Р. В. Антощенков

ДИНАМІКА ТА ЕНЕРГЕТИКА РУХУ БАГАТОЕЛЕМЕНТНИХ МАШИННО-ТРАКТОРНИХ АГРЕГАТІВ

Монографія



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ СІЛЬСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА ІМЕНІ ПЕТРА ВАСИЛЕНКА

Р. В. Антощенков

ДИНАМІКА ТА ЕНЕРГЕТИКА РУХУ БАГАТОЕЛЕМЕНТНИХ МАШИННО-ТРАКТОРНИХ АГРЕГАТІВ

Монографія

Харків ХНТУСГ, «Міськдрук» 2017 Друкується у відповідності до рішення вченої ради Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка

(протокол № 6 від «22» грудня 2016 р.)

Рецензенти:

проректор з наукової роботи Таврійського державного агротехнологічного університету, професор, доктор технічних наук, член-кореспондент НААН України **В. Т. Надикто** (м. Мелітополь)

професор кафедри міцності, надійності та технічного сервісу машин ім. В. Я. Аніловича ХНТУСГ ім. П. Василенка, доктор технічних наук, членкореспондент інженерної академії України **О. В. Козаченко** (м. Харків)

А 72 Антощенков Р. В. Динаміка та енергетика руху багатоелементних машинно-тракторних агрегатів: монографія / Р. В. Антощенков. – Х.: ХНТУСГ, «Міськдрук», 2017. – 244 с.: іл.

ISBN 978-617-619-197-1

У монографії наведено результати теоретичних та експериментальних досліджень динаміки та енергетики руху комбінованих багатоелементних машинно-тракторних агрегатів. Розроблена методологія формування рівнянь динаміки багатоелементних машинно-тракторних агрегатів. Синтезована структура вимірювальної системи динаміки та енергетики мобільних машин. Наведено алгоритм обробки даних вимірювальною системою.

Для науковців та фахівців, які займаються дослідженням, розрахунками, експлуатацією комбінованих багатоелементних машинно-тракторних агрегатів.

УДК 621.01:[631.372+631.331] ББК 40.72

ISBN 978-617-619-197-1



Монографія містить результати багаторічної роботи наукової школи *«Тракторна енергетика»*

під керівництвом доктора технічних наук, професора, заслуженого діяча науки і техніки України, академіка Академії наук вищої освіти України, відмінника аграрної освіти і науки, завідувача кафедри тракторів і автомобілів ХНТУСГ ім. П. Василенка

Анатолія Тихоновича Лебедєва

3MICT

ВСТУП7
1. ДИНАМІКА ТА ЕНЕРГЕТИКА РУХУ БАГАТОЕЛЕМЕНТНИХ МАШИННО-ТРАКТОРНИХ АГРЕГАТІВ. СТАН ПРОБЛЕМИ
1.1. Сутність проблеми 8 1.2. Перспективні напрями створення комбінованих ґрунтообробно-посівних агрегатів 10 1.3. Функціональний аналіз комбінованих ґрунтообробно-посівних агрегатів. 21 1.4. Оцінка енергоефективності машинно-тракторних агрегатів 25 1.5. Динаміка машинно-тракторних агрегатів 32 1.6. Аналіз вимірювальних систем оцінки енергозберігаючого функціонування машинно-тракторних агрегатів. 39
2. ДИНАМІКА ПЛОСКО-ПАРАЛЕЛЬНОГО РУХУ ДВОХЕЛЕМЕНТНОГО МАШИННО-ТРАКТОРНОГО АГРЕГАТУ
 2.1. Математична модель плоско-паралельного руху двох мобільних машин
3. ДИНАМІКА ПЛОСКО-ПАРАЛЕЛЬНОГО РУХУ БАГАТОЕЛЕМЕНТНИХ МАШИННО-ТРАКТОРНОГО АГРЕГАТІВ
 3.1. Методологія побудови рівнянь динаміки багатоелементних машинно-тракторних агрегатів

3.9. Результати теоретичних досліджень плоско-паралельного руху машинно-тракторного агрегату в складі трактора шарнірно-з'єднаної ПРОСТОРОВОГО РУХУ БАГАТОЕЛЕМЕНТНИХ 4. ДИНАМІКА МАШИННО-ТРАКТОРНИХ АГРЕГАТІВ 102 4.1. Просторова модель руху мобільної машини...... 102 4.2. Просторова модель руху машинно-тракторного агрегату...... 106 4.3. Визначення кінематичних зв'язків математичної моделі просторового руху багатоелементного машинно-тракторного агрегату 115 4.4. Теоретичні дослідження просторового руху багатоелементного машиннотракторного агрегату (схема агрегатування «трактор – бункер – сівалка») ..126 4.5. Теоретичні дослідження просторового руху багатоелементного машинно-тракторного агрегату (схема агрегатування «трактор – сівалка – БАГАТОЕЛЕМЕНТНИХ МАШИННО-ТРАКТОРНИХ 5. ЕНЕРГЕТИКА 5.1. Визначення енергетичних витрат мобільної машини 141 5.2. Енергетика функціонування елементів машинно-тракторних агрегатів 5.3. Математичні моделі з'єднання елементів машинно-тракторних енергетичними параметрами машинно-тракторних 5.4. Керування 5.5. Теоретичні дослідження енергетичних витрат багатоелементного транспортного агрегату 155 витрати комбінованого грунтообробно-посівного 5.6. Енергетичні багатоелементного агрегату......161 5.7. Керування витратою енергії багатоелементним агрегатом...... 166 6. СИНТЕЗ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ ДИНАМІКИ ТА ЕНЕРГЕТИКИ 6.1. Призначення та склад вимірювальної системи динаміки та енергетики мобільних машин 171 6.2. Будова та принцип роботи системи 172 6.3. Датчики та модулі вимірювальної системи...... 174 6.6. Обробка даних вимірювальної системи за допомогою фільтра 6.7. Результати обробки даних вимірювальною системою 194 дослідження Багатоелементних 7. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ МАШИННО-ТРАКТОРНИХ АГРЕГАТІВ 198 7.1. Мета, об'єкт та задачі лабораторно-польових досліджень...... 198

7.2. Методика експериментальних досліджень
7.3. Тарування інерційних вимірювальних пристроїв 20
7.4. Тарування електронного динамометра 202
7.5. Результати експериментальних досліджень зчіпки з двох тракторів у складі ХТЗ-150К-09 та Т-70С 205
7.6. Результати експериментальних досліджень комбінованого
грунтообробно-посівного агрегату в складі трактора XT3-17021 та сівалки
прямої сівби АПП-6 208
7.7. Результати експериментальних досліджень багатоелементного
посівного агрегату в складі трактора John Deere 8345R, бункера для
посівного матеріалу John Deere 1910 та сівалки John Deere 1895 212
7.8. Рекомендації виробникам сільськогосподарської техніки 216
ВИСНОВКИ
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

аграрного сектора України потребує Сучасний стан підвищення ефективності виробництва продукції рослинництва, що у свою чергу залежить від витрати енергії на його виконання. Зменшення витрат енергії досягається за сільськогосподарських сучасних рахунок використання агрегатів, забезпечують підвищення якості виконання технологічного процесу, знижують обсяги використаних паливо-мастильних матеріалів, зменшують кількість

проходів по полю, покращують умови праці механізаторів.

які

Комбіновані сільськогосподарські агрегати представляють собою багатоелементні машини, способи з'єднання яких пропонуються заводом виробником. Динаміка руху багатоелементних агрегатів потребує поглиблених досліджень для визначення оптимальних та менш витратних режимів роботи. Але різноманіття структур комбінованих агрегатів збільшує витрати часу на їх дослідження. Тому необхідно обґрунтувати методологію моделювання руху багатоелементних сільськогосподарських агрегатів довільних структур, що дозволить дослідити динамічні та енергетичні показники їх функціонування.

У монографії наведена методологія формування математичних моделей динаміки руху багатоелеметних машинно-тракторних агрегатів довільних структур, що має такі кроки: визначення кількості досліджуваних елементів, складання обґрунтування силових та кінематичних зв'язків, рівнянь динаміки. Запропонована методика досліджень енергетичних показників функціонування багатоелементних агрегатів довільних структур, за рахунок енергетично-динамічних моделей досліджуваних формування машин. дозволяє дослідити та встановити взаємозв'язок між динамічними та енергетичними показниками. Структурні схеми досліджуваних машин формуються з елементів, які розташовуються відносно інших послідовно, паралельно або зі зворотним зв'язком.

Розроблена конструкція вимірювальної системи динаміки та енергетики мобільних машин. Система адаптується до кількості досліджуваних елементів багатоелементних машинно-тракторних агрегатів. Інноваційною складовою вимірювальної системи є спосіб визначення буксування рушіїв мобільної машини, який є достатньо точним і не потребує втручання в конструкцію машини. Розроблений алгоритм обробки даних вимірювальною системою, що виключає вплив показників місця розташування датчиків, прискорення вільного падіння, нерівностей полів та нахилу.

роботі наведені результати експериментальних досліджень, У що виконані в лабораторних та польових умовах за допомогою вимірювальної та енергетики мобільних динаміки машин, які підтвердили системи адекватність математичних моделей динаміки руху та енергетики комбінованих сільськогосподарських агрегатів довільних структур, що формуються 3a допомогою запропонованої методології.

ВСТУП

1. ДИНАМІКА ТА ЕНЕРГЕТИКА РУХУ БАГАТОЕЛЕМЕНТНИХ МАШИННО-ТРАКТОРНИХ АГРЕГАТІВ. СТАН ПРОБЛЕМИ

1.1. Сутність проблеми

Від створення першого гусеничного трактора з паровим двигуном потужністю 20 к. с. (1896 р.) до теперішнього часу, трактори удосконалювались в основному у напрямку підвищення їх технічного рівня експлуатаційнотехнологічних показників та частково універсальності на основі теорії трактора, обгрунтованій для тракторів тягової концепції. В основу даної теорії покладена реалізація потужності двигуна через тягу трактора [1–5]. При цьому зростання продуктивності машинно-тракторного агрегату (МТА) досягається за рахунок підвищення потужності двигуна, що реалізується шляхом підвищення швидкості руху агрегату або при використанні широкозахватних агрегатів.

У першому випадку при зростанні швидкостей трактора відбувається зниження оптимального значення коефіцієнта використання зчіпної ваги трактора та максимального значення тягового ККД [4], тобто порушується пряма пропорційність між оптимальною швидкістю трактора та максимальною тяговою потужністю. При цьому підвищення питомого тягового опору робочих органів сільгоспмашин призводить до зростання енерговитрат на виконання технологічного процесу [6]. Відповідно до цих статистичних даних, підвищення на 1 кВт тягової потужності трактора призводить до збільшення питомої витрати палива при найбільшій тяговій потужності – на 200 г/кВт-год.

Підвищення продуктивності МТА при агрегатуванні трактора з широкозахватними сільськогосподарськими машинами може бути досягнуте при підвищенні маси трактора $m_{\rm T}$ і зчіпної ваги $G_{\rm cu}$ та за умов забезпечення оптимального коефіцієнта використання зчіпної ваги $\varphi_{\rm cu}$, що визначається при відомій силі тяги на гаку трактора $P_{\rm kp}$:

$$\varphi_{\rm cu} = \frac{P_{\rm \kappa p}}{G_{\rm cu}}.$$
 (1.1)

Однак темп підвищення енергетичних якостей тракторів одного тягового класу перевищує темп зростання їх тягово-зчіпних властивостей [7]. Наприклад, для тракторів тягового класу 14 кН при підвищенні потужності двигуна трактора МТЗ-80 у порівнянні з МТЗ-50 на 59%, коефіцієнт φ_{cq} знижується на 12%. Для гусеничних тракторів класу 30 кН, потужність двигуна трактора XTЗ-181 у порівнянні з двигуном трактора T-74 зросла на 17,9%. При цьому темпи приросту продуктивності МТА відстають від темпів підвищення потужності двигуна на 9–12 % (у залежності від технологічної операції) [6].

Тенденція підвищення енергонасиченості тракторів Е_т, що

визначається відношенням потужності двигуна та експлуатаційної маси проблеми трактора [8-10],ускладнює рішення формування енергозберігаючого МТА на основі підвищення робочих швидкостей руху та використання широкозахватних сільськогосподарських машин. Запропоновані тракторобудівниками нормативи енергонасиченості [8] для колісних тракторів 4К4 – $E_{\rm T} = 1.5 \frac{\kappa {\rm BT}}{\kappa {\rm H}}$ та гусеничних – $E_{\rm T} = 1.4 \frac{\kappa {\rm BT}}{\kappa {\rm H}}$ Найбільшу енергонасиченість мають трактори КИЙ-14102 – $E_{\rm T} = 2,02 \frac{{\rm kBT}}{{}_{\rm F}{\rm H}}$, XTA-250 – $E_{\rm T} = 2,1 \frac{\kappa B T}{\kappa H}$ та МТЗ-3022 ДЦ.1 (Українського складання) – $E_{\rm T} = 1,97 \, \frac{{\rm kBT}}{{}_{\rm F}{\rm H}}$. Аналіз енергонасиченості зарубіжних тракторів, що пройшли випробування в Nebraska (США) та DLG e.V. (Німеччина), за останні п'ять років, показали, що закордонні тракторні корпорації та компанії поставляють на ринок трактори з енергонасиченістю $E_{\rm T} \ge 1,715 \frac{{\rm \kappa}{\rm BT}}{{\rm \kappa}{\rm H}}$ [12]. Найбільш затребувані на ринку України закордонні трактори Case IH Magnum 340, John Deere 8335R та New Holland T8.390 [13, 14] мають таку енергонасиченість: $E_{\rm T} = 1.85 \frac{\kappa {\rm BT}}{\kappa {\rm H}}, E_{\rm T} = 1.81 \frac{\kappa {\rm BT}}{\kappa {\rm H}}$ ta $E_{\rm T} = 1.88 \frac{\kappa {\rm BT}}{\kappa {\rm H}}$ відповідно [11].

Для тракторів підвищеної енергонасиченості характерна «надлишкова» частина потужності двигуна [15], що не може бути реалізована за тяговоенергетичними та агротехнічними показниками для підвищення швидкості руху агрегату й використана в широкозахватних сільськогосподарських машинах. Вирішення проблеми можливе завдяки використанню електричної трансмісії, але її використання потребує значних коштів, що позначиться на зростанні кінцевої вартості техніки [16].

Останнім часом зростає інтерес сільгоспвиробників до комбінованих агрегатів [17, 18], які суміщають за один прохід по полю декілька технологічних операцій, що у свою чергу вирішує в деякій мірі проблему енергозбереження МТА на базі тракторів тягової концепції підвищеної енергонасиченості. При цьому поява на ринку сільгосптехніки комбінованих агрегатів дозволила скоротити чисельність проходів агрегату по полю при виконанні технологічного процесу, зменшити ущільнення ґрунту, знизити погектарну витрату палива та підвищити продуктивність праці [19].

Одночасно аналіз результатів експлуатаційних випробувань комбінованих сільськогосподарських агрегатів дозволив виявити негативні моменти їх використання. Так, на жаль, не дали позитивного ефекту спроби суміщення операцій основної обробки ґрунту, культивації та сівби за один прохід навіть у випадку використання ротаційних плугів. Досвід італійської фірми Cantone показав, що такий агрегат має підвищену енергоємність, велику вартість та низьку надійність технологічного процесу.

Найбільш ефективно використовувати комбіновані агрегати при обробітку зернових культур із відокремлення оранки як самостійної операції та суміщенні передпосівного обробітку грунту і сівби. При такому відокремленні операцій трактор на оранці раціонально завантажується та скорочується кількість проходів по полю при культивації, сівбі й прикочуванні.

України Насичення аграрного сектору тракторами підвищеної енергонасиченості породжує проблему підвищення ефективності ïχ використання при виконанні різних технологічних процесів. Оскільки можливості перетворення «надлишкової» потужності даних тракторів у корисну роботу за рахунок підвищення швидкості руху та ширини захвату сільськогосподарських машин при роботі в тяговому режимі в значній мірі вичерпані, то перспективними є комбіновані агрегати, у першу чергу посівні, із використанням принципу суміщення технологічних операцій.

1.2. Перспективні напрями створення комбінованих грунтообробно-посівних агрегатів

Машинно-тракторний агрегат (сільськогосподарський) – це поєднання трактора або двигуна із сільськогосподарськими машинами (знаряддями) для виконання механізованих операцій і процесів у сільськогосподарському виробництві. Якщо машина має свій двигун і передавальний механізм для приводу робочих органів і пересування по полю, то такий агрегат називається самохідним. Класифікацію агрегатів за основними ознаками наведено в додат. А. У сільськогосподарському виробництві застосовуються переважно агрегати двох видів: рухомі й стаціонарні [20].

Комбіновані грунтообробно-посівні агрегати можна охарактеризувати так:

– за призначенням – для сівби й садіння (сівба зернових культур);

– за кількістю одночасно виконуваних операцій – комплексні (виконання кількох технологічних операцій обробітку ґрунту та сівби);

– за характером виконуваної операції – рухомі (для виконання операцій агрегати пересуваються по полю);

- за способом з'єднання з джерелом енергії – причіпні;

– за характером використання енергії – тягово-привідні (потужність використовується одночасно на тягу і на приведення в дію робочих органів від ВВП);

– за розташуванням машини відносно джерела енергії (трактора, самохідного шасі) – симетричні (вісь джерела енергії проходить через вісь симетрії сільськогосподарської машини).

При аналізі та синтезі комбінований МТА зазвичай розглядається як складна механічна система, що представляє собою сукупність взаємозв'язаних функціонально та розташованих у певному порядку елементів [21].

Наприклад, жатково-лущильний комбінований МТА [22] може розглядатися як механічна система, що складається з чотирьох елементів: трактора, жатки, лущильника, системи керування. У свою чергу, кожен із перелічених елементів є базовою машиною, що складається із сукупності об'єктів (двигуна, шасі і т. д.), що також є окремими механічними системами.

У комбінованих МТА (рис. 1.1) [15] способи агрегатування трактора із сільгоспмашинами розподіляються на три групи:

– серійні одноопераційні машини (знаряддя, послідовно з'єднані між собою за допомогою зчіпки);

– розташування на їх рамі моноблочної машини постійних чи змінних робочих органів;

– одноопераційні машини/знаряддя, що навішуються на передній та задній механізми навіски трактора.



Рис. 1.1. Схема комбінованих машинно-тракторних агрегатів на базі трактора і мобільного енергетичного засобу:
 а, б – із догляду за рослинами при використанні культиваторів на передній підвісній системі, сівалок і ємностей для технологічних матеріалів на задній навісці; в – посівний із трьох начіпних сівалок

Конструктивно комбіновані МТА відносяться до складних механічних систем для яких характерні перехресні зв'язки між елементами [21]. При оцінці складності функціонування подібних систем у суміжних галузях техніки успішно використовуються методи операційних графів під час їхньої збірки [23]. При цьому вартість створення комбінованих МТА можна значно знизити, застосовуючи при проектуванні (за допомогою стандартизації та уніфікації) модульний принцип конструювання [24], створюючи конструктивні елементи МТА як технічні системи у вигляді блоків різного рівня складності, модулів, у тому числі енергетичних і технологічних.

Найважливішою ланкою в системі заходів щодо створення сприятливих умов для росту й розвитку рослин є обробка ґрунту та сівба. Разом із тим проведення цих операцій вимагає значних матеріальних і трудових витрат, які за підрахунками становлять від усього обсягу витрат у технологіях обробітку сільськогосподарських культур до 35% і 25% відповідно. Одним із шляхів вирішення цієї проблеми є вдосконалювання заходів та систем обробки ґрунту й сівби, які повинні бути спрямовані як на поєднання виконуваних операцій, так і на їх раціональне скорочення.

