 мА;

7 раз – 9 мА;

6 раз – 11 мА;

8 раз – 12 мА.

Определяем вероятность всех возможных результатов при выборке 30 измерениях:

$$p_1 = \frac{9}{30} = 0.3;$$

$$p_2 = \frac{7}{30} = 0.23;$$

$$p_3 = \frac{6}{30} = 0.2;$$

$$p_4 = \frac{8}{30} = 0.26.$$

Составляем таблицу:

	0		1	2
	,3	,23	,2	,26

Определяем математическое ожидание $M(X)$:

$$M(X) = X_i P_i = 10 \cdot 0.3 + 9 \cdot 0.23 + 11 \cdot 0.2 + 12 \cdot 0.26 = 10.39$$

Определяем дисперсию: $\tilde{D} = [X_i - M(X)]^2 \cdot P_i$

$$\tilde{D} = (10 - 10.39)^2 \cdot 0.3 + (9 - 10.39)^2 \cdot 0.23 + (11 - 10.39)^2 \cdot 0.2 + (12 - 10.39)^2 \cdot 0.26 = 0.04563 + 0.444 + 0.38642 + 0.673 = 1.23.$$

Вычислим оценку средне квадратического отклонения результатов измерения:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\tilde{D}}{n-1}} = \sqrt{\frac{1.23}{30-1}} = 0.2$$

Принимаем значение доверительной вероятности:

$$P_{Дв} = 0.95(t).$$

Определим коэффициент Стьюдента (t) в зависимости от $P_{Дв}$ и количества опытов ($n = 30$):

$$t = f(P_{Дв}, n),$$

$$t = 2.05,$$

t – коэффициент, зависящий от результирующего закона распределения и доверительной вероятности $P_{Дв}$.



Найдем доверительные границы случайной погрешности:

$$M(X) \pm t_{2,05} \cdot S_{\bar{X}} = 10.39 \pm 2.05 \cdot 0.2 = 10.39 \pm 0.41$$

Это мы провели точечные и интервальные оценки результатов измерений.

Описание одного практического эксперимента может представить интерес для читателя. Эксперимент состоял в следующем: каждая из 18 монет подбрасывалась по одному разу, и затем подсчитывалось количество лицевых сторон монеты. Такой опыт был проделан 360 раз. В табл. 5.1 содержатся результаты опытов.

Данные табл. 5.1 показаны на гистограмме рис.5.3, где \bar{X} означает среднее числа лицевых сторон монеты, равное 9. Следует заметить, что граница гистограммы, показанная пунктирной кривой,

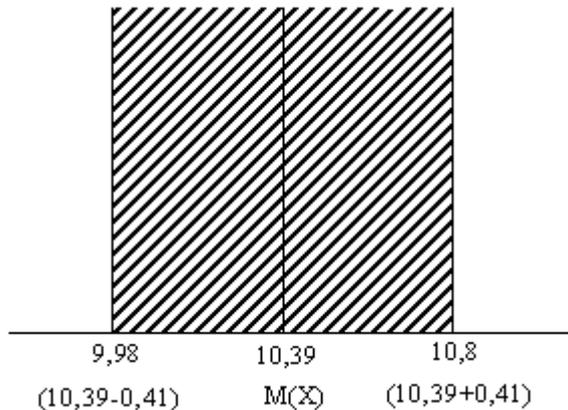


Рис. 5.3.

представляет собой нормальную кривую. Отсюда можно заключить, что эксперимент с монетами хорошо описывается нормальным распределением. Если бы аналогичный эксперимент осуществить с неуравновешенными монетами, то могли бы и не получить нормальной кривой. Другими словами, нормальная кривая описывает вероятность появления событий в том случае, когда ни один из случайных факторов, влияющих на число, не имеет решающего значения. Интересно отметить, что этот эксперимент может быть описан и биномиальным распределением. Это связано с тем, что биномиальное и нормальное распределения при этих условиях по существу совпадают.

Таблица 5.1

Число лицевых монет	сторон	Количество опытов	Число лицевых монет	сторон	Количество опытов
0		0	10		62
1		0	11		40
2		1	12		27
3		1	13		12
4		5	14		3
5		11	15		0
6		22	16		1
7		47	17		0
8		58	18		0
9		70			
Всего 360 опытов					



Объяснение этого факта выходит за рамки настоящей книги и поэтому оно не приводится.

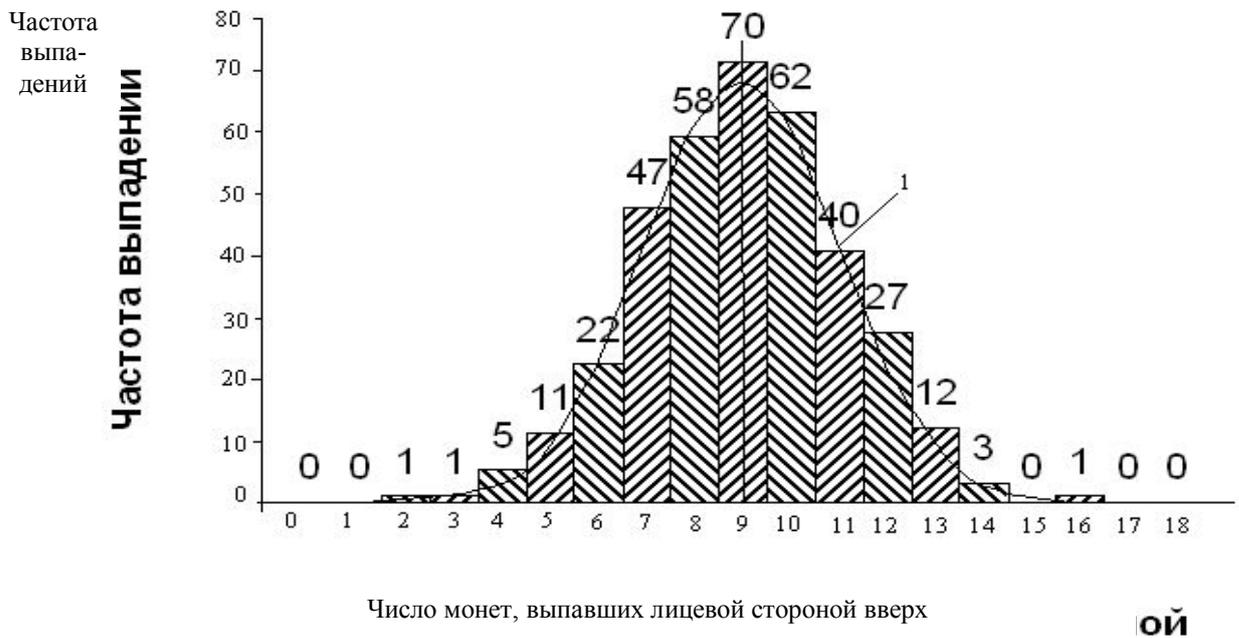


Рис. 5.4. Гистограмма, показывающая частоту выпадения лицевой стороны монеты при 360 бросаниях 18 монет:

1 – контур теоретической кривой нормального распределения

Характеристики нормальной кривой применяют при контроле технологических процессов, и они служат основой так называемых контрольных карт. Верхний и нижний пределы на этих картах представляют собой фактически трехсигмовые пределы нормальной кривой. Выход измеряемого параметра за эти пределы нормальной кривой. Выход измеряемого параметра за эти пределы может служить указанием на то, что контролируемый процесс разладился. Более подробное объяснение метода контрольных карт можно найти в соответствующей книге по статистическому контролю качества.

Гистограмма эксперимента подбрасывания 18 монет показывает, что чаще всего появляется девять лицевых сторон. Логично считать маловероятным, что не выпадет ни одна лицевая сторона у 18 монет. Также маловероятно появление одновременно всех 18 лицевых сторон монет. Между этими двумя крайними случаями лежит величина, появление которой наиболее вероятно. Эта средняя величина равна 9. Величины больше или меньше 9 появляются с меньшей частотой, чем частота появления 9. Теоретические частоты появления отдельных чисел показаны пунктирной кривой, которая является нормальной кривой для этого эксперимента. На основании этой кривой можно сделать вывод, что из 360 случаев девять лицевых сторон монеты появится 70 раз, восемь - появится 58 раз и т.д. Другими словами эта кривая показывает ожидаемое число появлений каждого события. На практике весьма редко экспериментальные частоты совпадают с теоретическими, однако обычно расхождение между ними невелико, как это можно видеть, например, на рис. 5.4.

5.2. Характеристики нормальной кривой

Изучение нормальной кривой показывает, что она определяется некоторыми основными характеристиками, показанными на рис. 5.5. На этом рисунке видно, что



99,73% площади под кривой лежит в пределах шести средних квадратических отклонений,

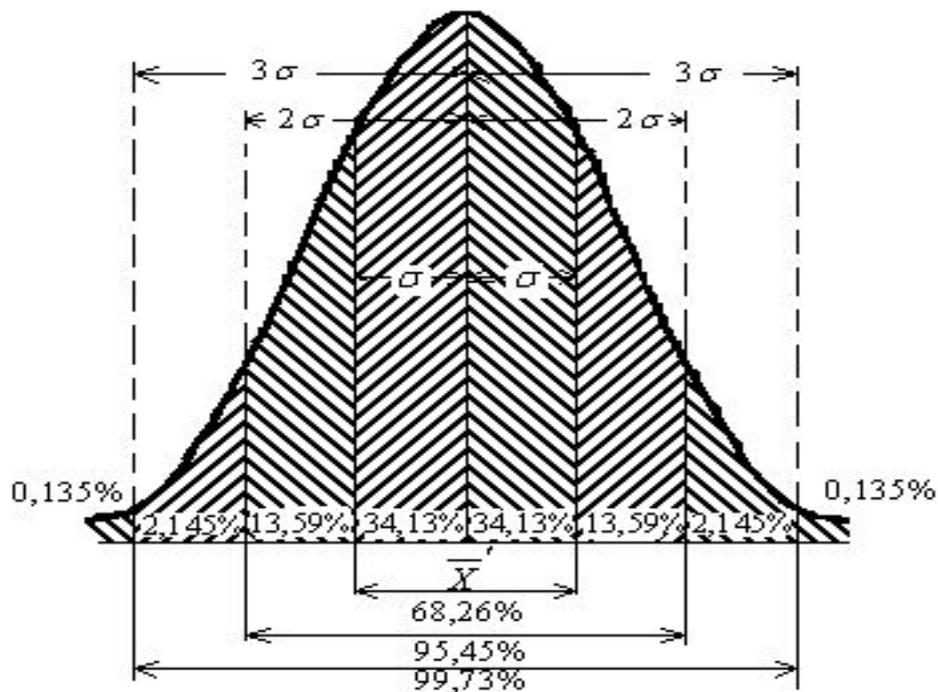


Рис. 5.5. Характеристики кривой нормального распределения:
 σ – среднее квадратическое отклонение (стандартное уклонение)

т. е. по три средних квадратических отклонения по каждую сторону от среднего значения. Аналогично 95,49% площади лежит в пределах четырех средних квадратических отклонений и 68,26% в пределах двух подобных отклонений; кроме того, можно заметить, что среднее квадратическое отклонение равно $1/6$ размаха. Это очень хорошая оценка, так как из кривой видно, что за трехсигмовыми пределами останется по 0,155% площади на каждую сторону.

Характеристики вероятностного распределения важны также потому, что они позволяют легко оценивать вероятности появления событий. Метод оценки проиллюстрирован на следующем примере.

Пример 5.2: Технические условия на некоторый тип резисторов требуют, чтобы величина резистора была бы $100\text{Ом} \pm 5\%$. Для оценки партии сопротивлений из нее была сделана случайная выборка объемом в 50 сопротивлений. Среднее значение величины сопротивления по выборке было 100Ом ; среднее квадратическое отклонение – 5Ом . Сколько процентов сопротивлений в партии вероятно будет забраковано в результате сплошной проверки?

Решение. Допустим, что значения сопротивлений в выборке распределены по нормальному закону; тогда кривая распределения выборок может быть представлена характеристикой на рис. 5.6. Она расположена на интервале длиной в шесть средних квадратических отклонений, по три на каждую сторону от 100Ом . На кривой показаны верхний и нижний пределы по техническим условиям. Эти пределы лежат на расстоянии, равном плюс или минус одному среднему квадратическому отклонению. На рисунке показано, что те из сопротивлений, которые не укладываются в пределы технических условий, будут забракованы.



Площадь частей, лежащих вне указанных пределов, и есть доля тех сопротивлений в партии, которые должны быть забракованы. Поскольку в пределах одного среднего квадратического отклонения по обе стороны от среднего лежит 68,26% всей площади, на долю изделий, выходящих за пределы технических условий, остается 31,74%. Это и есть ожидаемая доля негодных изделий в партии при сплошной проверке.

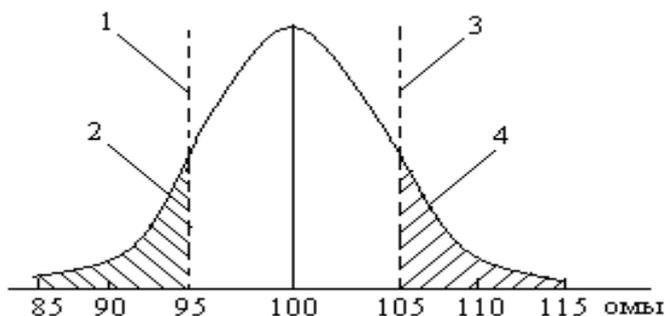


Рис. 5.6. Кривая нормального распределения для выборки в 50 сопротивлений (пример 5.2)

- 1 – нижний предел, оговоренный в технических условиях; 2 – левый остаток;
- 3 – верхний предел, оговоренный в технических условиях; 4 – правый остаток.

Площадь частей, лежащих вне указанных пределов, и есть доля тех сопротивлений в партии, которые должны быть забракованы. Поскольку в пределах одного среднего квадратического отклонения по обе стороны от среднего лежит 68,26% всей площади, на долю изделий, выходящих за пределы технических условий, остается 31,74%. Это и есть ожидаемая доля негодных изделий в партии при сплошной проверке.

Обсуждение примера 5.2. Решение оказалось очень простым, так как пределы по техническим условиям отстоят от среднего значения точно на одно среднее квадратическое отклонение. Допустим теперь, что эти пределы равны соответственно 94 и 106 Ом. Какова в этом случае доля неприемлемых сопротивлений? Мы можем определить эту долю, если воспользуемся табл. 3 приложения 6. В этой таблице приведены площади под кривой нормального распределения от «минус» бесконечности до точки, отстоящей на Z среднеквадратических отклонений от среднего значения. Величину Z получают вычитанием среднего \bar{X} из заданного значения X и делением результата на среднее квадратическое отклонение σ .

$$Z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma} \quad (5.2)$$

В теории отрицательная бесконечность представляет собой точку, расположенную на бесконечно большом расстоянии влево по оси (рис. 5.7), где кривая нормального распределения пересекается с осью абсцисс. В действительности, с достаточной для практики точностью эта точка отстоит на 3σ от среднего значения.

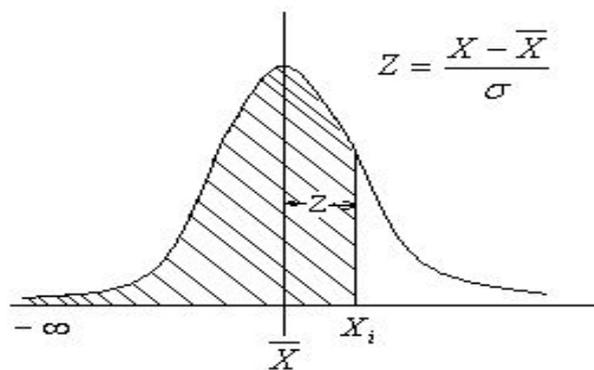


Рис. 5.7. Площадь, ограниченная кривой нормального распределения и осью абсцисс в пределах от $-\infty$ до Z

Для решения поставленной задачи полезно применить величину Z . Так как верхний предел по техническим условиям равен 106 Ом , среднее значение из выборки равно 100 Ом , а среднее квадратическое отклонение равно 5 Ом , то отсюда получаем искомую величину:

$$Z = \frac{106 - 100}{5} = 1,2$$

По табл. 3 приложения 6 находим, что ожидаемая доля сопротивлений в партии, величина которых не выходит за верхний предел, равна $0,8849$; отсюда доля сопротивлений, величина которых выходит за верхний предел, равняется $1 - 0,8849 = 0,1151$, т.е. $11,51\%$.

Аналогично для нижнего предела получаем $Z = -1,2$ и доля сопротивлений, не достигающих нижнего предела, также равна $11,51\%$, т. е. общая доля сопротивлений в партии, не удовлетворяющих техническим требованиям, равна $11,51 + 11,51 = 23,02\%$. Таким образом, доля неприемлемых сопротивлений в партии уменьшается с $31,74$ до $23,02\%$ при расширении пределов технических условий.

Как следовало из примера 5.2, нормальное распределение обладает рядом полезных свойств, но не все они изучены. Все нормальные кривые имеют одинаковую форму. Они могут различаться по двум параметрам: по среднему значению \bar{X} и среднему квадратическому отклонению σ . На рис. 5.8 изображены две нормальные кривые с одинаковыми средними значениями и разными средними квадратическими отклонениями. На рис. 5.9 показаны кривые с одинаковыми средними квадратическими отклонениями и разными средними значениями. На рис. 5.6 видно, что кривая с меньшим квадратическим отклонением проходит выше кривой с большим средним квадратическим отклонением. Причина состоит в том, что площади под обеими кривыми должны быть равны, так как это кривые распределения вероятностей, а так как основание одной из этих площадей меньше, то высота должна быть больше. Если выбрать критерий, то можно установить преимущества одной формы распределения перед другой.

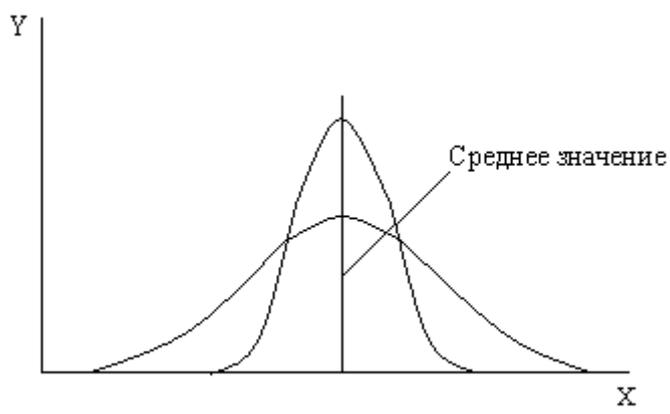


Рис. 5.8. Сравнение двух кривых нормального распределения, имеющих одинаковые средние значения, но различные среднеквадратические отклонения

Статистики предложили метод приведения любого нормального распределения к некоторому распределению, принятому за основное. Это делается путем принятия за начало отсчета среднего значения и измерения отклонений от среднего значения через среднее квадратическое отклонение. Для выполнения этого преобразования необходимо из аргумента вычесть среднее значение и результат разделить на среднее квадратическое отклонение. Это эквивалентно измерению отклонений через величину Z [см. уравнение (5.2)]. Величина Z – важнейшая, она используется в различных приложениях. Важно запомнить, что она представляет собой отклонение от среднего значения, измеренное в единицах среднего квадратического отклонения; площадь под кривой определяется при помощи этой величины по табл. 3 приложения 6. В некоторых трудах эта величина обозначается буквой t , но в настоящей книге буква t означает время; для указанной же величины применен символ Z .

Для иллюстрации подсчета Z воспользуемся данными примера 5.2. Какова величина Z , соответствующая $X=110$ Ом?

$$Z = \frac{110 - 100}{5} = 2$$

Это означает, что 110 Ом отстоит от 100 Ом вправо на два средних квадратических отклонения.

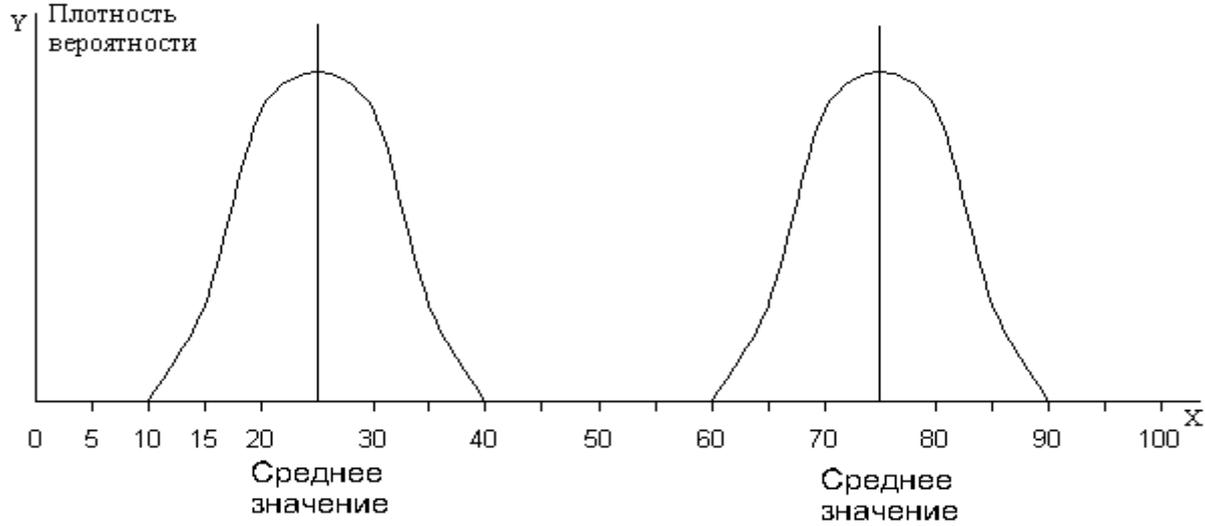


Рис. 5.9. Сравнение двух кривых нормального распределения, имеющих одинаковые среднеквадратические отклонения, но различные средние значения



Пример 5.3. Используя данные примера 5.2, найти ожидаемую долю сопротивлений в партии с сопротивлениями, большими $107,5\text{Ом}$ и меньшими $93,75\text{Ом}$.

Решение.

$$Z = \frac{107,5}{100} = 1,5$$

По табл. 3 приложения 6 находим, что площадь справа от $1,5$ равна $0,067$. Следовательно, ожидаемая доля сопротивлений больше $107,5\text{Ом}$ равна $6,7\%$. Аналогично находим долю сопротивлений меньше $93,75\text{Ом}$.

$$Z = \frac{93,75 - 100}{5} = -1,25$$

Знак минус указывает, что сопротивление в $93,75\text{Ом}$ меньше среднего значения. По табл.3 приложения 6 определяем площадь, соответствующую значению $Z = -1,25$. Она равна $0,106$; следовательно, $10,6\%$ сопротивлений будут меньше, чем $93,75\text{Ом}$.

5.3. Построение теоретической кривой нормального распределения

Для приобретения практики выбора теоретической нормальной кривой для гистограммы, если известны среднее значение и среднее квадратическое отклонение, необходимо познакомиться с некоторыми основными фактами. Общее уравнение нормальной кривой пишется в виде уравнения (5.1). Если построить величину Z согласно уравнению (5.2) и положить $\sigma = 1$, то можно переписать выражение (5.1) для плотности вероятности в виде

$$Y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad (5.3)$$

В разделе 5.3 было сказано, что все нормальные кривые могут быть приведены к стандартному виду, где среднее значение равно нулю, а среднее квадратическое отклонение – единице. Кроме того, можно показать, что площадь под кривой, описываемой уравнением (5.3), также равна единице. Следовательно, это кривая плотности вероятностей, так как позднее будет показано, что характеристическим свойством распределения вероятностей является то, что сумма всех вероятностей равна 1 .

Табл. 5.2 содержит значения плотности вероятностей для различных значений Z . Эти значения относятся к правой половине распределения; но так как нормальная кривая симметрична, отрицательным значениям Z соответствуют те же значения плотности, что и положительным значениям этой величины. Действительно, эти значения плотности вероятностей пропорциональны Y , которая представляет ординату нормальной кривой для любых значений Z .

Ценность уравнения (5.3) состоит в том, что оно дает относительные частоты, т. е. плотность вероятности, и потому может быть использовано для построения теоретической кривой, соответствующей гистограмме с n значениями при среднем квадратическом отклонении σ . Вернемся к примеру 5.2. В этом случае общая частота $n=50$, а $\sigma = 5$. Если

умножить уравнение (5.3) на $\frac{N}{\sigma}$, то получим абсолютную частоту. Подставляя $n=50$ и $\sigma = 5$,

$$Y = \frac{50}{5} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2 \frac{1}{2}} \right)$$

Выражение в скобках может быть определено для различных Z с помощью табл.5.2. Проведав эти вычисления, получим табл. 5.3, которая дает абсолютные значения



У для различных Z. По данным этой таблицы можно построить кривую нормального распределения.

Таблица 5.2. Плотность вероятности для половины кривой нормального распределения

Значение Z	Y – ордината кривой нормального распределения (плотность вероятности), относительная частота	Z	Y
		1,25	0,187
		1,50	0,130
		1,75	0,086
0	0,399	2,00	0,054
0,25	0,387	2,25	0,032
0,50	0,352	2,50	0,018
0,75	0,301	2,75	0,009
1,00	0,242	3,00	0,004

Таблица 5.3. Абсолютные значения ординат кривой нормального распределения для примера 5.2

Z	Ординаты кривой Y	-Z	Ординаты кривой Y
0	3,99	0	3,99
0,50	3,52	0,50	3,52
1,00	2,42	1,00	2,42
1,50	1,30	1,50	1,30
2,00	0,54	2,00	0,54
2,50	0,18	2,50	0,18
3,00	0,04	3,00	0,04

Очевидно, что число сопротивлений не может выражаться дробью, как это показано в табл. 5.3. Поэтому гистограмма, построенная по фактическим данным, будет аппроксимировать форму кривой, построенной по данным табл. 5.3, но никогда не совпадает с этой кривой полностью. Следует также напомнить, что в табл. 5.3 приведены значения ординат только для некоторых конкретных значений Z. Конечно, имеются другие промежуточные точки на гистограмме, относящейся к партии из 50 сопротивлений, что не должно смущать читателя.

Например, если желательно найти теоретическое или расчетное число сопротивлений, которые имеют величину 101 Ом, следует использовать уравнение (5.2) и вычислить значение Z, соответствующее 101 Ом, т.е. $(101-100)/5=0,2$. Затем следует найти соответствующую ординату (равную 0,3910) по табл. 4 приложения 6 (эта таблица более подробна, чем табл. 5.2). Умножая полученное значение на Z, получим значение 3,9. Аналогично можно найти ожидаемую частоту для сопротивлений в 102, 103 Ом и т. д. Если сложить все результаты, то найдем, что в сумме они равны 50, т. е. числу сопротивлений в партии. Предоставляем читателю возможность подсчитать остальные значения и проверить справедливость вышеуказанного утверждения, используя материалы 5 главы.



ЗАДАЧИ

5.1. 12 монет одного достоинства следует бросить 40 раз. После каждого броска записывать число выпавших сторон монеты и затем построить результирующую гистограмму. Найти по гистограмме среднее значение вероятности выпадения обратной стороны монеты и дать грубую визуальную оценку σ .

5.2. По данным задачи 5.2 подсчитать среднее значение и среднее квадратическое отклонение. Объяснить, почему оценка среднего значения в задаче 5.2 и вычисленное среднее значение в задаче 5.3 близки друг к другу, а оба средних квадратических отклонения не дают такого хорошего совпадения?

5.3. Замеры некоторой электронной лампы дали цифры, на основании которых оцениваемая средняя долговечность равна 2000 ч, а $\sigma = 100$ ч.

Определить процент ламп, в отношении которых можно ожидать долговечность, равную 2100 ч, в предположении, что в этом случае средняя долговечность изменяется по закону нормального распределения. Каков процент ламп, для которых можно предсказать долговечность 1900 ч или менее? Какой процент ламп будет работать в пределах между 1900 и 2100 ч?

5.4. Построить теоретическую кривую нормального распределения по данным задачи 5.3, используя уравнение (5.3) и табл. 5.2. Сравнить ее путем наложения на гистограмму задачи 5.2. Оценить совпадение их и дать пояснения.

Таблица 5.4. Нахождение абсолютной и относительной погрешности для различных функций

Функция вида $A=f(x\dots)$	Погрешности	
	абсолютная ΔA	относительная $\sigma = \frac{\Delta A}{A}$
C_x	$C\Delta x$	$\frac{\Delta x}{x}$
x^n	$nx^{(n-1)}\Delta x$	$\frac{n\Delta x}{x}$
$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{nx} \sqrt[n]{x} \Delta x$	$\frac{\Delta x}{nx}$
$e^{x/c}$	$\frac{\Delta x}{C} e^{x/c}$	$\frac{\Delta x}{C}$
$\ln x$	$\frac{\Delta x}{x}$	$\frac{\Delta x}{(\ln x)x}$
$\frac{x}{1 \pm x}$	$\frac{\Delta x}{(1 \pm x)^2}$	$\frac{\Delta x}{x(1 \pm x)}$
$\sin\left(\frac{x}{C}\right)$	$\cos\left(\frac{x}{C}\right) \frac{\Delta x}{C}$	$ctg\left(\frac{x}{C}\right) \frac{\Delta x}{C}$
$\cos\left(\frac{x}{C}\right)$	$\sin\left(\frac{x}{C}\right) \frac{\Delta x}{C}$	$tg\left(\frac{x}{C}\right) \frac{\Delta x}{C}$
$Bx_1 \pm Cx_2$	$\sqrt{B^2(\Delta x_1)^2 + C^2(\Delta x_2)^2}$	$\sqrt{\frac{B^2(\Delta x_1)^2 + C^2(\Delta x_2)^2}{(Bx_1 \pm Cx_2)^2}}$



$x_1 x_2$	$\sqrt{x_1^2 (\Delta x_2)^2 + x_2^2 (\Delta x_1)^2}$	$\sqrt{\left(\frac{\Delta x_1}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_2}{x_2}\right)^2}$
$\frac{x_1}{x_2}$	$\sqrt{\frac{x_1^2 (\Delta x_2)^2 + x_2^2 (\Delta x_1)^2}{x_2^4}}$	$\sqrt{\left(\frac{\Delta x_1}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_2}{x_2}\right)^2}$

Таблица 5.5. Плотности вероятностей для различных законов распределения

Наименование функции и ее сокращенное обозначение	Плотность вероятности $f(\Delta)$		Предельные погрешности $a/\sigma = z$
	функция	график	
Нормальная (усеченная) норм.	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}\right)$		3
Треугольная (Симпсона) Δ	$(1/a^2)(a - \Delta)$ при $ \Delta \leq a$; 0 при $ \Delta > a$		2,4
Трапецевидная трап.	$(3/4a)$ при $ \Delta \leq a/3$ $[9/8a] (1 - \Delta /a)$ при $a/3 < \Delta < a$ 0 при $ \Delta > a$		2,3
Равномерная равн.	$1/(2a)$ при $ \Delta \leq a$ 0 при $ \Delta > a$		1,7
I Антимодальная ам I	$ \Delta /a^2$ при $ \Delta \leq a$ 0 при $ \Delta > a$		1,4
II Антимодальная ам II	$[9/(4a^2)] \Delta - 3/4a$ при $a/3 \leq \Delta \leq a$ 0 при $ \Delta < a/3$ и $ \Delta > a$		1,3
Рэлея (усеченная) рел.	$(2\Delta/m) \exp(-\Delta^2/m)$ при $\Delta \geq 0$; 0 при $\Delta < 0$, где $m = 4\sigma^2/(4 - \pi)$		3,3



ГЛАВА 6 **ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ И** **ПРИБОРОВ СРАВНЕНИЯ**

Из средств измерений, применяемых в электротехнике и радиоэлектронике, большое распространение имеют аналоговые электроизмерительные приборы прямого преобразования. Они широко используются как самостоятельные измерительные приборы, но в большей степени они представляют интерес как индикаторы и измерительные механизмы радиоэлектронных измерительных приборов. При этом наиболее широкое распространение получили электромеханические измерительные преобразователи, играющие роль измерительных механизмов в составе измерительного прибора. Знание основ теории, основных конструкций, особенностей и источников погрешностей таких преобразователей необходимо для понимания работы измерительных приборов в целом.

6.1. Динамика электромеханических преобразователей

К сожалению, наши органы чувств не приспособлены к непосредственному количественному восприятию основных электрических величин ЭДС, напряжения, силы тока, мощности и т.п. Поэтому измерение электрических величин должно сводиться в конечном итоге к преобразованию измеряемой величины в такое состояние измерительного механизма, при котором органы чувств человека-наблюдателя могли бы воспринимать изменения в состоянии отсчетного приспособления этого механизма.

Поскольку наиболее информативным из наших органов чувств является зрение, то изменение физической величины (в данном случае, электрической) должно быть преобразовано в видимое изменение состояния отсчетного приспособления. Возможности такого преобразования удовлетворяют в первую очередь механические приспособления отсчета, состоящие из совокупности подвижных и неподвижных элементов и преобразующие изменения измеряемых электрических величин во взаимное перемещение этих элементов друг относительно друга.

Для обеспечения такого перемещения в измерительном механизме под воздействием измеряемых величин должны возникать силы или команды сил.

Использование силы для преобразования электрической величины в отсчет вызывает необходимость двух конструктивных особенностей измерительного механизма.

Первой особенностью конструкции является то, что в составе измерительного механизма должна быть такая электромеханическая конструкция, в которой бы



происходило возникновение силы при воздействии электрической величины, причем для передачи силы на подвижную часть отсчетного приспособления эта электромеханическая конструкция должна состоять сама из подвижной и неподвижной частей. Из курса физики известно, что силы появляются при взаимодействии электрически заряженных тел, при взаимодействии проводников с протекающим током с магнитными полями постоянных магнитов или других контуров с током, при взаимодействии контура с током и магнитомягкого ферромагнитного сердечника. Дальнейший материал покажет возможности использования указанных вариантов взаимодействий.

Прежде чем перейти ко второй особенности измерительных механизмов, необходимо обратить внимание на такую особенность механических конструкций. Если на подвижную часть какого-либо механизма действует лишь одна сила, то независимо от значения этой силы подвижная часть механизма будет перемещаться на максимально возможную величину перемещения, т.е. до тех пор, пока эта подвижная часть не достигнет в своем движении некоторого ограничивающего элемента конструкции (упора, ограничителя, осанки корпуса и т.д.). Но такое свободное перемещение исключает наличие какой-либо функциональной зависимости между степенью отклонения подвижной части от своего исходного положения и значение приложенной силы, а значит и значением измеряемой величины. Измерение в таких условиях становится невозможным. Для устранения нерегулируемости этого перемещения на подвижную часть механизма должна воздействовать дополнительная сила, направленная навстречу основной, но при этом меняющая свое значение в зависимости от степени перемещения подвижной части. Очевидно, то же самое следует иметь в виду при воздействии на подвижную часть механизма момента силы.