Для реалізації цього напрямку наразі сільгосппідприємства використовують ряд нових комбінованих ґрунтообробно-посівних агрегатів як вітчизняного, так і закордонного виробництва з різними конструктивними схемами, здатними забезпечити ефективну роботу в різних природновиробничих умовах. Однак, як показує практика, вибір нових агрегатів здійснюється, як правило, без урахування умов їх застосування, що в деяких випадках зводить нанівець ефективність упроваджуваних технологій.

Також при виробництві продукції рослинництва застосовуються [18] грунтообробно-посівні агрегати з активними робочими органами (рис. 1.2) та пасивними робочими органами (рис. 1.3).



Рис. 1.2. Ґрунтообробно-посівні машини і агрегати з активними робочими органами



Рис. 1.3. Ґрунтообробно-посівні машини і агрегати з пасивними робочими органами

Під час комплектування різних типів ґрунтообробно-посівних машин і агрегатів бункер із посівним матеріалом, як одна з основних частин сівалки має три варіанти розміщення: на передній навісній системі трактора, на ґрунтообробній машині або як самостійна ємність на колесах після ґрунтообробної машини.

Комбіновані машини і агрегати з активними ґрунтообробними робочими органами в більшості випадків є начіпними з шириною захвату до 4 м. При ширині захвату 5–8 м такі машини транспортуються на спеціальному транспортному візку. Рідше зустрічається комплектування таких машин у варіанті навісно-причіпних агрегатів.

Грунтообробно-посівні машини з пасивними ґрунтообробними робочими органами мають більш широкий спектр конструктивних рішень. При ширині захвату 4 м вони агрегатуються як у причіпному, так і в навісному варіанті. При ширині захвату 5-8 м такі агрегати виготовляють у причіпному варіанті. агрегату при транспортуванні Грунтообробна частина складається ЛО допустимої ширини транспортної 3м. I3 системою центрального пневматичного висіву вона складається до необхідної ширини секції висівних апаратів-сошників із пневматичними проводами. При механічному висіванні сівалки – транспортуються одна за одною так, щоб ширина каравану не перевищувала допустимих 3 м.



Рис. 1.4. компонувальних схем Варіанти грунтообробного посівного машинно-тракторного агрегату базі колісного на трактора загального призначення (1) і посівного комплексу (2, 3 та 4): а – «трактор-культиватор-двовісний бункер»; б – «трактордвовісний бункер-культиватор»; в – «трактор-одновісний бункеркультиватор»

Найбільш ефективним є використання комбінованих агрегатів на обробці зернових культур при відокремленні оранки як самостійної технологічної

операції і поєднанні з передпосівним обробітком ґрунту та сівбою [18, 22, 25, 26]. При такому розділенні технологічних операцій трактор на оранці раціонально завантажується та скорочується число проходів по полю при культивації, сівбі та прикочуванні. До складу подібних комбінованих машини входять широкозахватні культиватори, а також висіваючі системи із централізованим дозуванням і пневматичним транспортуванням насіння та добрив до сошників, що приєднуються до трактора (рис. 1.4, 1.5) [18, 27, 28].

Аналіз даних компонувальних схем агрегату [28] дозволяє зробити висновок, що схема «в» (рис. 1.4) у порівнянні зі схемою «б» (базова компоновка) є більш раціональною, оскільки дозволяє знизити негативний вплив ходової системи агрегату на агрофізичні властивості ґрунту та підвищити урожайність культур. Однак ця схема реалізується лише за умови встановлення на трактор опорно-зчіпного пристрою сідельного типу і спарювання коліс трактора.

Найбільшого розповсюдження набули такі схеми комбінованих агрегатів для суміщення операцій передпосівної обробки ґрунту й сівби:

– агрегати, складені з посівних і ґрунтообробних машин, які при необхідності можуть використовуватися роздільно;

– агрегати, складені з декількох спеціальних або серійних машин, одні з яких навішуються на передню навіску, інші – на задню навіску трактора або іншого енергетичного засобу;

– агрегати, що представляють собою загальну раму, до якої прикріплюється посівна частина у вигляді сівалки або посівного устаткування й грунтообробна частина зі змінними або постійними робочими органами.

За першою схемою агрегати створювалися як із пасивними, так і з активними ґрунтообробними робочими органами на базі напівнавісних, причіпних або начіпних машин.

До агрегатів із пасивними робочими органами можна віднести найбільш відомі: «Agropack+450» фірми Rabe (Німеччина), «EXAKTA II» фірми Kvemeland (Норвегія), «VN-Сепак профи» фірми «Vogel Noot» (рис. 1.5, а). І наразі практично всі фірми, як вітчизняні, так і закордонні, на своїх машинах для передпосівної обробки ґрунту передбачають пристрої для навішування сівалок [29].



Рис. 1.5. Агрегати комбіновані напівнавісні, складені з ґрунтообробних і посівних машин:

a

а – VN-Сепак профі, фірма «Vogel Noot» (Австрія); б – АПП-4,5, ВАТ «Брестський електромеханічний завод» (Білорусь)

б

Прикладом агрегатів із пасивними робочими органами, виконаними за цією схемою, є агрегати АПП-4,5 (ВАТ «Брестський електромеханічний завод») (рис. 1.5, б) і АПП-4 («Мінойтівський ремонтний завод»). При цьому як грунтообробну частину використовують напівнавісні машини з набором робочих органів типу АКШ, а як посівну – начіпні сівалки СН-4,5 і СПУ-4.

Основною перевагою комбінованих агрегатів, складених за першою схемою (рис. 1.5, а), є можливість роздільного використання включених до їх складу машин і знарядь із тракторами різного класу. Крім того, роздільне використання дозволяє збільшити річне завантаження. Не менш важливе й те, що агрегати за такою схемою можна комплектувати з наявних у господарстві машин, не купуючи нові. При цьому досить виготовити лише пристрій для їхнього з'єднання (автозчіпку, причепи тощо). Однак послідовне з'єднання окремих машин у комбінований агрегат, у першу чергу напівначіпних або причіпних, із пасивними робочими органами, значно збільшує його поздовжні розміри й потребує більшої ширини поворотної смуги. Крім того, таке компонування агрегатів нерідко призводить до погіршення якості технологічного процесу, оскільки робочі органи машин, що виготовлюються окремо, серійно у більшості випадків створюються без урахування їх спільної роботи.



а б

В

Рис. 1.6. Агрегати комбіновані начіпні, складені із ґрунтообробних і посівних машин:
 а – D9-AD, фірма «Amazone» (Німеччина); б – Turbodrill, фірма «Rabe Werk»; в – Vitasem A, фірма «Pottinger» (Австрія); г – Aliante, фірма «Gaspardo» (Італія)

Більшого поширення серед комбінованих агрегатів цього типу набули начіпні агрегати, що мають просту комбінацію грунтообробних машини з активними або пасивними робочими органами й механічною або пневматичною сівалкю.

Практично всі фірми Європи випускають такі агрегати (рис. 1.6) [29]: «D9-AD3» фірми Amazone, «Multidrill Eco-line 250-400A» фірми Rabe Werk (Еермания), «Aliante 300-400» фірми Gaspardo (Італія), «Tramline GE i GX» фірми Sulky (Франція), «Vitasem A3-4 + Lion» фірми Pottinger (Австрія) та ін.

Як основну перевагу цієї групи агрегатів слід відзначити, що вони є найбільш компактними й простими у виготовленні та експлуатації. Однак досвід використання цих машин показує, що вони також мають деякі недоліки: більшу масу для навішування на трактор, недостатню ширину захвату, низьку продуктивність, потребу в тракторі значної потужності для їх агрегатування. Крім того, через обмеження за масою на начіпних агрегатах немає можливості встановити необхідну комбінацію робочих органів для здійснення найбільш ефективного способу формування насіннєвого ложа на різних ґрунтах і агрофонах.

Більш ефективними є агрегати, складені за другою схемою (рис. 1.7). Це, як правило, агрегати, які відносяться до тракторів тягового класу 3, 5 і вище. До них у першу чергу можна віднести: «Avant 4000-6000» фірми Amazone (Німеччина), «KLE+DF-2 3–6 м» фірми Kvemeland (Норвегія), «Centauro 5000-6000» фірми Gaspardo (Італія), «CS 6003R» фірми Kuhn (Франція), АПП-6АБ (Білорусь) та ін.





 Рис. 1.7. Агрегати комбіновані, що навішуються на передню та задню осі: а – Airstar Avant, фірма «Amazone» (Німеччина); б – KLE-DF-2, фірма «Kverneland» (Норвегія); в – Turbodrill F, фірма «Rabe Werk»; г – АПП-6АБ, ВАТ «Брестський ЕМЗ»

Г

Слід зазначити, що характерною рисою агрегатів закордонного виробництва є те, що в них на передню навіску трактора встановлюється ємність для посівного матеріалу, а на задню – роторна борона з висіваючим апаратом.

Основними перевагами комбінованих машин із фронтальним розташуванням бункера для насіння є рівномірне завантаження осей трактора, краща маневреність, стійкість і керованість, менша ширина поворотної смуги, зниження ущільнення ґрунту колесами трактора й ходовою системою всього агрегату в цілому. Останнє обумовлюється не тільки скороченням числа проходів агрегату по полю, що є характерним для всіх розглянутих схем комбінованих агрегатів, але й значним зниженням питомого тиску на ґрунт за рахунок більш рівномірного розподілу маси агрегату по колесах трактора.

Недоліком таких агрегатів, як показує практика, є те, що в них грунтообробна частина оснащена тільки активними робочими органами. Це значно обмежує зону їх застосування. Також ці агрегати мають відносно невеликі ємності бункера, що вимагає більших витрат часу на їхнє завантаження. Крім того, неможливе використання трактора на інших роботах, наприклад на оранці в нічний час.





б



Рис. 1.8. Агрегати комбіновані напівнавісні, складені з ґрунтообробної й посівної частин на загальній рамі:
 а – Pronto AC, фірма «Horsch» (Німеччина); б – Megaseed, фірма «Rabe Werk»; в – Rapid AS, фірма «Vaderstad» (Швеція); г – Cirrus, фирма «Amazone»

Істотного підвищення продуктивності, зниження енерго- і металоємності можна досягти при використанні комбінованих агрегатів, складених за третьою

схемою [29]. В агрегатах ґрунтообробна й посівна частини повністю розташовані за трактором або іншим енергетичним засобом. Найбільш відомими є (рис. 1.8): «Pronto AC» та інші фірми Horsh, «Cirrus 3001-9001» фірми Amazone, «Megaseed 3001-6002 K2» фірми Rabe, «Solitair 9/600KA - DS + Zirkon 9/600 KA» та інші фірми Lemken (Німеччина), «Rapid A 400-800S» та інші фірми Vaderstad (Швеція), «Maxidrill TW 4000-6000» та інші фірми Roger і «Fastliner 3000-6000» фірми Kuhn (Франція), «Accord MSC» фірми Kverneland (Норвегія), «Terrasem 3000-6000T» фірми Pottinger (Австрія), «Tume Airmaster 4001-5001» та «Tume Maximaster 6001-8001» (Данія) й ін.

Переваги розглянутих агрегатів полягають у такому:

– у порівнянні з агрегатами перших двох груп мають більш високу продуктивність за рахунок більшого об'єму насіннєвого бункера (3000–8000 дм³ і більше) і менших витрат експлуатаційного часу на завантаження;

– можуть бути обладнані необхідною кількістю робочих органів для здійснення найбільш ефективних способів формування насіннєвого ложа та висіву;

– грунтообробна частина агрегату може бути обладнана як пасивними, так і активними робочими органами, що розширює зону застосування агрегату;

– трактор легко від'єднується від агрегату та може використовуватися, за необхідності, на інших роботах;

– у порівнянні з агрегатами, які мають фронтальне розташування навісного бункера на тракторі, мають кращу видимість і керованість у процесі роботи.

Найбільше поширення на полях України отримали комбіновані грунтообробно-посівні агрегати АПП-6 [18], які виконують передпосівну обробку ґрунту й сівбу зернових або зернобобових культур тощо, виробництва «Лідагропроммаш» (Білорусь). Модифікаціями серії АПП-6 є агрегати з активними АПП-6А та пасивними АПП-6П ґрунтообробними робочими органами. Затребувані також на ринку України агрегати АПП-6Г, АПП-6Д, що призначені для роботи на легких і середніх ґрунтах (за механічним складом) після попереднього основного обробітку, у тому числі із зяблевої оранки після попередньої культивації, а також для посіву поукосних, проміжних і пожнивних культур після збирання однорічних трав, ріпака та інших хрестоцвітих культур, картоплі та інших коренебульбоплодів [30].



Рис. 1.9. Комбінований грунтообробно-посівний агрегат NovoFarm Flexi Coil ST 820

Агрохолдинги України, на полях зі значною площею та ґрунтах різного механічного складу в технологіях відвального та безвідвального землеробства, використовують комбіновані машини NovoFarm Flexi Coil ST 820 (рис. 1.9).

Також перспективним для України є ґрунтообробно-посівний комплекс «ORION-9,6» виробництва ПАТ «Червона зірка» (рис. 1.10), призначений для роботи в різних системах обробітку ґрунту, серед яких: оранка, мінімальний та нульовий обробіток. Даний посівний комплекс забезпечує сівбу насіння зернових середньо- і дрібнонасінних зернобобових культур, а також насіння трав з одночасним внесенням у рядки мінеральних добрив та прикочуванням ґрунту [31].



Рис. 1.10. Комбінований грунтообробно-посівний агрегат «ORION-9,6» виробництва ПАТ «Червона зірка»

Отже, аналіз існуючих конструктивних схем комбінованих грунтообробно-посівних агрегатів дозволяє зробити такі основні висновки:

– від правильного вибору конструктивної схеми розроблювального агрегату залежать основні якісні, експлуатаційні й економічні показники його роботи;

– для невеликих сільськогосподарських підприємств і полів із рівним рельєфом можуть ефективно застосовуватися недорогі агрегати шириною захвату 2,5–3 м, що складаються з причіпної сівалки й ґрунтообробного знаряддя з активними або пасивними робочими органами;

– агрегати, що складаються з ґрунтообробно-посівних машин, які навішуються на передню й задню навіску енергетичного засобу, більш ефективні для роботи на схилах із середніми розмірами полів;

– агрегати напівнавісні з розташуванням ґрунтообробної й посівної частин на загальній рамі за енергетичним засобом можуть бути найбільш продуктивними й ефективними при використанні великими підприємствами на полях більших розмірів і ґрунтах різного механічного складу в технологіях відвального й безвідвального землеробства, завдяки набору змінних робочих органів.

Одночасно необхідно зазначити, що ускладнення конструкцій грунтообробно-посівних агрегатів спрямоване на виконання додаткових технологічних операцій [32, 33]. Наприклад, сівалка Compact Solitair (Німеччина) забезпечує виконання технологічних операцій із підготовки грунту під сівбу, сівбу зернових та додаткове внесення мінеральних добрив. Аналогічну технологічну

операцію внесення мінеральних добрив виконує ґрунтообробно-посівний комплекс «ORION-9,6» виробництва ПАТ «Червона зірка» (рис. 1.10). У даному випадку трактор, у відповідності до тягової концепції, розглядається в складі комбінованого ґрунтообробно-посівного агрегату як енергетичний засіб, що є основним елементом [34, 35]. При цьому одним з основних завдань забезпечення ефективності функціонування агрегату є пошук способів, які поряд із високим тяговим завантаженням трактора можуть максимально реалізувати його потенціал щодо несучої здатності ходової системи.

Одним з ефективних шляхів вирішення вищезазначених проблем є обґрунтування раціональної компонувальної схеми агрегату, що визначає розташування мас основних елементів сільськогосподарських машини, які агрегатуються з трактором, з урахуванням розподілення його власної ваги в умовах експлуатації та особливостей компоновки. Даний напрямок досліджень не отримав достатньої уваги у відомих публікаціях за тематикою конструкцій та компонувальних схем ґрунтообробно-посівних агрегатів.

У суміжних галузях техніки для вирішення подібних проблем широко застосовується модульне формування техніки [24], сутність якого полягає в комплектуванні різноманітних складних нестандартних комплексів зі значною різницею у характеристиках з невеликої економічно обґрунтованої кількості типів та типорозмірів елементів-модулів. Модуль у такій конфігурації розміщення – це самостійний об'єкт, що має автономну документацію на виготовлення, повністю зібраний, пройшов перевірку та готовий до монтажу.

Модульне формування техніки базується на таких принципах:

- обов'язковість довготривалого прогнозування;

- сумісність елементів (функціональна та геометрична);

– погодженість розмірів та параметрів техніки.

Аналізуючи комбіновані ґрунтообробно-посівні агрегати як сукупність функціонально взаємозв'язаних та розташованих в певному порядку елементів (трактор, ґрунтообробний агрегат та ін.), маємо можливість, на основі теорії модульного формування техніки, вирішити завдання синтезу структури багатоелементних агрегатів. При цьому під синтезом розуміється створення ґрунтообробно-посівних агрегатів довільних структур із заданими показниками ефективності їх функціонування.

Основні положення модульного формування техніки знайшли застосування при створенні та модернізації тракторів [36–39] на основі їх модульного проектування. Запропонована концепція створення даних тракторів базується в основному на підвищенні потужності двигуна, що неприйнятна для комбінованих сільськогосподарських агрегатів при виконанні гнучких технологічних процесів сільськогосподарського виробництва [40].

Таким чином, тенденція створення комбінованих сільськогосподарських агрегатів, що поєднують технологічні операції, вимагає вирішення ряду наукових проблем прогнозування та розробки даних агрегатів із заданими функціональними показниками. На ринку сільськогосподарської техніки України, наразі, найбільш затребуваними є ґрунтообробно-посівні комбіновані агрегати, концепція створення яких потребує першочергового розроблення.

1.3. Функціональний аналіз комбінованих грунтообробно-посівних агрегатів

Функціональний аналіз комбінованих ґрунтообробно-посівних агрегатів передбачає дослідження кінематичних якостей даних агрегатів при виконанні технологічних процесів [41]. За аналогією з тракторобудуванням [15] дані агрегати доцільно розглядати як складні механічні системи, що становлять собою сукупність функціонально взаємозв'язаних та розташованих у певному порядку елементів (трактор, ґрунтообробна машина, бункер для посівного матеріалу та ін.). При цьому за аналогією із суміжними галузями науки та техніки [23, 24] необхідно оцінювати ефективність даної системи, тобто оцінювати ступінь її пристосованості до виконання поставленого завдання. У даному випадку можна вважати, що ефективність – це узагальнений, інтегральний показник якості системи [42]. Він визначається як внутрішніми якостями (значенням показників технічних, надійнісних та експлуатаційних характеристик), так і умовами, у яких система функціонує. Якщо говорити про ефективність функціонування системи при виконанні окремих завдань у конкретних умовах, то можна функціонально зв'язати всі окремі показники якості з узагальненим інтегральним показником – ефективністю.

функціональному аналізі комбінованих сільськогосподарських При агрегатів оцінюються насамперед їх технологічні якості, що характеризують відповідність технологічним ланого агрегату вимогами виконання сільськогосподарських операцій Для цієї [43]. мети в даній роботі запропоновано комплексний показник технологічного рівня мобільного сільськогосподарського агрегату:

$$\Pi = f(Y, W, A, B), \tag{1.1}$$

де *У*,*W*,*A*,*B* – відповідно показник технологічної універсальності, потенційної продуктивності, агротехнічних властивостей та вартості.

Даний показник лежить в основі технологічної експлуатації мобільних сільськогосподарських агрегатів, теорія якої, на думку автора [43], не розроблена. Для комбінованих сільськогосподарських агрегатів, що одночасно виконують декілька технологічних операцій, не було навіть спроб сформулювати дану теорію як завдання.