Следовательно, второй конструктивной особенностью измерительных механизмов будет являться необходимость наличия в них элементов для создания такой дополнительной, а по своей функции - противодействующей силы (или момента сил).

В условиях воздействия на подвижную часть механизма противоположно направленных сил, а также при наличии движения, сопровождающегося изменением кинетической и потенциальной энергий, возможно возникновение колебательных процессов, которые существенно увеличивают время между подачей на измерительный механизм (электромеханический преобразователь) измеряемой электрической величины и окончательным установлением показаний отсчетного приспособления. Для уменьшения времени установления показаний применяются специальные элементы конструкции, которые затрудняют возникновение колебательного процесса в движении подвижной части.

6.2. Общие выражения для моментов, действующих на подвижную часть измерительного механизма

Для получения конкретных выражений для вращающих моментов механизмов разных систем целесообразно исходить из понятия обобщенной силы, действующей на подвижную часть механизма. Известно, что в произвольной системе, состоящей из нескольких контуров с током или нескольких заряженных тел, где все контуры или тела неподвижны, кроме одного, имеющего только одну степень свободы, механическая сила определяется как производная магнитной или электрической энергии системы $W_{ЭМ}$ по этой координате. Поскольку подвижная система измерительного механизма имеет степень свободы относительно оси вращения, то вращающий момент может быть определен как производная от энергии системы по углу поворота α :

$$M_{BP} = \frac{\partial W_{ЭМ}}{\partial \alpha} \quad (6.1)$$



Частная производная взята потому, что изменение энергии происходит в результате изменения только одной координаты системы (в данном случае угла поворота α).

Соотношение (6.1) дает возможность определить вращающий момент любого измерительного механизма.

В общем случае вращающий момент, действующий на подвижную часть, является функцией измеряемой величины X , подаваемой на вход измерительного механизма, и угла отклонения α подвижной части:

$$M_{BP} = F(X, \alpha) \quad (6.2)$$

Противодействующий момент, создаваемый упругими элементами, пропорционален ее углу закручивания или раскручивания α :

$$M_{PP} = W\alpha \quad (6.3)$$

где W – удельный противодействующий момент, численно равный моменту упругого элемента при закручивании или раскручивании его на угол в один радиан.

В положении равновесия любого измерительного механизма имеет место равенство:

$$\begin{aligned} M_{BP} &= M_{PP}; \\ F(x, \alpha) &= W\alpha. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Отсюда зависимость выходной величины измерительного механизма от входной величины:

$$\alpha = \frac{1}{W} F(X, \alpha) \quad (6.5)$$

Это выражение называют характеристикой (уравнением) преобразования.

В переходных механических режимах (при переходе подвижной части из одного положения равновесия в другое) на подвижную часть механизма действуют также момент успокоения и момент трения.

Момент успокоения, создаваемый успокоителем, пропорционален угловой скорости подвижной части и всегда направлен навстречу движению подвижной части:

$$M_y = P \frac{d\alpha}{dt}, \quad (6.6)$$

где P – коэффициент успокоения.

Момент трения зависит от качества материалов и обработки поверхностей керна и камня, загрязненности этих поверхностей, радиусов закругления керна и камня, массы подвижной части, влажности и ряда других случайных факторов. Момент трения равен нулю, когда подвижная часть находится в покое, и возрастает с увеличением скорости движения. Он, как и момент успокоения, всегда направлен навстречу совершающемуся движению и потому способствует более быстрому успокоению подвижной части при ее переходе в новое положение равновесия.

Помимо перечисленных моментов на подвижную часть действует еще ряд моментов, вызванных другими причинами, например недостаточной уравновешенностью подвижной части, не точно вертикальным положением оси подвижной части. Эти моменты очень малы по сравнению с рассмотренными, поэтому здесь они учитываться не будут.

Из теоретической механики известно, что при вращении твердого тела вокруг оси произведение момента инерции J тела на угловое ускорение равно сумме всех моментов, действующих на тело относительно той же оси:



$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = \sum_{i=1}^n M_i \quad (6.7)$$

Для подвижной части измерительного механизма это уравнение имеет вид:

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = M_{BP} - M_{IP} - M_Y - M_{TP} \quad (6.8)$$

Момент трения M_{TP} есть величина случайная, его наибольшее значение гораздо меньше других моментов. Поэтому при анализе уравнение (6.8) обычно полагают $M_{TP}=0$. Подставляя в уравнение (6.8) значения моментов из выражений (6.3) и (6.6), получим:

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + P \frac{d\alpha}{dt} + W\alpha = M_{BP} \quad (6.9)$$

Полученное выражение является неоднородным линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами и называется уравнением движения подвижной части измерительного механизма. Его решение, представленное в виде $\alpha = F(X, t)$, позволяет определить положение подвижной части в любой момент времени t при переходе ее из одного положения равновесия в другое.

6.3. Динамические характеристики измерительных механизмов

Наряду со статическими большой интерес представляют динамические характеристики, определяющие свойства измерительного механизма при изменяющихся значениях входной величины. К числу основных динамических характеристик измерительного механизма относятся: круговая частота собственных колебаний подвижной части, степень успокоения, время успокоения, амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики и динамические погрешности. Эти характеристики могут быть определены путем анализа уравнения движения подвижной части (6.9) и установления зависимости закона изменения угла отклонения подвижной части от закона изменений входной величины. Электромеханические преобразователи используются при решении различных измерительных задач при самых различных законах изменения входной величины. Однако для выявления основных характеристик измерительного механизма достаточно рассмотреть движение подвижной части:

- в переходном режиме, возникающем при скачкообразном изменении входной величины и заканчивающемся установлением равновесия подвижной части;
- в установившемся режиме при периодическом изменении входного сигнала.

Рассмотрим сначала механический переходный процесс, возникающий при воздействии скачкообразно изменяющейся входной величины (например, при включении измерительного механизма на постоянное напряжение). Будем считать, что в момент времени $t=0$ в результате изменения входной величины вращающий момент измерительного механизма скачком достигает значения M_{BP0} и затем остается постоянным. При таком предположении уравнение (6.9) переписывается в виде:

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + P \frac{d\alpha}{dt} + W\alpha = M_{BP0} \quad (6.10)$$

Решение дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, как известно, может быть представлено суммой двух решений - частного и общего:

$$\alpha = \alpha_c + \alpha(t) \quad (6.11)$$



Частное решение α_C определяет установившийся режим и может быть найдено из уравнения (6.10) при условии, что в установившемся режиме скорость и ускорение подвижной части равны нулю

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d^2\alpha}{dt^2} = 0$$

Тогда

$$W\alpha_C = M_{BP0},$$

откуда

$$\alpha_C = \frac{1}{W} M_{BP0} \quad (6.12)$$

Общее решение $\alpha(t)$ характеризует отклонение подвижной части механизма в процессе установления показаний. Оно имеет вид

$$\alpha(t) = C_1 e^{x_1 t} + C_2 e^{x_2 t}, \quad (6.13)$$

где C_1 и C_2 – постоянные, определяемые из начальных условий;

x_1 и x_2 – корни характеристического уравнения

$$Jx^2 + Px + W = 0, \quad (6.14)$$

определяемые выражением

$$x_{1,2} = -\frac{P}{2J} \pm \sqrt{\frac{P^2}{4J^2} - \frac{W}{J}} = \sqrt{\frac{W}{J}} \left(-\frac{P}{2\sqrt{WJ}} \pm \sqrt{\left(\frac{P}{2\sqrt{WJ}}\right)^2 - 1} \right) = \omega_0 (-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 1}) \quad (6.15)$$

Величина

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{W}{J}} \quad (6.16)$$

определяет частоту собственных колебаний подвижной части и является одним из основных динамических параметров механизма, играющим важную роль при рассмотрении любых нестационарных процессов.

Величина

$$\beta = \frac{P}{2\sqrt{WJ}} \quad (6.17)$$

названа степенью успокоения. Она является обобщенным параметром измерительного механизма, связанным с его конструктивными параметрами J, W, P .

Степень успокоения, так же как и частота собственных колебаний ω_0 , является параметром, характеризующим динамические свойства механизма.

Не определяя постоянных C_1 и C_2 , проанализируем характер движения подвижной части при переходе ее из начального (в данном случае нулевого) в установившееся α_C положение. Характер движения подвижной части определяется соотношением между конструктивными параметрами механизма J, W, P , т.е. видом корней характеристического уравнения. В зависимости от значения степени успокоения возможен один из трех случаев.



$$1) \quad \beta > 1 \left(\frac{P^2}{4J^2} = \frac{W}{J} \right)$$

Корни характеристического уравнения оказываются вещественными и разными, что соответствует аperiodическому режиму. Подвижная часть подходит к новому положению равновесия только с одной стороны, не переходя его. При $\beta \gg 1$ успокоение происходит очень медленно, и подвижная часть крайне медленно перемещается к новому положению равновесия. На рис. 6.1 этот режим, называемый переуспокоенным, изображен кривой 1. На практике обычно избегают этого режима, так как время успокоения $t_{ycn.1}$ оказывается недопустимо большим.

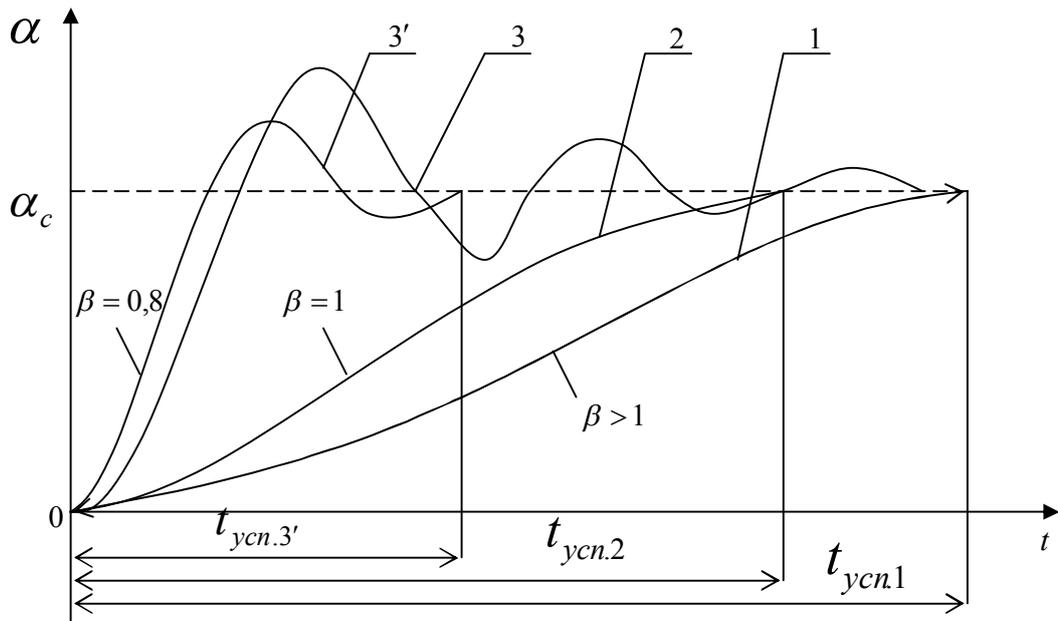


Рис. 6.1

$$2) \quad \beta = 1 \left(\frac{P^2}{4J^2} = \frac{W}{J} \right)$$

Корни характеристического уравнения вещественные и равные. Этот случай соответствует предельному (критическому) аperiodическому режиму. Подвижная часть также плавно переходит в новое положение, не переходя его, но за более короткое время (кривая 2 на рис. 6.8). Этот режим оказывается более экономичным, по сравнению с аperiodическим, но не является оптимальным.

$$3) \quad \beta < 1 \left(\frac{P^2}{4J^2} = \frac{W}{J} \right)$$

Корни характеристического уравнения оказываются комплексными сопряженными

$$\underline{X}_{1,2} = -\beta\omega_0 \pm j\omega_0\sqrt{1-\beta^2} \quad (6.18)$$

Измерительный механизм работает в периодическом режиме. Подвижная часть совершает затухающие колебания с круговой частотой $\omega = \omega_0\sqrt{1-\beta^2}$ и периодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{T_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (6.19)$$

Подвижная часть занимает новое положение равновесия после ряда колебаний относительно нового положения равновесия.

Период затухания колебаний T остается неизменным при постоянном β . При уменьшении β знаменатель (6.19) возрастает и период T уменьшается. В пределе при $\beta=0$,



т.е. при отсутствии успокоения, $T=T_0$ и наступает режим свободных незатухающих колебаний. При возрастании β период T уменьшается и при $\beta=1$ становится равным бесконечности, а режим движения из периодического переходит в аperiodический.

Произведение $\beta\omega_0$ определяет степень затухания колебаний. Чем больше $\beta\omega_0$, тем быстрее затухают колебания. Исследования показывают, что время успокоения оказывается минимальным при $\beta=0,8\div 0,85$. В этом режиме обычно и работают все электромеханические приборы.

Время успокоения электромеханических приборов (механизмов) определяется как промежуток времени с момента изменения входной величины до момента, когда указатель отсчетного устройства не будет удаляться от установившегося отклонения более чем на 1% длины шкалы. Для большинства приборов (измерительных механизмов) время успокоения не должно превышать 4 с. Для приборов с длиной стрелки более 15 см и для приборов с подвижной частью на растяжках время успокоения не должно превышать 6 с. ГОСТом нормируется и так называемый первый относительный отброс, под которым понимается отношение первого максимального отклонения подвижной части к установившемуся отклонению (рис. 6.2):

$$\sigma_1 = \frac{\alpha_{m1}}{\alpha_c} \quad (6.20)$$

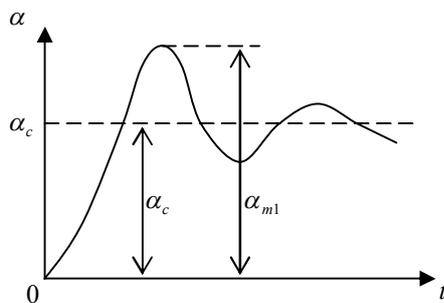


Рис. 6.2.

Он не должен быть больше 1,2. Для регистрирующих самопишущих приборов время успокоения не должно быть большим 2с, а первый относительный отброс $\sigma_1 \leq 1,1$.

Для определения других динамических параметров измерительного механизма рассмотрим движение подвижной части в установившемся режиме при воздействии периодически изменяющегося вращающего момента. При этом примем, что вращающий момент изменяется по синусоидальному закону, амплитуда его остается неизменной, а частота может изменяться в широких интервалах. При этом условии уравнение движения (6.9) примет вид:

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + P \frac{d\alpha}{dt} + W \alpha = M_{Bpm} \sin \omega t \quad (6.21)$$

Решение этого уравнения будем искать в виде

$$\alpha = \alpha_m \sin(\omega t + \Psi_\alpha) \quad (6.22)$$

Поскольку коэффициенты J, W, P – постоянные величины, а вращающий момент и колебания подвижной части – синусоидальные функции, то уравнение (6.21) можно записать в комплексной форме:

$$-\omega^2 J \alpha_m + j\omega P \alpha_m + W \alpha_m = M_{Bpm}$$

Отсюда



$$\alpha_m = \frac{M_{BPM}}{(W - \omega^2 J) + j\omega P} \quad (6.23)$$

Этому уравнению соответствует уравнение для мгновенных значений:

$$\alpha = \frac{M_{BPM}}{\sqrt{(W - \omega^2 J)^2 + (\omega P)^2}} \sin(\omega t - \arctg \frac{\omega P}{W - \omega^2 J}) \quad (6.24)$$

Используя ранее введенные обозначения $\omega = \sqrt{\frac{W}{J}}$ и $\beta = \frac{P}{2\sqrt{WJ}}$, и вводя новое

$$\eta = \frac{\omega}{\omega_0}$$

обозначение ω_0 – отношение угловых частот вращающего момента и собственных колебаний подвижной части, после несложных преобразований получим выражения:

- для амплитуды колебаний подвижной части

$$\alpha_m = \frac{M_{epm}}{W} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2\beta\eta)^2}} \quad (6.25)$$

- для начальной фазы колебаний подвижной части

$$\Psi_\alpha = \arctg \frac{2\beta\eta}{1 - \eta^2} \quad (6.26)$$

Уравнение (6.25) представляет собой амплитудно-частотную, а уравнение (6.26) – фазо-частотную характеристики измерительного механизма.

Из уравнения (6.25) следует, что амплитуда колебаний подвижной части в установившемся режиме зависит не только от измеряемой величины (вращающего

$$\eta = \frac{\omega}{\omega_0}$$

момента) и частоты ее изменения (точнее, от относительной частоты ω_0), но и от соотношения между конструктивными параметрами измерительного механизма (степени успокоения β). Фазо-частотная характеристика (6.26) также является функцией отношения

$$\frac{\alpha_m}{\alpha_{m0}}$$

частот η и степени успокоения β . На рис. 6.3 и 6.4 приведены семейства кривых α_{m0} и

Ψ_α в функции η и β . Через α_{m0} обозначено отклонение подвижной части измерительного механизма при частоте вращающего момента, равной нулю.

При изменении частоты вращающего момента изменяется характер движения подвижной части в установившемся режиме. При малых значениях частоты вращающего момента ($\omega \ll \omega_0$) подвижная часть совершает колебания относительно нулевой отметки шкалы с частотой вращающего момента. В этом режиме работают приборы, предназначенные для регистрации мгновенных значений измеряемой величины (самопишущие приборы, вибраторы светолучевых осциллографов). Основным требованием, предъявляемым к таким приборам, является условие, чтобы подвижная часть точно следовала за изменениями измеряемой величины. Для выполнения этого требования момент инерции J подвижной части должен быть по возможности меньшим,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{W}{J}}$$

чтобы частота собственных колебаний была бы как можно выше, и было бы

меньше значение величины α_m / α_{m0} , определяющей так называемую амплитудную погрешность записи кривой измеряемой величины.



По мере увеличения частоты вращающего момента амплитудная погрешность (при неизменном значении амплитуды вращающего коэффициента) возрастает и уже при $\eta = 0,2 \div 0,25$ становится очень заметной. Из рис.6.3 видно также, что при степени успокоения около 0,6-0,7 амплитудная погрешность получается наименьшей. Поэтому можно установить следующее правило: чтобы амплитудная погрешность была малой, необходимо выбирать β в пределах 0,6-0,7, а отношение частот η должно быть по возможности малым, т.е. частота собственных колебаний подвижной части должна быть по возможности больше частоты исследуемого явления.

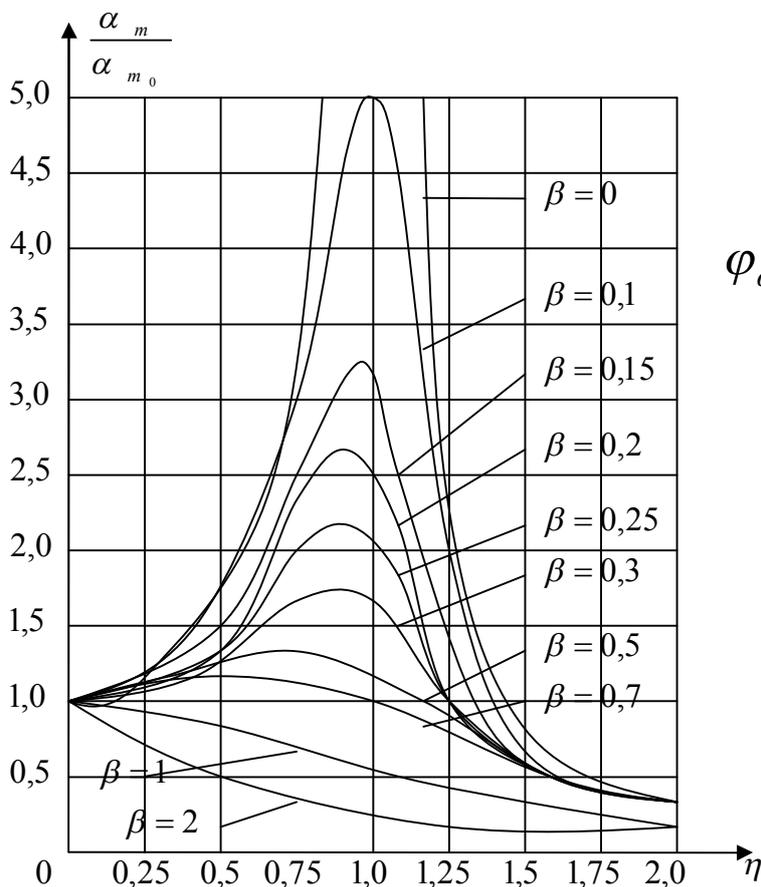


Рис. 6.3.

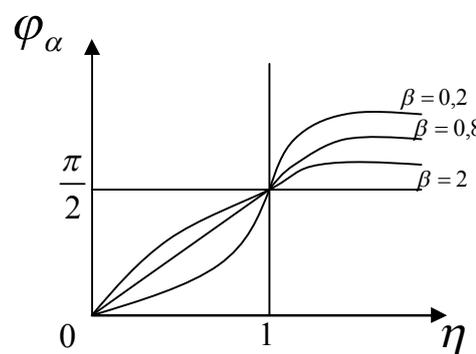


Рис. 6.4.

С повышением частоты вращающего момента возрастает чувствительность измерительного механизма и при частоте вращающего момента, равной частоте собственных колебаний подвижной части, она достигает наибольшего значения:

$$\alpha_{\text{ММАКС}} = \frac{M_{\text{ВРm}}}{W} \cdot \frac{1}{2\beta} \quad (6.27)$$

Отсюда следует, что чувствительность будет тем больше, чем меньше степень успокоения β .

В режиме $\omega = \omega_0$, называемом резонансным, измерительный механизм может быть использован для обнаружения малых переменных токов и напряжений и непригоден для их измерения. Дело в том, что при высокой чувствительности (при β , близких к нулю) небольшое изменение частоты измеряемой величины приводит к резкому уменьшению амплитуды колебания подвижной части, что может ввести в заблуждение работающего, так как он не будет знать, за счет чего уменьшалось отклонение – то ли за счет уменьшения самой измеряемой величины, то ли за счет уменьшения чувствительности



вследствие нарушения условия $\omega = \omega_0$. В режиме $\omega = \omega_0$ работают резонансные гальванометры и язычковые частотомеры.

При частотах вращающего момента, превышающих частоту собственных колебаний подвижной части, наблюдается уменьшение чувствительности измерительного механизма. При действии синусоидального вращающего момента уже при $\eta=3\div 5$ колебания подвижной части прекращаются, и указатель отсчетного устройства остается на нулевой отметке. При $\omega \gg \omega_0$ отклонение подвижной части на некоторый угол α от нулевого положения наблюдается только в том случае, если вращающий момент кроме переменной содержит еще и постоянную составляющую. В режиме $\omega \gg \omega_0$ работает большинство электромеханических приборов переменного тока, среднее значение вращающего момента которых не равно нулю (электромагнитные, электродинамические, ферродинамические и др.).

6.4. Классификация и обозначения измерительных приборов

Ввиду чрезвычайного разнообразия средств измерения и воспроизведения параметров и характеристик радиоэлектронных сигналов и цепей необходима классификация измерительных приборов. Она дает возможность выбирать необходимые приборы при проведении измерений в соответствии с назначением этих приборов, их основными характеристиками, условиями эксплуатации и т.д. Она позволяет также составить представление о совокупности измерительных приборов, уже выпускаемых промышленностью, и спланировать выпуск новых приборов, обладающих лучшими метрологическими и эксплуатационными характеристиками. Благодаря классификации осуществляется централизованное присвоение средствам измерений соответствующих обозначений (шифров).

Прежде всего, в основе классификации измерительных приборов должен лежать метод измерения, реализуемый в данном приборе, или другими словами, способ сравнения измеряемой величины с единицей измерения. По используемому методу измерения приборы делятся на две группы:

- приборы непосредственной оценки;
- приборы сравнения (компарирующие приборы).

Основой классификации электроизмерительных приборов непосредственной оценки считается классификация по системам или, что то же самое, по принципу действия (принципу получения вращающего момента). Согласно этой классификации различают следующие приборы:

1) Магнитоэлектрические, основанные на взаимодействии контура с током и магнитного поля постоянного магнита.

2) Электромагнитные, основанные на взаимодействии магнитного поля контура (катушки) с током и ферромагнитного сердечника.

3) Электродинамические, основанные на взаимодействии неподвижного и подвижного контуров с током.

Разновидностью этой системы является ферродинамические приборы, у которых неподвижный контур имеет ферромагнитный магнитопровод.

4) Индукционные, основанные на взаимодействии магнитных полей контуров, обтекаемых переменным током, с магнитными полями токов, которые индуктируются в подвижной неферромагнитной части.

5) Электростатические, основанные на взаимодействии электрически заряженных пластин – подвижных и неподвижных.



б) Тепловые, основанные на использовании удлинения металлических тел, нагреваемых током. (Последняя система в связи с малым практическим использованием подробно рассматриваться не будет).

По степени точности измерительные приборы делятся на 9 классов точности: 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0.

Для каждого класса точности нормируется допустимое значение основной погрешности, а также допустимые изменения показаний приборов из-за влияния внешних факторов. Основная погрешность, выраженная в процентах, не должна превышать значений, соответствующих обозначению класса точности данного прибора. Изменения показаний приборов при отклонении температуры на 10°C и силы тока или напряжения на 10% от их номинального значения не должны превышать допустимого значения основной приведенной погрешности.

Комбинированные приборы могут быть различных классов точности для разных измеряемых величин, разных родов тока и разных пределов измерений.

Многопредельные приборы, предназначенные для измерения одной и той же величины, также могут быть различных классов точности на разных пределах измерения, причем эти классы точности должны быть смежными.

По роду измеряемой величины приборы делятся на амперметры, вольтметры, ваттметры и т.д.

В зависимости от способа выдачи результатов измерений различают показывающие, или приборы с визуальным отсчетом, и регистрирующие, т.е. самопишущие приборы.

По степени защищенности от внешних полей показывающие приборы разделены на две категории с допускаемыми изменениями показаний, в зависимости от класса точности, приведенными в таблице 6.1.

Таблица 6.1. Допустимые изменения показаний приборов от влияния внешних полей

Класс точности прибора	Допускаемые изменения показаний прибора, %	
	Категория I	Категория II
0,02;0,05;0,1;0,2;0,5	±0,5	±1,0
1,0;1,5	±1,0	±2,5
2,5;4,0	±2,5	±5,0

В зависимости от условий эксплуатации приборы делятся на группы:

1. Группа *A* – приборы, предназначенные для работы в закрытых, сухих отапливаемых помещениях.

2. Группа *B* – приборы, предназначенные для работы в закрытых, неотапливаемых помещениях.

3. Группа *B* – приборы, предназначенные для работы в полевых или в морских условиях.

Приборы, предназначенные для работы в условиях тропического климата, имеют обозначение типа с буквой *T*.

По устойчивости к механическим воздействиям показывающие приборы разделяются на обыкновенные, обыкновенные с повышенной прочностью и устойчивые к механическим воздействиям: тряскопрочные, вибропрочные, нечувствительные к тряске – тряскоустойчивые, нечувствительные к вибрациям – виброустойчивые, ударопрочные.

Тряскопрочными, вибропрочными и ударопрочными называют приборы, способные противостоять разрушающему влиянию механических воздействий (тряске,



вибрациям или ударным сотрясениям) и продолжать нормально работать после их воздействия.

Тряскоустойчивыми или виброустойчивыми называют приборы, способные нормально работать в условиях тряски или вибрации.

Помимо указанных разновидностей приборов существует ряд делений приборов по другим признакам.

По роду тока различают приборы для измерения постоянного, переменного, постоянного и переменного тока.

По габаритным размерам различают приборы миниатюрные (до 50 мм), малогабаритные (от 50 до 100 мм), средние (от 100 до 200 мм) и большие (свыше 200 мм).

По способу образования результатов измерения приборы делятся на приборы с непрерывным представлением или с дискретным представлением значений измеряемой величины.

По характеру изменения измеряемой величины различают приборы для измерения статических или динамических величин.

По назначению различают рабочие и образцовые приборы.

По роду работы различают стрелочные приборы, приборы с настройкой, автоматические приборы.

По характеру применения различают приборы стационарные и переносные.

По защищенности кожухами приборы делятся на пыленепроницаемые, водонепроницаемые и герметические.

По способу создания противодействующего момента все показывающие аналоговые приборы разделяют на приборы с механическим противодействующим моментом и логометры.

В целях унификации обозначений типов электроизмерительных приборов систему последних обычно указывают в маркировке следующими буквами: *M* – магнитоэлектрическая; *D* – электродинамическая; *Э* – электромагнитная; *Ф* – электронная. Обозначения типов регистрирующих приборов независимо от их системы начинают буквой *H*, а типов приборов измерения сопротивления (катушки, магазины, мосты, потенциометры) – буквой *P*. Обозначения различного рода установок (поверочные, для магнитных измерений и т.д.) начинают буквой *У*.

Например: *M154*; *Э309*; *D533*; *H102*; *P307*; *У520* и т.д.

Электронные измерительные приборы классифицируются согласно ГОСТ 15094–69 [4]. В основу этой классификации положено назначение электронных радиоизмерительных приборов. Все радиоизмерительные приборы в зависимости от назначения разделены на 20 основных подгрупп (см. приложение 1), обозначенных буквами русского алфавита. Каждая подгруппа состоит из нескольких видов, обозначаемых цифрами по порядку. Каждому типу прибора присвоены порядковые номера, перед которыми ставится дефис.

Так, например, надпись на приборе В3–13 говорит о том, что это тринадцатая модель вольтметров переменного тока.

Прописная буква русского алфавита, стоящая после номера модели, указывает на то, что прибор модернизировался. Порядковый номер буквы в алфавите соответствует числу модернизаций. Например, измеритель нелинейных искажений С6–1 после модернизации имеет обозначение С6–1А.

Обозначение многофункционального (комбинированного) прибора, измеряющего несколько параметров, составляется из обозначения вида, к которому прибор относится по основной выполняемой функции. К буквенному обозначению вида таких приборов добавляют букву *K*, если в данной группе отсутствует вид «универсальные».

6.5. Основные характеристики измерительных приборов



Каждый измерительный прибор, выпускаемый промышленностью, снабжается техническим описанием, содержащим указания об особенностях схемы и конструкции прибора, изложение методики измерения, инструкцию по обслуживанию, а также технические характеристики. Последние играют основную роль при выборе прибора для проведения необходимого измерения. Помимо данных, не влияющих на точность прибора (габариты, масса, потребляемая от сети мощность и т.д.), в технические характеристики включаются данные, являющиеся основой оценки точности измерения при помощи этого прибора – метрологические характеристики.

Метрологическими характеристиками средств измерений называются характеристики, регламентирующие условия эксплуатации, при соблюдении которых погрешность не превосходит заранее заданных норм.

Метрологические характеристики представляют собой систему ограничений, в рамках которых гарантируется вполне определенная точность средств измерений. Поскольку число факторов, влияющих на точность измерения, обычно чрезвычайно велико, то полное их выявление и учет затруднительны, а часто и невозможны. Поэтому из всей совокупности влияющих факторов должны быть выбраны основные, т.е. вносящие наибольший вклад в погрешность измерений. Задача нормирования метрологических характеристик средств измерений состоит в выявлении минимально необходимой и достаточной совокупности основных факторов (параметров), в указании пределов изменения этих параметров и погрешности измерений.

Совокупность метрологических характеристик включает указание о назначении данного средства измерений» области возможного его применения, погрешности измерения или воспроизведения значения определенной физической величины.

1. Назначение средства измерений оговаривается в полном наименовании данного средства измерений, т.е. указывается, для какой цели предназначено средство измерений, какую именно характеристику или параметр сигнала либо цепи измеряют или воспроизводят с его помощью. Полное наименование служит основой для выбора средства измерений при необходимости провести измерение. Использование средства измерений не по своему назначению может привести либо к получению ложных данных, либо даже к повреждению самого измерительного прибора или участка схемы, к которому он подсоединен. Именно поэтому назначение средства измерений отнесено к метрологическим характеристикам.

2. Область применения средства измерений в отличие от назначения средств измерений является совокупностью количественных характеристик, ограничивающих диапазоны допустимых значений параметров.

К этой совокупности характеристик относятся:

а) диапазоны возможного изменения измеряемых или воспроизводимых параметров. Изменяемые параметры могут принимать любое значение в некотором более или менее широком диапазоне. Однако построить прибор, который может с удовлетворяющей точностью измерять как очень большие, так и чрезвычайно малые значения параметра, обычно не удается. Приходится создавать «гамму» приборов, и они в совокупности обеспечивают измерение данного параметра в широком диапазоне его изменений. При выборе средств измерений следует учитывать, что диапазон прибора должен перекрывать предполагаемый диапазон возможных значений измеряемого параметра, в противном случае измерение окажется невозможным;

б) диапазоны допустимого изменения неизмеряемых или невоспроизводимых параметров. Например, в формулу, описывающую гармоническое колебание, кроме измеряемого параметра A_m входит также неизмеряемый параметр f_0 . Оказывается, что схема, конструкция и погрешность прибора, предназначенного для измерения данного параметра, существенно зависят от диапазона значений, в котором могут изменяться неизмеряемые параметры. Поэтому опять необходим ряд приборов, позволяющий перекрыть диапазон возможных значений неизмеряемых параметров. Средства измерений



являются тем универсальнее, чем при больших пределах изменения неизмеряемых параметров они позволяют измерять требуемые параметры;

в) диапазоны допустимого изменения параметров внешних условий (температуры, давления, влажности и т.д.), оказывающих влияние на результат измерения, также должны быть ограничены. Желательно, чтобы средства измерений были мало чувствительными к изменению внешних условий, позволяли работать в широком диапазоне изменений параметров внешних условий. Обычно для более точных средств измерений устанавливаются более узкие диапазоны изменения внешних условий. Так, эталоны, как правило, требуют особых условий, которые создаются и поддерживаются при помощи специальных устройств;

г) требования к условиям согласования средств измерений с внешними цепями. Подключение прибора, к исследуемой цепи не должно приводить к сколько-нибудь существенному изменению режима этой цепи. Поэтому важной характеристикой прибора является его входной импеданс.