Використання комбінованих сільськогосподарських агрегатів дозволяє вирішити проблему гнучких систем механізації (ГСМ) як основи сучасної сільськогосподарської технології виробництва продукції рослинництва [44–47]. Дані агрегати забезпечують адаптивну інтеграцію в агротехнології за габаритами, компонувальними параметрами та потужністю. Універсальність ГСМ, основою яких є модульні енергетичні засоби, оцінюється коефіцієнтом універсальності [46, 47]:

$$K_{\rm yH} = 1 - \sum_{k=1}^{n} \left[\frac{\left(d_k - d_j \right)}{d_k} \right], \tag{1.2}$$

де *k* – індекс періоду сільськогосподарських робіт;

n – кількість сільськогосподарських операцій;

 d_k , d_j – завантаження *j*-го енергетичного засобу і тракторного парку в *k*-ий період та в цілому.

Показник гнучкості комбінованого агрегату оцінюється кількістю операцій, які виконуються ним у технологічному процесі, наприклад при вирощуванні зернових культур. Вирішення даного завданняі спрямоване на підвищення технологічної універсальності комбінованого сільськогосподарського агрегату [47].

Пропонується [35] оцінювати технологічну універсальність енергетичних засобів та комплектування сільськогосподарських агрегатів за критерієм функціональної насиченості:

$$K_{\phi} = \frac{M_{\phi}}{M},\tag{1.3}$$

де M_{ϕ} – фактична кількість технологічних операцій, що виконуються енергетичним засобом;

М – загальна кількість операцій у технологічному процесі, на яких використовується енергетичний засіб.

Однак критерій K_{ϕ} не був випробуваний на реальних технологічних процесах, що на думку автора [35], не дозволяє оцінювати його ефективність.

Перш ніж виконувати функціональний аналіз комбінованого необхідно сформувати сільськогосподарського агрегату, визначення «комбінований мобільний сільськогосподарський агрегат». Наукова дискусія з даного питання, що почалася з 30-х років XX сторіччя та існує по теперішній [48–53], визначила функціональне призначення час не комбінованого сільськогосподарського агрегату. Найбільш лаконічне визначення машинно-тракторного агрегату, до якого може бути віднесений комбінований сільськогосподарський агрегат, запропоновано науковцемексплуатаційником Б. С. Свірщевським [48], який уважав, що «агрегат становить собою з'єднання робочих машин-знарядь із джерелом енергії, призначений для виконання якої-небудь однієї сільськогосподарської операції та одночасно комбінації декількох».

Основою функціонального аналізу мобільних сільськогосподарських агрегатів є їх агрегатування при виконанні різних технологічних процесів. У роботі [48] розглядається агрегатування енергетичних засобів сільськогосподарського призначення в напрямку реалізації комплексного показника технологічного рівня мобільного сільськогосподарського агрегату. У даному дослідженні запропоновано висновок, що агрегатування – це методологія забезпечення функціонування МТА з максимальною ефективністю. Для реалізації даної методології сформульовано такі методи:

- оцінка тягово-енергетичних показників;
- агроекологічний аналіз;
- експлуатаційно-технологічна оцінка роботи;
- техніко-економічна ефективність.

Розглянемо ці методи докладніше. Так, аналіз конструктивнотехнологічних властивостей МТА включає оцінку можливості забезпечення механічного поєднання енергетичної і технологічної частин агрегатів в один технологічний комплекс із взаємообумовленим їх розміщенням один відносно одного. Особливо це стосується комбінованих ґрунтообробнопосівних агрегатів.

Підвищення тягово-енергетичних показників МТА із запропонованими рекомендаціями підвищення швидкості руху та збільшення ширини захвату агрегату здійснюється за рахунок підвищення потужності двигуна. Реалізація даних рекомендацій можлива шляхом підвищення маси трактора, що призведе до додаткових енерговитрат на пересування агрегату та збільшення ущільнення ґрунту й руйнування його поверхневого шару ходовими системами трактора і сільськогосподарської машини. Для комбінованих сільськогосподарських агрегатів типу ґрунтообробно-посівних з ешелонованим з'єднанням елементів (трактор, ґрунтообробна машина, бункер для посівного матеріалу та ін.) не вирішено наукову проблему відношення потужності двигуна трактора до маси причіпних сільськогосподарських машин.

Агроекологічний аналіз передбачає оцінювання можливості функціонування МТА з урахуванням обмежень агротехнічних і екологічних вимог [54]. На жаль, наукова проблема для ґрунтообробно-посівних комбінованих агрегатів змінної маси залишається не вирішеною.

Експлуатаційно-технологічне оцінювання функціонування МТА дає можливість визначити продуктивність його роботи, питому витрату палива, маневреність та ін. Дані питання достатньо розкриті для одноопераційних МТА, однак у більшості для комбінованих агрегатів рекомендації щодо їх ефективного використання базуються в основному на результатах експериментальних досліджень.

Заключним етапом аналізу й оцінювання комплексної відповідності параметрів та характеристик МТА вимогам технологій сільськогосподарського виробництва є визначення їх техніко-економічної ефективності. Згідно з ДСТУ 4397:2005 [55] її репрезентують питомі витрати праці, річне завантаження енергетичного засобу та машин/знарядь (год), сукупні витрати праці (з усіма їх складовими) та річний економічний ефект.

Техніко-економічне дослідження ефективності суміщення операцій передпосівного обробітку ґрунту та сівби є пріоритетним завданням обґрунтування структури комбінованого сільськогосподарського агрегату. У відомих роботах [56, 57] у даному напрямку запропоновано критерій оптимальності агрегату щодо мінімуму приведених витрат на одиницю роботи, цільова функція якого має вигляд:

$$E_{\kappa a} = \frac{N_e (g_e \mathcal{U}_{\pi} + r_o) + C_3 + \frac{(a_p + e_{\mu})(\xi_e B \mathcal{U}_e + C_{\delta i})}{T_{ai}} + r_e B}{\frac{T_{ai}}{1 + K_{\pi} + K_{\pi ep} + K_{\pi T}}}, \quad (1.4)$$

де N_e, g_e – ефективна потужність та питома витрата палива двигуна;

 μ_{Π} – ціна 1 кг палива; C_{3} , $C_{\delta i}$ – зарплата обслуговуючого персоналу та балансова вартість трактора;

 ξ_{e} , B – маса та ширина захвату причіпної машини;

*Ц*_в – питома вартість 1 кг машини;

a_p – коефіцієнт відрахувань на амортизацію машини, *e_н* – нормативний коефіцієнт ефективності капіталовкладень;

r_o, *r_e* – питомі величини, відповідно, на обслуговування та ремонт машини;

и – швидкість руху агрегату;

 $K_{\rm n}$, $K_{\rm nep}$, $K_{\rm цто}$, $K_{\rm r}$, $K_{\rm r}$, $K_{\rm x}$ – коефіцієнти витрат часу на повороти, переїзди, циклічне та не циклічне технічне обслуговування, додаткову роботу, роботу на холостому ходу та холості переїзди.

Чисельник формули (1.4) представляє собою приведені витрати за 1 год роботи агрегату, а знаменник – продуктивність за 1 год експлуатаційного часу.

Експериментальні дослідження та розрахунок за формулою (1.4) приведених витрат суміщення операцій передпосівного обробітку ґрунту та сівби, що виконуються агрегатом із серійних машин КПГ-4, СУК-24 та КСР-3,6 при агрегатуванні з трактором Т-150, показали скорочення витрати праці на 24,6%, але в такій же пропорції допускають підвищення приведених експлуатаційних витрат у порівнянні з одноопераційними машинами.

Більш пізні дослідження [28, 34, 58] комбінованих ґрунтообробно-(див. рис. 1.4), базуються посівних агрегатів ЩО на сучасних сільськогосподарських машинах, дозволили отримати позитивний ефект щодо питомих сукупних витрат. Так, при порівнянні базової компоновки (трактор – культиватор – двовісний бункер) з раціональною (трактор – одновісний бункер – культиватор) ефект останньої складає 14,1%. Одночасно в даних роботах зазначене, що при визначенні раціонального складу параметрів та режимів роботи ґрунтообробно-посівних агрегатів необхідно враховувати такі обмеження:

– діапазон допустимих робочих швидкостей агрегату та граничну величину буксування рушіїв трактора у відповідності до агротехнічних вимог;

– діапазон завантаження трактора щодо тяговому зусилля, що визначається за потужністю двигуна та його тяговим класом;

– максимальною вантажопідйомністю ходової системи трактора з урахуванням допустимого рівня ідеального тиску на ґрунт рушіями трактора та

перерозподілу його ваги між мостами.

Жорсткі обмеження щодо рівня допустимого ущільнюючого впливу на грунт рушіїв обумовлюють необхідність обґрунтування раціональних параметрів ходової системи з точки зору зниження впливу на властивості, структуру ґрунту та рівень енергетичних витрат.

Ефективність комбінованих грунтообробно-посівних агрегатів підтверджена для агрегатів на базі сучасних тракторів та сільськогосподарських машин, зокрема агрегату Беларус-3022 ДЦ.1 + АПП-6Д, під час сівби ячменю за системою обробітку ґрунту mini-till [59]. У варіанті із системою mini-till витрата палива найменша і становить 8,6 л/га, у варіанті з мульчувальною та консервувальною – середня (10,7–16,0 л/га), а у варіанті з оранкою – найбільша (18,2 л/га). Завдяки високому технічному рівню ґрунтообробних та посівних машин, відсутності технологічних забивань, високій робочій швидкості та надійності, забезпечується висока продуктивність за годину основного і змінного часу (3,5–5,7) та (2,6–4,4) га/год, відповідно.

Таким чином, аналіз технологічних та агротехнічних вимог, що визначають концепцію розвитку комбінованих сільськогосподарських агрегатів, показує, що вони суперечливі. Прагнення покращити одні властивості призводить до погіршення інших. Так, підвищення продуктивності агрегату, енергооснащеності праці й виконання декількох технологічних операцій реалізується шляхом підвищення потужності двигуна, тягового зусилля та маси трактора. Це призводить до порушення агротехнічних вимог – збільшення ущільнюючого впливу (тиску) на ґрунт ходовою системою трактора.

Протиріччя між вимогами агротехніки та розвитком функціональних якостей машинно-тракторних агрегатів, зокрема комбінованих, створює об'єктивні труднощі в їх подальшому вдосконаленні. Не розроблено теорії технологічної експлуатації комбінованих сільськогосподарських агрегатів, а для ґрунтообробно-посівних агрегатів не існувало навіть спроб сформулювати дану теорію як завдання. Вирішення даної наукової проблеми є першочерговим при створенні комбінованих сільськогосподарських агрегатів.

1.4. Оцінка енергоефективності машинно-тракторних агрегатів

Освоєння енергозберігаючих технологій виробництва продукції рослинництва є одним із пріоритетних напрямів розвитку машино-технологічної сфери АПК. При цьому першочерговими за актуальністю завданнями є розробка методів енергетичної оцінки технологій та зниження енерговитрат МТА [60–64].

Підвищення енергетичної ефективності сільськогосподарської техніки та агрегатів є складним завданням через багатоступінчатість його структури та через надвелику кількість керованих і некерованих показників, що впливають на процес функціонування [65].

Показник, тобто величина, яка за допомогою своєї кількісної міри показує нам певну приховану властивість системи («латентну величину»).

Ефективний – той, що дає ефект (від лат. *effectus* – виконання, дія, від *efficio* – дію, виконую), результат, наслідок яких-небудь причин, дій, що

приводить до потрібних результатів. Звідси – ефективність, результативність.

У літературі зустрічаються кілька класифікацій показників ефективності використання техніки [6, 66–69], що значно відрізняються один від одного. Причиною такого положення є те, що класифікація показників багато в чому визначається тією метою, яку ми ставимо перед собою [70]. Так, за змістом показники поділяються на натуральні та вартісні. У роботі [71] запропоновано 5 груп показників: енергетичні, техніко-експлуатаційні, агротехнічні, естетико-ергономічні, техніко-економічні.

Енергетичні показники визначають витрати й використання енергії при виконанні механізованих процесів (тягові та питомі опори знарядь, тягова потужність та потужність, що витрачається на привід механізмів, коефіцієнт корисної дії).

Техніко-експлуатаційні показники – маневреність і керованість, надійність, безвідмовність, довговічність, експлуатаційна технологічність, ремонтопридатність, збереження, універсальність.

Естетико-ергономічні показники визначають зручність роботи, легкість керування й обслуговування, санітарно-гігієнічні умови.

Агротехнічні показники характеризують якість виконання технологічного процесу – властивість виконувати процес із встановленими агротехнічними показниками якості, прохідність у міжряддях і під кронами без ушкодження рослин, стійкість руху, збереження структури ґрунту, оцінюване питомим тиском, ступенем розпилення і руйнування ґрунту під впливом рушіїв трактора.

Техніко-економічні показники включають продуктивність і витрати праці, паливну економічність (витрата палива в одиницю часу, на одиницю потужності або на одиницю виконаної роботи), матеріалоємність, експлуатаційні витрати в одиницю часу за одиницю виконаної роботи.

В роботі Хафізова К. А. [65] запропоноване таке визначення: ефективність МТА – це кількісна характеристика, що вказує на ступінь виконання системою властивих їй функцій (основних та неосновних).

Дослідження енергетичних показників ефективності функціонування МТА потребують визначення енергетичних витрат [72], які можна поділити на прямі та непрямі [73, 74].

Прямі витрати енергії безпосередньо пов'язані з виконанням сільськогосподарських робіт. Сюди відносяться витрати енергії через працю людей, витрату паливо-мастильних матеріалів, витрати електричної енергії, вугілля, газу, дров для отримання тепла, що використовуються в процесі виробництва.

Непрямі витрати складаються з витрати енергії на виготовлення засобів виробництва: тракторів, автомобілів, сільськогосподарських машин, а також на виробництво добрив, засобів захисту рослин, посівного матеріалу.

Сукупні енергетичні витрати при використанні МТА складаються з прямих витрат пального та живої праці, а також непрямих витрат на ремонт та обслуговування агрегату [74]:

$$E_c = E_{\rm T} + E_{\mathcal{H}} + E_{\mathcal{H}} + E_{\mathcal{H}} + E_{cy}, \qquad (1.5)$$

де $E_{\rm T}$ – сумарні енергетичні витрати палива, МДж; E_{∞} – сумарні енергетичні витрати живої праці, МДж; E_{9}, E_{M}, E_{cy} – енерговитрати праці при експлуатації МТА, робочої машини та зчіпки, МДж.

Для порівняння однотипних за технологічним призначенням агрегатів доцільно проводити їх енергетичну оцінку за питомими енерговитратами:

$$E_{\rm cff} = E_{\rm cff} + \frac{E_{\mathcal{H}} + E_{\mathcal{H}} + E_{\mathcal{H}} + E_{c\mu}}{W_{\rm c}},$$
(1.6)

де *Е*_{сп} – питомі сукупні енерговитрати, МДж;

*Е*_{ст} – питомі енерговитрати палива, МДж;

*W*₂ – годинна продуктивність, га/г.

Визначити прямі та непрямі витрати енергії на виконання робіт при виробництві продукції рослинництва дозволяє енергетична оцінка, що проводиться з метою визначення балансу потужності та правильності вибору енергетичного засобу для с.-г. машини або для визначення тягової характеристики трактора [75].

Підлягають енергетичній оцінці дослідні зразки навісних, напівнавісних і причіпних с.-г. машин і знарядь в агрегаті з тракторами, самохідними шасі, а також самохідні машини, що забезпечують виконання робочого процесу, або дослідні зразки машин із приводом від двигуна внутрішнього згоряння або від електродвигуна.

При енергетичній оцінці визначають витрати потужності машиннотракторним агрегатом на виконання технологічних операцій при оптимальному і максимальному режимах роботи, які встановлюються при агротехнічній оцінці машин [76].

При енергетичній оцінці машинно-тракторного агрегату реєструють крутний момент двигуна або крутний момент на рушіях трактора; крутний момент на ВВП; частоту обертання колінчастого вала двигуна, ведучих коліс (рушіїв) і ВВП; пройдений шлях і час дослідження. Показники визначають на залікових гонах при русі в прямому і зворотному напрямках при триразовій повторності, з оцінкою якості виконання технологічного процесу.

Проаналізуємо методи та параметри енергетичної оцінки машиннотракторних агрегатів. Для сільськогосподарської техніки запроваджено ГОСТ 52777-2007 [75], що визначає такі положення.

Енергетична оцінка – це визначення витрат енергії, що споживаються сільськогосподарською машино або агрегатом на виконання технологічної операції. Відповідно, при виконанні операцій у полі процеси відбуваються циклічно. Оцінку проводять на режимах роботи, що виконуються стало.

При енергетичній оцінці сільськогосподарських машин та стаціонарних агрегатів з приводом від ДВЗ або трактора визначають такі показники:

– годинну витрату палива, G_{T} , кг/год;

– потужність, що витрачається сільськогосподарською машино або стаціонарним агрегатом, *N*, кВт;

– питомі енерговитрати, *E_{num}*, МДж/га, МДж/кг;

– тягове зусилля навісних, напівнавісних та причіпних сільськогосподарських машин, що приєднуються до трактора, *R*, H;

– потужність, що витрачається на привід робочих органів навісних, напівнавісних та причіпних сільськогосподарських машин, що приєднуються до трактора, *N*_{вви}, кВт.

Енергетична оцінка стаціонарних агрегатів із приводом від електричних двигунів додатково потребує визначення таких параметрів:

– активної та реактивної потужності, що споживається стаціонарним агрегатом;

– середнього коефіцієнта потужності, $\cos \varphi$.

Використання перерахованих параметрів можна зустріти в роботах [77–81] при аналізі функціонування автомобілів, тракторів та машиннотракторних агрегатів.

Беручи до уваги, що «енергія – скалярна фізична величина, яка є єдиною мірою різних форм руху і взаємодії матерії, мірою переходу руху матерії з одних форм в інші» [82, 83], можна стверджувати, що енергоефективність мобільних сільськогосподарських агрегатів визначається зниженням витрати палива двигуном трактора, який перетворює його в механічну роботу [84].

Тобто двигун для тракторів та машинно-тракторних агрегатів є найбільшим споживачем та перетворювачем енергії. Наявність енергетичних потужностей (мобільних машин із двигунами внутрішнього згоряння) у сільськогосподарських підприємствах України за 2012–2014 роки наведено в табл. 1.1 [85].

За останні роки спостерігається підвищення енергетичної потужності в розрахунку на підприємство, що досягається підвищенням потужності двигунів тракторів, комбайнів та самохідних машин (табл. 1.1). Це призводить до підвищення споживання паливо-мастильних матеріалів.

Збільшення виробництва сільськогосподарської продукції в умовах обмеженого забезпечення нафтопродуктами можливе тільки при задоволенні зростаючої потреби в паливі (на 75...80 %), у тому числі шляхом його економії, що дозволить скоротити енерговитратність кінцевої продукції. Зниження витрати палива може бути інтегральним показником енергетично-ефективного використання сільськогосподарських агрегатів [86, 87].

Енергетична оцінка двигунів внутрішнього згоряння за кількістю відпрацьованих мото-годин при прогнозуванні залишкового ресурсу має неоднозначні результати, тому в роботі [88] пропонуються пристрій та методика для контролю енергетичних параметрів мобільних енергозасобів (рис. 1.11).