Обычно для приборов, подключаемых параллельно исследуемой цепи, входное сопротивление должно быть чисто активным и возможно больше превышать значение модуля комплексного сопротивления исследуемого участка цепи при рабочей частоте. Для приборов, включаемых последовательно в цепь, входное сопротивление должно быть также чисто активным, но наоборот, намного меньшим сопротивления нагрузки цепи. В ряде случаев (особенно при необходимости передачи в прибор максимальной мощности на СВЧ) входное сопротивление должно быть комплексным и сопряженным с внутренним сопротивлением источника сигнала, т.е. активные составляющие полного сопротивления источника сигнала и прибора должны быть равны, а реактивные – равны и противоположны по знаку.

В более сложном случае, когда средство измерения представляет собой четырехполюсник, оговаривается входной и выходной импедансы или допустимое значение КСВН, модуля коэффициента отражения и т.п. со стороны входа и выхода.

3. Погрешность измерения или воспроизведения значения данной физической величины. Все перечисленные ограничения в областях применения средств измерений тесно связаны с предельно допустимой погрешностью измерения или воспроизведения данной физической величины во всем диапазоне ее изменения, в также изменения влияющих параметров.

Понятие предельно допустимой погрешности является комплексным, связывающим воедино ряд факторов, часть которых входит в совокупность метрологических характеристик:

а) основная погрешность и условия ее определения. Согласно ГОСТ 9763-67 [5] основную погрешность определяют при соблюдении комплекса наперед заданных условий, т.е. когда значения всех влияющих параметров не выходят за пределы сравнительно узких границ. Поэтому в число метрологических характеристик включают числовое значение основной погрешности и условия, при которых она определена, – иначе говоря, совокупность неравенств, регламентирующих допустимые пределы изменения влияющих параметров;

б) дополнительная погрешность и ее предельное значение в расширенном диапазоне изменения влияющих параметров. Эта погрешность характеризуется изменением показания прибора при заданном изменении влияющего параметра и неизменных значениях остальных параметров. Часто дополнительная погрешность имеет систематический характер, что позволяет ее исключить, используя для этого график или таблицу поправок. В ряде случаев в метрологические характеристики включают предельное значение дополнительной погрешности, которое может иметь место при изменении всех влияющих параметров в заданных пределах их изменения.



Чем меньше предельное значение дополнительной погрешности в заданном диапазоне изменения влияющих параметров, тем менее чувствителен прибор к изменению условий эксплуатации, тем стабильнее его показания, тем лучше он спроектирован;

в) погрешность воспроизведения формы характеристики. Для мер, воспроизводящих характеристику сигнала или цепи, необходимо регламентировать допустимую степень отклонения формы получаемой (реальной) характеристики от заданной (идеальной). Так, импульсный генератор должен вырабатывать импульсы определенной формы; для четырехполюсников задается вид переходной характеристики; для двухполюсников задается характер зависимости модуля комплексного сопротивления от частоты;

г) предельно допустимые значения паразитных параметров. В некоторых случаях допустимое отклонение формы характеристики от заданной может быть регламентировано с помощью так называемых паразитных параметров. Паразитные параметры (например, длительности фронта и спада у сигнала прямоугольного импульса) определяется таким образом, чтобы по мере уменьшения их значений форма характеристики приближалась к идеальной;

д) метрологическая надежность средств измерений. Ее связывают не с явными отказами этих средств, а с так называемыми скрытыми отказами, под которыми понимают выход погрешности средства измерений за пределы оговоренного для нее допуска при сохранении общей работоспособности средства измерения. Под метрологической надежностью средства измерений понимают период времени, в течение которого гарантируется соблюдение остальных метрологических характеристик данного средства измерений.

Важность этой характеристики становится понятной, если учесть, что приведенные выше другие метрологические характеристики должны быть присущи прибору не только сразу после выпуска с завода, но и на протяжении определенного срока. Эту характеристику устанавливают, пользуясь вероятными методами теоретического расчета и методами экспериментальной оценки.

Как видно из сказанного выше, метрологические характеристики являются «внешними» по отношению к средству измерения, не зависящими от конкретных особенностей его схемы или конструкции. Это обстоятельство весьма ценно, так как позволяет сравнивать показатели средств измерений одинакового назначения, но различных по схеме, конструкции и др.

6.6. Общие требования к измерительным приборам

Ко всем приборам, предназначенным для электрических и радиоэлектронных измерений, предъявляется ряд общих основных требований, которые регламентируются ГОСТ 22261-76 [6], 13600-68[7] и 9763-67 [5].

Среди этих требований в первую очередь необходимо отметить следующие:

1. Высокая точность измерений. Из этого требования следует, что при создании соответствующих измерительных приборов конструкторы и разработчики должны стремиться к тому, чтобы были ликвидированы или, по крайней мере, сведены к минимуму влияния на результат измерений всех мешающих факторов, чтобы погрешности измерений, основные и дополнительные были минимальными. Конечно, следует учесть, что достижение высоких технических показателей по точности должно быть экономически оправдано, так как достижение высокой точности неизбежно связано с усложнением, а, следовательно, и с удорожанием приборов.

2. Высокая чувствительность по измеряемой величине. Чувствительность прибора определяется отношением приращения показания прибора к приращению измеряемой величины. Повышение чувствительности прибора позволяет повысить качественные показатели его работы в режиме динамических измерений. Кроме того, высокая



чувствительность прибора позволяет путем применения некоторых дополнительных приемов, например, интерполяции показаний, повысить точность результатов отдельных наблюдений, а, следовательно, и измерений.

3. Достаточно широкий диапазон изменений измеряемого параметра. Расширение диапазонов изменения измеряемых параметров, как и повышение точности измерений одни, из главнейших направлений совершенствования измерительной техники, так как они позволяют уменьшить набор приборов, перекрывающий весь возможный диапазон изменений измеряемых параметров.

4. Минимальное влияние на цепи, к которым в процессе измерений подключается измерительный прибор. При существенном влиянии прибора на внешнюю цепь подключение прибора, выполненное с целью производства измерений, приведет к ощутимому изменению режима этой цепи, что в свою очередь приведет в большинстве случаев к изменению измеряемого параметра, а значит и к искажению результатов измерений.

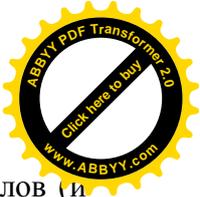
5. Минимальное время установления рабочего режима. Современные средства измерений обладают высокими метрологическими характеристиками, но это качество зачастую достигается усложнением схемы, тщательным подбором режимов работы отдельных элементов. Поэтому для некоторых приборов необходимо после включения питания выждать определенное время, в течение которого все элементы и функциональные узлы прибора войдут в определенный, установившийся режим работы. Такое время установления для различных приборов лежит в интервале от нескольких минут до нескольких часов. Длительного установления режимов, как правило, требуют приборы, в составе которых имеются меры для воспроизведения физических величин, при этом время установления тем больше, чем точнее должна быть воспроизведена мерой физическая величина.

6. Высокое быстродействие. Оно характеризуется промежутком времени с момента изменения измеряемой величины до момента установления соответствующих показаний прибора (иногда его называют временем измерения). Не требуется специального разъяснения для понимания того, что чем меньше времени затрачивается на измерение, тем быстрее можно получить интересующую вас информацию, а это – немаловажный фактор использования средств измерений для измерений и контроля в объектах вооружения и военной техники, где для выполнения боевой задачи отводится ограниченное время. Как и достижение высокой точности, повышение быстродействия весьма часто достигается за счет усложнения средств измерений.

Помимо отмеченных основных общих требований к средствам измерений предъявляется целый ряд других общих требований, в меньшей степени определяющих метрологические качества этих средств. Эти требования предъявляются к шкалам и отсчетным устройствам средств измерений, к параметрам энергопитания приборов, к электрической прочности и сопротивлений изоляции, к влиянию климатических воздействий, к надежности и сроку службы, к надписям и обозначениям на средствах измерения, к конструкции и комплектности, к покрытию и окраске, к безопасности эксплуатации средств измерений и др.

6.7. Общие принципы построения аналоговых измерительных приборов

Приборы, служащие для электрических и радиоэлектронных измерений и составляющие арсенал средств контроля и измерений на современных объектах вооружения и военной техники, чрезвычайно разнообразны. Число их типов исчисляется многими сотнями. На первый взгляд многие из них не имеют ничего общего друг с другом. Однако более внимательное изучение показывает, что функциональные схемы, по которым выполняются измерительные приборы, являются общими для широкого класса измеряемых физических величин.



Все приборы, служащие для измерения характеристики и параметров сигналов (и устройств, являющихся источниками сигналов) по существу выполняют ряд последовательных преобразований, в результате которых измеряемая величина X преобразуется в некоторую чаще всего также электрическую величину Y , последняя же в свою очередь преобразуется в отклонение α подвижной части выходного индикаторного устройства. В общем виде совокупность таких преобразований может быть представлена функциональной схемой (рис. 6.5), характерной для электроизмерительных приборов. Элементы, осуществляющие предварительное преобразование измеряемой величины X во вспомогательную величину Y , получили название измерительной цепи, а элемент, осуществляющий преобразование величины Y в поддающееся наблюдению изменение состояния отсчетного устройства, получил название измерительного механизма. В более общем виде измерительный механизм иногда называется индикатором.

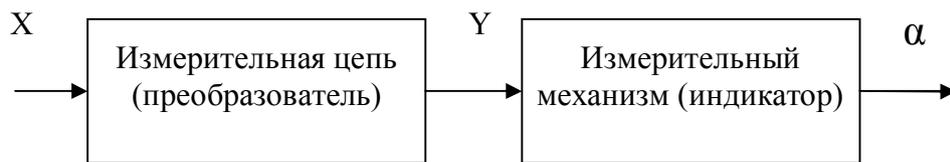


Рис. 6.5. Обобщенная схема измерительных приборов

К входным клеммам прибора подводится сигнал, параметр или характеристика которого должны быть измерены данным прибором. После выполнения ряда операций с органами управления прибора, предусмотренных инструкцией по его эксплуатации (методикой измерения), на индикаторе – стрелочном, печатающем, самопишущем, осциллографическом и т.п. – получают числовое значение измеряемого параметра или изображение характеристики. Таким образом, помимо входных клемм, предназначенных для подачи на них исследуемого сигнала X , и индикатора, по которому отсчитывают значение измеряемого параметра или наблюдают характеристику, измерительный прибор содержит измерительную цепь – преобразователь параметра X в некоторый аналог Y , который и составляет основную, и, как правило, наиболее сложную его часть. Особенности преобразователя полностью определяются сигналом, видом и ожидаемым значением измеряемого параметра, а также диапазоном возможных значений остальных неизмеряемых параметров.

В зависимости от структуры преобразователя измерительные приборы можно условно разделить на приборы прямого преобразования и приборы уравнивания. Встречаются приборы, преобразователи которых сочетают оба этих принципа.

В приборах прямого преобразования (рис. 6.6.а) функциональная схема разомкнута: преобразования идут от входной величины X через отдельные преобразователи $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$ с промежуточными выходными величинами преобразователей Y_1, Y_2, \dots, Y_{n-1} к выходной величине Y . Такие приборы чаще всего бывают прямопоказывающими. Шкалы прямопоказывающих приборов заранее градуируются, и поэтому при работе с ними меры не нужны. К таким приборам относятся амперметры, вольтметры и т.п.

В приборах уравнивания (рис. 6.6. б) функциональная схема замкнута. Она содержит цепь прямого преобразования с последовательным набором прямых преобразователей $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$ и цепь обратного преобразования (обратная связь) с преобразователями $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$. В таких приборах входная величина X сопоставляется в преобразователе сравнения (ПС) с вырабатываемым цепью обратной связи значением однородной величины X_Y , а их разность ΔX определяет погрешность измерений величины X .

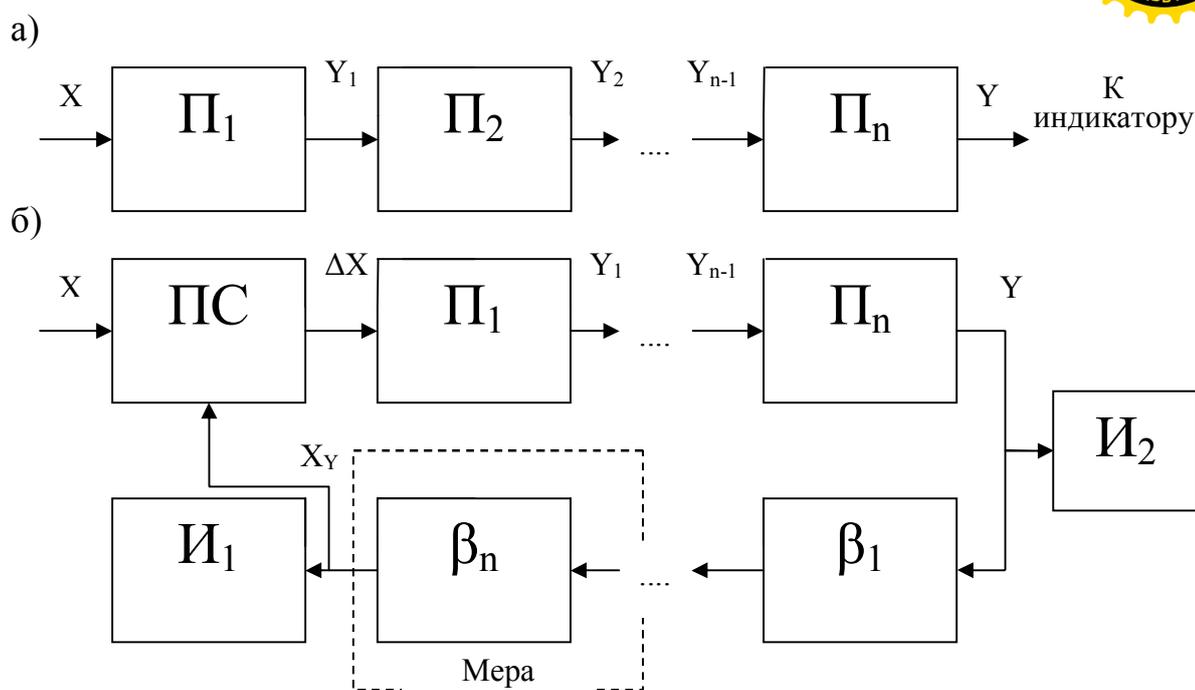


Рис. 6.6. Структура приборов прямопоказывающих (а) и приборов уравнивания (б)

Поскольку в приборах уравнивания осуществляется сравнение величины X с однородной величиной X_Y , такие приборы часто называют приборами сравнения. Для работы этих приборов свойственно выполнение вручную или автоматически ряда дополнительных действий, следствием которых является соответствующее изменение значения величины X_Y . Цепь обратной связи по сути представляет собой меру, значение которой непосредственно близко к значению X , следовательно, индикатор I_1 , показывающий значение измеряемой величины, как правило, непосредственно связан с мерой. Если прибор уравнивания не является автоматическим, то в нем, как правило, имеется еще один индикатор I_2 , по показаниям которого осуществляется сведение к нулю разности ΔX (см., например, мосты, компенсаторы).

Приборы, предназначенные для измерения характеристик и параметров цепей (например, измерители частотных характеристик, измерители добротности), представляют собой комбинацию источника стимулирующего сигнала и устройств, измеряющих реакцию исследуемой цепи на данные стимулирующие сигналы.

Приборы для измерения параметров и характеристик цепей в виде четырехполюсника строятся по функциональной схеме, представленной на рис. 6.7. Источник стимулирующих сигналов, являющийся, по сути, мерой, воспроизводящей сигналы с определенными параметрами для воздействия на исследуемую цепь, подключается на вход четырехполюсника. Параметры стимулирующего сигнала в результате прохождения через исследуемую цепь изменяются, и это изменение параметров или характеристик сигнала измеряется второй частью измерительного прибора, которая подключена уже к выходу четырехполюсника. Поскольку информацию о характеристиках или параметрах четырехполюсника несут параметры выходного сигнала, то структура второй части измерительного прибора аналогична структуре приборов для измерения параметров и характеристик сигналов, которая была представлена на рис. 6.5 и 6.6. В некоторых случаях, особенно при измерении характеристик цепей с панорамным представлением информации, мера бывает дополнительно связана со второй частью измерительного прибора.



Приборы для измерения параметров и характеристик цепей в виде двухполюсников строятся по функциональной схеме, представленной на рис. 6.8. Мера, представляющая собой источник стимулирующих сигналов, и вторая (измерительная) часть прибора подключаются к двухполюснику. Реакция двухполюсника на стимулирующий сигнал вызывает изменение некоторых параметров этого сигнала, которые затем измеряются. Структура измерительной части такова же, как и в предыдущих случаях.

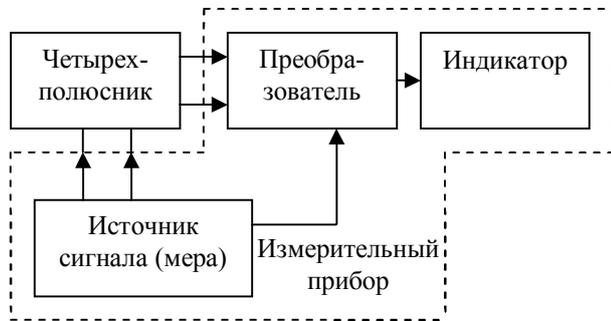


Рис. 6.7. Функциональная схема приборов для измерения параметров и характеристик четырехполюсников двухполюсников

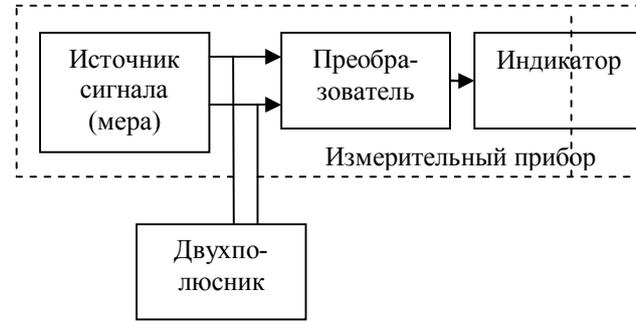


Рис. 6.8. Функциональная схема для измерения параметров и характеристик

ГЛАВА 7 **ЭЛЕКТРОННЫЕ АНАЛОГОВЫЕ ПРИБОРЫ И ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ**

7.1. Общие сведения

В главе 7 использована литература [20], однако изложение материалов проведено с учетом мнения авторов.

Электронные аналоговые приборы и преобразователи представляют собой средства измерений, в которых преобразование сигналов измерительной информации осуществляется с помощью аналоговых электронных устройств. Выходной сигнал таких средств является непрерывной функцией измеряемой величины. Электронные приборы и преобразователи применяют при измерении практически всех электрических величин: напряжения, тока, частоты, мощности, сопротивления и т.д.

Благодаря применению электронных устройств удаётся расширить функциональные возможности средств измерений и обеспечить высокий уровень их метрологических характеристик: это, в первую очередь, относится к высокой чувствительности приборов, широкому диапазону измерений, малой потребляемой мощности от измеряемой цепи, широкому частотному диапазону и д.р.

В настоящее время широкое признание получили такие приборы, как электронно-лучевые осциллографы, электронные вольтметры, омметры, анализаторы спектра и д.р.



В тоже время некоторые аналоговые приборы, например частотомеры и фазометры, вытесняются соответствующими цифровыми приборами, что обусловлено относительной простотой преобразования этих параметров в кодовый сигнал.

Весьма разнообразен перечень выпускаемых промышленностью электронных измерительных преобразователей электрических величин с аналоговым выходным сигналом. Такие преобразователи имеют, как правило, унифицированный выходной сигнал, в частности, в виде напряжения постоянного тока 0-10 В или постоянного тока 0-5 мА. Эти преобразователи широко используются в измерительных информационных системах.

В настоящей главе дано описание принципа действия наиболее распространённых электронных измерительных приборов, а также приведены примеры построения электронных измерительных преобразователей некоторых электрических величин и постоянное напряжение или ток.

7.2. Электронные вольтметры

В электронных вольтметрах измеряемое напряжение преобразуется с помощью аналоговых электронных устройств в постоянный ток, который подаётся на магнитоэлектрический измерительный механизм со шкалой, градуированный в единицах напряжения. Электронные вольтметры обладают высокой чувствительностью и широким диапазоном измеряемых напряжений (от десятков нановольт на постоянном токе до десятков киловольт), большим входным сопротивлением (более 1 МОм), могут работать в широком частотном диапазоне (от постоянного тока до частот порядка сотен мегагерц). Эти достоинства обусловили широкое распространение электронных вольтметров.

Наиболее часто в электронных вольтметрах применяют схемы с прямым преобразованием сигналов. В этом случае аналоговые электронные узлы могут вносить значительные погрешности. Особенно это сказывается при измерении малых напряжений или напряжений высоких частот. Поэтому электронные вольтметры обычно имеют относительно невысокие классы точности (1-6). Вольтметры с уравнивающим преобразованием, как правило, имеют более высокие классы точности (0,2-2,5), но они более сложны и менее удобны в эксплуатации.

В настоящее время выпускается множество различных типов вольтметров. По своему назначению и принципу действия наиболее распространенные вольтметры могут быть подразделены на вольтметры постоянного тока, переменного тока, универсальные, импульсные и селективные.

Вольтметры постоянного тока. Упрощенная структурная схема таких вольтметров показана на рис. 7.1, где ВД – входной делитель напряжения; УПТ – усилитель постоянного тока; ИМ – магнитоэлектрический измерительный механизм. Угол отклонения указателя измерительного механизма $\alpha = k_{ВД} k_{УПТ} S_U U_X = k_V U_X$, где $k_{ВД}$, $k_{УПТ}$ – коэффициенты преобразования (усиления) соответственно ВД и УПТ, S_U – чувствительность по напряжению измерительного механизма; k_V – коэффициент преобразования электронного вольтметра; U_X – измеряемое напряжение.

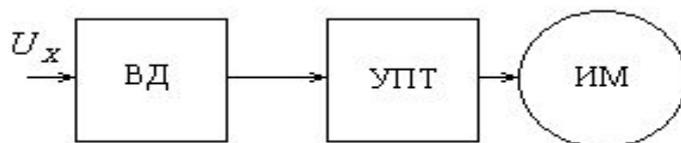


Рис. 7.1. Структурная схема электронного вольтметра постоянного тока



Последовательное соединение делителя напряжения и усилителя является характерной особенностью построения всех электронных вольтметров. Такая структура позволяет делать вольтметры высокочувствительными и многопредельными за счет изменения в широких пределах их общего коэффициента преобразования. Однако повышение чувствительности вольтметров постоянного тока путём увеличения коэффициента усиления $УПТ$ наталкивается на технические трудности из-за не стабильности работы $УПТ$, характеризующейся изменением $k_{УПТ}$ с дрейфом “нуля” (самопроизвольным изменением выходного сигнала) усилителя. Поэтому в таких вольтметрах, как правило, $k_{УПТ} \approx 1$, а основное назначение $УПТ$ – обеспечить большое входное сопротивление вольтметра. В связи с этим верхний предел измерений таких вольтметров не бывает ниже десятков или единиц милливольт.

Для уменьшения влияния нестабильности $УПТ$ в вольтметрах предусматривает возможность регулировки перед измерением “нуля” и коэффициента преобразования усилителя.

Рассмотренная структурная схема вольтметра постоянного тока используется в составе универсальных вольтметров (см. далее), поскольку при незначительном усложнении – добавлении преобразователя переменного напряжения в постоянное, появляется возможность измерения и переменного напряжения.

Для создания высокочувствительных вольтметров постоянного тока (микровольтметров) применяют усилители постоянного тока, построенные по схеме $M - ДМ$ (модулятор – демодулятор), показанной на рис. 7.2, а, где M – модулятор; $ДМ$ – демодулятор; G – генератор; $У_{\sim}$ – усилитель переменного тока. Усилители переменного тока не пропускают постоянную составляющую сигнала, и поэтому у них отсутствует дрейф “нуля”, характерный для $УПТ$. На рис. 7.2, б показана упрощенная временная диаграмма напряжений на выходе отдельных блок. Генератор управляет работой модулятора и демодулятора, представляющих собой в простейшем случае аналоговые ключи, синхронно замыкая и размыкая их с некоторой частотой. На выходе модулятора возникает однополярный импульсный сигнал, амплитуда которого пропорциональна измеряемому напряжению. Переменная составляющая этого сигнала усиливается усилителем $У_{\sim}$, а затем выпрямляется демодулятором. Применения управляемого демодулятора делает вольтметр чувствительным к полярности входного сигнала.

Среднее значение напряжения выходного сигнала пропорционально входному напряжению $U_{ср} = kU_x$. Поскольку такая схема усилителя позволяет практически убрать дрейф “нуля” и имеет стабильный коэффициент усиления, коэффициент k может достигать больших значений, например $k = 3,33 \cdot 10^5$ для микровольтметра $B2-25$. Вследствие этого у микровольтметра верхний предел измерений при наивысшей чувствительности может составлять единицы микровольт. Так, микровольтметр постоянного тока $B2-25$ имеет верхние пределы измерений $3, 10 - 300, 1000 \text{ мкВ}$ при основной приведенной погрешности $\pm (0,5 - 6) \%$.

Вольтметры переменного тока. Такие вольтметры состоят из преобразователя переменного напряжения в постоянное, усилителя и магнитоэлектрического измерителя механизма. Возможны две обобщенные структурные схемы вольтметров переменного тока (рис. 7.3), различающиеся своими характеристиками. В вольтметрах по схеме рис. 7.3, а измеряемое напряжение U_x сначала преобразуется в постоянное напряжение, которое затем подается на $УПТ$ и $ИМ$, являющиеся, по существу, вольтметром постоянного тока. Преобразователь $Пр$ представляет собой малоинерционное нелинейное звено (см. далее), поэтому вольтметры с такой структурой могут работать в широком частотном диапазоне (от десятков герц до 10^3 МГц).

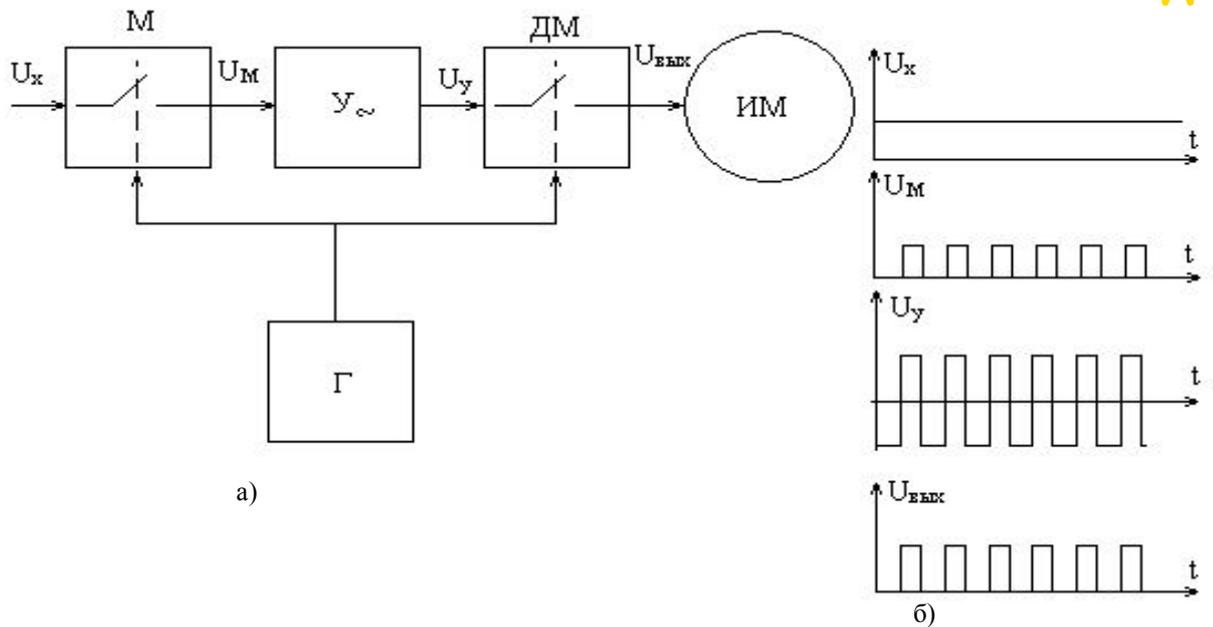


Рис. 7.2. Структурная схема (а) и временная диаграмма сигналов (б) электронного вольтметра постоянного тока с усилителем М-ДМ

Для уменьшения влияния распределенных емкостей и индуктивностей входного кабеля и входной цепи прибора преобразователи обычно выполняют в виде выносных узлов-пробников. В тоже время указанные недостатки УПТ и особенности работы нелинейных элементов при малых напряжениях не позволяют делать такие вольтметры высокочувствительными. Обычно их верхний предел измерений при максимальной чувствительности составляет десятки – единицы милливольт.

В вольтметрах, выполненных по схеме 7.3, б, благодаря предварительному усилению удастся повысить чувствительность. Однако создание усилителей переменного тока с большим коэффициентом усиления. Работаящих в широком диапазоне частот, – достаточно трудная техническая задача. Поэтому такие вольтметры имеют относительно низкий частотный диапазон (1-10 МГц); верхний предел измерений при максимальной чувствительности составляет десятки или сотни микровольт.

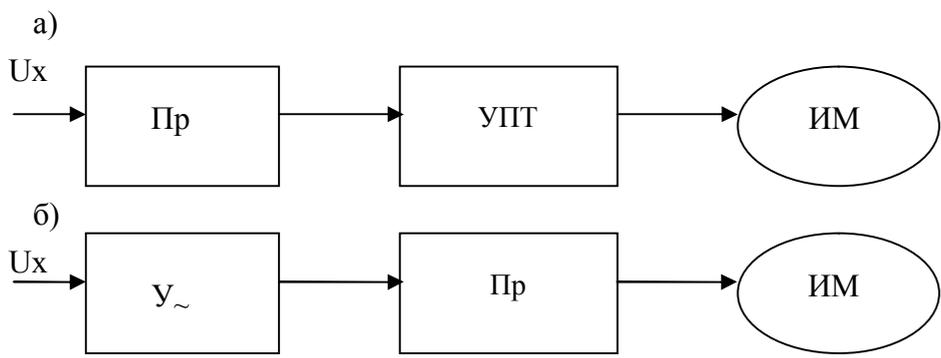


Рис. 7.3. Структурные схемы вольтметров переменного тока

В зависимости от вида преобразователя переменного напряжения в постоянное отклонения указателя измерительного механизма вольтметров могут быть пропорциональны амплитудному (пиковому), среднему (средневыпрямленному) или действующему значениям измеряемого напряжения. В связи с этим вольтметры называют соответственно вольтметрами амплитудного, среднего или действующего значения.

Однако независимо от вида преобразователя шкалу вольтметров переменного тока, как правило, градуируют в действующих значениях напряжения синусоидальной формы.

Вольтметры амплитудного значения имеют преобразователи амплитудных значений (пиковые детекторы) с открытым (рис.7.4, а) или закрытым (рис. 7.5, а) входами, где $u_{ВХ}$ и $u_{ВЫХ}$ - входное и выходное напряжения преобразователя.

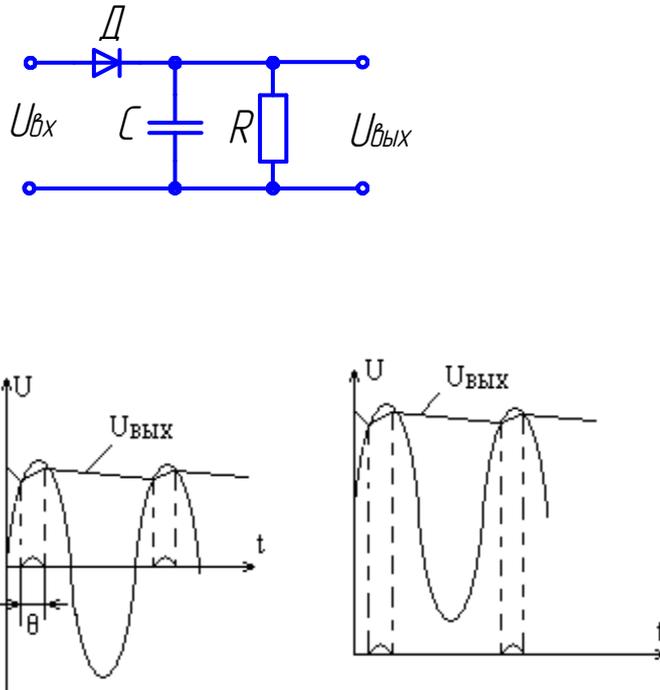


Рис. 7.4. Схема (а) и временные диаграммы сигналов (б и в) преобразователя амплитудных значений (пикового детектора) с открытым входом

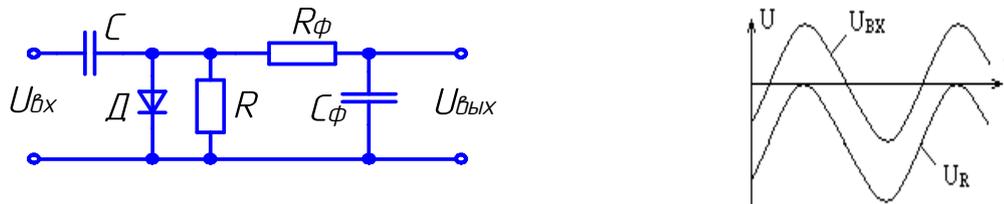


Рис. 7.5. Схема (а) и временные диаграммы сигналов (б) преобразователя амплитудных значений с закрытым входом

Если вольтметр имеет структуру рис.7.3, а, то для преобразователя $u_{ВХ} = u_x$. В амплитудных преобразователях с открытым входом конденсатор заряжается практически до максимального $u_{x \max}$ положительного (при данном включении диода) значения входного напряжения (см. рис. 7.4, б). Пульсации напряжения $u_{ВЫХ}$ на конденсаторе объясняются его подзарядом при открытом диоде, когда $u_{ВХ} > u_{ВЫХ}$ и его разрядом через резистор R при закрытом диоде, когда $u_{ВХ} < u_{ВЫХ}$. Как видно из рисунка, отпирание диода и подзаряд конденсатора происходит лишь в короткие промежутки времени θ , определяемые постоянными времени заряда τ_z и разряда τ_p . Для того чтобы пульсации напряжения на выходе преобразователя были незначительными, необходимо



обеспечить $\tau_3 < 1/f_B$, $\tau_P > 1/f_H$, где f_B, f_H - верхняя и нижняя границы частотного диапазона вольтметра. При этом среднее значение выходного напряжения $u_{CP} \approx u_{x \max}$ и, следовательно, угол отклонения указателя измерительного механизма

$$\alpha = k_V u_{x \max}$$

Особенностью амплитудных преобразователей с открытым входом является то, что они пропускают постоянную составляющую входного сигнала (положительную для данного включения диода). Так, при $u_{BX} = U_0 + U_m \sin \omega t$ с $U_0 > U_m$ (см рис. 7.4, в) среднее значение выходного напряжения $u_{CP} \approx U_0 + U_m$. Следовательно, $\alpha = k_V (U_0 + U_m)$. Очевидно, при $u_{BX} < 0$ подвижная часть ИМ не будет отклоняться, поскольку в этом случае закрыт диод Д.