Таблиця 1.1

Енергетичні потужності в сільськогосподарських підприємствах України за 2012–2014 роки (на кінець року, тис. кВт)

	Сільськогосподарські			У т.ч. фермерські					
	підприємства			господарства					
	2012	2013	2014	2012	2013	2014			
Енергетичні потужності – всього	39705	41651	39107	5998	6209	6193			
у тому числі									
двигуни тракторів	12498	12469	11826	2710	2799	2818			
двигуни комбайнів і самохідних машин	6158	6066	5722	1428	1450	1491			
двигуни автомобілів	11816	12246	10243	1648	1740	1545			
інші механічні двигуни	345	326	324	29	32	38			
електродвигуни і електроустановки	8874	10522	10971	181	186	299			
устаткування для виробництва відновлювальної енергії	3	12	13	1	1	1			
робоча худоба в перерахунку на механічну силу	11	10	8	1	1	1			
Енергетичні потужності в розрахунку на 1 підприємство, кВт	841	924	898	184	189	192			



Рис. 1.11. Схема пристрою контролю енергетичних параметрів мобільних енергозасобів:

1 – двигун; 2, 11 – вали двигуна та робочої машини; 3, 12 – датчики; 4, 9 – мікромагніти; 5, 8 – диски з немагнітного матеріалу; 6, 10 – напівмуфти; 7 – пружний елемент; 13 – трансмісія робочої машини Дослідження пристрою (рис. 1.11) показали його високу надійність. Використання даного пристрою дозволяє оптимально завантажити мобільний енергетичний засіб, миттєво контролювати технічний стан та з високою вірогідністю визначати остаточний моторесурс.

У якості інформаційного параметра завантаження енергетичного засобу можуть виступати два взаємопов'язаних параметри – циклова подача палива та годинна витрата палива [89]. При зміні швидкісних та навантажувальних режимів змінюються як індикаторний та механічний ККД ДВЗ, так і циклова подача палива в допустимих межах. Відповідно до цього виникають залежності зі зміною крутного моменту та швидкості обертання колінчастого валу. Для визначення даних залежностей пропонується спосіб та пристрій для контролю за двигуном щодо циклової подачі палива (рис. 1.12).



Рис. 1.12. Пристрій для контролю за двигуном щодо циклової подачі палива 1 – датчик витрати палива; 2 – ексцентрик; 3 – вал; 4 – колінчастий вал; 5 – редуктор; 6 – шток; 7, 9 – пружина; 8 – штовхач; 10 – поршень; 11 – гільза; 12 – контакт; 13 – вставка; 14, 15 – клапани; 16 – генератор імпульсів; 17 – блок ФАПЧ; 18 – електронний ключ; 19 – лічильник імпульсів; 20 – дешифратор; 21 – індикатор

Використання засобів контролю за функціонуванням МТА на базі тракторів кл. З дозволяє підвищити продуктивність у середньому на 10–15%, а витрату палива знизити на 4 % [89]. Миттєва витрата пального дозволяє визначати оптимальні швидкісні та навантажувальні режими, а також оцінити енергетичні витрати на виконання робіт.

Аналіз енергетичних засобів і умов їх роботи показав, що в основному в господарстві доцільніше використовувати трактори марки К-701, ДТ-175М, ДТ-75, Т-150 К та МТЗ-80. Раціональне агрегатування та ефективне використання енергоємного трактора в складі МТА дозволяє підвищити продуктивність праці в 1,3–2 рази в порівнянні з іншими марками менш енергонасичених тракторів [90].

Найменування витрат, МДж/га	John Deere 8340	ЛТЗ-155	Т-150 К	ДТ-75
Прямі енерговитрати	713,09	3,09 756,58		760,88
Енерговитрати, збережені в паливі	167	173	173	181
Енергоємність засобів механізації	81,72	85,42	86,64	93,12
Повні енерговитрати	962	1015	1012	1035
Енерговитрати живої праці	0,53	0,50	0,51	0,50
Повна енергоємність вирощеної продукції	65,9	71,2	70,3	73,4

Таблиця 1.2 Результати розрахунків енерговитрат на технологічну операцію

При порівняльній оцінці енерговитрат, необхідних на оранку 1 гектара грунту, табл. 1.2, видно, що агрегат, який складається з трактора John Deere 8340 та оборотного плуга, має найменші енерговитрати в порівнянні з іншими агрегатами, тобто є ресурсозберігаючим та більш перспективним.

У монографії [74] запропоновано комплексний показник ефективності використання МТА – енергетичний ККД. У МТА, використовуваних у рослинництві, енергетичний ККД перебуває в межах 0,04...0,16. Отже, тільки 4...16 % енергії спаленого двигунами палива витрачається на корисну роботу, а більша частина енергії втрачається безповоротно.

Величина енергетичного ККД МТА дозволяє за його найбільшим значенням вибирати кращий агрегат за енергетичним критерієм. Крім того, у випадку низького значення енергетичного ККД МТА за структурою його енерговитрат можна встановити причини втрат енергії палива.

Цугленок Н. В. та Журавлев С. Ю. [91] пропонують структуру енергетичних витрат під час виробництва продукції рослинництва, що має три основні складові: екологічну енергію E_e , антропогенну енергію E_a , енергію живлення ґрунту E_e . Вони вважають, що ефективне використання системи машин при виконанні технологічних операцій відноситься до другої складової енергетичних витрат. Енерговитрати на використання МТА, у свою чергу, визначаються двома складовими: основні прямі паливо-енергетичні витрати та енерговитрати, обумовлені недотриманням оптимальних параметрів та режимів роботи агрегатів. Це підтверджує необхідність створення заходів ефективного виробництва та контролю роботи МТА.

Виробництво сільськогосподарських культур супроводжується багаторазовими проходами по оброблюваному полю, що призводить до негативного впливу на структуру ґрунту, його водно-повітряний режим та розвиток ерозійних процесів, тобто знижує родючість ґрунту. У роботі [92] запропоновано оцінку енергетичних витрат від втрати урожаю, що збільшуються при відповідному переущільненні.

Основою енергозберігаючих технологій у рослинництві може бути суміщення операцій, наприклад обробка ґрунту та сівби [18, 27, 28].

Оцінюючи різні технології виробництва сільськогосподарських

культур, у тому числі розробляючи та оцінюючи перспективні технології, можна вибрати для відповідних природно-кліматичних та організаційноекономічних умов ведення галузі рослинництва найбільш ефективні технології та засоби механізації.

Виходячи з енергетичних критеріїв, перевага повинна бути віддана тій технології виробництва сільськогосподарської продукції, яка дозволяє отримувати продукцію з найбільшим коефіцієнтом енергетичної ефективності та найнижчими питомими витратами.

Значна кількість конструкцій комбінованих багатоелементних сільськогосподарських агрегатів потребує створення засобів та методів дослідження енергетичних витрат. Чимало методів та засобів створено для одноелементних машин.

Різноманіття конструкцій та компонувальних схем агрегатів потребує оцінки впливу структури на енергетичні витрати.

Проблема енергозбереження та оцінка енергоефективності сільськогосподарських агрегатів у сільському господарстві залишаються актуальними вже протягом багатьох років. Процеси виробництва продукції рослинництва пов'язані з витратою як механічної, так і інших видів енергії. Значна кількість робіт, спрямованих на дослідження енергетичних витрат, підкреслює актуальність поставлених завдань даного дослідження.

1.5. Динаміка машинно-тракторних агрегатів

Завдання чисельного моделювання динаміки довільних механічних систем у теперішній час мають найважливіше значення в багатьох галузях техніки, таких як автомобілебудування, авіація, ракетно-космічна техніка, машинобудування, робототехніка, верстатобудування та ін. [93, 94]. При дослідженні динаміки сільськогосподарських агрегатів відслідковується їх рух під впливом сил. Даному напряму досліджень присвячується значна кількість досліджень, що опубліковані в роботах [95–105].

В основу даних робіт покладена наявність неголономних (кінематичних) зв'язків між елементами трактора та агрегатованих сільськогосподарських машин. Ці зв'язки виражають залежності між швидкостями точок системи, що не зводяться до залежності між її координатами. Рівняння таких зв'язків не інтегруються. Наявність неголономних зв'язків потребує окремого підходу до побудови моделей. Суть його полягає в тому, що декомпозиція узагальненої структури системи на окремі підсистеми відбувається шляхом відокремлення неголономних зв'язків в окрему підсистему (або підсистеми). Оскільки при цьому рівняння неголономних зв'язків містять похідні узагальнених координат усіх виділених підсистем, вони об'єднують окремі неавтономні підсистеми в єдину систему.

Для формування математичної моделі системи в даному випадку використовують рівняння з множниками Лагранжу [106]:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{v}} - \frac{\partial T}{\partial q_{v}} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_{v}} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_{v}} = Q_{v} + \sum_{k=1}^{m} \lambda_{k} A_{kv};$$

$$v = 1, 2, ..., n;$$

$$\sum_{\nu=1}^{n} A_{k\nu} \dot{q}_{\nu} + A_{k} = 0;$$

$$k = 1, 2, ..., m.$$
(1.7)

де *Т*, *П* – відповідно кінетична та потенційна енергія системи;

- *F* дисипативна функція Релея;
- *q*_v узагальнені координати системи;
- *Q*_v узагальнена сила;
- λ_k невизначений множник Лагранжу;
- *A*_{*kv*} коефіцієнт рівнянь неголономних зв'язків;

v, *k* – кількість узагальнених координат та неголономних зв'язків.

Для кожної з підсистем визначають кінетичну та потенційну енергії, функцію Релея, кількість ступенів свободи та вибирають узагальнені координати. Складають рівняння голономних зв'язків, а *T*, *П* виражають функціями узагальнених координат. Далі розглядають неголономні зв'язки та отримують їх рівняння.

При визначенні узагальнених сил Q_{ν} беруть до уваги, що динамічні системи неконсервативні, та використовують відношення:

$$Q_{\nu} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \delta W_{i}}{\delta q_{\nu}}, \qquad (1.8)$$

де δW_i – робота *i* -ї сили на можливому переміщенні системи; δq_v – варіація узагальненої координати.

Дана методологія дослідження динаміки сільськогосподарських агрегатів ефективна при оцінці динамічних показників як окремих елементів, наприклад трактора [15, 99, 107–110], так і агрегату при виконанні технологічного процесу [96, 97, 100–103]. У даному випадку, оскільки динамічна система «агрегат – навколишнє середовище» достатньо складна, спочатку розробляються та в подальшому використовуються типові функціональні моделі, складені в сільськогосподарські агрегати. Для даних елементів складаються математичні моделі, що відображають динамічну систему та диференціальні рівняння, що описують їх динаміку [111, 112].

Математичні моделі, що досліджують динаміку багатоелементних машин, створені за допомогою рівнянь Лагранжу II роду, є цілісними, тобто при зміні структури або внутрішніх зв'язків машини, необхідно перебудовувати модель з початку, що призводить до підвищення витрат праці та часу на дослідження [113, 114]. Якщо кількість елементів машини більше двох та відстань від їх задніх осей до точки причепу більше нуля, не існує рішення для рівнянь Лагранжу II роду в такому випадку [115].

Сучасне математичне моделювання динаміки мобільних машин ґрунтується на таких важливих принципах (рис. 1.13) [99]. Розглянемо ці принципи.



Рис. 1.13. Принципи побудови розрахункової динамічної моделі мобільної машини

Принцип взаємопов'язаності відображає взаємний вплив елементів машини – двигун, трансмісія, підвіска, рушій – як один на одного, так і на експлуатаційні якості машини, удосконалення яких неможливе без знань та математичного опису взаємозв'язків, які відображають реальні умови функціонування системи.

Принцип модульності відображає можливість та необхідність розробки окремих математичних моделей (модулів) основних підсистем (елементів) машини, наприклад для трактора: двигуна (силового агрегату), трансмісії, системи підресорювання, рушіїв.

Принцип урахування збурюючих впливів відображає необхідність задання та математичного опису впливів із боку водія (оператора, механізатора) на органи керування машини (подача палива, гальмування, перемикання передач, тощо), а також на машину із боку зовнішнього середовища.

Перераховані принципи є основними. Однак для більш високого якісного рівня реалізації основних принципів іноді враховують додаткові: принципи врахування нелінійних факторів, принципи відповідності частотних діапазонів та комплексності.

Принцип урахування нелінійних факторів обумовлений наявністю в динамічній системі машини елементів із нелінійними характеристиками (двигун, деталі трансмісії із зазорами, демпфери коливань тощо), що суттєво змінюють як якісні, так і кількісні показники процесів, що відбуваються. Математична модель повинна враховувати нелінійні характеристики елементів для підвищення точності розрахунків.

Принцип відповідності частотних діапазонів відображає відповідність ступеня деталізації розрахункової схеми, а отже, спектра власних коливань, з частотним діапазоном найважливіших (визначаючих) збурюючих факторів.

Принцип комплексності відображає необхідність побудови такої математичної моделі, при якій завдання тягової динаміки, паливної економічності. плавності руху вирішуються 3 урахуванням впливу вузлів і підсистем машини характеристик окремих та процесів, ШО відбуваються в динамічній системі.

Найчастіше під час дослідження динаміки машин їх остови та елементи розглядають як тверді тіла. Рівняння динаміки твердого тіла, вільного від зв'язків, із локальною системою координат у центрі мас має вигляд [116]:

$$\begin{cases} m_i \mathbf{a}_i^{(0)} = \mathbf{f}_i^{(0)}, \\ \mathbf{J}_i^{(i)} \mathbf{\varepsilon}_i^{(i)} + \mathbf{W}_i^{(i)} \mathbf{J}_i^{(i)} \mathbf{\omega}_i^{(i)} = \mathbf{L}_i^{(i)}, \end{cases}$$
(1.9)

де *m* – маса тіла;

а – прискорення;

f – вектор результуючої сили (доданок активних та реактивних сил);

Ј – тензор інерції;

ε – вектор кутових прискорень;

W – кососиметрична матриця проекцій кутових швидкостей;

L – вектор результуючого моменту (доданок активних та реактивних моментів відносно центра мас), верхній індекс у скобках позначає систему координат, у якій задано точки та вектори.

Перше рівняння (1.9) записане в глобальній системі координат (СК) (верхній індекс, що позначає систему координат векторів, нульовий), а друге – в локальній СК тіла, оскільки тензор інерції в глобальній СК залежить від положення тіла.
Динаміка сільськогосподарських агрегатів з елементами, що змінюють масу під час виконання технологічних операцій, накладає обмеження на використання рівнянь динаміки (1.9) для їх дослідження [117]. Однак система (1.9) дозволяє формувати рівняння для одноелементних машин [118].

Для завдання в узагальнених координатах [119] при використанні принципу можливих переміщень, робота реактивних сил та моментів дорівнює нулю. На підставі цього з (1.9) отримаємо рівняння руху системи тіл без кінематичних зв'язків:

$$\sum \left(\mathbf{C}_{i}^{(0)} \left(m_{i} \mathbf{a}_{i}^{(0)} - \mathbf{f}_{i}^{\prime(0)} \right) + \mathbf{B}_{i}^{(i)} \left(\mathbf{J}_{i}^{(i)} \boldsymbol{\varepsilon}_{i}^{(i)} + \mathbf{W}_{i}^{(i)} \mathbf{J}_{i}^{(i)} \boldsymbol{\omega}_{i}^{(i)} - \mathbf{L}_{i}^{\prime(i)} \right) \right) = 0, \qquad (1.10)$$

де **В** та **С** – матриці, що використовуються для зв'язку абсолютних переміщень, швидкостей, прискорень та узагальнених координат;

f' – вектор результуючої активної сили;

L' – вектор результуючого активного моменту.

Для обчислення матриці **В** використовується матриця переходу з локальної СК. Для її знаходження необхідне задання орієнтації тіла в просторі. Для цього використовуються різні системи кутів орієнтації або кватерніони [120]. У пакеті ФРУНД [121] використовуються інтегровані кінематичні рівняння Ейлера та задаються кути, за якими будується матриця переходу з локальної СК.

Оскільки матриці **В** та **С** залежать від положення локальної системи координат, рівняння для опису руху твердого тіла можна записати в узагальнених координатах [119], що мають вигляд:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q},t)\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{k}(\dot{\mathbf{q}},\mathbf{q},t) = \mathbf{g}(\dot{\mathbf{q}},\mathbf{q},t), \qquad (1.11)$$

де M – узагальнена матриця мас, що залежить від матриці інерції та матриць B і C;

q, **q̇**, **q̈** – узагальнені координати, швидкості та прискорення;

k – вектор сил інерції;

g – вектор узагальнених сил.

При наявності кінематичних пар у систему додаються рівняння зв'язку, що мають вигляд алгебраїчних рівнянь:

$$d_i(\mathbf{q},t) = 0, \ i = 1,2,...,k,$$
 (1.12)

де k - кількість рівнянь зв'язку.

Рівняння (1.12) у матричній формі можна записати, як D(q,t)=0. Після подвійного диференціювання отримаємо рівняння другого порядку:

$$\mathbf{D}_{a}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}_{a}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}_{t} = 0, \qquad (1.13)$$

де
$$\mathbf{D}_q = (d_{ij}) -$$
Якобіан $d_{ij} = \left(\frac{\partial d_i}{\partial q_j}\right).$

Для виконання принципу можливих переміщень при наявності рівнянь зв'язку (1.13) вводяться множники Лагранжу λ , і вираз (1.10) набуває вигляду:

$$\sum \left(\mathbf{C}_{i}^{(0)} \left(m_{i} \mathbf{a}_{i}^{(0)} - \mathbf{f}_{i}^{\prime(0)} \right) + \mathbf{B}_{i}^{(i)} \left(\mathbf{J}_{i}^{(i)} \boldsymbol{\varepsilon}_{i}^{(i)} + \mathbf{W}_{i}^{(i)} \mathbf{J}_{i}^{(i)} \boldsymbol{\omega}_{i}^{(i)} - \mathbf{L}_{i}^{\prime(i)} \right) \right) = \mathbf{D}_{q}^{T} \boldsymbol{\lambda} .$$
(1.14)

При цьому рівняння руху системи тіл з кінематичними парами мають вигляд:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q},t)\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{k}(\dot{\mathbf{q}},\mathbf{q},t) = \mathbf{g}(\dot{\mathbf{q}},\mathbf{q},t) + \mathbf{D}_{q}^{T}\boldsymbol{\lambda}.$$
(1.15)

Аналогічні викладки для абсолютних координат приводять до системи диференціально-алгебраїчних рівнянь в формі Лагранжу I роду [123, 124]. При зміні знаку множників Лагранжу отримаємо систему рівнянь із симетричною матрицею:

$$\begin{cases} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{D}_{x}^{T}\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{f}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, t), \\ \mathbf{D}_{x}\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{h}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}), \end{cases}$$
(1.16)

де **М** – матриця інерції, що не залежить від положення тіла; **х** – вектор абсолютних координат.

Система рівнянь (1.16) у матричному вигляді записується таким чином:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{D}_{x}^{T} \\ \mathbf{D}_{x} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{h} \end{pmatrix}.$$
 (1.17)

Матриця системи (1.17) є розрідженою. За умови присутності замкнутих контурів у структурі моделі і у випадку наявності надлишкових зв'язків ця матриця буде виродженою. Для розрахунку таких систем (1.17) застосовують методи, де використовують псевдозворотні матриці для рішення системи лінійних алгебраїчних рівнянь із матрицями неповного рангу [124], заміну кінематичних пар на податливі зв'язки [125], заміну частин розрахункової схеми на еквівалентну, але без надлишкових зв'язків [126].

Наведений метод складання рівнянь динаміки (1.12)–(1.17) дозволяє автоматизувати побудову рівнянь, але при зміні структури досліджуваної машини рівняння необхідно будувати із самого початку.

В останнє десятиріччя дослідники вирішували завдання, що поєднують довільний просторовий рух пружних конструкцій та їх великі відносні деформації, а також з'єднання абсолютно твердих та пружних тіл в одиничній розрахунковій схемі [127, 128].

Можна виділити п'ять методів формування рівнянь динаміки багатоелементних машин [126]:

– метод Лагранжу, що базується на рівняннях Лагранжу II роду та описі кінематики системи матрицями (1.9), (1.10) [129-132];

– модифікований метод Лагранжу, що заснований на рівняннях Лагранжу та рекурентному описі кінематики механічної системи [133, 134];

– метод Ейлеру, що базується на використанні другого закону динаміки та принципу Д'Аламберу [135, 136];

метод Гауса, що базується на принципі найменшого примушення [137, 138];
метод зв'язних графів [126].

Результати порівняльного аналізу методів динаміки наведено в табл. 1.3.