В преобразователях с закрытым входом (рис. 7.5, а, б) в установившемся режиме на резисторе R независимо от наличия постоянной составляющей входного сигнала имеется пульсирующее напряжение u_R , изменяющегося от 0 до $2U_m$, где U_m - амплитуда переменной составляющей входного напряжения. Среднее значение этого напряжения практически равно U_m . Для уменьшения пульсаций выходного напряжения в таких преобразователях устанавливается фильтр нижних частот $R_\phi C_\phi$. Таким образом, показания вольтметра в этом случае определяются только амплитудным значением переменной составляющей входного напряжения u_x , т.е. $\alpha = k_V U_m$.

Особенности амплитудных преобразователей с открытым и закрытым входами следует учитывать при измерении электронными вольтметрами.

Поскольку шкала вольтметров градуируется в действующих значениях синусоидального напряжения, то при измерении напряжений другой формы необходимо делать соответствующий пересчет, если известен коэффициент амплитуды измеряемого напряжения. Амплитудное значение измеряемого напряжения несинусоидальной формы $U_m = k_{a.c.} U_{PP} = 1,41 U_{PP}$, где $k_{a.c.} = 1,41$ -- коэффициент амплитуды синусоиды; U_{PP} - значение напряжения, отсчитанное по шкале прибора. Действующее значение измеряемого напряжения $U = U_m / k_a = 1,41 U_{PP} / k_a$, где k_a - коэффициент амплитуды измеряемого напряжения.

Вольтметры среднего значения имеют преобразователи переменного напряжения в постоянное, аналогичные преобразователям, используемым в выпрямительных приборах. Такие вольтметры обычно имеют структуру, показанную на рис. 7.3, б. В этом случае на выпрямительный преобразователь подается предварительно усиленное напряжение u_x , что повышает чувствительность вольтметров и уменьшает влияние нелинейности диодов. Угол отклонения подвижной части измерительного механизма у таких вольтметров пропорционален средневыпрямленному значению измеряемого напряжения, т.е.

$$\alpha = k_V \frac{1}{T} \int_0^T |u_x(t)| dt = k_V U_{XCP}$$

Шкала таких вольтметров также градуируется в действующих значениях синусоидального напряжения. При измерении напряжения несинусоидальной формы среднее значение этого напряжения $U_{CP} = U_{PP} / k_{\phi.c.} = U_{PP} / 1,11$, а действующее -



$U = k_{\phi} U_{CP} = k_{\phi} U_{IP} / 1,11$, где U_{IP} - показание вольтметра; $k_{\phi.c} = 1,11$ - коэффициент формы синусоиды; k_{ϕ} - коэффициент формы измеряемого напряжения.

Вольтметры действующего значения имеют преобразователь переменного напряжения с квадратичной статической характеристикой преобразования $u_{ВЫХ} = k u_{ВХ}^2$. В качестве такового преобразователя используют термопреобразователи, квадратирующие устройства с кусочно-линейной аппроксимацией параболы, электронные лампы и другие. При этом если вольтметр действующего значения выполнен по структурным схемам, изображенным на рис. 7.3, то независимо от формы кривой измеряемого напряжения отклонение указателя измерительного механизма пропорционально квадрату действующего значения измеряемого напряжения:

$$\alpha = k_V \frac{1}{T} \int_0^T u_X^2(t) dt = k_V U_X^2$$

Как видно, такой вольтметр имеет квадратичную шкалу.

Вольтметр действующего значения с равномерной шкалой показан на рисунке 7.6, где используются два квадратических преобразователя, один из которых включен в цепь отрицательной обратной связи. В качестве таких преобразователей используют термопреобразователи, для которых термо-ЭДС равны соответственно: $e_1 = k_1 I_1^2, e_2 = k_2 I_2^2$, где I_1, I_2 - токи, протекающие через нагреватели термопар; k_1, k_2 - коэффициенты, зависящие от свойств термопреобразователей. Выходной ток широкополосного усилителя переменного тока U пропорционален измеряемому напряжению: $I_1 = k_V U_X$, поэтому $e_1 = k_1 k_V^2 U_X^2$. При большом коэффициенте усиления УПТ его входной сигнал $\Delta e = e_1 - e_2 \approx 0$. Следовательно, $e_1 \approx e_2, k_1 k_V^2 U_X^2 = k_2 I_2^2$ и отклонение указателя измерительного механизма.

$$\alpha = S_1 I_2 = S_1 k_V \sqrt{k_1 / k_2} U_X = k_V U_X$$

Таким образом, отклонение указателя измерительного механизма пропорционально действующему значению измеряемого напряжения.

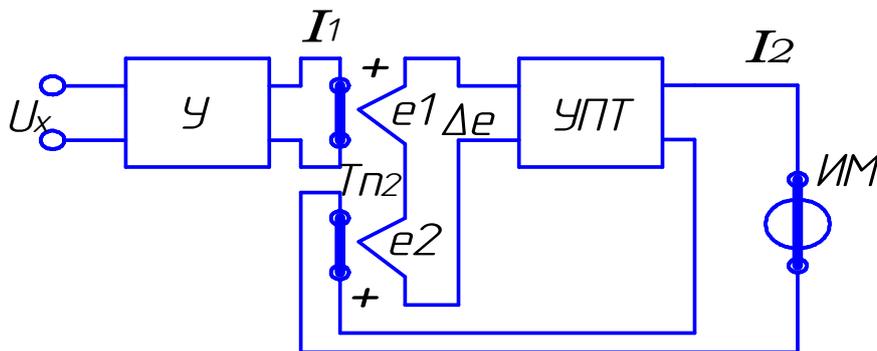


Рис. 7.6. Схема электронного вольтметра действующего значения (с равномерной шкалой)

В качестве примера можно привести выпускаемые промышленностью милливольтметр переменного тока ВЗ-43 с амплитудным преобразователем, имеющий верхние пределы измерений 10, 30 мВ – 3 В и основную погрешность ± (4-25)% в диапазоне частот 10 Гц-1ГГц; милливольтметр переменного тока ВЗ-41 с выпрямительным преобразователем, имеющий верхние пределы 3, 10 мВ – 300 В и основную погрешность ±(2,5-10)% в диапазоне частот 20Гц-10МГц; микровольтметр переменного тока ВЗ-40 с термопреобразователями в цепях прямого и обратного преобразования имеющий верхние

пределы $30, 100 \text{ мкВ} - 300 \text{ В}$ и основную погрешность $\pm(2,5-10)\%$ в диапазоне частот $5 \text{ Гц} - 5 \text{ МГц}$.

Кроме рассмотренных вольтметров переменного тока, в настоящее время выпускаются *диодно-компенсационные вольтметры*.

Принцип действия таких вольтметров поясняется схемой рис. 7.7,а, основными элементами которой являются: диод D ; высокочувствительный гальванометр-нуль-индикатор $НИ$; образцовый делитель напряжения $ОДН$.

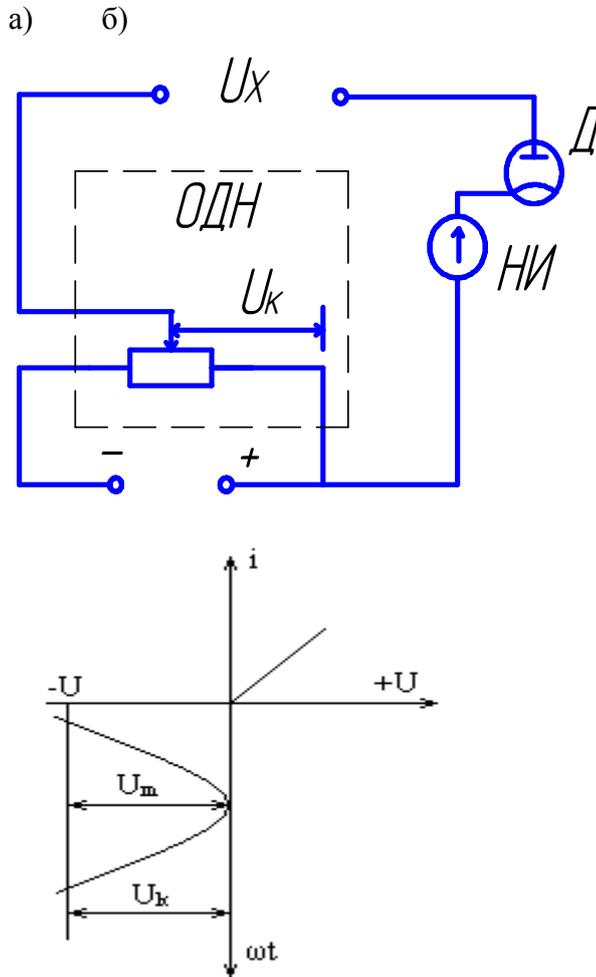


Рис.7.7. Схема (а) и временная диаграмма сигналов (б) диодно-компенсационного вольтметра.

Основываясь на идеализированном представлении вольтамперной характеристики диода (рис. 7.7, б) в виде ломаной линии, можно считать, что в отсутствие подаваемого на вход вольтметра напряжения u_x ток через диод не протекает. При подключении напряжения $u_x = U_m \sin \omega t$ при $U_\kappa < U_m$ через диод начинает протекать некоторый ток, вызывая отклонение указателя нуль-индикатора. Увеличивая (по модулю) компенсационное напряжение U_κ , добиваются отсутствия тока через $НИ$. В момент, когда ток $НИ$ исчезает, $U_m = U_\kappa$. Отсчет снимают по положению рукоятки $ОДН$. Высокая чувствительность $НИ$ и высокая точность установки U_κ позволяют получать малые погрешности измерений (до 0,2 %).



Эти вольтметры являются наиболее точными из существующих электронных вольтметров, обладают высоким входным сопротивлением, широким частотным диапазоном (до 10 МГц). Недостаток прибора – сложность эксплуатации.

Диодно-компенсационные вольтметры могут использоваться для точного измерения напряжения синусоидальной формы, а также для проверки градуировки электронных вольтметров. Среди различных типов имеются вольтметры, предназначенные для измерения как периодических, так и импульсных напряжений. Таким образом, прибором является компенсационный вольтметр ВЗ-49, имеющий верхние пределы измерений 300 мВ, 1-1000 В и основную погрешность $\pm(0,15-2,7)\%$ на постоянном токе и $\pm(0,2-12)\%$ на переменном токе в диапазоне частот 20 Гц-1 ГГц.

Наряду с вольтметрами приборостроительная промышленность выпускает измерительные преобразователи напряжения (переменного и постоянного) и точка (переменного и постоянного). Принципы построения таких преобразователей во многом схожи с рассмотренными принципами построения электронных вольтметров. Отличительной особенностью преобразователей является отсутствие на выходе измерительного механизма.

Универсальные вольтметры. Такие вольтметры предназначены для измерения напряжения постоянного и переменного токов. Обобщенная структурная схема показана на рис.7.8, где В – переключатель. В зависимости от положения переключателя В вольтметр работает по схеме вольтметра постоянного тока с преобразователем П (положение 1) или вольтметра постоянного тока (положение 2).

В универсальных вольтметрах, называемых также комбинированными, часто предусматривается возможность измерения сопротивлений R_x . В таких вольтметрах имеется преобразователь Π_R , выходное напряжение которого зависит от неизвестного сопротивления: $U_{вых} = f(R_x)$. На основании этой зависимости шкала прибора градуируется в единицах сопротивления. При измерении резистор с неизвестным сопротивлением подключается к входным зажимам преобразователя, а переключатель становится в положение 3.

В качестве примера укажем универсальный вольтметр В7-26, имеющий верхние пределы измерений на постоянном токе 0,3, 1-300 В, на переменном токе 1,3 -300 В, основную погрешность $\pm 2,5 \%$ на постоянном токе $\pm(4-6) \%$ на переменном токе в диапазоне частот 20 Гц – 10^3 МГц. Кроме того, этот прибор предназначен для измерения сопротивления постоянному току в диапазоне 10 Ом – 1000 МОм с основной погрешностью, не превышающей $\pm 2,5\%$.

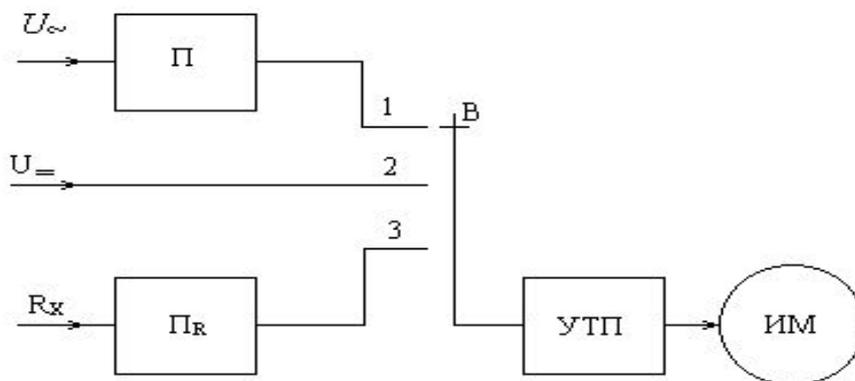
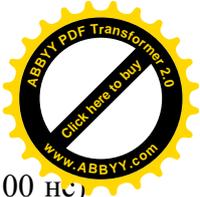


Рис. 7.8. Структурная схема универсального вольтметра

Импульсные вольтметры. Для измерения амплитуды импульсных сигналов различной формы применяют импульсные вольтметры. Особенности работы импульсных



вольтметров определяются малой длительностью T измеряемых импульсов (от 10-100 нс) и значительной скважностью $\theta = T/\tau$ (до 10^9), где T – период следования импульсов.

Импульсные вольтметры градуируют в амплитудных значениях измеряемых импульсов.

Импульсные вольтметры могут быть выполнены по структурной схеме рис. 7.3, а, при этом используют преобразователи амплитудных значений с открытым входом, выходное напряжение которых должно быть равно амплитуде U_m измеряемых импульсов. Большая скважность импульсов и малая их длительность предъявляют жесткие требования к преобразователям амплитудных значений. Поэтому в современных импульсных вольтметрах применяют компенсационные схемы амплитудных преобразователей (рис. 7.9). Входные импульсы $U_{вх}$, заряжают конденсатор C_1 . Переменная составляющая напряжения на этом конденсаторе, вызванная подзарядом его измеряемыми импульсами и разрядом между импульсами (аналогично рис. 7.4, в), усиливается усилителем $У$ переменного тока и выпрямляется с помощью диода $Д_2$. Постоянная времени цепи RC_2 выбирается достаточно большой, поэтому напряжение на конденсаторе C_2 в промежутке между импульсами изменяется незначительно. С выхода преобразователя при помощи резистора $R_{о.с}$ обратной связи на конденсатор C_1 подается компенсирующее напряжение. При большом коэффициенте усиления усилителя это приводит к значительному уменьшению переменной составляющей напряжения на конденсаторе C_1 , вследствие чего в установившемся режиме напряжение на этом конденсаторе практически равно амплитуде измеряемых импульсов, а выходное напряжение пропорционально этой амплитуде: $U_{вых} = U_m R / (R + R_{о.с})$.

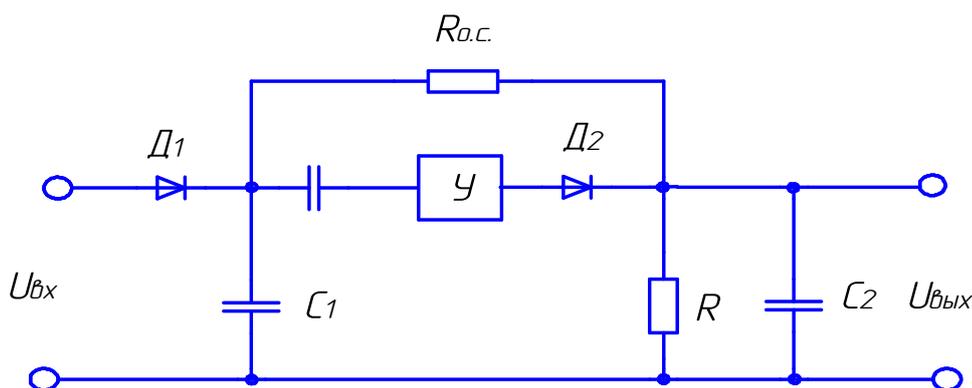


Рис. 7.9. Компенсационная схема амплитудного преобразователя

В нормативно-технической документации для импульсных вольтметров указывается диапазон допустимых значений длительности импульсов (или их частота) и скважность, при которых погрешности вольтметров находятся в пределах нормированных значений. Так, импульсный вольтметр В4-9А имеет верхние пределы измерений 2,5, 10, 20В и основную погрешность $\pm(2,5-4,0)\%$ при частоте следования импульсов 1Гц - 300 МГц и скважности от 2 до $3 \cdot 10^8$.

Селективные вольтметры. Такие вольтметры предназначены для измерения действующего значения напряжения в некоторой полосе частот или действующего значения отдельных гармонических составляющих измеряемого сигнала.

Принцип действия селективного вольтметра заключается в выделении отдельных гармонических составляющих сигнала или сигнала узкой полосы частот с помощью перестраиваемого полосового фильтра и измерении действующего значения выделенных сигналов. На рис. 7.10 сплошными вертикальными линиями показан спектр некоторого измеряемого сигнала, а штрихованной линией – идеализированная амплитудно-частотная характеристика полосового фильтра, имеющего коэффициент передачи $K(\omega) = k = \text{const}$ –



для $\omega \in [\omega_{п.ф} \pm \Delta\omega / 2], K(\omega) = 0$ – для остальных частот, где $\omega_{п.ф}$ - средняя частота настройки полосового фильтра, а $\Delta\omega$ – полоса пропускания фильтра. Частоту $\omega_{п.ф}$ можно изменять в пределах, определяемых устройством селективного вольтметра. Для измеряемого сигнала со спектром, изображенным на рис. 7.10, на выходе полосового фильтра появится синусоидальный сигнал с частотой ω_2 и амплитудой $kUm(\omega_2)$. Следовательно, измеряя действующее значение выходного сигнала полосового фильтра, можно определить действующее значение гармонической составляющей измеряемого сигнала на частоте ω_2 . Изменяя частоту $\omega_{п.ф}$, можно измерять действующие значения различных гармонических составляющих.

Физически реализуемый полосовой фильтр не обладает строго прямоугольной амплитудно-частотной характеристикой. Это может привести к тому, что через такой фильтр пройдут соседние гармонические составляющие с некоторым коэффициентом $K(\omega) < 1$. Кроме того, спектр измеряемого сигнала может быть таким, что через полосовой фильтр в пределах полосы пропускания $\Delta\omega$ пройдут сразу несколько гармонических составляющих этого сигнала. В этих случаях селективный вольтметр измеряет действующее значение суммы гармонических составляющих, прошедших через фильтр, с учетом реальных коэффициентов передачи для каждой составляющей.

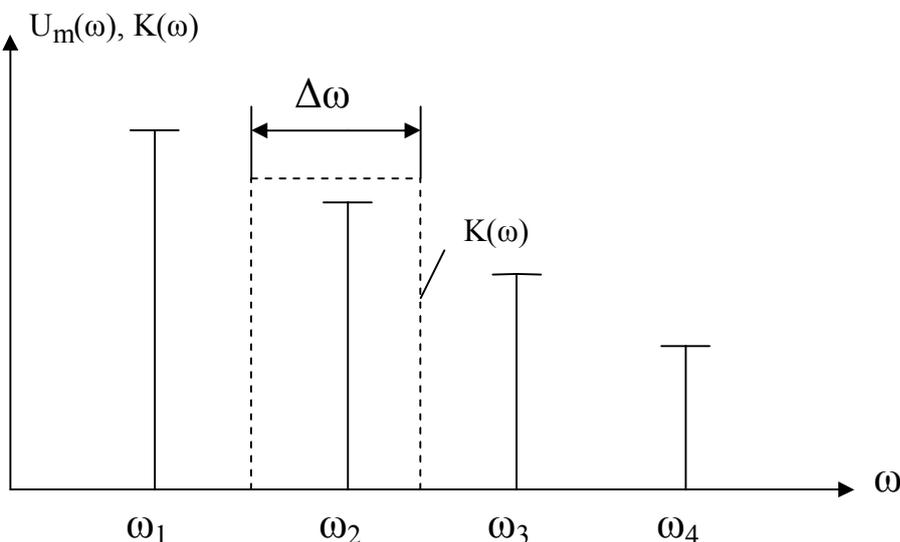


Рис. 7.10. Спектр $U_m(\omega)$ некоторого сигнала и амплитудно-частотная характеристика идеального полосового фильтра

Упрощенная структурная схема селективного вольтметра показана на рис. 7.11. Измеряемый сигнал U_x через избирательный входной усилитель BV подается на смеситель $См$, предназначенный для преобразования частотного спектра измеряемого сигнала. На выходе смесителя появляется сигнал, пропорциональный измеряемому сигналу, но с частотами спектра $f_{См} = f_{Г} - f_{Xi}$, где f_{Xi} – частота гармонических составляющих входного сигнала; $f_{Г}$ – частота сигнала синусоидального генератора G , называемого также гетеродином. Усилитель промежуточной частоты $УПЧ$ настроен на некоторую фиксированную среднюю частоту $f_{УПЧ}$. Поэтому на выход $УПЧ$ пройдет только та составляющая выходного сигнала смесителя, частота, которой $f_{См} = f_{УПЧ}$. Этот сигнал соответствует гармонической составляющей измеряемого сигнала с частотой $f_{Xi} = f_{Г} - f_{УПЧ}$. Действующее значение этой гармонической составляющей измеряется вольтметром действующего значения $ВДЗ$. Изменяя частоту генератора $f_{Г}$ можно измерять действующее значение различных гармонических составляющих сигнала ix .

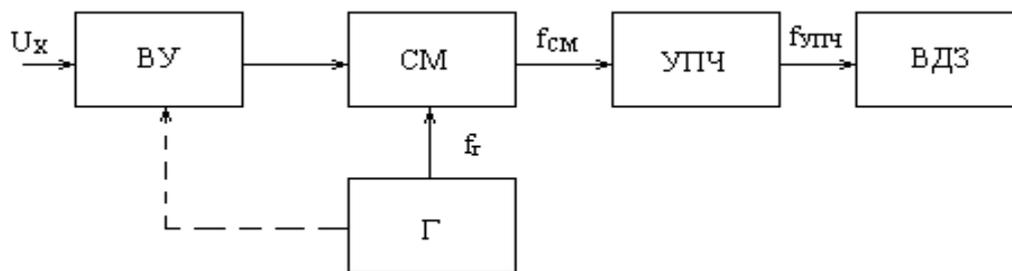


Рис. 7.11. Структурная схема селективного вольтметра

Функцию полосового фильтра в этой схеме выполняет УПЧ. Благодаря фиксированному (неперестраиваемому) значению частоты настройки УПЧ этот усилитель имеет большой коэффициент усиления и узкую полосу пропускания, что обеспечивает высокую чувствительность и избирательность селективного вольтметра.

Промышленностью выпускается селективный микровольт Вб-9, имеющий верхние пределы измерений 3, 10 мкВ - 1В, основную погрешность $\pm(6 - 15)\%$ в диапазоне частот 20Гц - 100 кГц.

7.3. Приборы и преобразователи для измерений частоты и фазы

В электронных аналоговых частотомерах применяются в основном два способа измерения частоты. Первый, используемый в области звуковых частот, основан на формировании импульсов, имеющих постоянную площадь, ограниченную кривой импульса, тока и осью времени, на диаграмме. Частота этих импульсов должна быть равна частоте измеряемого сигнала. Среднее значение напряжения этих импульсов пропорционально измеряемой частоте. Известны схемы измерительных преобразователей частоты в напряжение (ПЧН), реализующие этот способ. Такие преобразователи применяются как в измерительных информационных системах, так и в электронных частотомерах, в которых на выходе ПЧН устанавливают магнитоэлектрический измерительный механизм. Упрощенная схема преобразователя с использованием перезаряда конденсатора показана на рис. 7.12, где ФИ - формирователь импульсов постоянной длительности Δt с частотой f_x входного сигнала u ; ИСН - источник стабильного напряжения U_0 ; В - переключатель, С - конденсатор; R - нагрузка, в качестве которой, в частности, может быть использован магнитоэлектрический измерительный механизм. Выходные импульсы формирователя управляют работой переключателя В, поочередно подключая его к ИСН и к нагрузке R. Если постоянные времена цепей заряда и разряда конденсатора подобраны так, что он практически полностью успевает зарядиться от ИСН и разрядиться на R, то среднее значение выходного напряжения будет $U_{cp} = RU_0 C f_x$, где $U_0 C = q$ - заряд конденсатора, отдаваемый в нагрузку при каждом импульсе.

Этот принцип положен в основу частотомера типа Ф 5043, имеющего верхний предел измерений 20 кГц и класс точности 0,5. В основе второго, резонансного, способа измерения лежит сравнение частоты колебаний исследуемого источника с собственной частотой колебаний резонансного контура (рис 7.13). Источник напряжения u неизвестной частоты f_x может быть непосредственно включен в колебательный контур или связан с ним через элемент связи M. Источник напряжения измеряемой частоты является источником ЭДС в контуре. Изменяя емкость конденсатора С, можно по показаниям индикатора резонанса ИР настроить контур в резонанс, при котором $f_{рез} = 1 / (2 \sqrt{LC})$. При известной индуктивности L контура шкала конденсатора С градуируется в единицах частоты. Резонансные частотомеры используют, как правило, для измерений в области высоких частот.

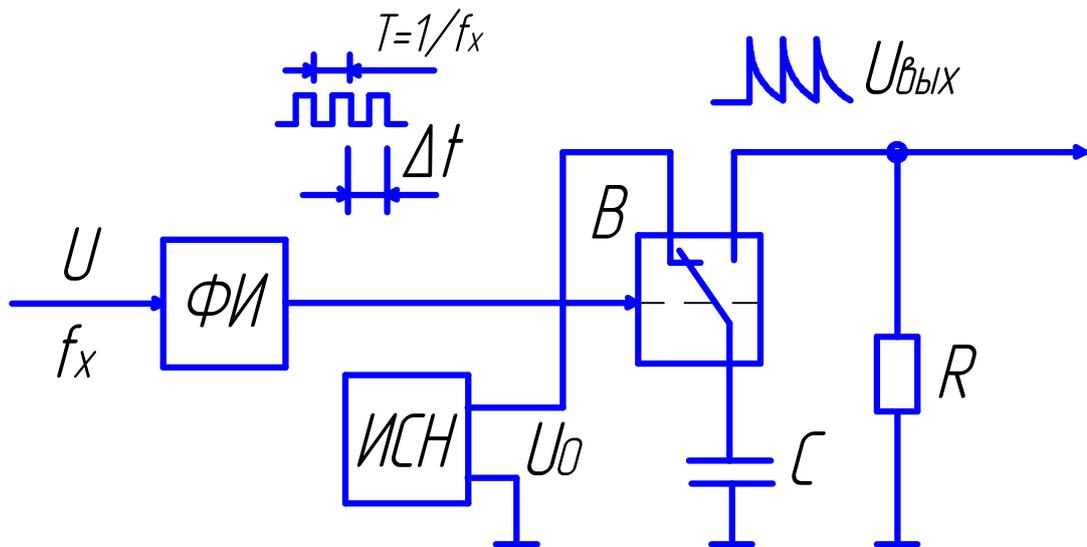


Рис. 7.12. Структурная схема преобразователя частоты в напряжение

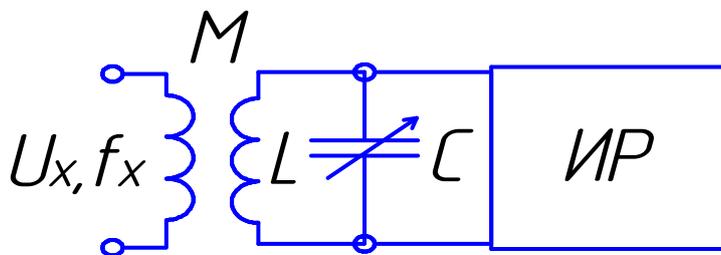
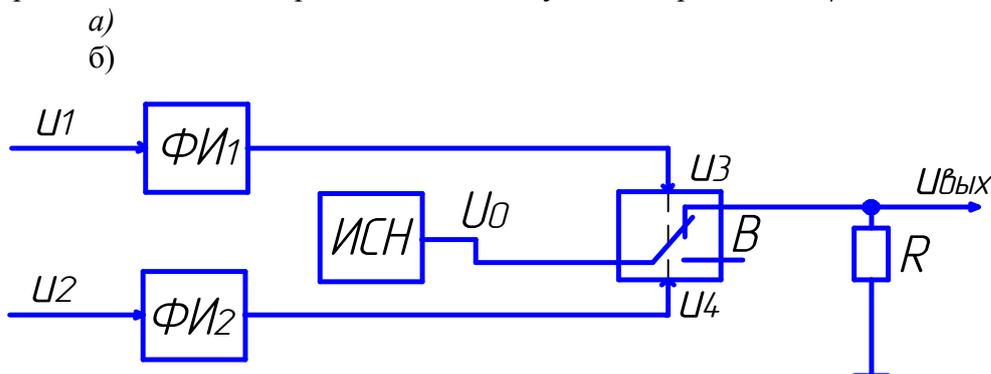


Рис. 7.13. Функциональная схема резонансного преобразователя частоты в напряжение

Измерительные преобразователи фазы в напряжение могут быть, построены по принципу формирования прямоугольных импульсов, длительность которых пропорциональна измеряемой фазе. На рис 7.14 показана упрощенная схема и диаграмма, поясняющая работу такого преобразователя. Схема содержит два формирователя импульсов $\Phi И_1$ и $\Phi И_2$, вырабатывающих короткие импульсы в моменты перехода напряжений U_1 и U_2 через нуль от отрицательных значений к положительным. Сформированные импульсы управляют электронным ключом B , который замыкается при поступлении импульса от $\Phi И_1$ и размыкается при отступлении импульса от $\Phi И_2$. В результате этого на нагрузке выделяются импульсы длительностью τ и амплитудой U_0 . Среднее значение напряжения этих импульсов $U_{cp} = U_0\tau/T = \varphi x U_0/360$.



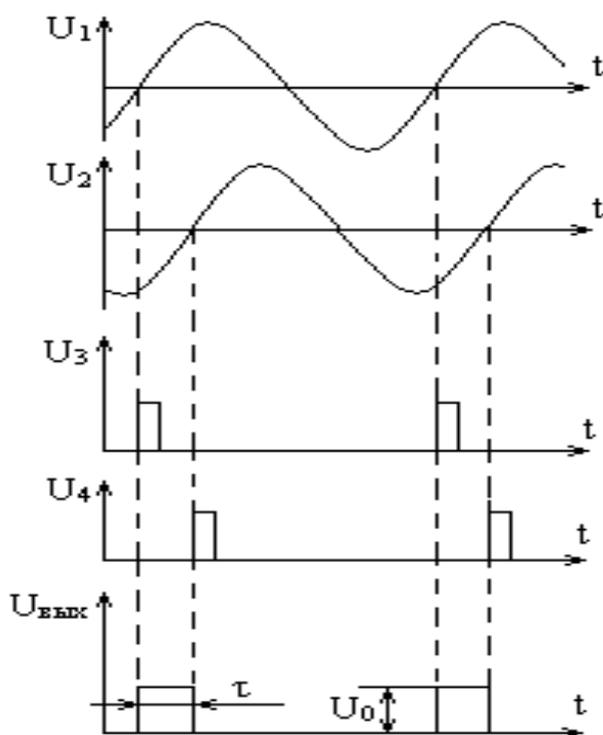


Рис. 7.14. Структурная схема (а) и временная диаграмма сигналов (б) преобразователя фазы в напряжение

7.4. Приборы и преобразователи для измерений мощности и энергии

Электронные приборы для измерения мощности – *электронные ваттметры* могут быть построены на основе измерительного преобразователя мощности в напряжение, на выходе которого устанавливается магнитоэлектрический, измерительный механизм со шкалой, градуированной в единицах мощности. В настоящее время выпускаются измерительные преобразователи активной, реактивной и полной мощности переменного тока, которые предназначены для работы как в однофазных, так и трехфазных цепях. Принципы построения этих преобразователей во многом схожи. Рассмотрим основные способы построения преобразователей активной мощности.

В основе работы преобразователей активной мощности лежит реализация зависимости

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt,$$

где P - измеряемая мощность; T - период тока i и напряжения u на нагрузке. Отсюда следует, что необходимым элементом преобразователя является устройство перемножения величин u и i . В зависимости от способа получения произведения u и i имеются пара метрические и модуляционные множительные устройства MU .

Параметрические множительные устройства могут быть с прямым и косвенным перемножением. При прямом перемножении используется четырехполюсник, на вход которого подается одна величина (например, u), а вторая величина (i) управляет коэффициентом его передачи. В этом случае выходной сигнал четырехполюсника пропорционален произведению ui . На этой основе построен преобразователь, представленный на рис. 7.15. а, где OY - операционный усилитель; R - резистор; Ry - резистор, управляемый током i , сопротивление которого $Ry=ki$ (например, полевой транзистор), UY - устройство усреднения. Выходной сигнал операционного усилителя (см. п. 7.5) $U_B = uRy/R = uik/R$.



Устройство усреднения, например фильтр нижних частот или электромеханический измерительный механизм, должно иметь большую постоянную времени. Поэтому

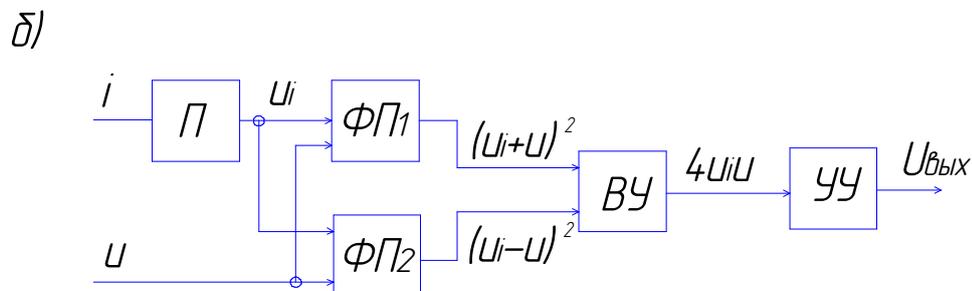
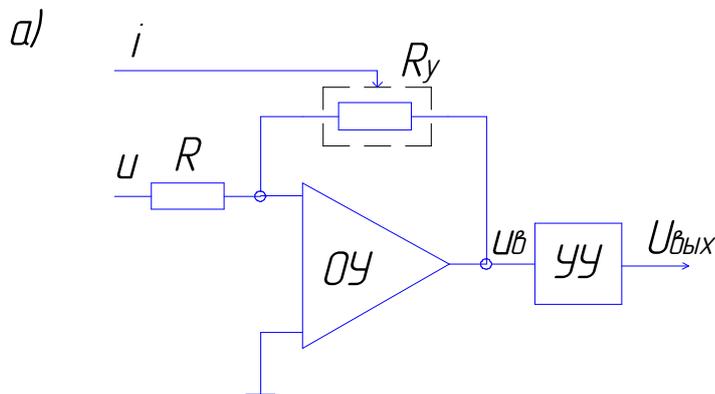
$$U_{\text{вых}} = \frac{1}{T} \int_0^T u_B dt = \frac{k}{R} \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{k}{R} P$$

Если напряжение $U_{\text{вых}}$ подается на магнитоэлектрический измерительный механизм, то угол отклонения подвижной части $\alpha = S_U U_{\text{вых}} = (S_U k / R) P$, где S_U - чувствительность по напряжению измерительного механизма.

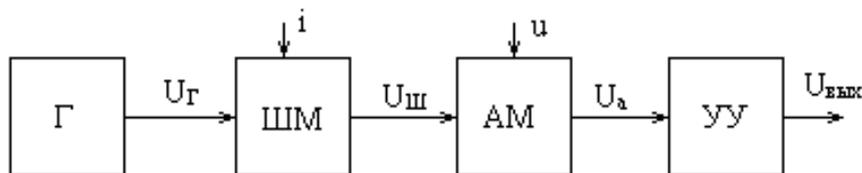
Параметрические множительные устройства могут быть построены с использованием косвенных способов умножения. Так, на основании зависимости $4u_1 u_2 = (u_1 + u_2)^2 - (u_1 - u_2)^2$ построен преобразователь, структурная схема которого показана на рис. 7.15, б, где Π - преобразователь тока в напряжение: $U_i = k i$; $\Phi\Pi_1$, $\Phi\Pi_2$ - функциональные преобразователи (квадратирующие устройства), осуществляющие возведение в квадрат, соответственно суммы и разности входных напряжений; $BУ$ - вычитывающее устройство. Из рисунка видно, что

$$U_{\text{ВЫХ}} = \frac{1}{T} \int_0^T 4 k u i dt = 4 k P$$

В таких схемах операция умножения заменяется более простой операцией возведения в степень, которая может быть реализована с помощью некоторых элементов (полупроводниковых и вакуумных диодов, полупроводниковых резисторов и транзисторов и др.), имеющих квадратичную вольтамперную характеристику. Нашли также применение квадратирующие устройства на основе кусочно-линейной аппроксимации параболы, выполненные на диодах и резисторах.



в)



г)

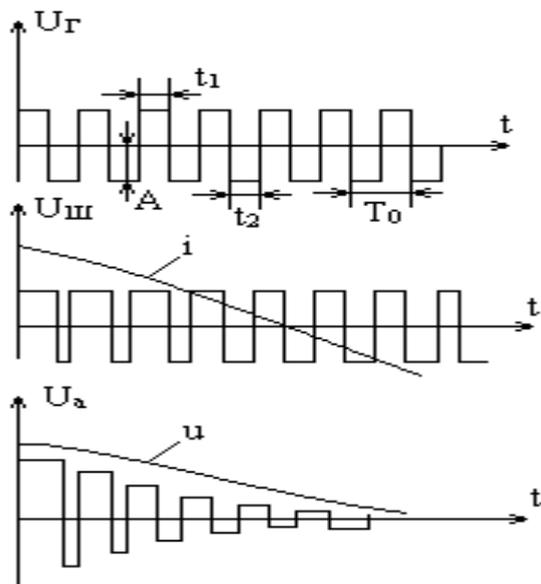


Рис. 7.15. Структурные схемы (а-в) и временные диаграммы сигналов (г) преобразователей мощности в напряжение

Наиболее точными являются модуляционные множительные устройства, основанные на двойной модуляции импульсных сигналов используются различные виды модуляции, среди которых наибольшее распространение получила широтно-импульсная и амплитудно-импульсная модуляция (ШИМ - АИМ). На рис. 7.15.а показана структурная схема преобразователя с ШИМ-АИМ, а на рис. 7.15.б - временная диаграмма, поясняющая принцип его работы. Генератор G вырабатывает прямоугольные двухполярные импульсы с постоянными амплитудой A , периодом T_0 и длительностями положительной (t_1) и отрицательной ($t_2=t_1$) полувольт. Среднее значение напряжения на выходе генератора равно нулю. В широтном модуляторе $ИМ$ длительность импульсов, под действием тока i изменяется по зависимости $(t_1-t_2)/T_0 = \Delta t/T_0 = k_{ш}i$, где $\Delta t = t_1 - t_2$; $k_{ш}$ - коэффициент преобразования $ШИМ$. Среднее за период T_0 значение напряжения импульса на выходе $ШИМ$ будет $U_{шT_0} = \Delta t/T_0 A = k_{ш}iA$. В амплитудном модуляторе $АМ$ амплитуда A этих импульсов модулируется пропорционально входному напряжению $A = k_a u$, где k_a - коэффициент преобразования $АМ$. Тогда $u_{aT_0} = k_a k_{ш} u i$, т. е. среднее за период T_0 значение напряжения на выходе $АМ$ пропорционально мгновенному значению измеряемой мощности. Напряжение на выходе устройства усреднения

$$U_{ВЫХ} = \frac{1}{T} \int_0^T u_{aT_0} dt = \frac{1}{T} \int_0^T k_a k_{ш} u i dt = k_a k_{ш} P,$$

где T - период изменения тока i и напряжения u .

Электронные счетчики активной энергии строятся на основе преобразователя мощности с последующим интегрированием его выходной величины в соответствии с зависимостью



$$W = \int_{t_1}^{t_2} P dt .$$

Одна из возможных структурных схем такого счетчика показана на рис. 7.16, где *ПМН* - преобразователь мощности в напряжение, представленный на рис. 7.15. *в*; *ПНЧ* – преобразователь напряжения в частоту; *СИ* - счетчик импульсов. Как было показано, *U_{вых}* пропорционально активной мощности *P*. С помощью *ПНЧ* напряжение *U_{вых}* преобразуется в частоту импульсов, которая, таким образом, пропорциональна мощности *P*. Выходные импульсы *ПНЧ* подсчитываются (интегрируются) счетчиком импульсов *СИ*. Следовательно, показания *СИ* пропорциональны активной энергии *W*.

Серийно выпускаемые в настоящее время электронные счетчики активной энергии переменного тока имеют класс точности 0,2-2,5. Так счетчик *САЗУ-И670Д*, рассчитанный на номинальные токи 5 и 10 А и напряжения 220 и 380 В, имеет класс точности 2,0.

Применяют электронные счетчики постоянного тока: счетчики киловатт-часов, счетчики ампер-часов и счетчики вольт-часов. Счетчики ампер-часов и вольт-часов строятся на основе преобразователей тока в частоту или напряжения в частоту с последующим счетом импульсов.

Промышленностью выпускаются счетчики ампер-часов типа *СА-Ф603П* класса 1,0 на номинальные токи от 6 до 7500 А и счетчики вольт-часов типа *СВ-Ф605* класса точности 0,2 на номинальные напряжения 7,24, 100, 400 В.

7.5. Приборы для измерений параметров электрических цепей

Электронные омметры. Эти приборы имеют широкий диапазон измеряемых сопротивлений (10^{-4} - 10^{-17} Ом) и достаточно просты в эксплуатации. Точность таких омметров, как правило, невысока: приведенная погрешность составляет единицы процентов и увеличивается до 10-15 % при измерении особо больших сопротивлений ($R > 10^{12}$ Ом). В зависимости от диапазона измерений их называют омметрами, миллиомметрами, тераомметрами или мегомметрами.

В основе работы электронных омметров лежит преобразование измеряемого сопротивления в, функционально связанное с ним напряжение постоянного тока, которое подается на магнитоэлектрический измерительный механизм; при этом шкала измерительного механизма градуируется, в единицах сопротивления. Наибольшее распространение получили схемы омметров, изображенные на рис. 7.17 и 7.18, где *ИСН* - источник стабильного напряжения *U₀*; *УПТ* - усилитель постоянного тока; *ОУ* – операционный усилитель, *ИМ* - измерительный механизм, *R_x* - измеряемое сопротивление; *R₀* - известное сопротивление; *U_x* - напряжение, функционально связанное с измеряемым сопротивлением *R_x*. Возможны два варианта включения *R₀* и *R_x*, показанные на рисунках без скобок (1-й вариант) и со скобками (2-й вариант).

В омметрах, построенных по схеме рис. 7.17, используется *УПТ* с большим входным сопротивлением *R_{вх}*. Поэтому, пренебрегая шунтирующим влиянием *R_{вх}*, имеем $\alpha = kU_x = kU_0 R_0 / (R_0 + R_x)$ - для 1-го варианта и $\alpha = kU_x = kU_0 R_0 / (R_0 + R_x)$ – для 2-го варианта включения *R₀* и *R_x*, где α - угол отклонения подвижной части *ИМ*, k - коэффициент преобразования *УПТ* и *ИМ*. Из формул видно, что в широком диапазоне измеряемых сопротивлений шкала таких омметров неравномерна с диапазоном показаний соответственно 0-∞ и ∞-0.

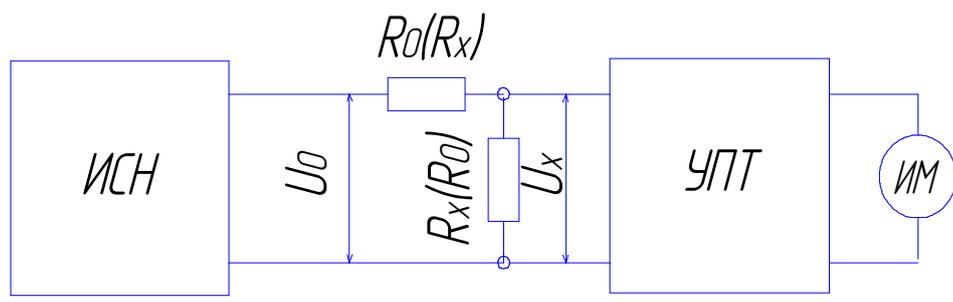


Рис. 7.17. Функциональная схема электронного омметра с усилителем постоянного тока

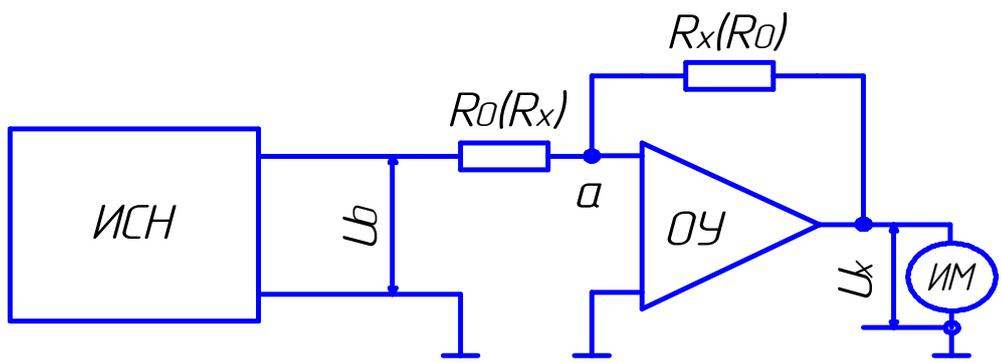


Рис. 7.18. Функциональная схема электронного омметра с операционным усилителем

Для повышения точности отсчитывания весь диапазон измерений омметра разбивают на поддиапазоны, каждому из которых соответствует свое значение сопротивления R_0 . Этим достигается изменение цены деления шкалы для одних и тех же значений R_x . Переключением R_0 выбирают наиболее удобную шкалу для отсчитывания показаний в требуемом диапазоне измерений.

Для уменьшения погрешностей измерений, вызванных нестабильностью работы отдельных узлов прибора, особенно УПТ, в таких омметрах предусматривают регулировки «Установка нуля» при замкнутых входных зажимах ($R_x=0$) и «Установка ∞ » при разомкнутых зажимах ($R_x \rightarrow \infty$). Эти регулировки осуществляют путем изменения коэффициента преобразования усилителя и установки «нуля» его выходного сигнала.

Рассмотренная схема нашла применение в комбинированных приборах, в частности в универсальных вольтметрах (см. рис. 7.18), в которых усилитель постоянного тока используется для измерения как напряжения, так и сопротивления. Так, универсальный вольтметр В7-17 имеет диапазоны измерений сопротивлений $10 \text{ Ом} - 1000 \text{ МОм}$; основная погрешность прибора не превышает $\pm 2,5 \%$.

В омметрах, построенных по схеме рис. 7.18, применен операционный усилитель, в цепь отрицательной обратной связи которого включен резистор $R_x(R_0)$. Операционный усилитель - усилитель постоянного тока с большим коэффициентом усиления k и большим входным сопротивлением. Поэтому потенциал точки a , определяемый как U_x/k , и входной ток усилителя практически равны нулю. Следовательно, токи, протекающие через резисторы R_0 и R_x , равны и справедливы соотношения $U_0/R_0=U_x/R_x$ или $U_0/R_x=U_x/R_0$ в зависимости от схемы включения R_0 и R_x . Для 1-го варианта включения $U_x=U_0R_x/R_0$ и, следовательно, $\alpha=SuU_0R_x/R_0$, где Su - чувствительность ИМ. Такая схема включения предпочтительна, поскольку омметр имеет равномерную шкалу. Верхний предел измерений в таких омметрах изменяют путем подключения резисторов R_0



различных сопротивлений. Такая схема используется в электронном омметре *E6-10*, имеющем диапазон измерений $10\text{ Ом} - 1000\text{ МОм}$ и класс точности 2,5.

В тераомметрах при измерении больших сопротивлений ($R_x > 10^6 \div 10^{12}\text{ Ом}$) использование 1-го варианта схемы рис. 7.18 приводит к существенному росту погрешности. Это обусловлено тем, что при ограничении выходного напряжения U_x , определяемого характеристиками OY , для больших R_x необходимо устанавливать большие сопротивления R_0 , обеспечить требуемую точность которых достаточно трудно. Кроме того, токи, протекающие через R_x и R_0 , в этом случае оказываются столь малыми, что становятся соизмеримыми с входными токами усилителя и точками утечки. Поэтому находит применение 2-й вариант включения R_0 и R_x (на схеме в скобках). Шкала такого тераомметра неравномерна, поскольку $\alpha = SuU_0R_0/R_x$. Для повышения точности в таких схемах имеется возможность увеличивать ток, протекающий через R_x , путем увеличения U_0 (до сотен вольт) и применять меньшие сопротивления R_0 . Рассмотренная схема используется в тераомметрах *E6-14* с диапазоном измерений $10^7 - 10^{17}\text{ Ом}$, классами точности 4-10 в зависимости от диапазона измерений.

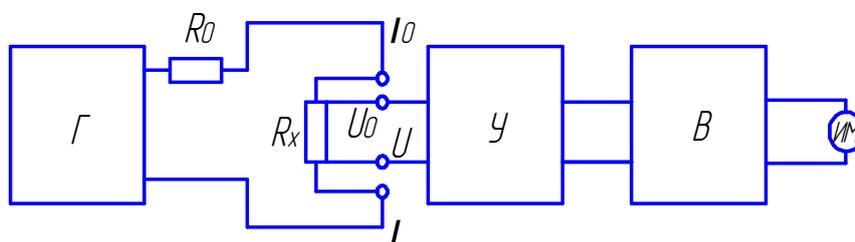


Рис. 7.19. Функциональная схема электронного миллиомметра

Измерение малых сопротивлений (до 10^{-4} Ом) производится электронными миллиомметрами. При измерении таких сопротивлений возникают трудности, связанные с влиянием соизмеримых по значению сопротивлений контактов и соединительных проводов, а также контактных термо-ЭДС. Миллиомметры (рис. 7.19) работают по принципу, аналогичному работе омметра, изображенного на рис. 7.17. Однако для исключения влияния термо-ЭДС измерения производятся на переменном токе, вырабатываемом генератором G . Применение переменного тока позволяет использовать усилитель Y переменного тока с большим коэффициентом усиления, что повышает чувствительность прибора при измерении малых сопротивлений. Выходной сигнал усилителя выпрямляется выпрямителем B и подается на магнитоэлектрический измерительный механизм $ИМ$.

Для уменьшения влияния сопротивлений контактов и соединительных проводов резистор R_x включают по четырехпроводной схеме, при которой ток к резистору подводится по одной паре проводов (зажимы I_0 и I), а напряжение, пропорциональное измеряемому сопротивлению, снимается с другой пары проводов (зажимы u_0 , u). В качестве примера можно указать миллиомметр *E6-15*, имеющий диапазон измерений сопротивления $10^{-4} - 10^2\text{ Ом}$ и, приведенную погрешность $\pm 1,5\%$.

Приборы для измерений добротности, индуктивности и емкости. Среди различных способов измерения добротности Q , индуктивности L_x и емкости C_x в электронных приборах получили распространение способ, основанный на явлении резонанса в LC -контуре, и способ, основанный на сравнении частот двух генераторов, в колебательный контур одного из которых включаются катушка индуктивности или конденсатор c , измеряемыми L_x или C_x .

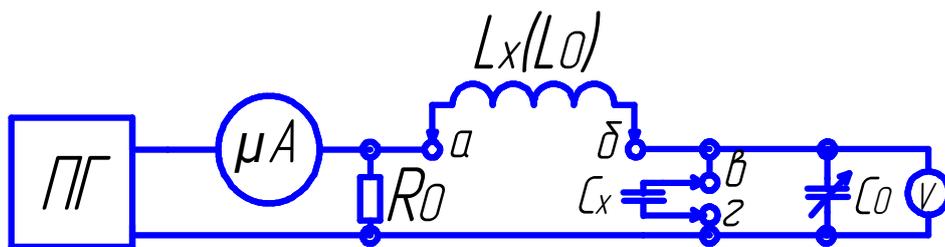


Рис. 7.20. Функциональная схема куметра

На рис. 7.20 приведена упрощенная схема прибора, называемого куметром, который предназначен для измерения добротности и индуктивности катушек и емкости конденсаторов. В общем случае куметр позволяет измерять полное сопротивление двухполюсников. Куметр содержит перестраиваемый по частоте генератор ГГ, микроамперметр μA , резистор малого (примерно 0,05 Ом) сопротивления R_0 , образцовый переменный конденсатор C_0 , электронный вольтметр V . Катушку или конденсатор с измеряемыми индуктивностью и емкостью подключают соответственно к зажимам ab или $вг$. При измерении емкости к зажимам ab подключают образцовую катушку индуктивности.

Измерение добротности проводят, как правило, в режиме заданной частоты, устанавливаемой на перестраиваемом генераторе ГГ. Изменением емкости конденсатора C_0 добиваются резонанса в контуре, фиксируемого по максимальным показаниям вольтметра V . Определение добротности основано на свойстве последовательного колебательного контура при резонансе иметь на реактивных элементах напряжение, в Q раз большее напряжения возбуждения, т. е. при резонансе $U_{C_0} = Q R_0 I$, где U_{C_0} – напряжение на конденсаторе C_0 , измеренное вольтметром V ; I – ток через резистор R_0 , измеренный микроамперметром μA . На основании этого шкалу вольтметра градуируют в единицах добротности для определенного значения тока I .

Определение L_x и C_x основано на соотношении $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC})$, где f_0 – резонансная частота контура. При измерении индуктивности $L_x = 1/[(2\pi f_0)^2 C_0]$ где C_0 – значение емкости образцового конденсатора при настроенном в резонанс контуре $L_x C_0$; при измерении емкости $C_x + C_0 = 1/[(2\pi f_0)^2 L_0]$ где L_0 – индуктивность образцовой катушки, подключаемой в этом случае к зажимам $a-b$. Этот способ измерений используется, например, в низкочастотном измерителе добротности типа $E4-10$ с диапазоном измерений для Q , равным 2-300; для L – $25 \cdot 10^{-6} - 10 \text{ Гн}$, для C – $80 \text{ пФ} - 0,11 \text{ мкФ}$. Погрешности прибора зависят от диапазона измерений и составляют $\pm(4-10)\%$ измеряемой величины.

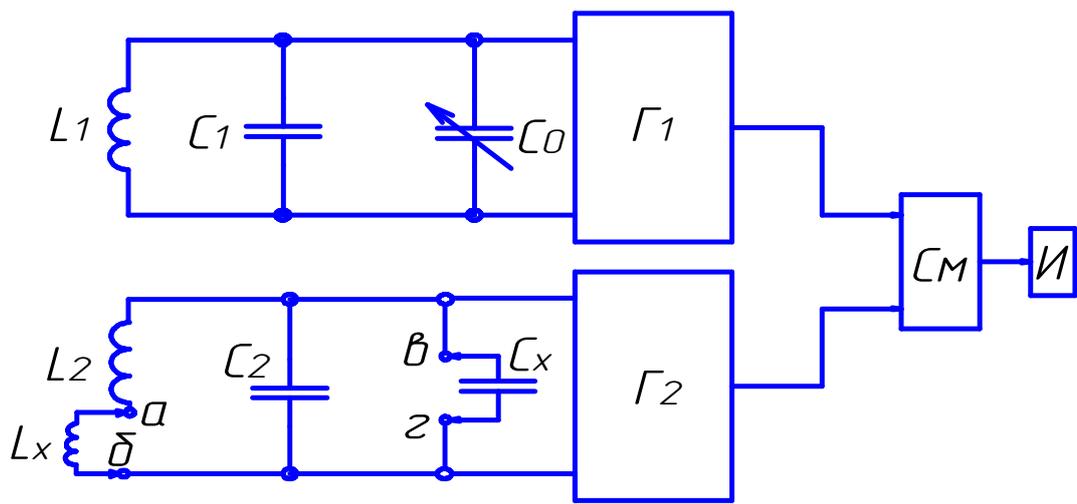


Рис. 7.21. Функциональная схема прибора для измерения индуктивности L_x и емкости C_x , основанного на сравнении частот двух генераторов

Принцип действия приборов, основанных на сравнении частот двух генераторов иллюстрируется схемой рис. 7.21, где Γ_1 – генератор, перестраиваемый по частоте с помощью образцового конденсатора C_0 , Γ_2 – генератор, в колебательный контур которого, включается катушка или, конденсатор с измеряемыми L_x и C_x ; C_m – смеситель – устройство, выходной сигнал которого имеет частоту, равную разности частот генераторов Γ_1 и Γ_2 , I – индикатор; предназначенный для фиксации нулевых биений частот на выходе смесителя. Параметры контуров генераторов выбирают одинаковыми: $L_1=L_2$, $C_1=C_2$.

Перед измерениями при замкнутых зажимах ab и разомкнутых bz генераторы настраиваются на одинаковую частоту путем подстройки частоты генератора Γ_1 конденсатором C_0 . Совпадение частот фиксируется индикатором по нулевым биениям на выходе смесителя C_m . При включении в контур генератора Γ_2 конденсатора с измеряемой емкостью C_x равенство частот генераторов нарушается - оно восстанавливается путем изменения емкости образцового конденсатора на ΔC_0 ; тогда $C_x = \Delta C_0$. Процедура измерения L_x , аналогична измерению C_x (при этом зажимы ab размыкаются, и к ним подключается катушка с измеряемой индуктивностью). При равенстве частот имеем $(C_0 + C_1) L_1 = C_2 (L_2 + L_x)$, отсюда $L_x = L_1 C_0 / C_2 = k C_0$. Следовательно, шкала конденсатора может быть градуирована в единицах индуктивности.

Промышленностью выпускается измеритель индуктивностей и ёмкостей $E7-5A$ с диапазонами измерений $0,05 \text{ мкГн} - 10 \text{ мГн}$ и $1-500 \text{ нФ}$, имеющий относительную погрешность измерения $\pm 5\%$.

Наряду с измерительными приборами для измерения параметров цепей промышленность выпускает измерительные преобразователи, например преобразователь сопротивления $\Phi 48011$, преобразователь емкости $\Phi 48012$, преобразователь индуктивности $\Phi 48012$, в которых соответствующие параметры преобразуются в напряжение постоянного тока.



ГЛАВА 8

ЦИФРОВЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

Цифровыми измерительными приборами (ЦИП) называются приборы, которые в процессе измерения осуществляют автоматическое преобразование непрерывной измеряемой величины в дискретную с последующей индикацией результата измерений на цифровом отсчетном устройстве или регистрацией его при помощи цифropечатающего устройства. Функциональная схема цифрового прибора представлена на рис. 8.1. Аналоговая величина X сначала преобразуется входным аналоговым преобразователем ВАП к виду, удобному для последующего преобразования, затем при помощи АЦП производится ее дискретизация и кодирование (см. ниже); наконец, цифровое отсчетное устройство ЦОУ превращает кодированную информацию о измеряемой величине в цифровой отсчет, удобный для считывания оператором. В последние годы цифровые приборы получили большое распространение. Особенно в качестве лабораторных вольтметров, амперметров, омметров, частотомеров и фазометров.

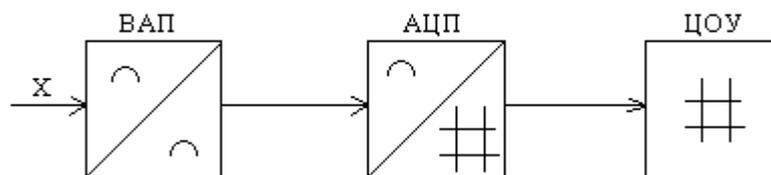


Рис. 8.1. Функциональная схема прибора

По сравнению с аналоговыми приборами цифровые имеют такие преимущества, как высокая точность, широкий рабочий диапазон, высокое быстродействие, получение результатов измерения в удобной для считывания оператором форме, возможность цифрового преобразования и ввода измерительной информации в ЭВМ, автоматического введения поправок для уменьшения систематических погрешностей, автоматической калибровки, автоматизации процесса измерения.

Недостатками цифровых приборов являются сложность, сравнительно высокая стоимость и меньшая, чем у аналоговых приборов, надежность. Следует, однако, указать, что развитие техники интегральных схем в значительной мере позволяет устранить указанные недостатки.

Основой всякого цифрового прибора служит *аналого-цифровой преобразователь* (АЦП), который осуществляет дискретизацию, квантование и кодирование информации. Дискретизация есть процесс получения отсчетов измеряемой величины в определенные дискретные моменты времени. Непрерывная величина $X(t)$ заменяется последовательностью отсчетов $X(t_k)$ взятых в некоторые моменты времени (t_k). Обычно промежутки времени между двумя последовательными отсчетами $\Delta t = t_k + I - t_k$ выбираются одинаковыми. В этом случае говорят, что шаг дискретизации Δt постоянен. Процесс квантования заключается в замене непрерывных значений величины $X(t)$ конечным набором ее дискретных значений X_n . Каждое из этих значений совпадает с одним из установленных уровней квантования, отстоящих друг от друга на интервал (шаг) квантования. Непрерывные значения величины заменяются значениями уровней квантования в соответствии с некоторым правилом. Например, вместо непрерывных значений величине приписываются значения ближайших уровней.

Кодированием называется процесс представления численного значения величины, определенной последовательностью цифр или сигналов, т. е. кодом. Для преобразования



цифрового кода в напряжения, воздействующие на цифровое отсчетное устройство и формирующие показания ЦИП, используется устройство, называемое дешифратором.

Процессы дискретизации и квантования являются принципиальными источниками погрешностей ЦИП. Ясно, что замена непрерывной величины рядом ее значений, считанных в определенные моменты времени, ведет к потере информации о поведении этой величины в промежутках между отсчетами. Конечно, число уровней квантования также является причиной погрешностей ЦИП.

8.1. Аналого-цифровые преобразователи

Аналого-цифровые преобразователи – это измерительные преобразователи, назначение которых состоит в автоматическом преобразовании измеряемой аналоговой величины в дискретную, представленную в виде цифрового кода. В соответствии с методом построения все АЦП можно разделить на три группы: с время-импульсным преобразованием, с частотно-импульсным преобразованием и поразрядного уравнивания.

АЦП с время-импульсным преобразованием. В основу время-импульсного метода положено преобразование измеряемой величины интервал времени, заполняемый затем импульсами со стабильной частотой следования (счетными импульсами). АЦП, использующие этот метод, применяются для преобразования: временного интервала, напряжения, частоты, разности фаз и других величин в код.

Упрощенная функциональная схема АЦП с время-импульсным преобразованием представлена на рис.8.2. Она включает в себя два преобразователя. Первый преобразует входную величину X в интервал времени Δt , второй - интервал времени Δt в последовательность

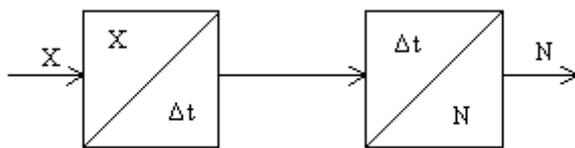


Рис.8.2. Функциональная схема АЦП с время-импульсным преобразованием.

импульсов (цифровой код) N . Если структура первого преобразователя может быть различной в зависимости от вида входной величины X , то структура преобразователя временной интервал – код одинакова для всех АЦП. Она представлена на схеме рис.8.3. Временной интервал

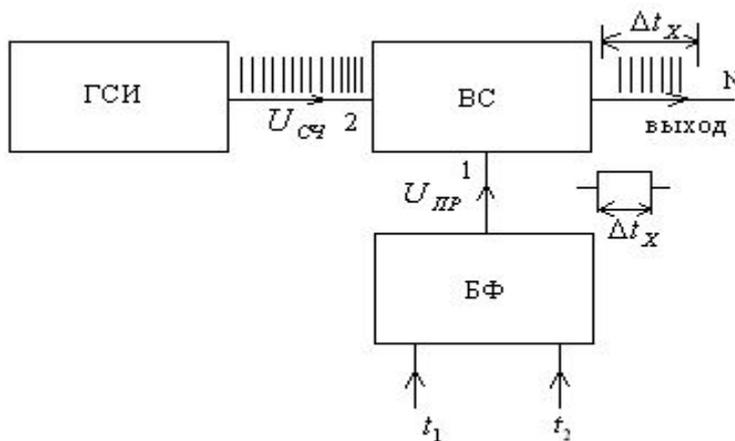




Рис.8.3. Преобразователь временной интервал – код

$\Delta t_x = t_2 - t_1$ задается двумя короткими импульсами U_{t1} и U_{t2} - опорным (в момент времени t_1) и интервальным (в момент времени t_2). Эти импульсы поступают на блок формирования (БФ), вырабатывающий прямоугольный импульс U_{np} длительностью $\Delta t_x = t_2 - t_1$. Указанный прямоугольный импульс подается на один из входов 1 временного селектора (ВС). На другой вход 2 временного селектора от генератора счетных импульсов (ГСИ) постоянно поступает последовательность счетных импульсов $U_{сч}$ со строго определенной частотой следования $f_{сч}$. Счетные импульсы могут проходить через ВС на выход только тогда, когда ВС открыт прямоугольным импульсом U_{np} , т. е. в течение временного интервала Δt_x . Поскольку период следования счетных импульсов $T_{сч} = 1/f_{сч}$ выбирается много меньшим, чем Δt_x , можно утверждать, что число счетных импульсов N , прошедших через ВС, выражается формулой $N \approx \Delta t_x / T_{сч} = \Delta t_x f_{сч}$. Следовательно, $\Delta t_x = N / f_{сч}$. Таким образом, каждому интервалу ставится в соответствие последовательность определенного числа импульса на выходе АЦП, т.е. цифровой код.

Суммарная погрешность описанного выше АЦП определяется следующими основными факторами: нестабильностью частоты следования счетных импульсов, погрешностью преобразования измеряемого временного интервала в длительность прямоугольного импульса, открывающего ВС, погрешностью дискретности. Чтобы практически устранить погрешность, вызванную нестабильностью $f_{сч}$, применяют ГСИ с кварцевой стабилизацией. Вторая составляющая погрешности обусловлена влиянием помех на работу БФ. Основным элементом БФ является триггер. На момент переброса триггера из одного состояния другое может влиять помеха, которая складывается с напряжением, поступающим на вход БФ. Поэтому длительность прямоугольного импульса, воздействующего на ВС, может несколько отличаться от временного интервала Δt_x . Это отличие приводит к погрешности, которая носит случайный характер. Для ее уменьшения следует по возможности увеличивать отношение сигнал/помеха на входе БФ.

Третья составляющая погрешности является следствием того, что числовое значение временного интервала Δt_x непрерывной аналоговой величины заменяется целым числом периодов $T_{сч}$. Поскольку интервал Δt_x в общем случае не кратен $T_{сч}$, то возникает погрешность дискретности, абсолютное значение которой не превосходит длительности периода следования счетных импульсов $|\Delta_d| \leq T_{сч}$. Существует способы уменьшения погрешности дискретности. Самый простой связан с увеличением частоты следования счетных импульсов; к сожалению, существенному продвижению в этом направлении препятствуют технические сложности создания высокочастотной аппаратуры. Применяется также синхронизация счетных импульсов с началом дискретизирующего временного интервала; это позволяет вдвое уменьшить значение погрешности дискретности. Имеются и другие, более сложные, но зато и более эффективные способы.