Таблиця 1.3

	Механічні системи			·□	Результат обчислення		
Метод	голономні	неголономні	із замкнутими контурами	Електричн системи	Замкнуті системи диф. рівнянь	Рекурентні рівняння	Чисельні
Лагранжу	+	-	+	+	+	-	-
Модифікований	+	-	-	+	+	_	-
метод							
Лагранжу							
Ейлера	+	-	-	-	-	+	-
Гауса	+	+	+	-	-	-	+
Зв'язаних графів	+	+	+	+	+		-

Аналіз методів побудови та рішення рівнянь динаміки

Метод зв'язаних графів пропонується як теоретична основа для дослідження динаміки та алгоритмів автоматизованого моделювання мехатронних систем [126].

Розвиткок теорії ґрунтообробки з представленням ґрунту як вагового непружного ідеально-зв'язного суцільного середовища, напружений стан якого описаний квазілінійною системою рівнянь в частинних похідних гіперболічного типу, розглядався в роботі проф. Мельника В. І. [139]. Запропоновані в роботі результати можна використовувати для дослідження впливу ґрунту на динаміку рушіїв мобільних машин та робочі органи сільськогосподарських машин.

Одним зі способів дослідження динаміки мобільних машин є «метод парціальних прискорень», запропонований групою науковців ХНАДУ та ХНТУСГ [140, 141]. Розроблено метод, побудований на зворотному переході від векторної суми сил у просторі до векторної суми прискорень у просторі.

Метод парціальних прискорень ефективно використовується при

дослідженні динаміки транспортних машин [140–144] та мобільних сільськогосподарських агрегатів [145, 146]. У даних роботах відзначається перспективність використання методу під час досліджень динаміки автомобілів та тракторів при виконанні одноопераційних технологічних процесів. У той же час необхідно вказати на відсутність досліджень із використанням методу парціальних прискорень, комбінованих сільськогосподарських агрегатів.

Таким чином, розглядаючи комбіновані сільськогосподарські агрегати як багатоелементні (багатомасові) механічні системи, необхідно вирішити наукову проблему динаміки даних систем при одночасному переміщенні за трьома координатами (повздовжня, поперечна та вертикальна) із довільним поєднанням елементів системи. Дослідження даних систем потребує розробки концепції формування рівнянь динаміки з урахуванням зміни структур та способів агрегатування машин і агрегатів.

Методології формування рівнянь динаміки машинно-тракторних агрегатів не можуть бути використані під час дослідження агрегатів зі змінними структурами, тому що не дозволяють змінювати математичну модель у залежності від схеми агрегатування елементів багатоелементних комбінованих агрегатів.

1.6. Аналіз вимірювальних систем оцінки енергозберігаючого функціонування машинно-тракторних агрегатів

Проблема створення вимірювальних систем параметрів функціонування мобільних машин сільськогосподарського призначення з'явилася практично одночасно зі створенням трактора. Спочатку вимірювальні системи були призначенні для підвищення експлуатаційних якостей машинно-тракторних агрегатів та базувались в основному на механічних лічильно-обчислювальних елементах [147, 148]. Недостатня точність даних пристроїв не дозволяє ефективно їх використовувати на тракторах при підвищених швидкостях руху. Раніше була доведена [149] перспективність досліджень за оптимального керування тракторним агрегатом за допомогою самоналагоджувальних систем. У даній роботі вперше була оцінена динаміка тягового ККД трактора, що дозволяє оптимізувати режими його роботи при неусталеному навантаженні.

Дослідження динаміки функціонування машинно-тракторних агрегатів потребують визначення параметрів стану машини як у цілому, так і окремих її елементів у тому числі енергетичних показників. Для експериментальних досліджень науковцями розроблялись вимірювальні пристрої та системи [150–155]. Деякі з них є універсальними [156–160], інші спеціалізованими [146, 160–164]. Використовуються системи, які зчитують параметри функціонування з діагностичних інтерфейсів [165, 166] та віртуальні системи [167–169].

В ФГНУ «РосНИИТиМ» розроблено вимірювальну інформаційну систему ИП-256М для виміру та розрахунків даних при енергетичних і тягових випробуваннях тракторів та сільськогосподарських машин [170]. Загальний вигляд вимірювальної системи наведено на рис. 1.13. Коротку технічну характеристику наведено в табл. 1.4.



Рис. 1.13. Вимірювальна інформаційна система ИП-256М

Вимірювальна система (табл. 1.2) має обмежену кількість аналогових (спеціалізованих) каналів, до яких можуть бути приєднані датчики температури, тензометричні ланки та 8 дискретних входів.

Таблиця 1.4

Параметр	Значення
Кількість вимірювальних каналів:	
– аналогових:	
температурних	3
тензометричних	2
– дискретних	8
Межі вимірів аналогових каналів:	
– температурних, °С	0120
– тензометричних, мВ	-15+15
Напруга живлення тензометричних датчиків, В	3
Напруга живлення ВІС ИП-256М, В	12

Коротка технічна характеристика вимірювальної інформаційної системи ИП-256М

Наразі виробниками напівпровідникових приладів створено достатню кількість датчиків фізичних величин, тому для інформаційної системи ИП-256М достатньо лише аналогово-цифрового перетворювача та мікроконтролера.

Групою науковців розроблено систему збору та обробки даних, що базується на промисловому персональному комп'ютері Dewe-2010 PC [171, 172]. Запропонована система збору даних включає систему глобального позиціювання з диференціальним корегуванням (DGPS-RTK) завдяки базовим станціям. При цьому обробка та збереження даних цією системою відбувається в реальному часі. Такою вимірювальною системою оснащували трактор Massey

Ferguson 3060 (рис. 1.14). Додатковими особливостями даної системи є конструкція датчика тягового зусилля та датчика крутного моменту на колесах трактора, що потребують втручання в конструкцію трактора та використання дорогої системи DGPS-RTK.



Рис. 1.14. Розташування датчиків вимірювальної системи Dewe-2010 PC на тракторі Massey Ferguson 3060:

1 – датчик тягового зусилля; 2 – датчик крутного моменту ВВП; 3 – трьохточковий датчик зусилля в навісці; 4 – датчик крутного моменту на колесі; 5 – датчик глибини обробки ґрунту; 6 – вимірювальна система Dewe-2010 PC; 7 – радіо модем; 8 – датчик швидкості обертання колеса; 9 – антена DGPS; 10 – датчик кутів нахилу трактора; 11 – датчик дійсної швидкості руху; 12 – датчик витрати палива; 13 – супутник GPS; 14 – базова станція DGPS

Достатня кількість датчиків, установлених на трактор, дозволила визначати: географічне положення машини, параметри місцевості, якість обробітку ґрунту та тягові характеристики трактора. Система збору даних на базі комп'ютеру Dewe-2010 PC є одноразовою розробкою та використовується лише на одному тракторі.

Для визначення поздовжніх, бокових і вертикальних прискорень у процесі рушання з місця і розгону сільськогосподарського агрегату кафедра тракторів і автомобілів ХНТУСГ ім. П. Василенка та кафедра технології машинобудування і ремонту машин ХНАДУ розробили мобільний вимірювальний комплекс (рис. 1.15), який складається з давачів прискорень

Freescale Semiconductor мод. MMA7260QT і ноутбука для обробки та зберігання даних, отриманих під час експерименту [146, 173, 174].



Рис. 1.15. Мобільний вимірювальний комплекс

мобільному Як датчики вимірювальному комплексі У використовуються МЕМС акселерометри. Мікроелектромеханічні системи (MEMC) – пристрої, що об'єднують у собі мікроелектронні та мікромеханічні Популярність MEMC акселерометрів компоненти. i гіроскопів обумовлена їх великим потенціалом для використання як у побутовій, так і в промисловій техніці [175, 176].

МЕМС датчики широко застосовуються також в автомобільній промисловості для керування подушками безпеки, в охоронній сигналізації і навігаційних системах для розрахунку пройденого шляху або визначення маршруту проходження.

Датчики мають такі особливості:

– поліпшені характеристики функціонування. Електронна частина, а також електричні канали зв'язку з датчиками та механізмами, виконані за інтегральною технологією, що мають малі розміри й дозволяють поліпшити такі характеристики, як робочі частоти, співвідношення сигнал/шум, тощо;

– високу надійність і стійкість до зовнішніх впливів;

– низьку вартість.

Датчики, які виконані за технологією МЕМС, виготовляються за тими ж технологіями, що й інтегральні мікросхеми. Акселерометр і гіроскоп складаються з двох ключових елементів: МЕМС кремнієвого мікромеханічного ємнісного сенсора, чутливого до прискорення або повороту, та схеми обробки сигналу, що перетворить вихідні сигнали цього сенсора в аналогові або цифрові сигнали (рис. 1.16). Для зменшення габаритних розмірів застосовується вертикальна конструкція розташування компонентів датчиків [177].





Принцип роботи сенсорів руху (акселерометрів і гіроскопів) заснований на вимірі зсуву інерційної маси щодо корпусу та перетворенні його в пропорційний електричний сигнал. Ємнісний метод перетворення виміряного переміщення є найбільш точним і надійним, тому ємнісні акселерометри одержали широке поширення. Ємнісний акселерометр складається з різних пластин, одні з яких є стаціонарними, а інші вільно переміщаються всередині корпусу. При цьому ємності включені в контур резонансного генератора. Під дією прикладених керуючих електричних сигналів підвішена маса робить коливання і між пластинами утворюється конденсатор, величина ємності якого залежить від відстані між ними. Під впливом сили прискорення ємність конденсатора замінюється (рис. 1.17).



Рис. 1.17. Топологія МЕМС датчика

43

У конструкції МЕМС сенсорів акселерометрів і гіроскопів використовується камертонна система електродів, при якій дві підвішені маси роблять коливання по протилежних осях.

Із появою кутової швидкості сила Коріоліса прикладається в протилежних напрямках. При цьому вимірювана диференціальна ємнісна складова пропорційна куту переміщення. При лінійному прискоренні вектори доданка сил для обох мас діють в одному напрямку і диференціальна різниця дорівнює нулю. У МЕМС сенсорах фізичне переміщення маси рухливих електродів перетвориться в електричний сигнал за рахунок ємнісного перетворення.

Акселерометри ST, залежно від моделі, здатні вимірювати прискорення або вібрацію в одному або одночасно двох і трьох напрямках. Значення зсуву вимірюється та залежно від типу вихідного інтерфейсу перетворюється в аналоговий або цифровий вихідний сигнал. На рис. 1.18 наведено функціональну схему й ключові характеристики датчиків із цифровим виходом. У табл. 1.5 наведено основні характеристики акселерометрів [177].



Рис. 1.18. Функціональна схема цифрового акселерометра ST

Таблиця 1.5

Виробник	Датчик	Ціна, \$	Діапазон, ± g	Нелінійність, %	Густина шуму, µg/√Гц
Analog Devices	ADXL335	4,46	3	0,3	150
StMicroelectronics	LSM303DLM	5,27	2,4,8	0,4	218
Analog Devices	ADXL325	3,73	5	0,2	250
StMicroelectronics	LIS344ALH	5,89	2,6	0,5	50
Analog Devices	ADXL345	4,56	2,4,8,16	0,5	290 х, у – осі, 430 z-вісь
Invensense	MPU-6000	15,00	2,4,8,16	0,5	400
Invensense	MPU-9150	17,00	2,4,8,16	0,5	400

Технічні характеристики МЕМС акселерометрів

Наразі тривісний цифровий MEMC акселерометр та компас LSM303DLM забезпечують високу точність і стабільність із 16-розрядним перетворенням та є найбільш тонким у світі серед подібних пристроїв. Товщина його корпусу становить усього 0,75 мм, а площа – 3х5 мм.

Основним призначенням інерційних датчиків – є вимір прискорення. Однак на їхній основі також можна вимірювати нахил, рух об'єкта, визначити положення в просторі, силу ударів і вібрацію.



Рис. 1.19. Розташування базових осей чутливості МЕМС гіроскопа відносно корпусу

Варто зауважити, що сімейство МЕМС гіроскопів містить трьохосьові датчики (крен, тангаж та рискання). На рис. 1.19 показано напрямки чутливих осей датчика стосовно площини корпусу. Базовим параметром гіроскопів є чутливість – відношення зміни вихідного сигналу до зміни кута повороту. Технічні характеристики МЕМС гіроскопів наведено в табл. 1.6 [178].

Таблиця 1.6

Виробник	Датчик	Ціна, \$	Діапазон, ± град/с	Нелінійність, %	Густина шуму, град/с/√Гц
Invensense	MPU-3000	12,00	250, 500, 1000, 2000	0,2	0,010
Invensense	MPU-3300	12,00	225, 450	0,2	0,005
Invensense	ITG-3200	10,00	2000	0,2	0,030
StMicroelectronics	L3G4200D	10,08	250, 500, 1000, 2000	0,2	0,030
StMicroelectronics	L3GD20	10,00	250, 500, 1000, 2000	0,2	0,030
StMicroelectronics	A3G4250D	18,20	245	0,2	0,030
Invensense	MPU-6000	15,00	250, 500, 1000, 2000	0,2	0,005
Invensense	MPU-9150	17,00	250, 500, 1000, 2000	0,2	0,005

Технічні характеристики МЕМС гіроскопів

Поєднання акселерометра та гіроскопа дозволяє створювати інтегровані інерційні вимірювальні системи (Inertial Movement Units, IMU) або інерційні навігаційні системи [179–182], що використовуються при дослідженнях просторової динаміки.

Контроль технічного стану об'єктів (агрегатів, тракторів, машин) здійснюється в процесі функціонального (або тестового) діагностування, що виконується з необхідним ступенем точності на основі робочих (або тестових) впливів. Залежно від стадії процесу розрізняють операційний і приймальний контроль об'єктів. Перший проводиться під час виконання технологічного процесу (або операції), а другий – під час приймання виконаної роботи (або готової продукції). За ступенем використання засобів контролю розрізняють вимірювальний, реєстраційний, органолептичний і розрахунковий методи контролю об'єктів (або якості продукції).

Вимірювальний контроль проводиться на основі застосування технічних засобів вимірювань, а реєстраційний здійснюється за допомогою спостережень і розрахунків числа певних подій (ознак) [183].

Аналіз існуючих методів і засобів експлуатаційного контролю [184] вказує, на їх неефективність для вирішення завдань, спрямованих на підвищення рівня використання сучасного МТА, тому що вони призначені для контролю і керування режимами роботи із запізненням у часі.

МТА залишиться автоматизованою людино-машинною системою. Тому розробка нових методів і засобів експлуатаційного контролю та випробувань повинна проводитися відповідно до функціональних можливостей оператора, який приймає й переробляє інформацію і відіграє істотну роль у процесі контролю й керування МТА.

Використання сучасних вимірювальних систем зі значною кількістю напівпровідних датчиків дозволило обладнати МТА засобами експлуатаційного контролю та керування. Завдання таких систем – отримувати інформацію про стан елементів машинно-тракторного агрегату та допомагати механізатору приймати рішення щодо покращення й ефективності керування машиною чи агрегатом.

На жаль, для дослідження функціонування багатоелементних агрегатів не існує вимірювальної системи, що дозволяє визначати динамічні показники більше, ніж для двох елементів машинно-тракторних агрегатів.

2. ДИНАМІКА ПЛОСКО-ПАРАЛЕЛЬНОГО РУХУ ДВОХЕЛЕМЕНТНОГО МАШИННО-ТРАКТОРНОГО АГРЕГАТУ

Комбіновані грунтообробно-посівні агрегати становлять собою багатоелементні машинно-тракторні агрегати, які призначені для виконання обробітку грунту та передпосівного сівби. Математичні моделі, ЩО використовуються для дослідження динаміки даних агрегатів, переважно враховують рух в одній площині [101, 132, 185]. Під час дослідження плоскопаралельного руху розглядаються завдання стійкості та керованості машиннотракторних агрегатів та прямолінійності рядків посівів. Відповідно вплив нерівності опорної поверхні та коливання елементів агрегату досліджуються в поздовжньо-вертикальній площині [51]. Взаємний вплив динаміки у двох площинах на прикладі комбінованих грунтообробно-посівних агрегатів, раніше не був досліджений.

Різноманіття конструкцій та технологічних схем із різними способами агрегатування потребують підвищення кількості математичних моделей для дослідження динаміки та ефективності їх використання і, відповідно, способів агрегатування. Тому необхідно обґрунтувати методологію дослідження динаміки машинно-тракторних агрегатів довільної структури, що дозволить ефективно визначати їх характеристики при зміні структури [186, 187].

2.1. Математична модель плоско-паралельного руху двох мобільних машин

Формувати рівняння динаміки багатоелементних агрегатів можна за допомогою другого та третього закону динаміки [83, 186, 188]. Такі рівняння для багатоелементних агрегатів можна записати у вигляді [189]:

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \mathbf{f}_{ij} , \qquad (2.1)$$

де *n* – кількість узагальнених координат; *m* – маса;

r – вектор узагальнених координат;

F – вектор сил;

f – вектор реакцій зв'язку.

Із третього закону Ньютона реакції зв'язку між елементами дорівнюють чисельно, але протилежні за напрямом [190]:

$$\mathbf{f}_{ij} = -\mathbf{f}_{ji} \,. \tag{2.2}$$

Сума внутрішніх сил для кожного елемента дорівнює нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \mathbf{f}_{ij} = 0.$$
 (2.3)

Таким чином, методологія формувань рівнянь динаміки багатоелементних агрегатів довільних структур має такі кроки: визначення кількості досліджуваних елементів, обґрунтування силових та кінематичних зв'язків (2.2), (2.3), складання рівнянь динаміки (2.1), [135, 189].

Дослідимо процеси спільного руху енергетичного та технологічного модулів МТА та розглянемо узагальнену математичну модель руху першого з них. При дослідженні взаємодії енергетичного та технологічного модулів у процесі руху як базова прийнята математична модель руху гусеничної машини як найбільш проста з погляду математичного опису [191, 192].

При моделюванні руху мобільної машини (MM) на місцевості використовується єдина для режимів прямолінійного руху та режимів повороту модель руху на рівній горизонтальній поверхні із заданими характеристиками ґрунту (рис. 2.1). Нерухлива (земна, глобальна) система координат (X, Y) використовується для визначення траєкторії руху MM.



Рис. 2.1. Динамічна модель руху мобільної машини: $V_{_{M}}$ – дійсна швидкість руху машини; F_1 , F_2 – сили тяги на лівому і правому бортах; ρ_o – дійсний радіус повороту; F_c – сила опору бічному зсуву; M_c – момент опору повороту

Для визначення напрямку дії сил на корпус мобільної машини використовується зв'язана система координат (x, y, Q). Похідні координат (x, y, Q) мають такий фізичний зміст: \dot{x} – швидкість у поздовжньому напрямку; \dot{y} – швидкість у поперечному напрямку (за позитивний напрямок приймається рух уліво); \dot{Q} – кутова швидкість повороту (за позитивний напрямок приймається поворот за годинниковою стрілкою). Поточне значення Q – курсового кута відлічується від осі Y за годинниковою стрілкою.

Координати мобільної машини в нерухливій системі координат визначаються в результаті розв'язання системи диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \dot{X} = \dot{x}\cos Q + \dot{y}\sin Q, \\ \dot{Y} = \dot{x}\sin Q - \dot{y}\cos Q. \end{cases}$$
(2.4)

Система диференціальних рівнянь руху машини на місцевості в прийнятих координатах має вигляд [192]:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{M} (F_1 + F_2) - \dot{y}\dot{Q} - g(f_{c_{\pi}}) \text{sign } \dot{x}, \\ \ddot{y} = \dot{x}\dot{Q} - \frac{F_c}{M}, \\ \ddot{Q} = \frac{1}{I_M} \left[(F_1 - F_2) \frac{B}{2} - M_c \right], \end{cases}$$
(2.5)

де $g = 9,81 \frac{M}{c^2}$ – прискорення вільного падіння;

 f_{co} – сумарний від ґрунту та ходової частини коефіцієнт опору руху; F_1 , F_2 – сили тяги на правому і лівому бортах, можуть бути визначені з розв'язку моделі кінематичної та силової взаємодії моторно-трансмісійної установки з корпусом машини через систему «рушій–ґрунт»;

F_c – сумарна сила опору бічному зсуву;

*М*_{*c*} – сумарний момент опору повороту.