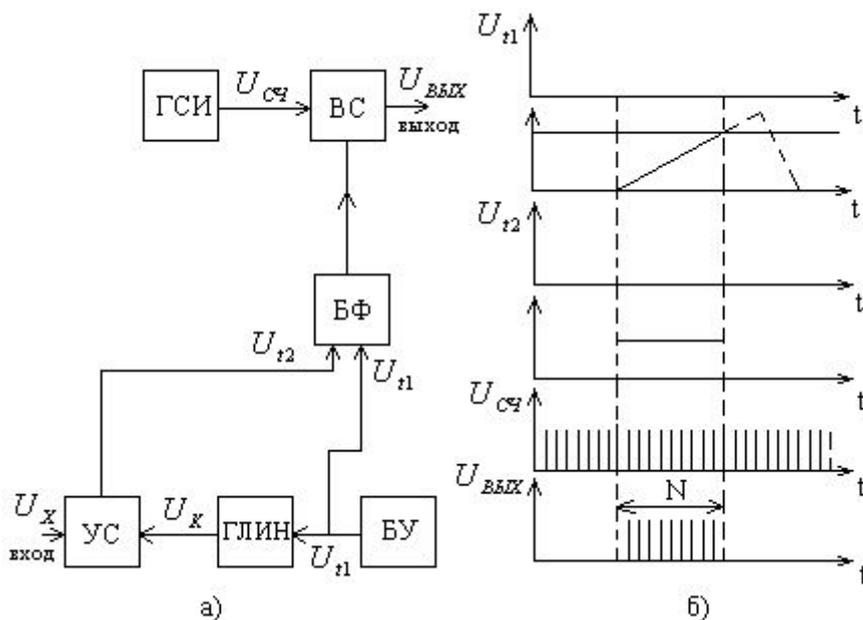


Рис. 8.4. Структурная схема время – импульсного АЦП

В качестве примера рассмотрим структурную схему время – импульсного АЦП, используемого в цифровых вольтметрах постоянного тока (рис. 8.4). Этот АЦП преобразует постоянное напряжение в цифровой код. Наряду с блоками, представленными на рис. 8.3, он содержит *генератор линейно изменяющегося напряжения* ГЛИН, *устройство сравнения* (УС), а также *блок управления* (БУ). На БФ с БУ поступает импульс U_{n1} . Это приводит к тому, что временной селектор начинает пропускать на выход счетные импульсы $U_{сч}$. Одновременно запускается ГЛИН. Линейно изменяющееся: напряжение $U_{к}$ подается на устройство сравнения, которое вырабатывает импульс U_{i2} в момент, когда $U_{к}$ становится равным U_{x} , входному напряжению, постоянно поступающему на УС. Импульс U_{i2} приводит к закрытию временного селектора и прекращению похождения через него счетных импульсов. Временные диаграммы приведены на рис. 8.4, б. Число импульсов, заполняющих временной интервал $t_2 - t_1$, приближенно дается формулой

$$N \approx (t_2 - t_1) / T_{сч} \quad (8.1)$$

Но $t_2 - t_1 = U_x / K$, где K – известный коэффициент зависящий от скорости нарастания линейно изменяющегося напряжения $U_{к}$. Таким образом,

$$N \approx U_x / K T_{сч} \quad (8.2)$$

или

$$N \approx U_x f_{сч} / K \quad (8.3)$$

Погрешность преобразования, кроме рассмотренных ранее составляющих, содержит также вклад от линейности напряжения ГЛИН, нестабильности коэффициента K , т. е. нестабильности наклона кривой линейно изменяющегося напряжения и смещения нуля. Шумовая помеха $U_{ш}$, наложенная: на входное напряжение U_x , также является источником погрешности, поскольку при наличии такой помехи устройство сравнения вырабатывает импульс U_{i2} не в момент, когда, $U_{к} = U_x$, а в момент, когда



$U_K = U_X + U_{ш}$. Подавление помех осуществляется при помощи специальных фильтров. Общая приведенная погрешность АЦП данного типа составляет около 0,1%.

8.2. АЦП с частотно – импульсным преобразованием

В частотно - импульсных АЦП входная аналоговая величина (например, напряжение U_X) предварительно преобразуется в частоту следования импульсов f_X . Цифровой код формируется посредством заполнения этими импульсами временного интервала строго определенной длительности T_0 . Структурная схема АЦП данного типа представлена на рис.8.5, а. Входное напряжение U_X поступает на генератор импульсов ГИ с управляемой частотой следования f_X . Частота следования f_X управляется входным напряжением U_X в соответствии с формулой

$$f_X = KU_X, \quad (8.4)$$

где K - известный коэффициент пропорциональности.

Устройство управления (УУ) запускает генератор импульсов калиброванной длительности, который управляет *временным селектором* (ВС), открывая его на время T_0 . Число кодовых импульсов, поступающих на выход,

$$N \approx T_0 / T = T_0 f_X. \quad (8.5)$$

Временная диаграмма работы частотно – импульсного АЦП представлена на рис. 8.5. Частотно-импульсные АЦП менее чувствительны к помехам, несмотря на то что помеха меняет частоту следования импульсов f_X . Дело в том, что за время T_0 эти изменения частоты следования могут частично взаимно компенсироваться. Если, например, помеха имеет симметричный характер и ее частота равна или кратна T_0 , то средняя за время T_0 частота:

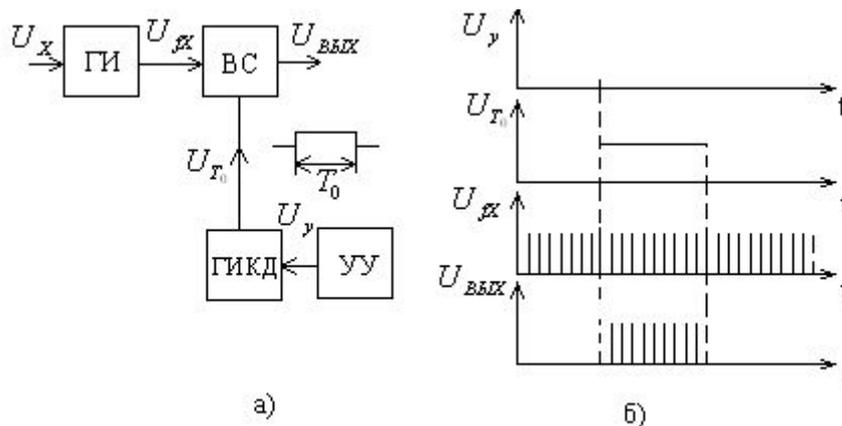


Рис. 8.5. Структурная схема АЦП

$$f_{ХСР} = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} f_X dt = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} K \left(U_X + U_{mn} \sin \frac{2\pi n}{T_0} t \right) dt = KU_X \quad (8.6)$$

где U_{mn} – амплитуда напряжения помехи; $2\pi n$ – ее частота.



Таким образом, средняя за время T_0 частота оказывается пропорциональной входному напряжению, т.е. влияние помехи исключается. Приведенная погрешность частотно – импульсных АЦП составляет сотые доли процента.

8.3. АЦП поразрядного уравнивания

Рассмотрим работу этого АЦП на примере преобразователя напряжение – цифровой код. Структурная схема АЦП поразрядного преобразования представлена на рис.8.6. Измеряемое напряжение U_x сравнивается с набором образцовых напряжений $U_{01} > U_{02} > \dots > U_{0n}$, составленным по определенному закону, например, в соответствии с разрядами двоичной

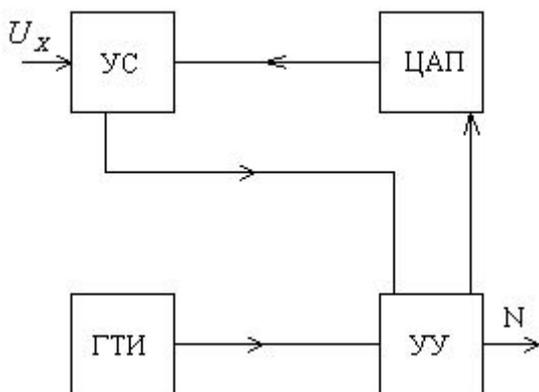


Рис. 8.6. Структурная схема АЦП поразрядного преобразователя

системы счисления. Эти напряжения поступают на устройство сравнения УС от преобразователя код – образцовое напряжение в соответствии с командами устройства управления. Преобразователь код - образцовое напряжение представляет собой цифро-аналоговый преобразователь ЦАП, задачей которого является выработка аналогового напряжения в соответствии с поступающим на его вход числовым кодом.

Последовательность работы АЦП поразрядного уравнивания задается генератором тактовых импульсов ГТИ. В первом такте происходит сравнение входного напряжения U_x с наибольшим образцовым напряжением U_{01} . Если $U_x < U_{01}$, т.е. $U_x - U_{01} < 0$, то устройство управления подает на выход код 0. Таким образом, высший разряд выходного двоичного кода будет нулевым. После этого напряжение U_{01} отключается от устройства сравнения, а подается напряжение $U_{02} = U_{01} / 2$. После этого снова происходит сравнение, на этот раз U_x и U_{02} . Если снова, $U_x - U_{02} < 0$ то опять от устройства сравнения отключается U_{02} и посылается 0 в следующий разряд двоичного кода. Это происходит до тех пор, пока не будет $U_x - U_{0i} > 0$. Тогда i – тому разряду будет приписана единица, а к напряжению U_{0i} добавится $U_{0i} + I = U_{0i} / 2$ и в следующем также будет произведено сравнение U_x и $U_{0i} + U_{0i} / 2$. Этот процесс продолжается до тех пор, пока не будет подобрано напряжение, наиболее близкое к входному. Двоичный код затем преобразуется в десятичный и в этом виде используется в последующих блоках вольтметра.

АЦП с поразрядным уравниванием и вольтметры на их основе имеют высокую точность (погрешность 0,001%) и быстродействие (частота тактов более 1 МГц).



8.4. Цифро-аналоговые преобразователи

В схемах цифровых измерительных приборов нередко используются устройства, преобразующие цифровой код в аналоговую величину, однородную с измеряемой. Они также часто устанавливаются в цепях обратной связи различных информационно - измерительных систем. Такие устройства называются цифро-аналоговыми преобразователями. На рис. 8.7 представлена схема ЦАП весового типа. Резисторы R_1, R_2, \dots, R_N подбираются таким образом, чтобы их проводимости соотносились как весовые коэффициенты управляющего двоичного кода, т.е. чтобы

$$(1/R_n)/(1/R_{n-1}) = (1/R_{n-1})/(1/R_{n-2}) = \dots = (1/R_2)/(1/R_1) = 2 \quad (8.7)$$

При этом выходное напряжение будет иметь значение

$$U_{\text{вых}} = AE \sum_{i=1}^n K_i 2^{i-1} \quad (8.8)$$

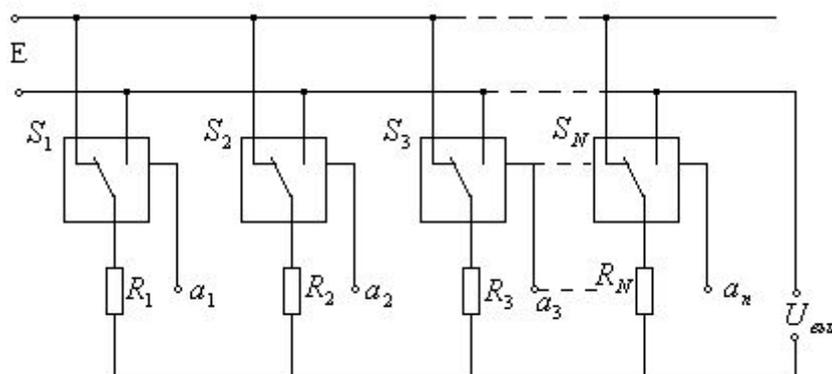


Рис. 8.7. Структурная схема ЦАП весового типа

где A – коэффициент пропорциональности; E – образцовое напряжение; n - число разрядов управляющего двоичного кода, поступающего на выходы a_1, a_2, \dots, a_n - номер разряда; K_i - разрядный коэффициент, который может принимать значения 0 или 1 в зависимости от положения ключа S_i .

В свою очередь, положение ключей управляется кодовыми импульсами, поступающими на входы a_1, a_2, \dots, a_n . В результате цифровой код оказывается преобразованным в пропорциональное аналоговое напряжение. Приведенная погрешность ЦАП составляет около 0,1%.

8.5. Цифровые отсчетные устройства

Цифровые отсчетные устройства (ЦОУ) служат для представления результатов измерения в виде обычных, удобных для считывания оператором десятичных цифр. В ЦОУ применяется несколько типов индикаторов. Наиболее распространены газоразрядные, светодиодные и жидко – кристаллические индикаторы.



Газоразрядные индикаторы имеют набор проволочных катодов, выполненных в форме десяти арабских цифр, и общий сетчатый анод. Катоды собраны в пакет и размещены по глубине один за другим в баллоне, наполненном неонам. Если напряжение подается на анод и какой-либо из катодов, то между ними возникает тлеющий разряд в виде светящейся соответствующей цифры. Рабочее напряжение газоразрядных индикаторов составляет 170 – 200 В. Индикаторы с таким высоким напряжением плохо совместимы с низковольтными микросхемами. Это является их основным недостатком.

Светодиодные индикаторы используют полупроводниковые светоизлучающие диоды. Светодиоды излучают в видимой части спектра. Цвет излучения зависит от материала и может быть практически любым - от красного до зеленого. Индикаторы этого типа обычно имеют сегментную структуру. Та или иная цифра формируется высвечиванием определенных сегментов. К достоинствам светодиодных индикаторов относятся высокая яркость, большая долговечность, низкие рабочие напряжения (несколько вольт). Однако эти индикаторы имеют только небольшие размеры.

Жидкокристаллические сегментные индикаторы используют свойство некоторых органических веществ, называемых жидкими кристаллами, изменять коэффициент преломления под влиянием приложенного напряжения. Конструктивно индикаторы выполнены в виде конденсатора, обкладками которого являются проводящие электроды, нанесенные в виде прозрачных пленок на две стеклянные пластинки. Тонкий слой жидкого кристалла находится между этими пластинками. Индикаторы не излучают собственной энергии, они работают в отраженном свете, используя контраст между участками с приложенным напряжением и фоном. Поэтому жидкокристаллические индикаторы очень экономичны. Недостатком этих индикаторов является зависимость контрастности изображения от внешней засветки, а также невысокая яркость.

8.6. Цифровой вольтметр время-импульсного преобразования

Сущность метода состоит в преобразовании измеряемого напряжения в эквивалентный интервал времени, который затем измеряется методом дискретного счета. Структурная схема вольтметра приведена на рис. 8.8. В этой схеме процессы в течение цикла измерения протекают следующим образом. Генератор управляющих импульсов (при однократном измерении – пусковая кнопка) запускает генератор линейно изменяющегося напряжения и одновременно возвращает в исходное состояние счетчик импульсов после окончания предыдущего цикла измерения.

Линейно изменяющееся напряжение подается на два сравнивающих устройства (СУ). СУ1 срабатывает на нулевом уровне, формируя на выходе старт – импульс. СУ2 срабатывает на уровне U_x , выдавая стоп – импульс (рис. 8.9). Применение двух одинаковых сравнивающих устройств позволяет исключить начальный нелинейный участок линейно изменяющегося напряжения и обеспечить компенсацию температурных погрешностей сравнивающих устройств (при изменении температуры среды ошибки двух идентичных устройств примерно равны). Выходные импульсы СУ подаются на выходы триггера, который формирует прямоугольный импульс с крутым фронтом и спадом, управляющий временным селектором.

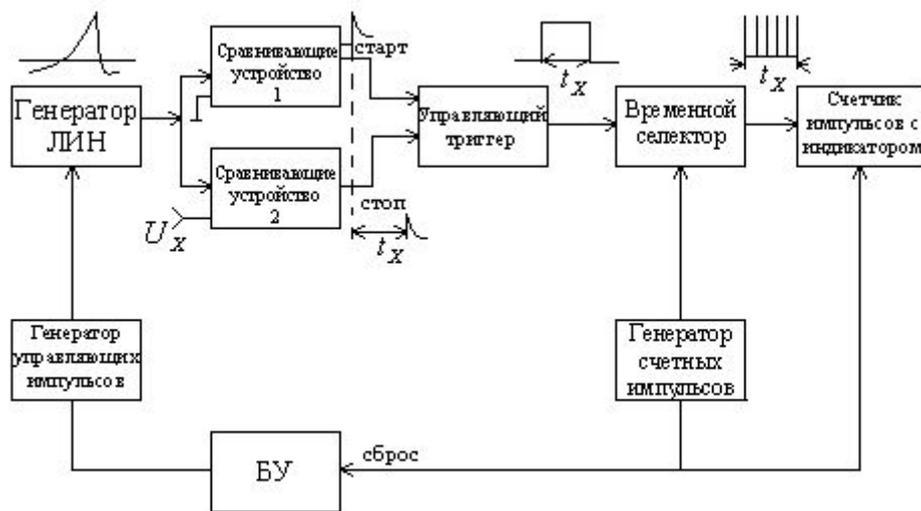


Рис. 8.8. Структурная схема вольтметра

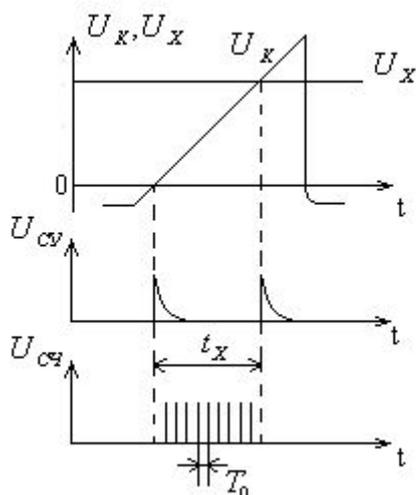


Рис. 8.9. Временные диаграммы сигналов

Очевидно, что величины U_x и t_x связаны пропорциональной зависимостью

$$U_x = kt_x,$$

$$k = \frac{dU_k}{dt}$$

где $k = \frac{dU_k}{dt}$ - скорость изменения (наклон) линейно изменяющегося напряжения; в идеальном случае $k = const$.

В течение интервала t_x временной селектор открыт и на вход счетчика поступают счетные импульсы образцовой частоты, сформированные из колебаний кварцевого генератора (т.е. часть схемы, расположенная справа от СУ, представляет собой цифровой измеритель временных интервалов). При этом выполняется равенство

$$t_x = NT_0, \tag{8.9}$$

где T_0 - период следования счетных импульсов;

N - число импульсов, зарегистрированных счетчиком. Тогда

$$U_x = kT_0N. \tag{8.10}$$



Для получения непосредственного цифрового отсчета результата измерения в единицах напряжения (В, мВ) выбирают $kT_0 = 10^S (S = 0,1,2,\dots)$.

Длительность одного цикла измерения T_N несколько превышает интервал $t_{X \max} = N_{\max} T_0 = N_{\max} / F_0$. Например, для трехдекадного счетчика ($N_{\max} = 999$) при частоте счетных импульсов $F_0 = 1 \text{ МГц}$ ($T_0 = 1 \text{ мкс}$) наибольший интервал $t_{X \max} \approx 0,001 \text{ с}$ и $T_N = 1,1-1,2 \text{ мс}$. Практически быстроедействие таких вольтметров составляет величину порядка сотен измерений в секунду (в автоматическом режиме).

8.7. Цифровые частотомеры

Цифровые частотомеры предназначены для измерения частоты и периода электрических сигналов разной формы, интервалов времени, длительности импульсов и отношения частот. Наряду с широким распространением в электрорадиоизмерительной практике цифровые частотомеры нашли применение в промышленности при подсчете числа деталей, для управления станками по заранее заданной программе, при измерении скорости вращения различных объектов, в качестве программных часов и т. д.

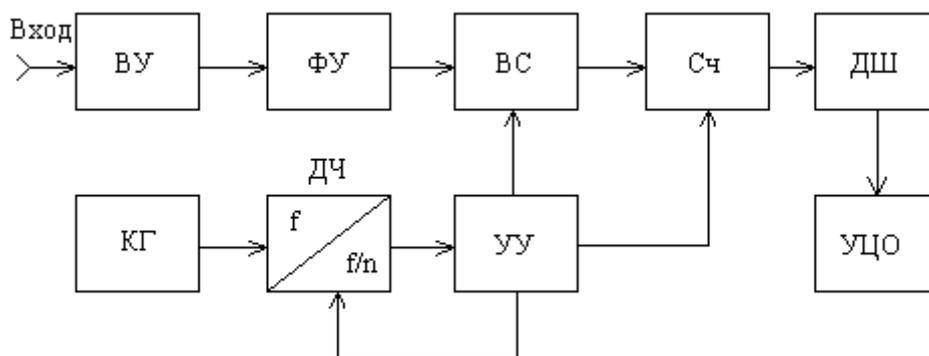


Рис. 8.10. Упрощенная структурная схема цифрового частотомера

По диапазону измеряемых частот цифровые частотомеры разделяются на низкочастотные (до 10 МГц) и высокочастотные (до 100 МГц). При измерении частот свыше 100 МГц используются встроенные или придаваемые в комплекте к прибору преобразователи и переносчики частоты, обеспечивающие понижение частоты исследуемого сигнала.

Принцип действия цифрового частотомера соответствует схеме, в которой подсчитывается число импульсов N , пропорциональное количеству периодов неизвестной частоты f_x за заданный с высокой точностью интервал времени, называемый временем измерения ΔT . Если за это время подсчитано N импульсов, то среднее значение измеряемой частоты определяется выражением

$$f_x = N / \Delta T \tag{8.11}$$

В частности, если $\Delta T = 1 \text{ с}$, то N численно равно частоте f_x .

Упрощенная структурная схема цифрового частотомера приведена на рис.8.10. Основным элементом входного устройства является аттенюатор или компенсированный делитель напряжения, с помощью которого устанавливается напряжение, необходимое для нормальной работы формирующего устройства ФУ. В формирующем устройстве из входного переменного напряжения измеряемой частоты формируются короткие



прямоугольные импульсы, форма которых не зависит от формы входного напряжения и не изменяется при изменении его частоты и амплитуды в установленных для данного прибора пределах. Для формирования импульсов применяют триггер Шмидта или специальные схемы на туннельных диодах.

Временной селектор (схема И) ВС предназначен для пропуска импульсов измеряемой частоты на счетчик импульсов C_q в течение известного интервала времени ΔT , формируемого из импульсов генератора с кварцевой стабилизацией частоты КГ. В управляющем устройстве УУ вырабатывается прямоугольный импульс длительностью ΔT , с помощью которого временной селектор открывается, и на C_q проходит группа импульсов, число которых $N = f_x \Delta T$. Эта информация через дешифратор ДШ поступает на УЦО, причем результат выражается в единицах частоты.

Частота импульсов на выходе генератора с кварцевой стабилизацией f_x обычно равна 1 или 5 МГц, а интервал между ними – соответственно 1 или 0,2 мкс. Для формирования интервала ΔT после кварцевого генератора включают декадные делители частоты ДЧ, на выходах которых образуются частоты в 10^n ($n=1,2,3,\dots,7$) раз ниже частоты генератора, т. е. 100, 10 и 1 кГц, 100, 10, 1 и 0,1 Гц. Для ΔT справедливо соотношение

$$\Delta T = 10^n / f_k,$$

оно устанавливается ступенями от 10^{-5} до 10 с. Измеряемую частоту можно определить по формуле

$$f_x = N f_k \cdot 10^{-n}. \quad (8.12)$$

После окончания преобразования управляющее устройство освобождает счетчик от накопленной информации и приводит в исходное состояние дешифратор и делитель частоты. В управляющем устройстве предусмотрена блокировка временного селектора на некоторый интервал времени, в течение которого сохраняются показания на УЦО. Этот интервал называется временем индикации и устанавливается оператором в пределах нескольких секунд. Частотомер может работать в режиме внутреннего запуска, а также при ручном и дистанционном управлении. В режиме внутреннего запуска счет импульсов производится каждый раз, когда заканчивается установленное время индикации. При ручном управлении счет выполняется 1 раз при нажатии на кнопку; время индикации при этом не ограничивается.

Систематическая погрешность измерения частоты вызывается в основном нестабильностью частоты генерируемых КГ импульсов. Для уменьшения этой погрешности кварцевый резонатор и часть деталей генератора помещают в термостат, температура внутри которого поддерживается с точностью до десятых долей градуса. Благодаря этому нестабильность частоты следования импульсов КГ не превышает $10^{-8} - 10^{-9}$.

Случайная погрешность измерения частоты определяется погрешностью счета импульсов ΔN . Эта погрешность возникает вследствие несинхронности входного напряжения с напряжением кварцевого генератора, отчего начало и конец калиброванного импульса времени счета не совпадают с началом периода повторения импульсов на сигнальном входе временного селектора. Максимальная погрешность дискретности возникает при потере одного периода измеряемых импульсов, т. е. одного счетного импульса.

При измерении низких частот число N ограничено, и погрешность может оказаться значительной. Для ее уменьшения необходимо увеличивать время ΔT что не всегда целесообразно и возможно. Например, для измерения частоты 100 Гц при $\Delta T=1$ с



погрешность может составить 1 Гц. Уменьшение погрешности измерения в 10 раз возможно при увеличении времени измерения во столько же раз, что не всегда выполнимо. В связи с этим при измерениях низких частот непосредственно определяют не частоту, а период.

При измерении периода селектор открывается импульсом, формируемым из напряжения измеряемого периода, а на счетчик поступают так называемые метки времени - импульсы, полученные делением частоты следования импульсов на 10^n . Если на счетчик прошло N меток времени при частоте генератора f_x , то измеряемый период

$$T_x = (N / f_k) 10^n, \quad (8.13)$$

а измеряемая частота

$$f_x = (f_k / N) 10^{-n}. \quad (8.14)$$

Выполнять измерение периода вместо измерения частоты целесообразно только тогда, когда на счетчик за время счета, равное измеряемому периоду T_x , поступает большое число меток времени, т. е. когда $f_k \gg f_x$. Для получения этого неравенства частота кварцевого генератора иногда умножается в несколько раз с помощью специальных умножителей частоты.

Цифровые частотомеры применяются не только для измерения частоты и периода. С их помощью можно определять число импульсов, интервалы времени, отношение частот, а используя предварительное преобразование физических величин в частоту или интервал времени, - скорость, давление, температуру и другие величины.

Общее число импульсов за некоторый интервал времени подсчитывается при открытом временном селекторе. Открывают и закрывают его вручную или дистанционно. На цифровом табло появляется текущее значение числа прошедших импульсов, а по окончании счета - их сумма N .

Длительность интервала времени, длительность импульса или паузы между импульсами измеряют путем счета меток времени, прошедших через открытый временной селектор аналогично измерению периода.

Отношение двух частот определяют счетом числа импульсов, сформированных из напряжения более высокой частоты f_B и прошедших через временной селектор, открытый на интервал времени, равный одному периоду напряжения более низкой частоты f_H .

Во всех рассмотренных видах измерений в работе участвуют одни и те же узлы цифрового частотомера. Различие заключается лишь в их взаимодействии, которое определяется соответствующими органами управления. Конструктивно частотомер и периодомер объединяют в один прибор с двумя входами: A - для измерения частоты и счета импульсов и B - для намерения периодов и интервалов времени. При измерении отношения частот на вход A подают сигналы более высокой частоты, чем на вход B .

Цифровой частотомер можно использовать, как источник ряда стабильных частот, получаемых путем деления и умножения частоты кварцевого генератора.

Современные цифровые частотомеры отличаются высокими точностью и быстродействием, удобством отсчета и простотой в эксплуатации; они применяются в лабораторной практике, а в последнее время используются также в измерительно-информационных системах и автоматических системах управления.

Достижения в области микроэлектроники позволяют создавать цифровые частотомеры на базе интегральных схем. Применение микроэлектронной элементной базы значительно увеличило надежность цифровых частотомеров, уменьшило их габаритные размеры, массу и потребляемую ими энергию.



В качестве примера на рис. 8.11. приведена структурная схема универсального цифрового частотомера ЧЗ-38. Это прибор для измерения частоты и периода электрических колебаний синусоидальной и импульсной формы, определения отношения частот, измерения временных интервалов, счета числа электрических импульсов.

В режиме измерения частоты импульсы, вырабатываемые формирующим устройством ФУ 1 из сигнала измеряемой частоты, поступают через схему ИЛИ D1 и селектор D4 представляющий собой схему И, на электронный счетчик устройства цифрового отсчета УЦО на табло которого индицируется значение частоты непосредственно в герцах или других единицах частоты. Селектор при этом открывается прямоугольными импульсами на время 1, 10, 100 мс, 1 или 100 с, сформированными с помощью делителей частоты ДЧ1, ДЧ2 и формирующего устройства ФУ3 из сигнала образцовой частоты кварцевого генератора КГ.

В режиме измерения периода исследуемый сигнал подается на второе формирующее устройство ФУ2, преобразующее его в прямоугольные импульсы, длительность которых равна периоду исследуемого сигнала, а затем через схему ИЛИ D3, делитель частоты ДЧ2 и формирующее устройство ФУ3 – на селектор D4. Импульсы образцовой частоты через умножитель частоты УЧ, селектор D1 который на время, равное длительности прямоугольного импульса, поступают на электронный счетчик. На цифровом табло устройства цифрового отсчета индицируется значение измеряемого периода непосредственно в единицах времени. Измерение временных интервалов проводится аналогично измерению периода.

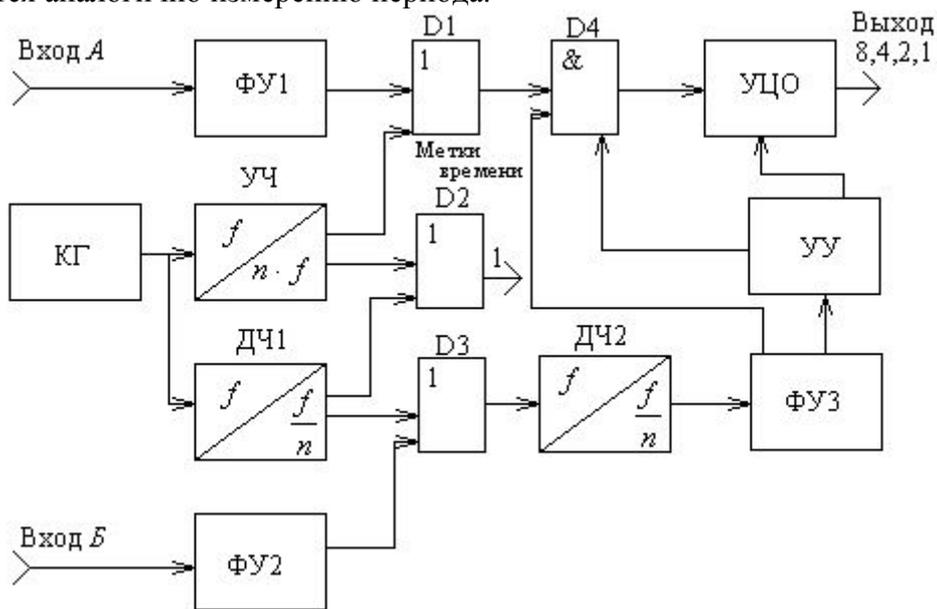


Рис. 8.11. Структурная схема цифрового частотомера ЧЗ -38

В режиме измерения отношения частот сигнал более высокой из сравниваемых частот поступает через формирующее устройство ФУ1 на селектор, открывающийся на время, равное или кратное периоду сигнала более низкой частоты. На цифровом табло при этом индицируется отношение частот.

В режиме суммирования числа импульсов прибор показывает число импульсов, прошедших через селектор. На цифровом табло индицируется общее число периодов входного сигнала за время между двумя моментами времени.

Прибор ЧЗ-38 можно использовать в качестве источника образцовых частот 10^n Гц, где $n = -1, 0, \dots, 7$, и 5 МГц. Стабильность этих частот определяется стабильностью частоты КГ.



Устройство цифрового отсчета УЦО имеет цифровое табло, выполненное на восьми газоразрядных индикаторных лампах, с указанием порядка и единицы измерения. Одновременно результат измерения выдается в коде 8, 4, 2, 1 на внешние устройства.

Прибор имеет режим внутреннего и внешнего запуска ручное и дистанционное управление.

Основные технические данные цифрового частотомера ЧЗ-38

Диапазон частот.....	0 - 50 МГц	измеряемых
То же с преобразователем частоты	45..... 50 - 200 МГц	ЯЗЧ -
Диапазон частот.....	10 - 10 ⁷	отношений
Диапазон времени.....	10 мкс - 10 с	интервалов
Разрешающая способность измерения интервалов времени.....	100 ис	
Не стабильность частоты:		
за мин.....	1,5 · 10 ⁻⁹	10
за ч.....	5 · 10 ⁻⁹	24
Входное напряжение:		
по А.....	0,1-100 В	входу
по Б.....	0,1-10 В	входу
Входное сопротивление.....	10 кОм	
Входная емкость.....	50 пФ	

Диапазон частот серийных цифровых частотомеров обычно не превышает 100 МГц. Однако в измерительной практике имеют место задачи, предусматривающие измерение частоты электрических сигналов в диапазоне до 100 ГГц и выше. Измерение сверхвысоких частот можно производить с помощью цифровых частотомеров, снабженных специальными устройствами понижения измеряемой частоты. Расширить диапазон исследуемых частот до 200 МГц можно с помощью достаточно простых вспомогательных устройств трансформации частоты. Для измерения более Высоких частот требуется специальная аппаратура расширения, в которой учтены все требования конструктивного и технологического характера, касающиеся проблем формирования и преобразования сверхвысокочастотных сигналов. Промышленность выпускает специальные делители, преобразователи и переносчики частоты, которые, как правило, приспособлены для работы в комплексе с определенным типом частотомера.

Делители позволяют снизить частоту входного сигнала в несколько десятков раз (обычно в 100 и 1000 раз). В качестве делителей частоты могут использоваться двоичные пересчетные устройства, выполненные на туннельных диодах или других высокоскоростных элементах.

В основу построения преобразователей частоты положены методы дискретного гетеродинного преобразования, при котором частота исследуемого сигнала представляется в виде суммы двух составляющих. Значение одной из них известно и



отсчитывается по шкале преобразователя, а значение второй измеряется цифровым частотомером. Операция преобразования заключается в смешивании исследуемого сигнала с гармоникой сигнала высокостабильной частоты и выделении разностной частоты, значение которой лежит в диапазоне частот, измеряемых цифровым частотомером.

Структурная схема гетеродинного преобразователя частоты приведена на рис. 8.12. Входной сигнал после усиления подается на смеситель частот СМ, на который поступает и второй сигнал, являющийся n -й гармоникой кварцевого генератора КГ, полученной в результате искажения сигнала в усилителе-ограничителе УО и выделенной перестраиваемым фильтром ПФ. Разностный сигнал, равный $f_p = f_x - nf_k$, выделяется из смеси частот фильтром нижних частот ФНЧ и затем измеряется цифровым частотомером. Перестройка фильтра ПФ осуществляется последовательным повышением номера выделяемой гармоники n до появления сигнала на индикаторе Ин. Искомое значение измеряемой частоты f_x получается суммированием числа nf_k и показания частотомера. Умножением частоты сигнала КГ, двойным преобразованием и совершенствованием узлов смешивания частот и фильтрации удастся расширить диапазон исследуемых частот методом гетеродинного преобразования до нескольких гигагерц.

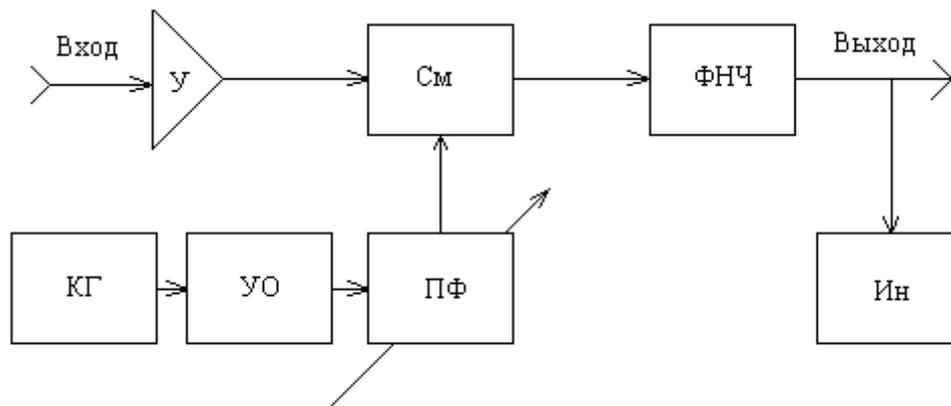


Рис. 8.12. Структурная схема гетеродинного преобразователя частоты

В переносчиках частоты частота исследуемого сигнала f_x сдвигается в область более низких частот, находящихся в пределах частотного диапазона цифрового частотомера. Разностная частота при этом остается неизменной, а частота перестраиваемого местного гетеродина измеряется частотомером. Структурная схема переносчика частоты приведена на рис. 8.13. Сигнал исследуемой частоты f_x подводится к смесителю СМ, на второй вход которого подается напряжение от генератора гармоник Г1, рассчитанного на перекрытие диапазона основных

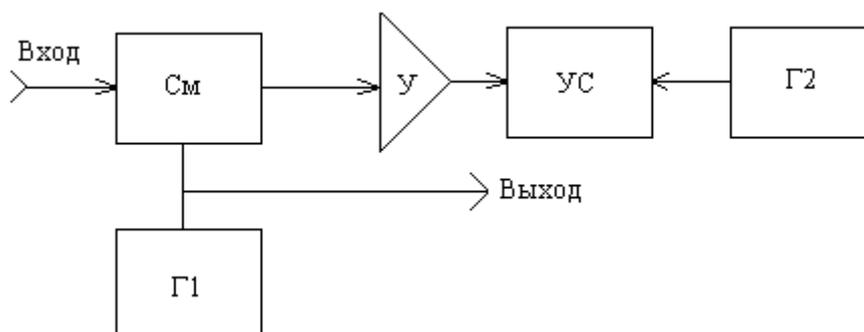


Рис. 8.13. Структурная схема переносчика частоты



частот цифрового частотомера. Форма сигнала генератора сильно искажена, вследствие чего на смеситель подается широкий спектр гармоник. Сигнал разностной частоты усиливается и подается на устройство сравнения частот УС. На второй вход устройства сравнения подается напряжение опорной частоты f_P с генератора Г2. Подстройкой генератора Г1 в сторону уменьшения частоты добиваются нулевых биений между измеряемой частотой и одной из гармоник генератора. Основная частота генератора f_G измеряется с помощью цифрового частотомера. Для вычисления искомой частоты требуется определить номер гармоники n , с которой были получены нулевые биения. С этой целью добиваются нулевых биений в двух смежных точках шкалы генератора. Определив показания частотомера на высшей частоте f_B при нулевых биениях с n -й гармоникой и на низшей частоте f_H при использовании соседней $(n + 1)$ -й гармоники, определяют номер искомой гармоники по формуле

$$n = f_B / (f_B - f_H) \quad (8.15)$$

Частота исследуемого сигнала при этом равна $f_X = n f_G$.

Длительность процесса настройки, потребность в дополнительных вычислениях не позволяют использовать цифровые частотомеры в комплексе с преобразователями и переносчиками частоты для контроля быстро изменяющихся параметров. В настоящее время проводятся работы по созданию автоматических преобразователей и переносчиков частоты. Эти устройства содержат много различных узлов логической обработки сигналов и отличаются большой сложностью. В связи с развитием средств микроэлектроники автоматизация измерений в диапазоне сверхвысоких частот перестраивается на новой, более совершенной основе.

8.8. Цифровые фазометры

Измерение фазового сдвига φ может быть осуществлено в течение одного или нескольких периодов исследуемых напряжений. Принцип измерения фазового сдвига между двумя колебаниями в течение одного периода сводится к преобразованию их периода T и интервала времени ΔT пропорционального фазовому сдвигу между ними, путем заполнения этих интервалов импульсами образцовой частоты f_0 (периода T_0). Количество импульсов, заполняющих временные интервалы T и ΔT и соответственно равно

$$N = T / T_0; n = \Delta T / T_0 \quad (8.16)$$

Для φ справедливо

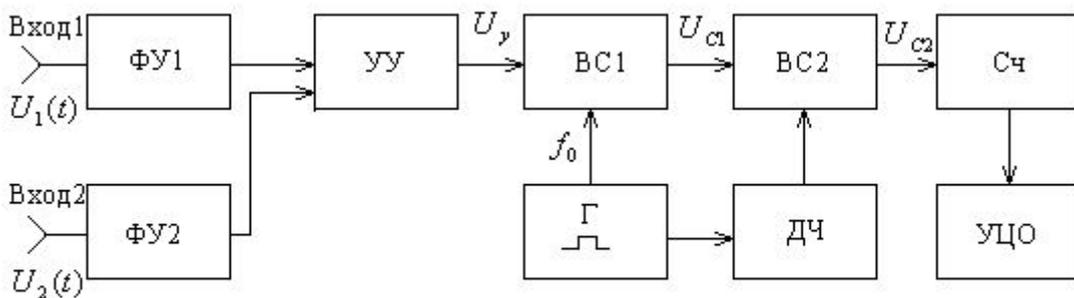
$$\varphi = \frac{\Delta T}{T} 360^\circ \quad (8.17)$$

Подставив значения N и n в выражение (17), получим

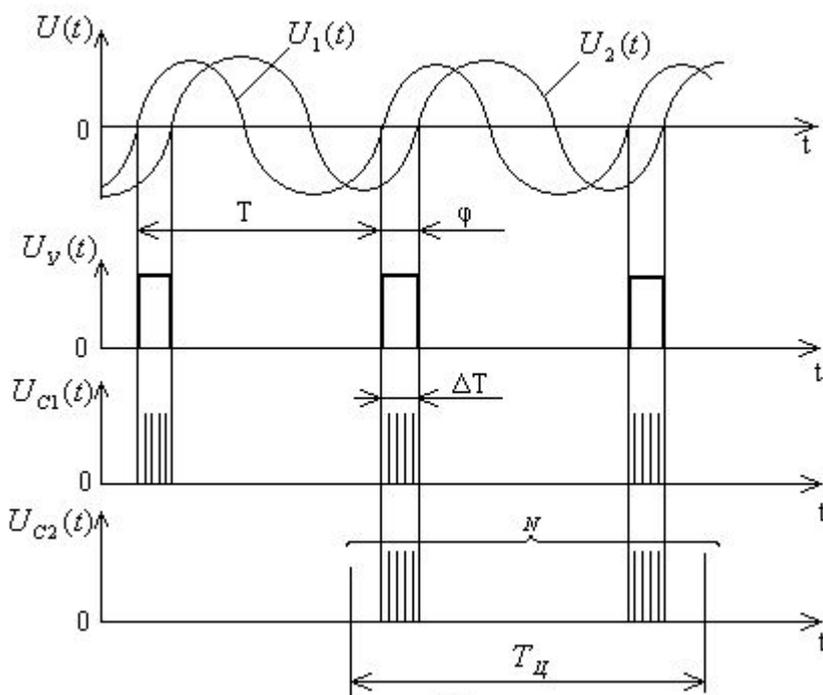
$$\varphi = (n / N) 360^\circ \quad (8.18)$$

При измерении среднего значения сдвига по фазе за несколько периодов исследуемых напряжений счет импульсов образцовой частоты в течение интервала времени ΔT проводится за время цикла измерения $T_{ц} \gg T$. Определение значения периода T при этом не требуется. Схема цифрового фазометра с усреднением, предназначенного для измерения среднего значения сдвига по фазе за несколько периодов исследуемых напряжений, и временные диаграммы напряжений представлены на рис.8.14.

Исследуемые напряжения $u_1(t)$ и $u_2(t)$ в формирующих устройствах ФУ1 и ФУ2 преобразуются в периодическую последовательность импульсов, сдвинутых на интервал ΔT . Устройство управления УУ формирует прямоугольный импульс длительностью ΔT который открывает временной селектор ВС1, и через него от генератора Г проходят импульсы образцової частоты f_0 . Чтобы импульсы подсчитывались счетчиком Сч в течение



а)



б)

Рис. 8.14. Цифровой фазометр с усреднением измеряемой величины

нескольких периодов исследуемого напряжения, предусмотрен второй селектор ВС2, открываемый импульсом, поступающим с делителя частоты ДЧ, на время цикла измерения $T_{ц} = kT_0$ где k - коэффициент деления частоты. Таким образом, в течение времени усреднения на счетчик пройдет несколько групп импульсов. Число групп определяется отношением времени усреднения к периоду исследуемых напряжений $T_{ц}/T$, а число импульсов в группе - отношением длительности интервала ΔT к периоду счетных импульсов T_0 . Общее число импульсов, прошедших в счетчик Сч и далее в УЦО,



$$N = \frac{T_{ц}}{T} = \frac{\Delta T}{T_0} \quad (8.19)$$

Подставив в формулу (19) значения $T_{ц} = kT_0$ и $\Delta T = \varphi T / 360^\circ$, получим

$$N = \frac{kT_0}{T} \frac{\varphi T}{T_0 \cdot 360^\circ} = \frac{k\varphi}{360^\circ} \quad (8.20)$$

$$\varphi = (360^\circ / k) N \quad (8.21)$$

Таким образом, показание цифрового фазометра пропорционально числу импульсов N , прошедших на счетчик за время усреднения $T_{ц}$. Случайная погрешность измерения складывается из погрешности квантования (из-за потери одного импульса в группе) и погрешности из-за потери части группы в интервале усреднения.

В целях уменьшения погрешности измерения, особенно при измерениях малых фазовых сдвигов, применяют умножение частоты, которое приводит к увеличению фазового сдвига. Например, если аргументы измеряемых напряжений $\omega t + \varphi_1$ и $\omega t + \varphi_2$, то после умножения частоты с одинаковыми коэффициентами умножения n получим $n(\omega t + \varphi_1)$ и $n(\omega t + \varphi_2)$ соответственно. Фазовый сдвиг, измеренный фазометром, $\psi = n(\varphi_1 - \varphi_2)$ увеличился в n раз, и погрешность, его измерения может быть меньше. Фазовый сдвиг между исследуемыми напряжениями в этом случае

$$\varphi = \psi / n = \varphi_1 - \varphi_2 \quad (8.22)$$

В качестве примера приведем основные технические данные цифрового фазометра Ф5126, предназначенного для измерения среднего фазового сдвига между двумя периодическими непрерывными напряжениями частоты 1-150 МГц:

Предел измерения фазового сдвига.....	0-359,9°
Погрешность измерения разности фаз:	
при равных уровнях сигналов.....	± 0,3°
при перепаде уровней сигналов на 20 дБ.....	± 0,5°
Диапазон входных напряжений.....	0,01-1 В
Входное сопротивление.....	100 кОм
Входная емкость более.....	5 пФ

8.9. Принцип работы электронного счетчика

Преобразователь тока преобразует линейный ток фазы A в линейное напряжение которое подается на устройство ШИМ рис. 8.15. Устройство ШИМ состоит из интегратора и схемы Шмитта. При отсутствии тока интегратор выдает симметричный пилообразный сигнал, при наличии тока этот сигнал становится ассиметричным, причем с увеличением тока повышается время прямого хода «пилы» рис. 8.16.

Триггер Шмитта обеспечивает преобразования пилообразного сигнала в последовательность прямоугольных импульсов, длительность которых пропорциональна времени прямого хода пилообразного напряжения, при постоянной амплитуде.

Таким образом триггер Шмитта выполняет роль схемы, вырабатывающей прямоугольные импульсы, которые подаются на *амплитудный импульсный модулятор* (АИМ), одновременно на вход АИМ подходит постоянное напряжение, величина которого пропорциональна линейному напряжению между фазами *A* и *B*.

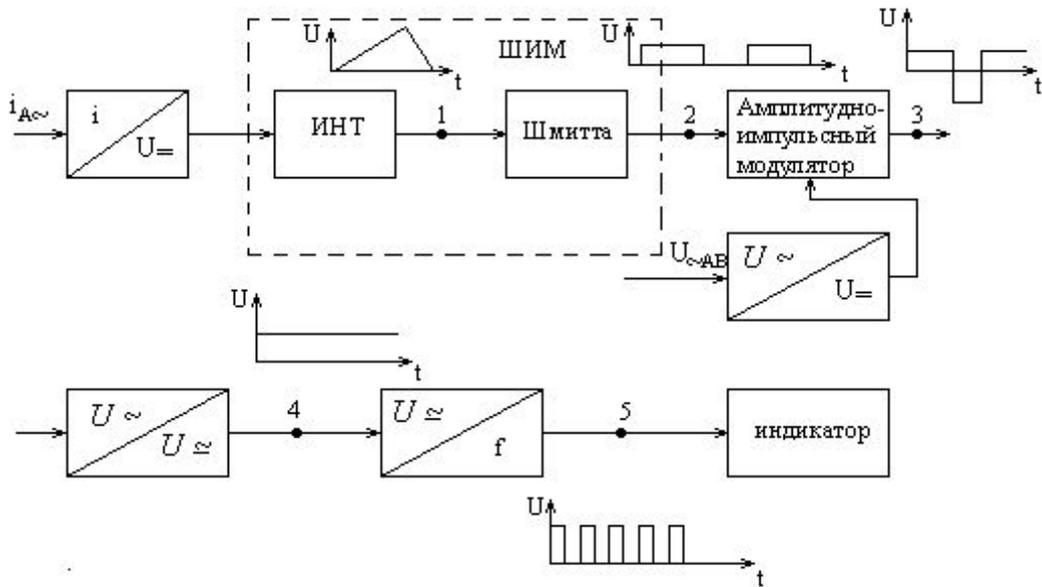


Рис. 8.15. Принцип работы электронного счетчика

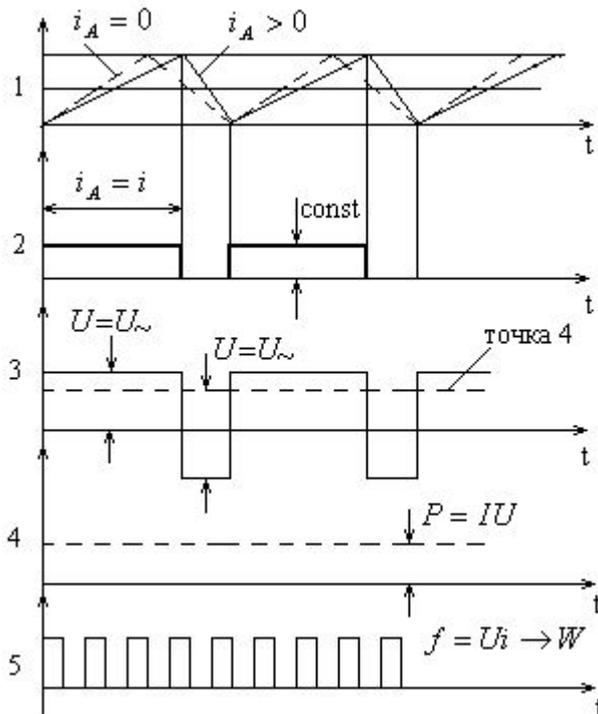


Рис. 8.16.

С выхода АИМ в точке 3 появляется симметричный сигнал, амплитуда положительных и отрицательных полуволн пропорциональны линейному напряжению, а продолжительность положительных полуволн пропорционально линейному току.



Т. о. выполняется двойная модуляция, т. е. сигнал изменяется пропорционально времени, на выходе и фактически получаем энергию.

Переменное напряжение в точке 3 преобразуется в постоянное. Точка 4, которая в свою очередь преобразуется в последовательность прямоугольных импульсов. Точка 5, частота следования, которых пропорциональна напряжению точке 4. Эта последовательность импульсов подается на индикатор, который является счетчиком импульсов.

ГЛАВА 9 **ПОДГОТОВКА ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА И ОБРАБОТКА** **РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ**

9.1. Подготовка измерительного эксперимента

Получение необходимой измерительной информации с минимальными (или ограниченными) материальными и временными затратами требует внимательного подхода к подготовке и проведению эксперимента при измерении физических величин. Особую значимость это приобретает при постановке сложных дорогостоящих экспериментов. Важным в понимании места измерительного эксперимента является то обстоятельство, что измерения проводят не ради измерений, а для достижения цели, поставленной в том или ином исследовании или испытании. В связи с этим при подготовке измерительного эксперимента, прежде всего, решается вопрос: для чего измерять? Решение этого вопроса оказывает существенное влияние на всю процедуру измерения, включающую подготовку, проведение и обработку результатов измерений. В зависимости от цели измерения решаются такие задачи, как что измерять, с какой точностью измерять, как измерять и чем измерять. Ответы на эти вопросы определяют содержание подготовки эксперимента при измерении физических величин.

Перед проведением эксперимента в первую очередь необходимо составить, возможно, полную предварительную (доопытную) *модель объекта*. Если, например, производится измерение напряжения переменного тока, то необходимо знать форму кривой этого напряжения, его частоту и диапазон возможных значений. Предварительные сведения об измеряемой величине могут быть известны при постановке задачи измерений. Так, измеряя напряжение питающей сети переменного тока, мы знаем, что кривая напряжения должна иметь синусоидальную форму, частоту 50 Гц и возможное среднеквадратическое значение примерно 220 В. Отклонение пара метров сигнала от заранее установленной модели (в частности, отклонение кривой напряжения питающей сети от синусоидальной формы) может привести к неправильным результатам измерений. Если нет уверенности в правильности (адекватности) модели, то следует уточнить ее, проведя ряд дополнительных измерений, или выбрать средство измерений (см. далее), показания которого не зависят от одного или нескольких неинформативных параметров модели.

Модели одного и того же объекта измерений могут быть различными. Выбор той или иной модели диктуется задачами и условиями измерений. Так, измеряя сопротивление резистора, необходимо пользоваться различными его моделями в зависимости от частотного диапазона тока, протекающего через данный резистор. На высоких частотах следует учитывать влияние собственных емкостей и индуктивностей, а на СВЧ – влияние поверхностного эффекта.

Правильный выбор модели позволяет верно трактовать результаты измерений и обеспечивает при прочих условиях необходимую точность измерений.



Следующей задачей, решаемой при подготовке эксперимента, является *обоснование необходимой точности эксперимента*. В такой постановке решение этой задачи является достаточно сложным, так как должно учитывать поставленные цели, технические возможности, а также экономические и временные затраты. Стремление получить результат с максимально возможной точностью не всегда оправдан на практике. Точность измерительного эксперимента должна быть, согласована с основной целью измерения. Необоснованный «запас по точности» может сделать эксперимент неоправданным по сложности и стоимости. Иногда допускаемая погрешность, которая должна быть обеспечена в результате эксперимента, задается заранее.

Для обеспечения требуемой точности результатов измерения необходимо учитывать влияние на точность результатов метода измерения, средства измерений, а также внешних факторов. При это возникает трудная задача: какими должны быть составляющие погрешности, чтобы суммарная погрешность не превышала требуемую. Решается она обычно просмотром вариантов измерений, с подсчетом каждый раз суммарной погрешности, и выбором наиболее удобного, простого и, естественно, удовлетворяющего требуемой точности.

При подготовке измерительного эксперимента должна быть выработана *методика проведения эксперимента*, определяющая совокупность приемов и способов использования средств измерений, средств вычислений и вспомогательных средств, обеспечивающих получение результата измерений с необходимой точностью. Разработка методики выполнения измерений неразрывно связана с обеспечением требуемой точности. При этом необходимо учитывать, производятся ли прямые, косвенные, совместные или совокупные измерения, используется ли метод непосредственной оценки или методы сравнения с мерой, производятся ли однократные или многократные измерения и др. В результате этого этапа подготовки эксперимента должна быть разработана схема измерений, процедура (план) проведения эксперимента, подготовлена методика обработки результатов наблюдений и оценки влияния условий проведения эксперимента на полученные результаты измерений.

В настоящее время при проведении сложных измерительных экспериментов начинают применять теорию планирования эксперимента, позволяющую выработать наиболее оптимальный план проведения эксперимента.

Важным этапом подготовки эксперимента является *выбор средств измерений*, соответствующих принятым моделям и измеряемым величинам. Критерии, по которым выбирают средства измерений, определяются целями и условиями проведения эксперимента. Это могут быть показывающие или регистрирующие приборы, лабораторные или переносные, аналоговые или цифровые, позволяющие вводить информацию в ЭВМ, и т.д. Однако во всех случаях необходимо правильно оценивать влияние метрологических характеристик приборов на результаты измерений. Рассмотрим некоторые основные факторы, которые следует учитывать при выборе средств измерений.

А. Воздействие средства измерений на объект. Средство измерений, подключенное к объекту измерения, может существенно исказить измеряемую величину, что приведет к неверному результату измерения. Так, включая амперметр в измеряемую цепь, мы уменьшаем ток в этой цепи за счет сопротивления самого амперметра или, измеряя температуру не которого тела с помощью термопары, подключением термопары мы изменяем температурный режим этого тела. Для уменьшения этого влияния необходимо, чтобы мощность, потребляемая от объекта (или выделяемая на объекте) средством измерений, была относительно небольшой. Ориентировочно относительную погрешность, вызванную потреблением мощности P_u от измеряемого объекта, можно оценить формулой $\beta \approx P_u/P$, где P – мощность, выделяемая на объекте измерения. В тех случаях, когда средство измерений выделяет на объекте некоторую мощность (при измерении параметров электрических цепей), также следует оценить влияние средства на измеряемую величину. Например, при измерении малых сопротивлений двойными



мостами постоянного тока через измеряемый объект протекает большой ток (5 А и более), что может вызвать нагрев объекта и изменение его сопротивления.

Б. Неполная адекватность принятой модели объекту измерений. Измерительные приборы следует по возможности выбирать такими, показания которых не зависят (или минимально зависят) от неинформативных параметров принятой модели измеряемой величины. В этом случае эксперимент может быть проведен меньшим числом приборов и с большей точностью.

Так, при необходимости измерить действующее значение переменного напряжения лучше выбрать, например, электронный вольтметр действующего значения, а не электронный вольтметр среднего значения, градуированный в действующих значениях. Последний при отличии формы кривой напряжения от синусоидальной даст неверные результаты измерений, для коррекции которых требуются дополнительные измерения для уточнения модели объекта. Хотя такой подход также возможен, однако следует иметь в виду, что результат измерения будет иметь большую погрешность, зависящую, в частности, от неточности оценки модели измеряемой величины.

В. Погрешности, вносимые средствами измерений. Составляющими погрешности результата измерений (иногда основными) являются погрешности, вносимые используемыми средствами измерений. Эти погрешности оцениваются по метрологическим характеристикам выбранных средств измерений. Не следует необоснованно применять средства измерений высокой точности, что обычно приводит к усложнению и удорожанию эксперимента. Кроме того, при выборе средства измерений следует учитывать влияние внешних факторов (температуры, электромагнитных и электростатических полей и др.) на используемые средства.

Г. Пределы измерений. Для многих измерительных приборов погрешность измерения минимальна на верхнем пределе измерений. Руководствуясь этим, следует выбирать такие пределы измерения, при которых ожидаемые показания прибора будут находиться ближе к верхнему пределу. Например, измеряя напряжение 10 В двумя вольтметрами, имеющими одинаковые классы точности (1, 0), но разные верхние пределы (15 и 150 В), получим относительные погрешности измерения, соответственно, $\pm 1,5$ и $\pm 15\%$.

Д. Частотный диапазон. Выбирая частотный диапазон средства измерений, необходимо, прежде всего, обеспечить неискаженное прохождение сигналов измерительной информации. Для этого частотный диапазон средства измерений должен быть шире частотного спектра входных сигналов. С другой стороны, среди прочих причин появления погрешности измерения вызывают помехи, влияние которых растет с увеличением частотного диапазона. Поэтому не следует стремиться использовать средства измерений с необоснованно широким частотным диапазоном. При заметном влиянии помех наилучшими будут средства, которые при минимальном искажении сигналов измерительной информации максимально отфильтровывают помеху.

Рассмотренный перечень факторов, который необходимо учитывать при выборе средства измерений, не является исчерпывающим. Он может быть дополнен требованиями быстродействия, исключения влияния внешних факторов, оптимального конструктивного исполнения и т.д. Важно отметить, что при подготовке эксперимента необходимо учитывать влияние на результаты измерения характеристик средства измерений, указанных в соответствующих нормативно-технических документах этих средств.

Таким образом, правильное понимание цели измерений, предварительная (доопытная) оценка модели объекта измерений, обоснованный выбор методики проведения эксперимента и соответствующих средств измерений, обеспечивающих в совокупности необходимую точность, являются основными задачами подготовки эксперимента при измерении физических величин.



9.2. Обработка результатов измерений

Общие сведения. Целью обработки результатов измерений (наблюдений) является установление значения измеряемой величины и оценка погрешности полученного результата измерения. Методы обработки результатов наблюдений могут быть разными в зависимости от предварительной информации, которой располагает экспериментатор об источниках и характере проявления погрешностей, условиях эксперимента, свойствах используемых средств измерений, от вида измерений, числа выполненных наблюдений и других причин.

Погрешность измерения проявляет себя как случайная величина. Следовательно, и результаты отдельных измерений одного и того же значения измеряемой величины случайны. Если систематическая погрешность при измерении этой величины постоянна, что является весьма распространенным случаем на практике, то вид закона распределения отдельных результатов измерения определяется видом закона распределения случайных погрешностей. При этом математическое ожидание этого закона распределения смещено с истинного значения измеряемой величины на систематическую погрешность, а дисперсия этого закона распределения равна дисперсии случайной составляющей погрешности. Отсюда следует, что для получения оценки измеряемой величины, максимально близкой к истинному значению, необходимо по экспериментальным данным найти оценку математического ожидания отдельных результатов наблюдений, оценить систематическую погрешность и исключить ее из оценки математического ожидания. В более общем случае, когда отдельные результаты измерений содержат разные систематические погрешности, необходимо оценить каждую из этих погрешностей, исключив ее из соответствующего результата исключения и получив, таким образом, ряд наблюдений, не содержащих систематических погрешностей, и на основании этого оценить математическое ожидание.

Точность оценки математического ожидания ряда наблюдений зависит от количества выполненных измерений и от дисперсии случайной составляющей погрешности. Поэтому по экспериментальным данным приходится оценивать не только математическое ожидание, но и дисперсию.

При обработке результатов наблюдений необходимо пользоваться следующими основными правилами, разработанными в теории вероятностей и математической статистике:

1. Математическое ожидание суммы (разности) случайных величин равно сумме (разности) математических ожиданий этих величин:

$$M[x \pm y \pm z \pm \dots] = M[x] \pm M[y] \pm M[z] \pm \dots \quad (9.1)$$

2. Постоянное (неслучайное) число можно выносить за знак математического ожидания:

$$M[ax] = aM[x] \quad (9.2)$$

3. Математическое ожидание постоянного (неслучайного) числа равно этому числу:

$$M[a] = a \quad (9.3)$$

4. Дисперсия суммы (разности) случайных величин определяется выражением:

$$D[x \pm y \pm z \pm \dots] = D[x] + D[y] + D[z] + \dots + 2\{\pm r_{xy} \sqrt{D[x]D[y]} \pm r_{xz} \sqrt{D[x]D[z]} \pm r_{yz} \sqrt{D[y]D[z]} \pm \dots\} \quad (9.4)$$

где $r_{xy}, r_{xz}, r_{yz}, \dots$ – коэффициенты корреляции соответствующих пар $xу, xz, yz, \dots$ случайных величин, входящих в рассматриваемую сумму (разность) этих величин; знак «+» или «-» перед коэффициентами корреляции определяется знаком произведения соответствующей пары $xу, xz, yz, \dots$. Если все величины, входящие в сумму (разность),



независимы, то для любой пары коэффициент корреляции равен нулю и, следовательно, дисперсия суммы(разности) независимых случайных величин равна сумме их дисперсий.

5. Постоянное (неслучайное) число можно выносить за знак дисперсии, возведя это число в квадрат:

$$D[ax] = a^2 D[x] \quad (9.5)$$

6. Дисперсия постоянного (неслучайного) числа равна нулю:

$$D[a] = 0 \quad (9.6)$$

7. Оценкой математического ожидания случайной величины x по результатам отдельных наблюдений x_1, x_2, \dots, x_n этой величины является среднее арифметическое:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x_i}{n}, \quad (9.7)$$

где n – число наблюдений величины x .

При неограниченно большом числе наблюдений x стремится к математическому ожиданию $M[x]$.

При ограниченном числе n , что всегда имеет место на практике, \bar{x} является случайной величиной, основные характеристики которой (математическое ожидание и дисперсия) можно получить на основании сформулированных выше правил:

$$M[\bar{x}] = \frac{1}{n} M\left[\sum_n x_i\right] = \frac{1}{n} \sum_n M[x_i] = \frac{1}{n} n M[x] = M[x];$$

$$\sigma^2[\bar{x}] = D[\bar{x}] = \frac{1}{n^2} D\left[\sum_n x_i\right] = \frac{1}{n^2} \sum_n D[x_i] = \frac{1}{n^2} n \sigma^2[x] = \frac{\sigma^2[x]}{n}. \quad (9.8)$$

Последнее выражение справедливо при независимости x_1, x_2, \dots, x_n .

8. Оценку дисперсии случайной величины x по результатам отдельных наблюдений x_1, x_2, \dots, x_n этой величины можно найти по формуле:

$$S^2[x] = \sum_n (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1) \quad (9.9)$$

Оценка среднего квадратического отклонения случайной величины x равна $\sqrt{S^2[x]} = S[x]$ со знаком «плюс».

При неограниченно большом числе наблюдений оценки $S^2[x]$ и $S[x]$ стремятся, соответственно, к $\sigma^2[x]$ и $\sigma[x]$. При ограниченном n эти оценки являются случайными величинами.

Сформулированные правила позволяют оценить результат измерения и дисперсию случайной составляющей погрешности.

Что касается систематической погрешности, то следует иметь в виду, что обнаружить и оценить ее в общем случае непросто, особенно если причины возникновения этой погрешности неизвестны. Например, постоянная систематическая погрешность от эксперимента к эксперименту может не проявляться, оставаясь не обнаруженной. Для обнаружения систематической погрешности, природа которой неизвестна, необходима постановка специального эксперимента для измерения искомой величины того же размера с использованием более точных методов и средств измерений. Сравнение результатов измерения x_1 и x_2 , полученных в первом и во втором (более точном) эксперименте, позволяет оценить систематическую погрешность первого эксперимента. Если результат измерения x_1 , содержит только постоянную систематическую погрешность, то она может быть оценена по однократным результатам



измерения x_1 и x_2 как $\tilde{\Delta}x_c = x_1 - x_2$. Погрешность этой оценки определяется погрешностью результата измерения x_2 .

Если результат измерения x_1 кроме систематической погрешности содержит и случайную составляющую погрешности, то $\Delta x = x_1 - x_2$ – случайная величина, математическим ожиданием которой и является систематическая погрешность $\Delta x_c = M[\Delta x] = M[x_1] - M[x_2]$.

Погрешность этой оценки определяется погрешностью оценок математических ожиданий результатов измерения в первом и втором экспериментах.

Если причины возникновения систематической погрешности известны, то в первую очередь необходимо постараться исключить или уменьшить влияние этих причин. При невозможности устранения источников погрешности необходимо на основании теоретического анализа или путем постановки специальных экспериментов получить количественные оценки систематических погрешностей. Например, путем предварительной поверки используемых средств измерений можно выявить систематическую погрешность этих средств при разных значениях измеряемой величины. Анализируя влияние внешних факторов, можно составить таблицы или графики зависимости систематической погрешности от внешних факторов. В этом случае для введения поправки на систематическую погрешность необходимо в процессе измерения контролировать значение соответствующего влияющего внешнего фактора.

Существуют приемы, позволяющие путем постановки специальных экспериментов исключить систематическую погрешность, не производя ее количественной оценки. Наиболее распространены следующие способы исключения из результата измерения постоянной систематической погрешности: замещение, компенсация погрешности по знаку, противопоставление.

При способе замещения сначала получают результат измерения x_1 при подключенном объекте исследования. Затем вместо объекта исследования подключают регулируемую меру, изменением параметра которой добиваются точно такого же результата измерения x_1 . За окончательный результат измерения принимают значение меры x_a .

Способ компенсации погрешности по знаку предполагает измерение одной и той же величины два раза при изменении условий эксперимента второго измерения таким образом, чтобы систематическая погрешность проявлялась в нем с противоположным знаком. Примером этого способа является исключение погрешности, обусловленной влиянием постоянного внешнего магнитного поля. Результат первого измерения x_1 получают при произвольном положении прибора; результат второго измерения x_2 получают, изменив положение прибора в горизонтальной плоскости на 180° . Так как оба результата изменения искажены одной и той же систематической погрешностью, но с разными знаками, то среднее значение этих результатов $x = (x_1 + x_2)/2$ не содержит систематической погрешности, обусловленной влиянием внешнего магнитного поля.

Способ противопоставления также предполагает двукратное измерение одной и той же величины. Условия экспериментов должны различаться таким образом, чтобы по известным закономерностям возникновения систематической погрешности ее можно было исключить. Примером может быть измерение сопротивления R_x по схеме моста постоянного тока. Результат измерения $R_x = R_2 R_3 / R_4$ может содержать систематическую погрешность вследствие отличия сопротивлений резисторов R_3 и R_4 от их номинальных значений. Эту погрешность можно исключить, если при тех же резисторах R_3 и R_4 поменять местами плечи R_x и R_2 и снова уравновесить мост резистором R_2 , получив выражение $R_x = R'_2 R_4 / R_3$, где R'_2 – сопротивление плеча R_2 при новом равновесии моста. Исключив из полученных выражений отношение плеч R_3/R_4 и, следовательно,



систематическую погрешность, обусловленную неточностью этого отношения, получим

$$R_x = \sqrt{R_2 R_2'}$$

Если систематическую погрешность удалось оценить, то ее сразу нужно исключить из результата измерения. При необходимости следует оценить погрешность найденной оценки систематической погрешности, что позволит установить границы неисключенного остатка систематической погрешности. Если систематическую погрешность оценить не удается, то для нее также нужно оценить границы возможных ее значений.

Рассмотрим наиболее характерные случаи обработки результатов наблюдений при различных видах измерений.