Сила F_c і момент M_c залежать від поперечних сил:

$$F_{c} = \mu_{c} \left[M \cdot g \cdot \chi + \frac{3 \cdot H}{L} F_{x} (1 - \chi^{2}) \right] \cdot \operatorname{sign} \dot{Q};$$

$$M_{c} = \mu \left[\frac{M \cdot g \cdot L}{4} (1 - \chi^{2}) + F_{x} \cdot H \cdot \chi^{3} \right] \cdot \operatorname{sign} \dot{Q} + F_{c} \cdot H \cdot f_{c\pi} \cdot \operatorname{sign} \dot{x},$$
(2.6)

де μ_c – поточне значення коефіцієнта опору повороту; χ – відносна величина зсуву центра повороту в поздовжньому напрямку; F_x – сумарна горизонтальна сила, що діє в поздовжньому напрямку:

$$F_x = F_1 + F_2 - Mgf \cdot \operatorname{sign} \dot{x}, \qquad (2.7)$$

Відносна величина зсуву центра повороту в поздовжньому напрямку:

$$\chi = \frac{2 \cdot \dot{Y}}{L \cdot \dot{Q}}.$$
(2.8)

Якщо величина зсуву центра повороту більше половини довжини опорної поверхні, то χ покладається рівним ±1, тобто:

$$-1 \le \chi \le 1. \tag{2.9}$$

Коефіцієнт опору повороту є емпіричною функцією радіуса повороту та визначається для великих та малих радіусів окремо. У загальному випадку величина коефіцієнта опору повороту визначається так:

$$\mu_{C} = \begin{cases} \mu_{C1}, & \text{якщо} \quad \mu_{C1} > \mu_{C2} \\ \mu_{C2}, & \text{інакше,} \end{cases}$$
(2.10)

$$\mu_{C1} = \frac{\mu_{CMAX}}{0,905 + 0,095 \frac{\rho_{\pi}}{L}};$$
(2.11)

$$\mu_{C2} = \frac{0.81 \cdot \mu_{c \max}}{0.965 + 0.035 \frac{\rho_{\Pi}}{L}},$$
(2.12)

де $\mu_{c \max}$ – максимальне значення коефіцієнта опору повороту (характеристика ґрунту);

 ρ_{∂} – дійсний радіус повороту:

$$\rho_{\pi} = \frac{\dot{x}}{\dot{Q}}.$$
(2.13)

Математична модель (2.5 – 2.13) розглядається, як узагальнена модель гусеничного трактора в складі орного агрегату [192].

Трактор як енергетичний модуль може агрегатуватися з різними сільськогосподарськими машинами. Вони приєднуються до трактора в місцях навіски. Існують трактори із задньою, передньою та боковими навісками [51]. Розглянемо динамічну модель трактора з передньою та задньою навісками на прикладі плоскої моделі.

Додаємо в модель руху мобільної машини зовнішні вузли на відстані L_1 і L_2 від центра мас уздовж поздовжньої осі, до яких надалі буде приєднуватися технологічне обладнання. Для кожного з вузлів призначимо локальну систему координат, що збігається за напрямом із локальною системою координат мобільної машини. Таким чином, сформована трьохвузлова модель руху мобільної машини (рис. 2.2).



Рис. 2.2. Трьохвузлова модель руху мобільної машини: O_1, O_2 – точки приєднання технологічних модулів; L_1, L_2 – відстані від центра мас машини до точок приєднання технологічних модулів

Відповідно до теореми про миттєвий центр швидкостей [193] сформулюємо вираження для визначення швидкостей руху вузлів 1 і 2:

$$\begin{cases} \dot{X}_{1} = \dot{X}_{0}, \\ \dot{Y}_{1} = \dot{Y}_{0} - \dot{Q} \cdot L_{1}, \\ \dot{X}_{2} = \dot{X}_{0}, \\ \dot{Y}_{2} = \dot{Y}_{0} + \dot{Q} \cdot L_{2}, \end{cases}$$
(2.14)

де \dot{X}_0 , \dot{Y}_0 – швидкість центра мас MM у глобальній системі координат.

Для формування основних рівнянь зв'язків, виходячи з (2.14), визначимо величини прискорень вузлів 1 і 2 у глобальній системі координат:

$$\begin{cases} \ddot{X}_{1} = \ddot{X}_{0} + \ddot{Q} \cdot L_{1} \cdot \sin Q + \dot{Q}^{2} \cdot L_{1} \cos Q, \\ \ddot{Y}_{1} = \ddot{Y}_{0} - \ddot{Q} \cdot L_{1} \cdot \cos Q + \dot{Q}^{2} \cdot L_{1} \sin Q, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ddot{X}_{2} = \ddot{X}_{0} - \ddot{Q} \cdot L_{2} \cdot \sin Q - \dot{Q}^{2} \cdot L_{2} \cos Q, \\ \ddot{Y}_{2} = \ddot{Y}_{0} + \ddot{Q} \cdot L_{2} \cdot \cos Q + \dot{Q}^{2} \cdot L_{2} \sin Q, \end{cases}$$
(2.15)
$$(2.16)$$

де \ddot{X}_0 , \ddot{Y}_0 – прискорення центра мас MM у глобальній системі координат:

$$\begin{cases} \ddot{X}_0 = \ddot{x}_0 \cdot \cos Q + \ddot{y}_0 \cdot \sin Q - \dot{x}_0 \dot{Q} \sin Q + \dot{y}_0 \dot{Q} \cos Q, \\ \ddot{Y}_0 = \ddot{x}_0 \cdot \sin Q - \ddot{y}_0 \cdot \cos Q + \dot{x}_0 \dot{Q} \cos Q + \dot{y}_0 \dot{Q} \sin Q. \end{cases}$$
(2.17)

Розглянемо силовий баланс системи, що складається з енергетичного та технологічного модулів для загального випадку плоского руху (рис. 2.3).



Рис. 2.3. Динамічна модель енергетичного та технологічного модулів: F_{ij} – тягові зусилля на мобільній тяговій машині та технологічному модулі, *i* – номер машини, *j* – індекс борту; M_{ci} – момент опору повороту; F_{ci} – сила опору бічному зсуву; R_x , R_y – проекції вектора реактивної сили, що діє в зчіпному пристрої, на осі X, Y; O_1 , O_2 – центри мас першого та другого модуля; O_{12} – задня точка з'єднання першого модуля; O_{21} – передня точка з'єднання другого модуля

У процесі взаємодії машини з технологічним модулем у місці зчеплення виникають реактивні сили, рівні за модулем та протилежні за напрямком, переданому зчіпкою, зусилля. Таким чином, формуючи рівняння руху, можна відкинути одну з машин, замінивши її вплив реактивною силою.

Рівняння руху першого елемента (енергетичного модуля) можна визначити:

$$\begin{cases} m_{1} \cdot \ddot{x}_{1} + R_{x} \cdot \sin Q_{1} + R_{y} \cdot \cos Q_{1} = F_{x1}, \\ m_{1} \cdot \ddot{y}_{1} + R_{x} \cdot \cos Q_{1} - R_{y} \sin Q_{1} = F_{y1}, \\ I_{1} \ddot{Q}_{1} + R_{x} L_{1} \cos Q_{1} - R_{y} L_{1} \sin Q_{1} = M_{Q1}, \end{cases}$$
(2.18)

де *m*₁ – маса першої машини;

 F_{x1} – узагальнена сила, що діє на першу машину в поздовжньому напрямку, яка визначається за формулою (2.7):

$$F_{x1} = F_{11} + F_{12} - m_1 \cdot g \cdot f_{C\mathcal{A}} \cdot \operatorname{sign}(\dot{x}_1);$$
(2.19)

 F_{y1} – узагальнена сила, що діє на першу машину в поперечному напрямку, яка дорівнює силі опору бічному зсуву (2.6) і протилежна їй за напрямом:

$$F_{y1} = -F_{C1}; (2.20)$$

*M*_{*Q1*} – узагальнений момент першої машини, який визначається відповідно до формули (2.6):

$$M_{Q1} = \left(F_{11} - F_{12}\right)\frac{B}{2} - M_{C1}.$$
(2.21)

Система рівнянь руху другого елемента (технологічного модуля):

$$\begin{cases} m_2 \cdot \ddot{x}_2 + R_x \cdot \sin Q_2 + R_y \cdot \cos Q_2 = F_{x2}, \\ m_2 \cdot \ddot{y}_2 + R_x \cdot \cos Q_2 - R_y \sin Q_2 = F_{y2}, \\ I_2 \ddot{Q}_2 - R_x L_2 \cos Q_2 + R_y L_2 \sin Q_2 = M_{Q2}, \end{cases}$$
(2.22)

де m_2 – маса другої машини;

 F_{x2} – узагальнена сила, що діє на другу машину в поздовжньому напрямку, яка визначається зі співвідношення (2.7):

$$F_{x2} = F_{21} + F_{22} - m_2 \cdot g \cdot f_{C\Pi} \cdot \text{sign}(\dot{x}_2); \qquad (2.23)$$

 F_{y2} – узагальнена сила, що діє на другу машину в поперечному напрямку, яка дорівнює силі опору бічному зсуву (2.6) і протилежна їй за напрямом:

$$F_{y2} = -F_{C2}; (2.24)$$

*M*_{*Q2*} – узагальнений момент другої машини, який визначається відповідно до (2.6):

$$M_{Q2} = \left(F_{21} - F_{22}\right)\frac{B}{2} - M_{C2}.$$
(2.25)

Як рівняння кінематичних зв'язків використовуємо очевидну рівність проекцій лінійних прискорень на осі *X* і *Y*:

$$\begin{cases}
\ddot{X}_{12} = \ddot{X}_{21}, \\
\ddot{Y}_{12} = \ddot{Y}_{21},
\end{cases}$$
(2.26)

де \ddot{X}_{ij} – прискорення і-го вузла j-ї машини в напрямку осі X; \ddot{Y}_{ij} – прискорення і-го вузла j-ї машини в напрямку осі Y.

Вирішуючи спільно рівняння (2.18), (2.22) і рівняння зв'язку (2.26), одержуємо таку систему диференціальних рівнянь руху багатоелементного агрегату:

$$\begin{cases} m_{1} \cdot \ddot{x}_{1} + R_{x} \cdot \sin Q_{1} + R_{y} \cdot \cos Q_{1} = F_{x1}; \\ m_{1} \cdot \ddot{y}_{1} + R_{x} \cdot \cos Q_{1} - R_{y} \sin Q_{1} = F_{y1}; \\ I_{1}\ddot{Q}_{1} + R_{x}L_{1} \cos Q_{1} - R_{y}L_{1} \sin Q_{1} = M_{Q1}; \\ m_{2} \cdot \ddot{x}_{2} + R_{x} \cdot \sin Q_{2} + R_{y} \cdot \cos Q_{2} = F_{x2}; \\ m_{2} \cdot \ddot{y}_{2} + R_{x} \cdot \cos Q_{2} - R_{y} \sin Q_{2} = F_{y2}; \\ I_{2}\ddot{Q}_{2} - R_{x}L_{2} \cos Q_{2} + R_{y}L_{2} \sin Q_{2} = M_{Q2}; \\ \ddot{x}_{1} \cdot \cos Q_{1} + \ddot{y}_{1} \cdot \sin Q_{1} - \dot{x}_{1}\dot{Q}_{1} \sin Q_{1} + \dot{y}_{1}\dot{Q}_{1} \cos Q_{1} + \ddot{Q}_{1} \cdot L_{1} \cdot \\ \cdot \sin Q_{1} + \dot{Q}_{1}^{2} \cdot L_{1} \cos Q_{1} - \ddot{x}_{2} \cdot \cos Q_{2} - \ddot{y}_{2} \cdot \sin Q_{2} + \dot{x}_{2}\dot{Q}_{2} \cdot \\ \cdot \sin Q_{2} - \dot{y}_{2}\dot{Q}_{2} \cos Q_{2} + \ddot{Q}_{2} \cdot L_{2} \cdot \sin Q_{2} + \dot{Q}_{2}^{2} \cdot L_{2} \cos Q_{2} = 0; \\ \ddot{x}_{1} \cdot \sin Q_{1} - \ddot{y}_{1} \cdot \cos Q_{1} + \dot{x}_{1}\dot{Q}_{1} \cos Q_{1} + \dot{y}_{1}\dot{Q}_{1} \sin Q_{1} - \ddot{Q}_{1} \cdot L_{1} \cdot \\ \cdot \cos Q_{1} + Q_{1}^{2} \cdot L_{1} \sin Q_{1} - \ddot{x}_{2} \cdot \sin Q_{2} + \ddot{y}_{2} \cdot \cos Q_{2} - \dot{x}_{2}\dot{Q}_{2} \cdot \\ \cdot \cos Q_{2} - \dot{y}_{2}\dot{Q}_{2} \sin Q_{2} - \ddot{Q}_{2} \cdot L_{2} \cdot \cos Q_{2} + \dot{Q}_{2}^{2} \cdot L_{2} \sin Q_{2} = 0. \end{cases}$$

$$(2.27)$$

У результаті розв'язку (2.27) одержимо рішення:

$$\vec{D} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_{1} \\ \ddot{y}_{1} \\ \ddot{Q}_{1} \\ \ddot{x}_{2} \\ \ddot{y}_{2} \\ \ddot{y}_{2} \\ \ddot{Q}_{2} \\ R_{x} \\ R_{y} \end{bmatrix}$$
(2.28)

Якщо інтегрувати величини прискорень енергетичного та технологічного модулів і підставити у вираз (2.17) значення лінійних швидкостей і курсового

кута, одержимо швидкості руху першої та другої машин у глобальній системі координат. Наступні інтегрування дозволять одержати величини переміщень для обох машин і визначити їхні координати на місцевості.

Запропонована методологія моделювання функціонування багатоелементних мобільних машин на плоскій горизонтальній поверхні може бути використана для машин із будь-яким типом рушіїв та для будь-якої кількості одночасно зчеплених машин. Вона дозволяє автоматизувати процес складання математичних моделей спільного руху мобільних машин, що у свою чергу дозволяє знизити витрати часу на формування рівнянь руху елементів системи.

2.2. Результати теоретичного дослідження руху двох тракторів по синусоїді

Проведемо дослідження руху двох тракторів по синусоїді. Під час дослідження математичної моделі спільного руху двох тракторів ((2.27), див. розд. 2.1) як керуючий вплив використаємо зміну рушійних сил трактора на лівому F_1 та правому F_2 бортах першого трактора (рис. 2.4) [191]. Результати рішення (2.28) математичної моделі (2.27) наведено на рис. 2.4–2.8.



Рис. 2.4. Рушійні сили трактора на лівому F_1 та правому F_2 бортах при русі по синусоїді

При вирішенні математичної моделі руху двох тракторів отримаємо зміну кутів повороту першого Q_1 та другого трактора Q_2 навколо вертикальної осі (рис. 3.2). Розмах коливань кутів повороту першого Q_1 та другого трактора Q_2 дорівнює 10,25°, амплітуда 5,125° та фаза для обох параметрів збігаються.

Радіуси повороту першого R_1 та другого трактора R_2 навколо вертикальної осі при русі по синусоїді наведено на рис. 2.6 і розраховано відносно глобальної (нерухливої) системи координат.



Рис. 2.5. Зміна кута повороту першого Q_1 та другого трактора Q_2 навколо вертикальної осі при русі по синусоїді



Рис. 2.6. Радіус повороту першого R_1 та другого трактора R_2 навколо вертикальної осі при русі по синусоїді



Рис. 2.7. Проекції зусиль механізму зчіпки двох тракторів на вісь $x - R_x$ та $y - R_y$ при русі по синусоїді

На рис. 2.7 наведено проекції зусиль, що діють у механізмі зчіпки двох тракторів на вісь $x - R_x$ та $y - R_y$. Чисельне значення проекції зусиль змінюється гармонійно з періодом T = 50 с, розмах коливань для осі x дорівнює 1716 H, для осі y - 2819 H.

При русі двох тракторів траєкторії центрів мас мають однаковий розмах коливань 1 м (рис. 2.8).



Рис. 2.8. Траєкторії руху центрів мас першого *path*₁ та другого трактора *path*₂ при русі по синусоїді

2.3. Результати теоретичного дослідження руху двох тракторів по колу

Другий режим керування під час дослідження динаміки двохелементної моделі (2.27) становить собою рух по колу, що досягається за рахунок установлення постійної різниці між бортами першого трактора $\Delta F = 3747$ Н (рис. 2.9) при $t \ge 20$ с.



Рис. 2.9. Рушійні сили на гусеницях першого трактора на лівому F_1 та правому F_2 бортах при русі по колу



Рис. 2.10. Кут повороту першого Q_1 та другого трактора Q_2 навколо вертикальної осі при русі по колу



Рис. 2.11. Радіус повороту першого R_1 та другого трактора R_2 навколо вертикальної осі при русі по колу



Рис. 2.12. Проекції зусиль механізму зчіпки двох тракторів на вісь $x - R_x$ та $y - R_y$ при русі по колу

58

Зміну кута повороту першого Q_1 та другого трактора Q_2 наведено на рис. 2.10. Оскільки кут повороту центрів мас тракторів визначається відносно миттєвого центра швидкостей, то вони змінюються за лінійним законом.

Радіус повороту центрів мас обох тракторів збігається протягом усього теоретичного дослідження (рис. 2.11) та фіксується на рівні $R_1 = R_2 = 58,73$ м при $t \ge 21$ с.

При дослідженні математичної моделі руху двох тракторів по колу отримано проекції зусиль механізму зчіпки двох тракторів на вісь $x - R_x$ та $y - R_y$ (рис. 2.12), що мають вигляд гармонійних коливань з однаковою амплітудою $A_{R_x} = A_{R_y} = 1500$ H та періодом T = 50 с.



Рис. 2.13. Траєкторії руху центрів мас першого *path*₁ та другого трактора *path*₂ при русі по колу

Траєкторії руху тракторів по колу мають постійний діаметр $R_{path.1} = R_{path.2} = 118$ м (рис. 2.13). Математична модель динаміки двох тракторів дозволила визначити динамічні та силові показники машин під час руху при двох режимах керування. Отримані результати розрахунку математичної моделі підтверджують тезу про рівність проекцій зусиль у місці з'єднання мобільних машин. Для підтвердження адекватності математичної моделі необхідно провести теоретичні дослідження, що доведуть тезу про рівність проекцій прискорень та швидкостей.

3. ДИНАМІКА ПЛОСКО-ПАРАЛЕЛЬНОГО РУХУ БАГАТОЕЛЕМЕНТНИХ МАШИННО-ТРАКТОРНОГО АГРЕГАТІВ

3.1. Методологія побудови рівнянь динаміки багатоелементних машиннотракторних агрегатів

Для побудови математичної моделі динаміки машинно-тракторних агрегатів використовують системи твердих деформівних тіл із голономними і неголономними утримуючими зв'язками. Складання такої моделі традиційними способами досить проблематичне навіть для завдань аналізу. При синтезі таку процедуру необхідно проробляти багаторазово, що вимагає використання спеціальних комп'ютерних засобів [194].

Динамічна модель плоскопаралельного руху багатоелементного машинно-тракторного агрегату вимагає відпрацьовування методик розрахунків просторових неголономних систем.