Прямые измерения. Предположим, что при многократном измерении интересующей нас величины получили n отдельных результатов наблюдений. Исключив систематическую погрешность из каждого наблюдения, получаем исправленный ряд значений x_1, x_2, \dots, x_n математическим ожиданием которого является действительное значение измеряемой величины x_i . За действительное значение измеряемой величины принимаем среднее арифметическое \bar{x} , определяемое абсолютной и относительной погрешностями для функции Sx , см. таблицу 9.1.

Косвенные измерения. Допустим, что измеряемая величина y является функцией аргументов a, b, c, \dots , измеряемых прямыми измерениями, т.е. $y=F(x_1, x_2)$. Проведя обработку ряда наблюдений для каждого аргумента найдем значение абсолютной и относительной погрешности для функции x_1, x_2 или x_1/x_2 см. таблицу 9.1.

Совместные измерения. Целью совместных измерений является установление функциональной зависимости между величинами, например зависимости сопротивления от температуры. Отыскивая зависимость между величинами x_1 и x_2 , необходимо устанавливать и измерять различные размеры величины x_1 и одновременно измерять величину x_2 . Определение абсолютной и относительной погрешностей для реализации функции x_1+x_2 - см. таблицу 9.1.

Совокупные измерения. Если число проведенных различных совокупных измерений равно числу измеряемых величин, то по результатам измерений можно составить систему уравнений, в которой число уравнений равно числу измеряемых величин. Решая систему уравнений, каждую измеряемую величину можно косвенно выразить через результаты совокупных измерений. Дальнейшую обработку можно проводить по правилам обработки результатов наблюдений при косвенных измерениях. Если число различных совокупных измерений больше числа измеряемых величин, то обработку результатов измерения проводят с помощью метода наименьших квадратов.

$$\begin{cases} b_{11}x_1 + b_{12}x_2 + b_{13}x_3 = c_1 \\ b_{21}x_1 + b_{22}x_2 + b_{23}x_3 = c_2 \\ b_{31}x_1 + b_{32}x_2 + b_{33}x_3 = c_3 \end{cases}, \quad b_{13}: 1 - \text{номер строк}; 3 - \text{номер неизвестной}.$$

Метод Крамера

$$\Delta = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} c_1 & b_{12} & b_{13} \\ c_2 & b_{22} & b_{23} \\ c_3 & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} b_{11} & c_1 & b_{13} \\ b_{21} & c_2 & b_{23} \\ b_{31} & c_3 & b_{33} \end{vmatrix},$$

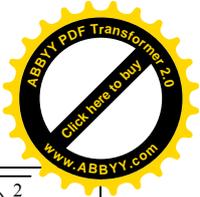
$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & c_1 \\ b_{21} & b_{22} & c_2 \\ b_{31} & b_{32} & c_3 \end{vmatrix},$$



$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}; x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}.$$

Таблица 9.1. Определение абсолютной и относительной погрешностей

Функция вида $A=f(x\dots)$	Погрешности	
	абсолютная ΔA	относительная $\sigma = \frac{\Delta A}{A}$
C_x	$C\Delta x$	$\frac{\Delta x}{x}$
x^n	$nx^{(n-1)}\Delta x$	$\frac{n\Delta x}{x}$
$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{nx} \sqrt[n]{x} \Delta x$	$\frac{\Delta x}{nx}$
$e^{x/C}$	$\frac{\Delta x}{C} e^{x/C}$	$\frac{\Delta x}{C}$
$\ln x$	$\frac{\Delta x}{x}$	$\frac{\Delta x}{(\ln x)x}$
$\frac{x}{1 \pm x}$	$\frac{\Delta x}{(1 \pm x)^2}$	$\frac{\Delta x}{x(1 \pm x)}$
$\sin\left(\frac{x}{C}\right)$	$\cos\left(\frac{x}{C}\right) \frac{\Delta x}{x}$	$ctg\left(\frac{x}{C}\right) \frac{\Delta x}{C}$
$\cos\left(\frac{x}{C}\right)$	$\sin\left(\frac{x}{C}\right) \frac{\Delta x}{C}$	$tg\left(\frac{x}{C}\right) \frac{\Delta x}{C}$
$Bx_1 \pm Cx_2$	$\sqrt{B^2(\Delta x_1)^2 + C^2(\Delta x_2)^2}$	$\sqrt{\frac{B^2(\Delta x_1)^2 + C^2(\Delta x_2)^2}{(Bx_1 \pm Cx_2)^2}}$
$x_1 x_2$	$\sqrt{x_1^2(\Delta x_2)^2 + x_2^2(\Delta x_1)^2}$	$\sqrt{\left(\frac{\Delta x_1}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_2}{x_2}\right)^2}$



$\frac{x_1}{x_2}$	$\sqrt{\frac{x_1^2 (\Delta x_2)^2 + x_2^2 (\Delta x_1)^2}{x_2^4}}$	$\sqrt{\left(\frac{\Delta x_1}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_2}{x_2}\right)^2}$
-------------------	--	--

ГЛАВА 10

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ С РЕШЕНИЯМИ

с последующим объяснением методов построения схем и принципов решения

Задача 1

По катушке, присоединенной к сети постоянного тока напряжением 110 В, проходит ток 1,8 А. По той же катушке, присоединенной к сети переменного тока напряжением 220 В, частотой 50 Гц, протекает ток 2,5 А. Определить индуктивность катушки.

Решение.

$$L = \frac{X}{\omega} = \frac{X}{2\pi f};$$

$$Z = \frac{U_{\text{пер}}}{I_{\text{пер}}} = \frac{220}{2,5} = 88 \text{ Ом.} \quad Z = \sqrt{R^2 + X^2}; \quad X = \sqrt{Z^2 - R^2};$$

$$R = \frac{U_{\text{пост}}}{I_{\text{пост}}} = \frac{110}{1,8} = 61,1 \text{ Ом.}$$

$$X = \sqrt{88^2 - 61,1^2} = \sqrt{7744 - 3733,2} = \sqrt{4010,8} = 63,3 \text{ Ом}$$

$$L = \frac{63,3}{2 \times 3,14 \times 50} = \frac{63,3}{314} = 0,2 \text{ Гн.}$$

Задача 2

Два вольтметра с одинаковыми пределами измерения 300 В, но с разными сопротивлениями: $R^1=3 \text{ кОм}$, $R^2=2 \text{ кОм}$, соединены последовательно и подключены на напряжение 380 В. Определить показания каждого вольтметра.

Решение.

$$\text{Сопротивление в цепи: } R = R^1 + R^2 = 3 \text{ кОм} + 2 \text{ кОм} = 5 \text{ кОм.}$$



Ток в цепи: $I = \frac{U}{R} = \frac{380}{5000} = 0,076 \text{ A.}$

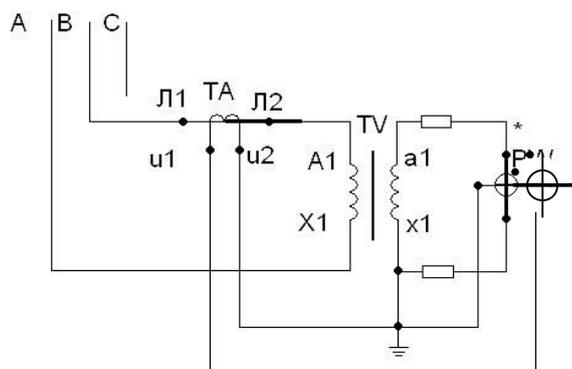
Показание первого вольтметра: $U_1 = I \times R_1 = 0,076 \cdot 3000 = 228 \text{ B.}$

Показание второго вольтметра: $U_2 = I \times R_2 = 0,076 \times 2000 = 152 \text{ B.}$

Задача 3

Ваттметр на 5А и 150В со шкалой в 150 делений включен через трансформатор тока 100/5А и напряжения 6000/100В для измерения мощности потребителя. Определить мощность цепи, если ваттметр показывает 120 делений. Собрать схему включения измерительных приборов.

Решение.



$$K_I = \frac{I}{I_{ном}} = \frac{100 \text{ A}}{5 \text{ A}} = 20 ; \quad K_U = \frac{U}{U_{ном}} = \frac{6000 \text{ B}}{100 \text{ B}} = 60 ;$$

$$C = \frac{5 \text{ A} \cdot 150 \text{ B}}{150 \text{ дел.}} = 5 \text{ Bm / дел.} ; \quad n = 120 \text{ дел.}$$

$$P = C \cdot K_I \cdot K_U \cdot n ; \quad P = 5 \cdot 20 \cdot 60 \cdot 120 = 720000 \text{ Bm}$$

Задача 4

Определить наибольшую возможную относительную погрешность измерения электрической энергии ваттметром на номинальную мощность 300 Вт класса точности 1,0 за время 3 минуты, измеренное с точностью до 1 секунды, если ваттметр показывает 100 Вт.

Решение.

1) Приведенная погрешность $\gamma_{np} = \frac{\Delta}{X_n} \cdot 100\%$

Находим абсолютную погрешность ваттметра

$$\Delta = \frac{\gamma_{np} \cdot X_n}{100\%} = \frac{1 \cdot 300}{100} = 3 \text{ Bm}$$



2) Находим относительную погрешность $\gamma_{\text{отн}} = \frac{\Delta}{X_0} \cdot 100\% = \frac{3}{100} \cdot 100\% = 3\%$,

Δ - абсолютная погрешность;

X_0 - показание ваттметра.

3) Находим относительную погрешность времени

3 мин = 180 сек;

$$\gamma_{\text{отн.}(t)} = \frac{1}{180} \cdot 100\% = 0,56\%$$

4) Находим относительную погрешность измерения электрической энергии

$$\gamma_{\text{отн.эн}} = \gamma_{\text{отн.}(t)} + \gamma_{\text{отн}} = 0,56\% + 3\% = 3,56\%$$

Задача 5

К вольтметру сопротивлением 8 кОм подключено добавочное сопротивление $R_{\partial} = 12$ кОм. В этом случае он измерит напряжение до 500 В. Определить, какое напряжение можно измерить этим прибором без добавочного сопротивления.

Решение.

$$R_{\partial} = \left(\frac{U_1}{U_0} - 1\right) \cdot R_{np}; \quad \frac{R_{\partial}}{R_{np}} = \frac{U_1}{U_0} - 1; \quad \frac{R_{\partial}}{R_{np}} + 1 = \frac{U_1}{U_0};$$

$$U_0 = \frac{U_1}{\frac{R_{\partial}}{R_{np}} + 1}; \quad U_0 = \frac{500}{\frac{12}{8} + 1} = 200 \text{ В.}$$

Задача 6

Амперметр рассчитан на ток 100 мА, сопротивление прибора $R_0 = 1,0$ Ом. Определить сопротивление шунта для измерения тока до 5 А. Как изменится ток, если шунт включить неправильно (появится сопротивление контактов $R_{\kappa} = 0,005$ Ом)?

Решение.

$$R_{ш} = \frac{R_{np}}{n-1} = \frac{R_{np}}{\frac{I_2}{I_1} - 1} = \frac{1,0}{\frac{5}{0,1} - 1} = 0,02 \text{ Ом.}$$

При неправильном включении

$$I_2 = \left(\frac{R_{np} + 2R_{\kappa}}{R_{ш}} + 1\right) \cdot I_1 = \left(\frac{1 + 2 \cdot 0,005}{0,02} + 1\right) \cdot 0,1 = 5,05 \text{ А.}$$

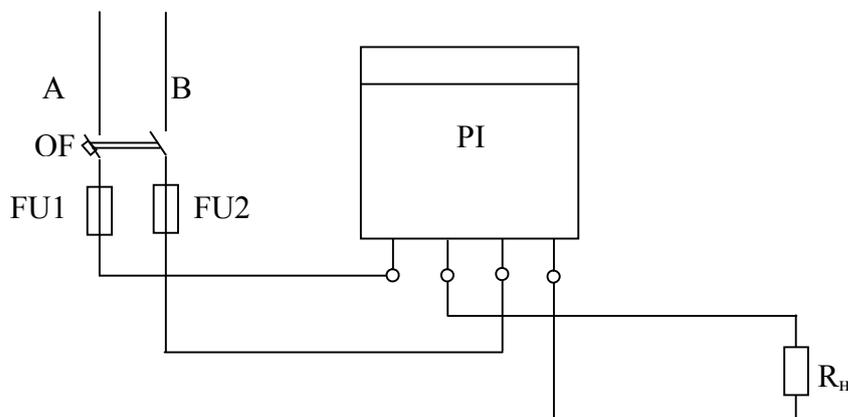
Задача 7

На щитке счетчика написано 220 В, 5 А, 1 кВт·ч = 2500 оборотов диска. Определить относительную погрешность счетчика, если при поверке были измерены



$U=220$ В, $I=3$ А; диск сделал 53 оборота за 1 минуту. Изобразить схему включения счетчика.

Решение.



Действительная мощность $P = U \cdot I = 220 \cdot 3 = 660$ Вт.

Действительная энергия $W = P \cdot t = 660 \cdot 60 = 39600$ Вт·с.

Действительная постоянная счетчика $C_d = \frac{W}{N} = \frac{39600}{53} = 747,2 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{об}}$

Номинальная постоянная счетчика $C_n = \frac{1000 \cdot 3600}{2500} = 1440 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{об}}$

Относительная погрешность счетчика

$$\gamma = \frac{C_n - C_d}{C_d} \cdot 100\% = \frac{1440 - 747,2}{747,2} \cdot 100\% = 48\%$$

Задача 8

На счетчике написано 1 кВт·ч = 2500 оборотов диска. Определить относительную погрешность счетчика, если при напряжении 220 В и токе 5 А диск сделал 30 оборотов за 1 минуту.

Решение.

Действительная мощность

$$P = U \cdot I = 220 \cdot 5 = 1100 \text{ Вт} = 1,1 \text{ кВт}$$

Действительная энергия



$$W = P \cdot t = 1100 \cdot 60 = 66000 \text{ Вт} \cdot \text{с}$$

Номинальная постоянная счетчика

$$C_n = \frac{1000 \cdot 3600}{2500} = 1440 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{об}}$$

Действительная постоянная счетчика

$$C_d = \frac{W}{N} = \frac{66000}{30} = 2200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{об}}$$

Относительная погрешность счетчика

$$\gamma = \frac{C_n - C_d}{C_d} = \frac{1440 - 2200}{2200} \cdot 100\% = -0,36 \cdot 100\% = -36\%$$

Задача 9

Какова максимальная допустимая абсолютная погрешность электродинамического ваттметра класса 1,0 на $I_n=5$ А и $U_n=300$ В?

Решение.

Находим номинальное значение мощности

$$P_n = U_n \cdot I_n = 300 \cdot 5 = 1500 \text{ Вт}$$

Из формулы для приведенной погрешности выразим абсолютную погрешность:

$$\Delta = \frac{\gamma_{np} \cdot P_n}{100} = \frac{1 \cdot 1500}{100} = \pm 15 \text{ Вт}$$

Задача 10

Амперметр со шкалой на 5 А и сопротивлением 0,8 Ом зашунтирован для измерения тока большой величины. При измерении тока в 70 А стрелка прибора остановилась напротив деления 2,8 А. Определить сопротивление шунта и номинальное значение тока при подключении шунта.

Решение.

$$n = \frac{70}{2,8} = 25$$

Определим шунтирующий коэффициент

Определим номинальное значение тока при подключении шунта

$$I_2 = 5 \cdot 25 = 125 \text{ А}$$

$$R_{ш} = \frac{R_{np}}{\frac{I_2}{I_1} - 1} = \frac{0,8}{\frac{125}{5} - 1} = \frac{0,8}{24} = 0,033 \text{ Ом}$$



Задача 11

Показание амперметра $I = 2,0$ А, его верхний предел $I_n = 5,0$ А, показание образцового прибора, включенного последовательно, $I_0 = 2,2$ А. Определить относительную и приведенную погрешности амперметра.

Решение.

Абсолютная погрешность: $\Delta = I - I_0 = 2,0 - 2,2 = -0,2$ А.

Относительная погрешность: $\gamma_{отн} = \frac{\Delta}{I_0} \cdot 100\% = \frac{-0,2}{2,2} \cdot 100\% = -9,1\%$.

Приведенная погрешность: $\gamma_{пр} = \frac{\Delta}{I_n} \cdot 100\% = \frac{-0,2}{5} \cdot 100\% = -4\%$.

Задача 12

Магнитоэлектрический вольтметр с пределом измерения 100 В имеет сопротивление $R_0 = 10$ кОм. Число делений шкалы $n=100$. Определить цену деления вольтметра, если его включить с добавочным резистором, сопротивление которого равно 30 кОм.

Решение.

1) Определим предел измерения шкалы вольтметра при включении его с добавочным сопротивлением

$$R_0 = R_{np} \left(\frac{U_2}{U_1} - 1 \right);$$

$$U_2 = \left(\frac{R_0}{R_{np}} + 1 \right) \cdot U_1 = \left(\frac{30000}{10000} + 1 \right) \cdot 100 = 400 \text{ В.}$$

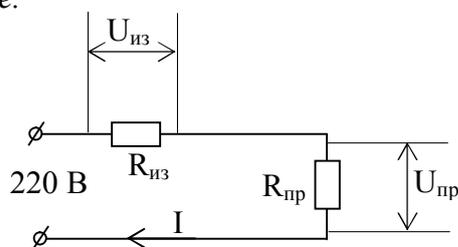
2) Определим цену деления вольтметра при включении его с добавочным сопротивлением

$$C = \frac{U_2}{n} = \frac{400}{100} = 4 \text{ В / дел}$$

Задача 13

Измерение сопротивления изоляции двигателя производится с помощью магнитоэлектрического вольтметра с сопротивлением 50 кОм. Определить сопротивление изоляции, если напряжение сети 220 В, показание вольтметра при последовательном его включении с сопротивлением изоляции 20 В.

Решение.





$$U = U_{np} + U_{uz}; \quad U_{uz} = U - U_{np} = 220 - 20 = 200 \text{ В},$$

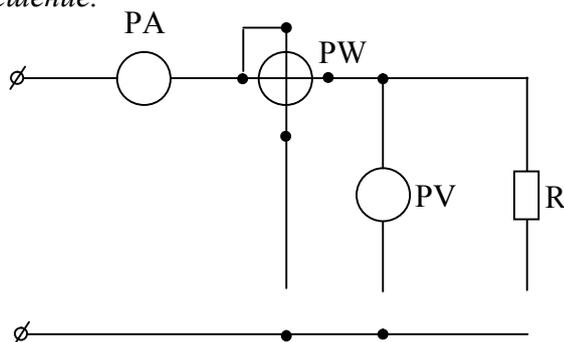
$$I = \frac{U_{np}}{R_{np}} = \frac{20}{50 \cdot 10^3} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ А};$$

$$R_{uz} = \frac{U_{uz}}{I} = \frac{200}{4 \cdot 10^{-4}} = 50 \cdot 10^4 \text{ Ом} = 500 \text{ кОм}$$

Задача 14

Показания амперметра 20 А, вольтметра 120 В, ваттметра 1500 Вт, частотомера 50 Гц. Определить активное сопротивление и индуктивность катушки. Изобразить схему включения приборов.

Решение.



1) Находим активное сопротивление

$$P = I^2 R; \quad R = \frac{P}{I^2} = \frac{1500}{20^2} = 3,7 \text{ Ом.}$$

2) Полное сопротивление $Z = \frac{U}{I} = \frac{120}{20} = 6 \text{ Ом.}$

3) Из формулы $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ находим

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$X_L = \sqrt{6^2 - 3,7^2} = 4,7 \text{ Ом.}$$

4) Находим индуктивность катушки

$$X_L = \omega L = 2\pi f \cdot L;$$



$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{4,7}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = \frac{4,7}{314} = 0,014 \text{ Гн.}$$

Задача 15

В мостовой схеме при изменении $R = 200 \text{ Ом}$ на величину 4 Ом в измерительной диагонали появился ток 20 мА . Какова абсолютная и относительная чувствительности мостовой схемы по току?

Решение.

Находим абсолютную чувствительность моста $S_{абс}$.

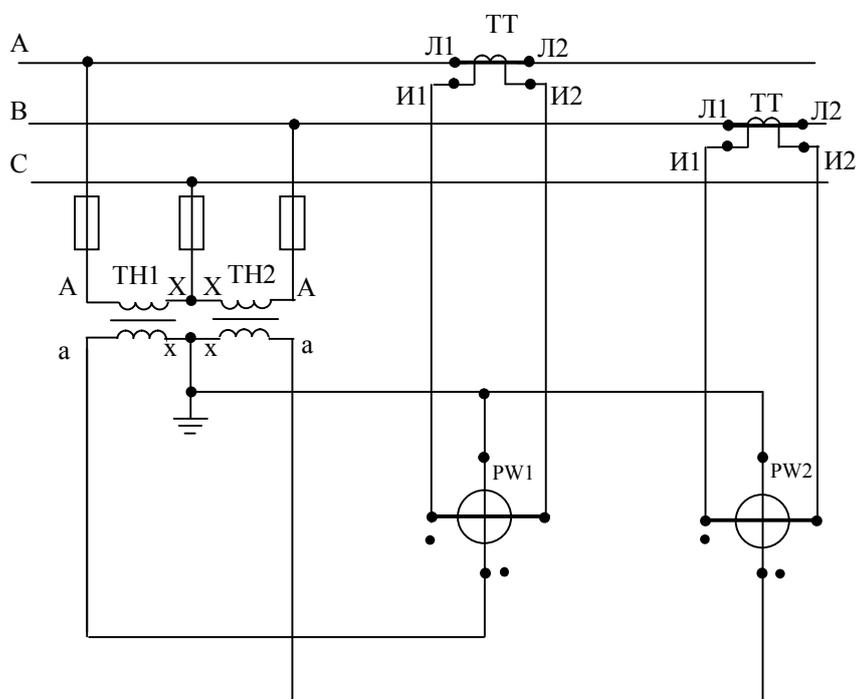
$$S_{абс} = \frac{\Delta I}{\Delta R} = \frac{20}{4} = 5 \frac{\text{мА}}{\text{Ом}}$$

Определяем относительную чувствительность моста $S_{отн}$.

$$S_{отн} = \frac{\Delta I}{\frac{\Delta R}{R}} = \frac{20}{\frac{4}{200}} = 1000 \text{ мА.}$$

Задача 16

Определить активную и полную мощность трехфазной сети, если измерение производится методом двух ваттметров на $P = 300 \text{ Вт}$ со шкалой на 150 делений, включенных через трансформаторы тока 25/5 и напряжения 500/100. Ваттметры показывают 100 и 130 делений. Изобразить схему включения измерительных приборов.





Решение.

$$C = \frac{300}{150} = 2 \text{ Вм/дел.}$$

Цена деления

Коэффициенты трансформации:

$$K_I = \frac{25}{5} = 5; \quad K_U = \frac{500}{100} = 5$$

Активная мощность

$$P = P_1 + P_2; \quad P_1 = C \cdot K_I \cdot K_U \cdot 100 = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 100 = 5000 \text{ Вм};$$

$$P_2 = C \cdot K_I \cdot K_U \cdot 130 = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 130 = 6500 \text{ Вм};$$

$$P = 5000 + 6500 = 11500 \text{ Вм}$$

Полная мощность $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

Реактивная мощность $Q = \sqrt{3}(P_1 - P_2) = \sqrt{3}(5000 - 6500) = -2595 \text{ В} \cdot \text{А}$

$$S = \sqrt{11500^2 + (-2595)^2} = 11789 \text{ В} \cdot \text{А}$$

Задача 17

В распоряжении имеется 4 вольтметра:

а) класса 0,1 на $U_n = 500 \text{ В}$;

б) класса 0,5 на $U_n = 100 \text{ В}$;

в) класса 1,0 на $U_n = 50 \text{ В}$;

г) класса 2,5 на $U_n = 10 \text{ В}$.

Какой выбрать вольтметр, чтобы измерить с наименьшей погрешностью ожидаемое напряжение 10В?

Решение.

$$\gamma_{\text{отн}} = \frac{\Delta}{X_0} \cdot 100\%; \quad \gamma_{\text{нр}} = \frac{\Delta}{X_n} \cdot 100\%; \quad T = \frac{1}{\gamma_{\text{отн}}}$$

Из формулы приведенной погрешности определяем абсолютную погрешность

$$1) \quad 0,1 = \frac{\Delta}{500} \cdot 100; \quad \Delta = 0,5 \text{ В};$$

$$2) \quad 0,5 = \frac{\Delta}{100} \cdot 100; \quad \Delta = 0,5 \text{ В};$$

$$3) \quad 1 = \frac{\Delta}{50} \cdot 100; \quad \Delta = 0,5 \text{ В};$$

$$4) \quad 2,5 = \frac{\Delta}{10} \cdot 100; \quad \Delta = 0,25 \text{ В}$$

Определяем относительную погрешность



$$1) \gamma_{1отн} = \frac{0,5}{10} \cdot 100 = 5\% ;$$

$$2) \gamma_{2отн} = \frac{0,5}{10} \cdot 100 = 5\% ;$$

$$3) \gamma_{3отн} = \frac{0,5}{10} \cdot 100 = 5\% ;$$

$$4) \gamma_{4отн} = \frac{0,25}{10} = 2,5\%$$

Определяем точность измерений

$$1) T = \frac{1}{\gamma_{отн}} = \frac{1}{5} = 0,2 ;$$

$$2) T = \frac{1}{\gamma_{отн}} = \frac{1}{5} = 0,2 ;$$

$$3) T = \frac{1}{\gamma_{отн}} = \frac{1}{5} = 0,2 ;$$

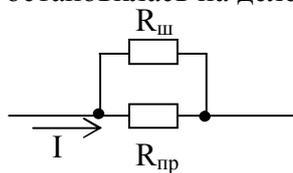
$$4) T = \frac{1}{\gamma_{отн}} = \frac{1}{2,5} = \frac{2}{5} = 0,4$$

Выбираем вольтметр класса 2,5 на $U_n = 10 В$.

Задача 18

Для измерения тока в цепи использовали амперметр со шкалой на 5 А, имеющий сопротивление 0,8 Ом. Определить ток, протекающий по цепи, и коэффициент, на который нужно умножить показания амперметра, если последний включен с шунтом $R_{ш} = 0,02 Ом$, а его стрелка остановилась на делении 2,2 А.

Решение.



Из формулы $R_{ш} = \frac{R_{пр}}{n-1}$ выразим коэффициент, на который нужно умножить показания прибора:

$$n = \frac{R_{пр}}{R_{ш}} + 1 = \frac{0,8}{0,02} + 1 = 41$$

Находим ток, протекающий по цепи:

$$I = 41 \cdot 2,2 = 90,2 А$$



Приложение

Таблица 1. Производные единицы СИ, имеющие специальное наименование

Физическая величина	Единицы			Выражения через основные и дополнительные единицы СИ
	Наименование	Обозначение		
		Международное	Русское	
Частота	герц	Hz	Гц	с^{-1}
Сила	ньютон	N	Н	$\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Давление	паскаль	Pa	Па	$\text{м}^{-1} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Энергия	джоуль	J	Дж	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Мощность	ватт	W	Вт	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3}$
Количество электричества	кулон	C	Кл	$\text{с} \cdot \text{А}$
Электрическое напряжение	вольт	V	В	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}$
Электрическая емкость	фарада	F	Ф	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^4 \cdot \text{А}^2$
Электрическое сопротивление	ом	Ω	Ом	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-2}$
Электрическая проводимость	сименс	S	См	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^3 \cdot \text{А}^2$
Поток магнитной индукции	вебер	Wb	Вб	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$
Магнитная индукция	тесла	T	Тл	$\text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$
Индуктивность	генри	H	Гн	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$
Световой поток	люмен	lm	лм	кд·ср
Освещенность	люкс	lx	лк	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кд} \cdot \text{ср}$
Активность нуклида	беккерель	Bd	Бк	с^{-1}
Поглощенная доза ионизирующего излучения	грей	Gy	Гр	$\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$
Эквивалентная доза излучения	зиверт	Sv	Зв	$\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$



Таблица 2. Приставки для обозначения кратных и дольных единиц измерения

Приставка		Соответствует числу основных единиц	Сокращенное обозначение	
русское	международное		русское	международное
Тера	Tera	10^{12}	Т	T
Гига	Giga	10^9	Г	G
Мега	Mega	10^6	М	M
Кило	Kilo	10^3	к	K
Гекто	Hekto	10^2	г	h
Дека	Deka	10	да	da
Деци	Deci	10^{-1}	д	d
Санتي	Centi	10^{-2}	с	c
Милли	Milli	10^{-3}	м	m
Микро	Mikro	10^{-6}	мк	μ
Нано	Nano	10^{-9}	н	n
Пико	Piko	10^{-12}	п	p

Список использованных источников



1. Дмитриев Ф.С., Киселева Е.А., Лебедев Г.П. и др. Аналоговые электроизмерительные приборы. Под ред. Преображенского А.А. // М.: Высшая школа. – 1979.
2. Бурдун Г.Д., Марков Б.Н. Основы метрологии // М.: Изд-во стандартов. – 1978.
3. Кончаловский В.Ю. Цифровые измерительные устройства // М.: Энергоатомиздат. – 1985.
4. Левшина Е.С., Новицкий П.В. Электрические измерения физических величин (измерительные производители) // Л.: Энергоатомиздат. – 1983.
5. Мирский Г.Я. Микропроцессоры в измерительных приборах // М.: Радио и связь. – 1984.
6. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений // Л.: Энергоатомиздат. – 1985.
7. Орнатский П.П. Теоретические основы информационно-измерительной техники // Киев: Высшая школа. – 1983.
8. Справочник по электроизмерительным приборам. Под ред. Илюнина К.К. // Л.: Энергоатомиздат. – 1983.
9. Цапенко М.П. Измерительные информационные системы // М.: Энергоатомиздат. – 1985.
10. Цветков Э.И. Основы теории статистических измерений // Л.: Энергоатомиздат. – 1986.
11. Цветков Э.И. Методические погрешности статистических измерений // Л.: Энергоатомиздат. – 1984.
12. Чернявский Е.А., Недосекин Д.Д., Алексеев В.В. Измерительно-вычислительные устройства и комплексы // Л.: Изд-во ЛЭТИ. – 1984.
13. Шляндин В.М. Цифровые измерительные устройства // М.: Высшая школа. – 1981.
14. Малиновский В.Н., Демидова-Панферова Р.Н., Евланов Ю.Н. и др. Электрические измерения // М.: Энергоатомиздат. – 1985.
15. Дьяченко К.П., Зорин Д.И., Новицкий П.В. и др. Электрические измерения. Под ред. Шрамкова Е.Г. // М.: Высшая школа. – 1972.
16. Гаврилюк М.А., Полищук Е.С., Обозовский С.С. и др. Электрические измерения электрических и неэлектрических величин. Под ред. Полищука Е.С. // К.: Высшая школа. – 1984.
17. Шор А.Б. Статистические методы анализа и контроля качества надежности // М.: Советское радио. – 1962. – 542 с.
18. Вентцель Е.С. Теория вероятности // М.: Физматгиз. – 1960. – 445 с.
19. Калабро С.Р. Принципы и практические вопросы надежности // М.: «Машиностроение». – 1966. – 368 с.
20. Авдеев Б.Я., Антонюк Е.И. и др. Под ред. Е.М. Душина. Основы метрологии и электрических измерений // Ленинград: Энергоатомиздат. – 1987. – 479 с.



Содержание

	Стр.
Введение	4
ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ИЗМЕРЕНИЯХ	6
1.1. Сущность и основные характеристики измерений	6
1.2. Классификация измерений	10
ГЛАВА 2. ОБЩЕЕ ПОНЯТИЕ О НАДЕЖНОСТИ	20
2.1. Определение надежности	20
2.2. Определение качества	21
2.3. Методы достижения высокой надежности	21
2.4. Показатели надежности	25
2.5. Что считать удовлетворительной надежностью?	25
2.6. Общие положения технических условий на надежность	26
2.7. Влияние производственных факторов на надежность	26
ГЛАВА 3. ПАРАМЕТРЫ ПОЛОЖЕНИЯ И РАЗБРОСА СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН	30
3.1. Параметр положения случайной величины	30
3.2. Среднее арифметическое или среднее значение	30
3.3. Медиана	31
3.4. Среднее геометрическое	31
3.5. Параметры разброса	31
3.6. Упрощенное вычисление среднего квадратического отклонения	34
3.7. Подсчет среднего арифметического и среднего квадратического отклонения с помощью группирования данных	35
3.8. Подсчет среднего арифметического и среднего квадратического отклонений путем упрощения данных	36
3.9. Оценки истинного значения на основании ограниченного ряда наблюдений	37
ГЛАВА 4. ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ, ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ	42
4.1. Характеристики измерительных приборов	42
4.2. Понятие о погрешности измерений, классификация погрешностей	44
4.3. Исключение систематических погрешностей в процессе измерений	51
4.4. Числовые вероятностные характеристики случайных погрешностей	56



ГЛАВА 5. НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ	59
5.1. Гистограмма и форма нормальной кривой	59
5.2. Характеристики нормальной кривой	67
5.3. Построение теоретической кривой нормального распределения	72
	77
ГЛАВА 6. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ И ПРИБОРОВ СРАВНЕНИЯ	
6.1. Динамика электромеханических преобразователей	77
6.2. Общие выражения для моментов, действующих на подвижную часть измерительного механизма	79
6.3. Динамические характеристики измерительных механизмов	81
6.4. Классификация и обозначения измерительных приборов	88
6.5. Основные характеристики измерительных приборов	92
6.6. Общие требования к измерительным приборам	96
6.7. Общие принципы построения аналоговых измерительных приборов	97
	101
ГЛАВА 7. ЭЛЕКТРОННЫЕ АНАЛОГОВЫЕ ПРИБОРЫ И ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ	
7.1. Общие сведения	101
7.2. Электронные вольтметры	102
7.3. Приборы и преобразователи для измерений частоты и фазы	115
7.4. Приборы и преобразователи для измерений мощности и энергии	118
7.5. Приборы для измерений параметров электрических цепей	121
	127
ГЛАВА 8. ЦИФРОВЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ	
8.1. Аналого-цифровые преобразователи	128
8.2. АЦП с частотно – импульсным преобразованием	132
8.3. АЦП поразрядного уравнивания	133
8.4. Цифро-аналоговые преобразователи	135
8.5. Цифровые отсчетные устройства	136
8.6. Цифровой вольтметр время-импульсного преобразования	137
8.7. Цифровые частотомеры	139
8.8. Цифровые фазометры	147
8.9. Принцип работы электронного счетчика	150



ГЛАВА 9. ПОДГОТОВКА ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО
ЭКСПЕРИМЕНТА И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ
ИЗМЕРЕНИЙ

9.1. Подготовка измерительного эксперимента 152

9.2. Обработка результатов измерений 156

ГЛАВА 10. ЗАДАНИЯ ДЛЯ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ С РЕШЕНИЯМИ 163

Приложение 175

Список использованных источников 179

Содержание 180