В аналітичній механіці геометричні та кінематичні властивості моделі можуть описуватися як узагальненими координатами і узагальненими швидкостями ($\mathbf{q} = \{q_1, q_2, ..., q_s\}$, $\dot{\mathbf{q}} = \{\dot{q}_1, \dot{q}_2, ..., \dot{q}_s\}$), так і узагальненими координатами та псевдошвидкостями ($\mathbf{q} = \{q_1, q_2, ..., q_s\}, \dot{\boldsymbol{\pi}} = \{\dot{\pi}_1, \dot{\pi}_2, ..., \dot{\pi}_m\}$). У першому випадку, рівняння лінійних неголономних зв'язків представляються через узагальнені координати та узагальнені швидкості у вигляді $\mathbf{A}(\mathbf{q},t)\dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q},t) = 0$ і вирішуються щодо залежних узагальнених швидкостей $\dot{\mathbf{q}}_1$ через незалежні $\dot{\mathbf{q}}_2$:

$$\dot{\mathbf{q}}_1 = \mathbf{B}(\mathbf{q}, t)\dot{\mathbf{q}}_2 + \boldsymbol{\beta}(\mathbf{q}, t).$$
(3.1)

Причому швидкості $\dot{\mathbf{q}}_1$ і $\dot{\mathbf{q}}_2$ є двома частинами списку узагальнених швидкостей $\dot{\mathbf{q}} = {\dot{\mathbf{q}}_1, \dot{\mathbf{q}}_2}$ розмірністю *m* тв *s* – *m* відповідно. Для узагальнення результату приймемо інший вектор за вектор псевдошвидкостей $\dot{\boldsymbol{\pi}} = \dot{\mathbf{q}}_2$. Тоді вираз (3.1) матиме вигляд:

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_1 \\ \dot{\mathbf{q}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}_2 + \boldsymbol{\beta} \\ \dot{\mathbf{q}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_2 + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta} \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{G}(\mathbf{q},t)\dot{\mathbf{q}}_2 + \boldsymbol{\gamma}(\mathbf{q},t) = \mathbf{G}\dot{\boldsymbol{\pi}} + \boldsymbol{\gamma}, \qquad (3.2)$$

такий же, як і при використанні із самого початку замість узагальнених швидкостей псевдошвидкостей, через які за допомогою (3.2) виражаються узагальнені швидкості.

Динамічні рівняння для плоских моделей неголономних систем у векторно-матричному записі представляються у вигляді [195]:

$$\mathbf{U} = \widetilde{\mathbf{W}}_{J}^{T} \left[\mathbf{J} \right] \ddot{\boldsymbol{\alpha}} - \widetilde{\mathbf{W}}_{P}^{T} \mathbf{P} = 0, \qquad (3.3)$$

де **[J]** – діагональна матриця характеристик інерційних елементів – мас і

осьових моментів інерції тіл;

Р – вектор-матриця характеристик силових елементів – проекцій векторів сил і моментів;

α - вектор-матриця координат інерційних елементів;

р - вектор-матриця координат силових елементів механічної моделі,

 $\widetilde{\mathbf{W}}_{J} = \left[\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\alpha}}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}}\right], \quad \widetilde{\mathbf{W}}_{P} = \left[\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\rho}}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}}\right] - \text{структурні матриці інерційних і силових}$

елементів, обумовлені через зазначені координати за нижче наведеною методикою.

Ці рівняння формуються в ССКА «Кидим» автоматично за заданими у файлі вихідними даними, за списком інерційних і силових елементів [195, 196]. Ці елементи поєднують у собі зазначені вище характеристики і координати.

Якшо механічна система задана в узагальнених координатах і узагальнених швидкостях, як координати інерційних елементів то використовуються дугові та прямолінійні переміщення центрів мас і (або) кути повороту тіл. У цьому випадку залежності цих координат від узагальнених координат задаються структурами (геометричними структурами) $\alpha = \alpha(\mathbf{q}, t)$. Якщо механічна система задана в узагальнених вигляду координатах і псевдошвидкостях, то як координати інерційних елементів використовуються лінійні швидкості центрів мас і (або) кутові швидкості тіл У цьому випадку залежності цих координат від узагальнених координат і псевдошвидкостей задаються диференціальними структурами в неявному $\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \dot{\boldsymbol{\alpha}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t), \, \dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}(\dot{\boldsymbol{\pi}})$ або явному вигляді $\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \dot{\boldsymbol{\alpha}}(\mathbf{q}, \, \dot{\boldsymbol{\pi}}, \, t).$ Аналогічно, координати силових елементів задаються за допомогою геометричних або диференціальних структур як функції узагальнених координат $\rho = \rho(q, t)$ або узагальнених швидкостей та псевдошвидкостей неявно $\dot{\rho} = \dot{\rho}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t), \dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}(\dot{\pi})$ або явно – $\dot{\rho} = \dot{\rho}(\mathbf{q}, \dot{\pi}, t)$. Такі формули дозволяють програмно побудувати структурні матриці інерції, а також прискорення інерційних елементів відповідно у вигляді:

$$\mathbf{W}_{J} = \left[\frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial \mathbf{q}}\right],$$

$$\ddot{\boldsymbol{\alpha}} = \frac{d}{dt} \left(\left[\frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial \mathbf{q}} \right] \dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial t} \right) = \frac{d}{dt} \left(\mathbf{W}_J \dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial t} \right) = \mathbf{W}_J \ddot{\mathbf{q}} + \dots,$$

або через диференціальні структури за допомогою матриці G з (3.2):

$$\mathbf{W}_{J} = \left[\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\alpha}}}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}}\right] \left[\frac{\partial \dot{\boldsymbol{q}}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}}\right] = \left[\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\alpha}}}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}}\right] \mathbf{G},$$

$$\ddot{\boldsymbol{\alpha}} = \frac{d}{dt} \left(\left[\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\alpha}}}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}} \right] \left[\frac{\partial \dot{\boldsymbol{q}}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}} \right] \dot{\boldsymbol{\pi}} + \frac{\partial \dot{\boldsymbol{\alpha}}}{\partial t} \right) = \mathbf{W}_J \mathbf{G} \ddot{\boldsymbol{\pi}} + \dots = \widetilde{\mathbf{W}}_J \ddot{\boldsymbol{\pi}} + \dots,$$

або безпосереднім диференціюванням за псевдошвидкостями:

$$\widetilde{\mathbf{W}}_{J} = \left\lfloor \frac{\partial \dot{\boldsymbol{\alpha}}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}} \right\rfloor,$$
$$\ddot{\boldsymbol{\alpha}} = \frac{d}{dt} \left(\left[\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\alpha}}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}} \right] \dot{\boldsymbol{\pi}} + \frac{\partial \dot{\boldsymbol{\alpha}}}{\partial t} \right) = \widetilde{\mathbf{W}}_{J} \ddot{\boldsymbol{\pi}} + \dots,$$

і структурну матрицю силових елементів у вигляді:

$$\mathbf{W}_{P} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{\rho}}{\partial \mathbf{q}} \end{bmatrix}, \qquad (3.4)$$

або через диференціальні структури за допомогою матриці G:

$$\widetilde{\mathbf{W}}_{P} = \left[\frac{\partial \dot{\mathbf{p}}}{\partial \dot{\mathbf{q}}}\right] \left[\frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}}\right] = \left[\frac{\partial \dot{\mathbf{p}}}{\partial \dot{\mathbf{q}}}\right] \mathbf{G}, \qquad (3.5)$$

або безпосереднім диференціюванням за псевдошвидкостями:

$$\mathbf{W}_{P} = \left[\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\rho}}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}}\right]. \tag{3.6}$$

Це дає можливість автоматично одержати всі доданки в рівняннях (3.3).

Для механічної системи із просторовим рухом ланок рівняння динаміки представляються у вигляді [10]:

$$\mathbf{U} = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \widetilde{\mathbf{W}}_{C_{i}}^{T} m_{i} \vec{a}_{C_{i}} + \widetilde{\mathbf{W}}_{\omega_{i}}^{T} \left(\left[\vec{J}_{i} \right] \cdot \vec{\varepsilon}_{i} + \vec{\omega}_{i} \times \left[\vec{J}_{i} \right] \cdot \vec{\omega}_{i} \right) \right\} - \widetilde{\mathbf{W}}_{P}^{T} \mathbf{P} = 0, \qquad (3.7)$$

де *n* – число твердих тіл у моделі;

 $m_i, [\vec{J}_i], \vec{a}_{C_i}, \vec{\omega}_i, \vec{\varepsilon}_i$ – маса, тензор інерції, прискорення центра мас, кутова швидкість і кутове прискорення і-го тіла;

 $\tilde{\mathbf{W}}_{C_i}$, $\tilde{\mathbf{W}}_{\omega_i}$ – структурні матриці відповідно радіус-векторів центрів мас і кутових швидкостей тіл, формули для яких наведено нижче.

Вектори \vec{a}_{C_i} задаються в абсолютній системі координат, а вектори $\vec{\omega}_i$, $\vec{\varepsilon}_i - y$ пов'язаних із тілами системах координат (звичайно з осями – головними осями інерції). Структурні матриці $\widetilde{\mathbf{W}}_{C_i}$, $\widetilde{\mathbf{W}}_{\omega_i}$ можуть формуватися або через матрицю **G** з (3.2), або безпосереднім диференціюванням за

псевдошвидкостями аналогічно випадку плоско-паралельного руху:

$$\widetilde{\mathbf{W}}_{C_i}^{u} = \frac{\partial \vec{r}_{C_i}}{\partial \pi} = \frac{\partial \vec{v}_{C_i}}{\partial \dot{\pi}} = \mathbf{W}_{C_i}^{u} \mathbf{G} ,$$
$$\widetilde{\mathbf{W}}_{\omega_i}^{u} = \frac{\partial \vec{\omega}_i^{(i)}}{\partial \dot{\pi}} = \mathbf{W}_{\omega_i}^{u} \mathbf{G} .$$

Таким чином, і кінематичні параметри $\vec{a}_{C_i}, \vec{\omega}_i, \vec{\varepsilon}_i$ також програмно формуються автоматично за геометричними і диференціальними структурами:

$$\ddot{\vec{r}}_{C_i} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \vec{r}_{C_i}}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial \vec{r}_{C_i}}{\partial t} \right) = \frac{d}{dt} \left[\mathbf{W}_{C_i}^u (\mathbf{G} \dot{\boldsymbol{\pi}} + \boldsymbol{\gamma}) + \frac{\partial \vec{r}_{C_i}}{\partial t} \right] = \widetilde{\mathbf{W}}_{C_i}^u \ddot{\boldsymbol{\pi}} + \dots,$$
$$\vec{\omega}_i^{(i)} = \mathbf{W}_{\omega_i}^u \dot{\mathbf{q}} = \widetilde{\mathbf{W}}_{\omega_i}^u \dot{\boldsymbol{\pi}} + \dots,$$
$$\vec{\varepsilon}_i^{(i)} = \frac{d}{dt} \left(\widetilde{\mathbf{W}}_{\omega_i}^u \dot{\boldsymbol{\pi}} + \dots \right) = \widetilde{\mathbf{W}}_{\omega_i}^u \ddot{\boldsymbol{\pi}} + \dots.$$

Доданки в (3.7), що породжуються силовими елементами, формуються аналогічно плоскому випадку за (3.4)–(3.6) залежно від того, як задані їхні структури.

При використанні матриці **G** у вищенаведених формулах вона (у транспонованому вигляді) у рівняннях (3.3), (3.7) є загальним співмножником, який можна винести ліворуч. Наприклад, у просторовому випадку одержимо рівняння у вигляді:

$$\mathbf{G}^{T}\left(\sum_{i=1}^{n}\left\{\mathbf{W}_{C_{i}}^{u^{T}}m_{i}\vec{a}_{C_{i}}+\mathbf{W}_{\omega_{i}}^{u^{T}}\left[\left[\vec{J}_{i}^{(i)}\right]\cdot\vec{\varepsilon}_{i}^{(i)}+\vec{\omega}_{i}^{(i)}\times\left[\vec{J}_{i}^{(i)}\right]\cdot\vec{\omega}_{i}^{(i)}\right]\right\}-\mathbf{W}_{P}^{T}\mathbf{P}\right)=0.$$
(3.8)

Звідси випливає, що рівняння динаміки неголономної системи можуть бути отримані лінійною комбінацією рівнянь динаміки голономної системи з коефіцієнтами, узятими з лінійної форми, що виражає узагальнені швидкості через незалежні узагальнені швидкості (псевдошвидкості) (3.2). Отримані рівняння – це фактично векторно-матрична форма відомих в аналітичній механіці «рівнянь неголономних систем із виключеними залежними швидкостями» [197].

Відзначимо також, що рівняння (3.7) із точністю до позначень структурних матриць збігаються з рівняннями для голономних систем і відрізняються тільки формуванням у них вхідних структурних матриць. Існує два алгоритми автоматичного генерування рівнянь руху для неголономних систем твердих тіл [195, 198].

В основу першого [198] покладений той факт, що рівняння динаміки неголономних систем (3.8) представляються певною комбінацією рівнянь, складених для голономної системи. Тому спочатку складаються рівняння руху системи без урахування кінематичних структур (3.1). Потім шляхом їхнього лінійного комбінування з ненульовими коефіцієнтами матриці **G** формуються рівняння (3.8).

Другий алгоритм [195] базується на прямому обчисленні коефіцієнтів структурних матриць для неголономної системи шляхом диференціювання структур за псевдошвидкостями і формуванням рівнянь (3.7) заміною там операцій з узагальненими швидкостями на операції із псевдошвидкостями.

Нарешті, в обох алгоритмах для повноти системи рівнянь необхідно додати рівняння (3.2), а також у рівняння (3.7) і (3.8) замість кінематичних параметрів кожного лінійного й кутового прискорення і кутової швидкості підставити їхні вирази, одержані диференціюванням відповідних структур з урахуванням за часом (3.2).

Пряме завдання динаміки механічної системи полягає у визначенні руху (в узагальнених або псевдокоординатах) під дією прикладених сил. Завдання зводиться до інтегрування систем звичайних диференціальних рівнянь (СЗДР) (3.7), або (3.8) разом із (3.1), або (3.2) для неголономних механічних систем, із заданими початковими умовами.

Для чисельного інтегрування СЗДР розглянемо алгоритми для їхнього перетворення до нормальної форми Коші в узагальнених координатах або псевдокоординатах. Для голономних систем уведемо вектори узагальнених прискорень і швидкостей – $\mathbf{w} = \dot{\mathbf{v}} = \ddot{\mathbf{q}}$, $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{q}}$ і перепишемо рівняння (3.7) або (3.8) у вигляді:

$$\mathbf{M}\mathbf{w} = \mathbf{F} \,, \tag{3.9}$$

де
$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \mathbf{W}_{C_{i}}^{T} m_{i} \mathbf{W}_{C_{i}} + \mathbf{W}_{\omega_{i}}^{T} \left[\vec{J}_{i} \right] \mathbf{W}_{\omega_{i}} \right\} -$$
матриця інерції системи

F – вектор-матриця узагальнених сил системи, за винятком доданків з інерційних членів лівої частини (3.7) або (3.8), що не містять узагальнених прискорень, яку можна одержати, підставивши в аналітичні вирази рівнянь руху псевдоприскорення, що дорівнюють нулю, й узявши результат зі зворотним знаком, тобто:

$$\mathbf{F} = -\mathbf{U}\Big|_{\ddot{\boldsymbol{\pi}}=0}\,.$$

Після розв'язання системи (3.9) щодо узагальнених прискорень – $\mathbf{w} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}$, остаточно одержимо СЗДР у формі Коші:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{F} \end{cases}$$
(3.10)

Аналогічно, для систем, що описуються у псевдокоординатах (в узагальнених координатах і псевдошвидкостях), а також для неголономних систем форму Коші одержимо у вигляді:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{G}\mathbf{v} + \mathbf{g} \\ \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F} \end{cases}$$
(3.11)

Перше рівняння (3.11), при $\mathbf{v} = \dot{\boldsymbol{\pi}}$, збігається з виразом залежних узагальнених швидкостей через псевдошвидкості (3.2).

Початковими умовами для систем (3.10) та (3.11) будуть значення узагальнених координат і незалежних узагальнених швидкостей (псевдошвидкостей) у початковий момент часу:

$$\mathbf{q}\Big|_{t=0} = \mathbf{q}_0, \quad \mathbf{\pi}\Big|_{t=0} = \mathbf{\pi}_0.$$

У загальному випадку побудувати в аналітичному виді зворотну матрицю інерції \mathbf{M}^{-1} не уявляється можливим. При чисельному інтегруванні на кожному кроці за часом матриця інерції обчислюється за значеннями узагальнених координат на попередньому кроці та для підрахунку лівих частин нижніх векторних рівнянь у (3.10) і (3.11) розв'язується система лінійних рівнянь (3.9) методом Краута [199]. Чисельно системи рівнянь в формі Коші (3.10) або (3.11) можна розв'язати за допомогою ССКА «КиДиМ» [200], GNU Octave [201], MatLab [202] або іншої математичної програми чи обчислювального пакету програм.

3.2. Визначення кінематичних зв'язків, кутів і швидкостей коліс трактора класичної компоновки при повороті

Розв'язок задач визначення параметрів роботи машинно-тракторного агрегату в значній мірі пов'язаний із побудовою математичної моделі динаміки. Сільськогосподарські машинно-тракторні агрегати, до складу яких входять пружні елементи, відносять до класу неголономних нелінійних механічних систем.

Визначення кінематичних зв'язків, кутів і швидкостей коліс трактора класичної компоновки при повороті дозволяють досліджувати динаміку трактора як окремо, так і в складі машинно-тракторного агрегату. Тому розглянемо динамічну модель колісного трактора класичної компоновки з передніми керованими колесами (на прикладі трактора XT3-16131) (рис. 3.1) [203].

На рис. 3.1 використаємо такі позначення: X, Y, Z – декартові координати центра мас трактора в абсолютній системі координат; α , β , γ – кути Крилова (відповідно крен, тангаж та рискання), що задають орієнтацію трактора в абсолютній системі координат; $\omega_{11}, \omega_{12}, \omega_{21}, \omega_{22}$ – швидкість обертання коліс (відповідно переднього лівого, переднього правого, заднього лівого, заднього правого); ψ_{11} – кут повороту площини переднього лівого колеса навколо перпендикулярної до рами осі (задається постійним значенням або функцією часу або визначається з умов керування – маневрування, об'їзду перешкоди і т. д., тому не включається до узагальнених координат); ψ_{12} – кут повороту площини переднього рамі

осі; $r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22}$ – радіуси відповідних коліс; l – база трактора; l_1, l_2 – відстань від центра мас трактора відповідно до осі передніх та задніх коліс; b_1, b_2 – колія передніх та задніх коліс; e_1 – відстань між шкворнями передніх коліс.



Рис. 3.1. Просторова кінематична модель колісного трактора класичної компоновки

Розрахункову схема повороту трактора наведено на рис. 3.2, де показано вигляд зверху на раму трактора з передніми керованими колесами. Позначимо точки торкання коліс із ґрунтом, як $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$, а центри коліс – $C_{11}, C_{12}, C_{21}, C_{22}$.

Горизонтальні складові швидкостей центрів коліс (точніше складові цих швидкостей у площині рами трактора), позначимо як $\bar{v}_{C_{11}xy}, \bar{v}_{C_{21}x}, \bar{v}_{C_{22}x}, a$ складову швидкості центра мас трактора позначимо \vec{v}_{Cxy} . Ці складові мають модулі, пропорційні відстаням центрів коліс до миттєвого центра швидкостей (МЦШ) – т. *P*:

$$\frac{v_{Cxy}}{PC} = \frac{v_{C_{11}xy}}{PC_{11}} = \frac{v_{C_{12}xy}}{PC_{12}} = \frac{v_{C_{21}x}}{PC_{21}} = \frac{v_{C_{22}x}}{PC_{22}}.$$
(3.12)

Знайдемо відстані, що входять до рівняння (3.12):

$$PC = \sqrt{\left(PC_{21} + \frac{b}{2}\right)^2 + l_2^2}; PC_{11} = \sqrt{PC_{21}^2 + l^2};$$
$$PC_{12} = \sqrt{PC_{22}^2 + l^2}; PC_{21} = \frac{l}{\mathrm{tg}\psi_{11}}; PC_{22} = PC_{21} + b;$$



Рис. 3.2. Розрахункова схема повороту трактора класичної компоновки: т. P – центр повороту трактора; C – миттєвий центр швидкостей трактора; $C_{11}, C_{12}, C_{21}, C_{22}$ – центри коліс трактора; $\overline{v}_{C_{11}xy}, \overline{v}_{C_{12}xy}, \overline{v}_{C_{21}x}, \overline{v}_{C_{22}x}$ – горизонтальні складові швидкостей центрів коліс

Таким чином, отримаємо:

$$v_{C_{11}xy} = v_{Cxy} \frac{PC_{11}}{PC}.$$

Недоліком цієї формули є виродження її при $\psi_{11} = 0$. Тому одержимо співвідношення між швидкостями центрів коліс, не використовуючи відстані до МЦШ. За теоремою Грасгофа («проекції швидкостей точок твердого тіла на пряму, яка їх з'єднує, однакові») [204] одержимо:

$$v_{C_{11}xy}\sin\psi_{11} = v_{C_{12}xy}\sin\psi_{12}, \qquad (3.13)$$

$$v_{C_{11}xy}\cos\psi_{11} = v_{C_{21}x}, \qquad (3.14)$$

$$v_{C_{12}xy}\cos\psi_{12} = v_{C_{22}x}.$$
(3.15)

Підставимо (3.15) у (3.14), одержимо:

$$v_{C_{22}x} = v_{C_{12}xy} \cos \psi_{12} = v_{C_{11}xy} \frac{\sin \psi_{11}}{\sin \psi_{12}} \cos \psi_{12} = v_{C_{11}xy} \sin \psi_{11} \operatorname{ctg} \psi_{12}.$$
(3.16)

Із відповідних трикутників випливає:

$$\operatorname{ctg}\psi_{12} = \frac{PC_{22}}{l} = \frac{PC_{21} + b}{l} = \operatorname{ctg}\psi_{11} + \frac{b}{l}, \qquad (3.17)$$

або:

$$\operatorname{tg}\psi_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\operatorname{tg}\psi_{11}} + \frac{b}{l}} = \frac{\operatorname{tg}\psi_{11}}{1 + \frac{b}{l}\operatorname{tg}\psi_{11}} = \frac{\operatorname{tg}\psi_{11}}{1 + \beta\operatorname{tg}\psi_{11}}$$

де $\beta = \frac{b}{l}$.

Звідси:

$$\psi_{12} = \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg}\psi_{11}}{1 + \beta \operatorname{tg}\psi_{11}}\right). \tag{3.18}$$

Цей вираз буде вірним і при повороті трактора вправо, на відміну від повороту вліво, показаного на рис. 3.2. У цьому випадку будемо вважати кути ψ_{11} і ψ_{12} негативними, і знаменник буде менше одиниці, що призведе до збільшення модуля кута ψ_{12} щодо модуля кута ψ_{11} і дасть правильний результат. Таким чином, (3.18) дає можливість визначити кут повороту правого колеса за кутом повороту лівого.

Підставимо (3.17) у (3.16), одержимо:

$$v_{C_{22}x} = v_{C_{11}xy} (\cos \psi_{11} + \beta \sin \psi_{11}),$$

$$v_{C_{12}xy} = \frac{v_{C_{22}x}}{\cos \psi_{12}},$$

$$v_{C_{21}x} = v_{C_{11}xy} \cos \psi_{11}.$$

(3.20)

Ці рівняння не інтегруються, тому є рівняннями неголономних зв'язків. При $\psi_{11} = 0$ буде $\psi_{12} = 0$ та $v_{C_{12}xy} = v_{C_{21}x} = v_{C_{22}x} = v_{C_{11}xy}$.

Точки взаємодії коліс із ґрунтом є миттєво нерухливими, тому:

$$\omega_{11} = \dot{\phi}_{11} = \frac{v_{C_{11}xy}}{z_{C_{11}}}, \\ \omega_{12} = \dot{\phi}_{12} = \frac{v_{C_{12}xy}}{z_{C_{12}}}, \\ \omega_{21} = \dot{\phi}_{21} = \frac{v_{C_{21}x}}{z_{C_{21}}}, \\ \omega_{22} = \dot{\phi}_{22} = \frac{v_{C_{22}x}}{z_{C_{22}}}.$$
(3.21)

Рівняння (3.21) складаються з чотирьох рівнянь кінематичних неголономних зв'язків, тому що вони не можуть бути проінтегровані. Ці вирази

вже вирішені щодо залежних узагальнених швидкостей ($\dot{\phi}_{11}, \dot{\phi}_{12}, \dot{\phi}_{21}, \dot{\phi}_{22}$) і неявно виражаються через узагальнені швидкості $\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}$, оскільки через них визначається складова швидкості центра мас \vec{v}_{Cxy} , а через неї інші швидкості, що входять у вираз (3.21).

Вектор \vec{v}_{Cxy} являє собою проекцію вектора швидкості центра мас трактора на площину його рами. Очевидно, його можна знайти через компоненти вектора абсолютної швидкості центра мас ($\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}$), скориставшись матрицею повороту S_{abc}^{cb} від абсолютної системи координат до пов'язаної з трактором головної центральної системи координат (позначеної на рис. 3.1, *Cxyz*, названої далі просто «зв'язана»), вираження для компонентів якої мають вигляд [205]:

$$\mathbf{S}_{abc}^{CB} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{23} & s_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{\beta}C_{\gamma} + S_{\alpha}S_{\beta}S_{\gamma} & C_{\alpha}S_{\gamma} & -S_{\beta}C_{\gamma} + S_{\alpha}C_{\beta}S_{\gamma} \\ S_{\alpha}S_{\beta}C_{\gamma} - C_{\beta}S_{\gamma} & C_{\alpha}C_{\gamma} & S_{\alpha}C_{\beta}C_{\gamma} + S_{\beta}S_{\gamma} \\ C_{\alpha}S_{\beta} & -S_{\alpha} & C_{\alpha}C_{\beta} \end{bmatrix},$$

 $\exists e \qquad C_{\alpha} = \cos \alpha \,, \, C_{\beta} = \cos \beta \,, \, C_{\gamma} = \cos \gamma \,, \, S_{\alpha} = \sin \alpha \,, \, S_{\beta} = \sin \beta \,, \, S_{\gamma} = \sin \gamma \,.$

Швидкість центра мас трактора буде такою:

$$\vec{v}_{Cxy} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix}.$$
 (3.22)

З іншого боку, модуль цієї складової швидкості можна знайти як швидкість точки тіла (рами), що обертається навколо т. P із кутовою швидкістю, що дорівнює складовій абсолютної кутової швидкості ω_z уздовж осі Cz, перпендикулярної площині рами. Ця кутова швидкість має у зв'язаній системі координат такий вигляд:

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \dot{\alpha}C_\gamma + \dot{\beta}C_\alpha S_\gamma & -\dot{\alpha}S_\gamma + \dot{\beta}C_\alpha C_\gamma & -\dot{\beta}S_\alpha + \dot{\gamma} \end{bmatrix}^T,$$

тому модуль складової швидкості центра мас набуде виразу:

$$v_{Cxy} = \omega_z \cdot PC$$
,

а відповідні компоненти по осях Сх і Су:

$$\vec{v}_{Cxy} = \left(\dot{\gamma} - \dot{\beta}\sin\alpha\right) \cdot PC \begin{bmatrix} \cos\psi_C \\ \sin\psi_C \end{bmatrix}.$$
(3.23)

Порівняємо праві частини виразів (3.22) і (3.23), одержимо:

$$s_{11}\dot{X} + s_{12}\dot{Y} + s_{13}\dot{Z} = (\dot{\gamma} - \dot{\beta}\sin\alpha) \cdot PC \cdot \cos\psi_C,$$

$$s_{21}\dot{X} + s_{22}\dot{Y} + s_{23}\dot{Z} = (\dot{\gamma} - \dot{\beta}\sin\alpha) \cdot PC \cdot \sin\psi_C,$$
(3.24)

Отже, (3.24) є рівнянням ще двох неголономних зв'язків.

Разом, система «трактор на пружних колесах» уявляється неголономною системою з 6 неголономними зв'язками, рівняння яких представлено виразами (3.23) і (3.24). При цьому (3.24) дозволяє виразити дві узагальнені швидкості через три інших, що сюди входять. Можливі три варіанти:

1. Виразити \dot{X}, \dot{Y} через $\dot{Z}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}$.

2. Виразити \dot{X}, \dot{Z} через $\dot{Y}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}$.

3. Виразити \dot{Y}, \dot{Z} через $\dot{X}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}$.

У першому випадку визначник системи рівнянь буде такий:

$$\Delta = \begin{vmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{vmatrix} = (C_{\beta}C_{\gamma} + S_{\alpha}S_{\beta}S_{\gamma})C_{\alpha}C_{\gamma} - (S_{\alpha}S_{\beta}C_{\gamma} - C_{\beta}S_{\gamma})C_{\alpha}S_{\gamma} = \\ = C_{\alpha}C_{\beta}C_{\gamma}^{2} + C_{\alpha}C_{\beta}S_{\gamma}^{2} = C_{\alpha}C_{\beta} = \cos\alpha\cos\beta.$$

У другому випадку – $\Delta = S_{\alpha} = \sin \alpha$, у третьому – $\Delta = C_{\alpha}S_{\beta} = \cos \alpha \sin \beta$. Таким чином, перший випадок є найбільш прийнятним, тому що при русі трактора визначник системи рівнянь не дорівнює нулю та близький до 1.

Одержимо для цього випадку допоміжні визначники:

$$\mathcal{\Delta}_{I} = \begin{vmatrix} PC(\dot{\gamma} - \dot{\beta}\sin\alpha)\cos\psi_{C} - s_{13}\dot{Z} & s_{12} \\ PC(\dot{\gamma} - \dot{\beta}\sin\alpha)\sin\psi_{C} - s_{23}\dot{Z} & s_{22} \end{vmatrix} = \\ = \left[PC(\dot{\gamma} - \dot{\beta}\sin\alpha)\cos(\gamma + \psi_{C}) + \dot{Z}\sin\beta \right] \cos\alpha,$$

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= \begin{vmatrix} s_{11} & PC(\dot{\gamma} - \dot{\beta}\sin\alpha)\cos\psi_C - s_{13}\dot{Z} \\ s_{21} & PC(\dot{\gamma} - \dot{\beta}\sin\alpha)\sin\psi_C - s_{23}\dot{Z} \end{vmatrix} = \\ &= PC(\dot{\gamma} - \dot{\beta}\sin\alpha)[\cos\beta\sin(\gamma + \psi_C) - \sin\alpha\sin\beta\cos(\gamma + \psi_C)] - \dot{Z}\sin\alpha. \end{aligned}$$

Отже, шукані розв'язки мають вигляд:

$$\dot{X} = \frac{\left[PC(\dot{\gamma} - \dot{\beta}\sin\alpha)\cos(\gamma + \psi_{c}) + \dot{Z}\sin\beta\right]}{\cos\beta},$$

$$\dot{Y} = \frac{PC(\dot{\gamma} - \dot{\beta}\sin\alpha)\left[\cos\beta\sin(\gamma + \psi_{c}) - \sin\alpha\sin\beta\cos(\gamma + \psi_{c})\right] - \dot{Z}\sin\alpha}{\cos\alpha\cos\beta}.$$
(3.25)

Таким чином, у трактора на пружних колесах 10 узагальнених координат. З урахуванням неголономних зв'язків, рівняння яких представлено формулами (3.23), (3.24), у цієї системи 4 ступені свободи. Рівняння (3.23) і (3.25) дозволяють одержати рівняння шести залежних узагальнених швидкостей (залежних варіацій узагальнених координат) від інших незалежних.

3.3. Визначення кінематичних зв'язків математичної моделі плоскопаралельного руху багатоелементного машинно-тракторного агрегату

багатоелементних Використання комбінованих машинно-тракторних агрегатів у сільському господарстві дає можливість підвищення врожайності та зниження витрат на виробництво продукції рослинництва. Найчастіше як енергетичний засіб машинно-тракторного агрегату обирають трактор класичної компоновки. Агрегати в складі такого трактора набули поширення на полях України. Для дослідження агрегату в складі трактора класичної компоновки визначити кінематичні необхідно зв'язки математичної моделі плоскопаралельного руху багатоелементного машинно-тракторного агрегату [206].



Рис. 3.3. Розрахункова схема багатоелементного машинно-тракторного агрегату в складі трактора класичної компоновки

Розглянемо розрахункову схему плоско-паралельного руху багатоелементного машинно-тракторного агрегату (рис. 3.3), де використаємо такі позначення: C_{ij} – центри коліс (*i* – номер ряду, *j* – номер у ряді); A_k –
передні точки рам (k = 1, 2, 3, для трьохелементного агрегату); O_k – центри мас трактора, бункера та сівалки; B_k – точки середини задньої осі трактора, бункера та сівалки; P_k – миттєві центри швидкостей рам елементів агрегату; ψ_{11}, ψ_{12} – кути повороту передніх коліс трактора відносно його рами; φ_k – кути між лініями, нерухливих корпусів, осей коліс і напрямками на центри мас із відповідних МЦШ; θ_k – кути від ліній зазначених осей до напрямків на передні шарніри з МЦШ; δ_1, δ_2 – кути від ліній осей до напрямків на задні шарніри з МЦШ; γ_k – кути, що становлять поздовжні осі транспортних засобів із віссю *х* нерухливої системи координат.

Виведемо допоміжні формули. Із трикутника $A_1B_1P_1$:

$$\operatorname{ctg} \theta_{1} = \frac{P_{1}B_{1}}{A_{1}B_{1}} = \frac{P_{1}C_{11} + 0.5|C_{21}C_{22}|}{A_{1}B_{1}} = \operatorname{ctg} \psi_{11} + 0.5\eta_{1},$$
$$\eta_{1} = \frac{C_{21}C_{22}}{A_{1}B_{1}} = \frac{b_{tr}}{l_{tr}}.$$

Звідки:

$$tg \theta_{1} = \frac{tg \psi_{11}}{1 + 0.5\eta_{1} tg \psi_{11}},$$

$$\theta_{1} = \operatorname{arctg} \frac{tg \psi_{11}}{1 + 0.5\eta_{1} tg \psi_{11}}.$$
(3.26)

Тепер:

$$tg \phi_{1} = \frac{O_{1}B_{1}}{P_{1}B_{1}} = \frac{O_{1}B_{1}}{A_{1}B_{1}} \frac{A_{1}B_{1}}{P_{1}B_{1}} = \frac{O_{1}B_{1}}{A_{1}B_{1}} tg \theta_{1} = \mu_{1}tg \theta_{1},$$

$$\mu_{1} = \frac{O_{1}B_{1}}{A_{1}B_{1}}.$$

$$tg \delta_{1} = \frac{B_{1}A_{2}}{P_{1}B_{1}} = \frac{B_{1}A_{2}}{A_{1}B_{1}} \frac{A_{1}B_{1}}{P_{1}B_{1}} = \frac{B_{1}A_{2}}{A_{1}B_{1}} tg \theta_{1} = \lambda_{1}tg \theta_{1},$$
(3.27)
$$(3.27)$$

$$\lambda_1 = \frac{B_1 A_2}{A_1 B_1}.$$
(3.28)

Запишемо відношення швидкостей точок трактора A_1 і C_{11} , а також A_1 і A_2 :

$$\frac{v_{A_1}}{v_{C_{11}}} = \frac{A_1 P_1}{C_{11} P_1} = \frac{A_1 P_1}{C_{11} P_1} \frac{A_1 B_1}{A_1 B_1} = \frac{\operatorname{tg} \psi_{11}}{\operatorname{tg} \theta_1} = 1 + 0.5 \eta_1 \operatorname{tg} \psi_{11},$$

$$\frac{v_{A_2}}{v_{A_1}} = \frac{A_2 P_1}{A_1 P_1} = \sqrt{\frac{|A_2 B_1|^2 + |P_1 B_1|^2}{|A_1 B_1|^2 + |P_1 B_1|^2}} = \sqrt{\frac{A_1 P_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}} = \sqrt{\frac{\lambda_1^2 \operatorname{stg}^2 \theta_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}} = \sqrt{\lambda_1^2 \operatorname{stg}^2 \theta_1 + \operatorname{cos}^2 \theta_1}$$

Звідки знайдемо:

$$v_{A_{1}} = v_{C_{11}} (1 + 0.5\eta_{1} tg \psi_{11}),$$
$$v_{A_{2}} = v_{A_{1}} \sqrt{\lambda_{1}^{2} \sin^{2} \theta_{1} + \cos^{2} \theta_{1}}.$$

і інтегруванням – координати т. *А*₁, оскільки:

$$\dot{x}_{A_{1}} = v_{A_{1}} \cos(\gamma_{1} + \theta_{1}),
\dot{y}_{A_{1}} = v_{A_{1}} \sin(\gamma_{1} + \theta_{1}).$$
(3.29)

Аналогічно:

$$\frac{v_{O_1}}{v_{A_1}} = \frac{O_1 P_1}{A_1 P_1} = \sqrt{\frac{|O_1 B_1|^2 + |P_1 B_1|^2}{|A_1 B_1|^2 + |P_1 B_1|^2}} = \sqrt{\frac{\mu_1^2 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}} = \sqrt{\frac{\mu_1^2 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}} = \sqrt{\frac{\mu_1^2 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}} = \sqrt{\frac{\mu_1^2 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}} = \sqrt{\frac{\mu_1^2 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}} = \sqrt{\frac{\mu_1^2 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}} = \sqrt{\frac{\mu_1^2 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}} = \sqrt{\frac{\mu_1^2 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}} = \sqrt{\frac{\mu_1^2 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}} = \sqrt{\frac{\mu_1^2 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}} = \sqrt{\frac{\mu_1^2 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}} = \sqrt{\frac{\mu_1^2 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}} = \sqrt{\frac{\mu_1^2 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}} = \sqrt{\frac{\mu_1^2 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}} = \sqrt{\frac{\mu_1^2 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}} = \sqrt{\frac{\mu_1^2 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}} = \sqrt{\frac{\mu_1^2 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}} = \sqrt{\frac{\mu_1^2 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta_1}}$$

та

$$V_{B_1} = \frac{V_{A_1}}{\cos \theta_1}$$

Із рівняння:

$$\omega_1 = \frac{v_{A_1}}{A_1 P_1} = \frac{v_{A_1}}{A_1 B_1} \sin \theta_1$$

інтегруванням можна знайти кут γ_1 , оскільки:

$$\dot{\gamma}_1 = \omega_1. \tag{3.30}$$

Очевидно, що:

$$\delta_1 + \theta_2 = \gamma_1 - \gamma_2,$$

звідки:

$$\theta_2 = \gamma_1 - \gamma_2 - \delta_1. \tag{3.31}$$

Формули (3.26)–(3.31) будуть справедливими у випадку заміни відповідних індексів *i* інших елементів агрегату, тобто для бункера та сівалки:

$$\operatorname{tg}\phi_{i} = \mu_{i}\operatorname{tg}\theta_{i}, \qquad \mu_{i} = \frac{O_{i}B_{i}}{A_{i}B_{i}}, \qquad (3.32)$$

$$\operatorname{tg} \delta_{j} = \lambda_{j} \operatorname{tg} \theta_{j}, \qquad \lambda_{j} = \frac{B_{j} A_{k}}{A_{j} B_{j}}, \qquad (3.33)$$

$$\theta_k = \gamma_j - \gamma_k - \delta_j, \qquad (3.34)$$

$$\dot{\gamma}_i = \omega_i = \frac{v_{A_i}}{A_i P_i} = \frac{v_{A_i}}{A_i B_i} \sin \theta_i, \qquad (3.35)$$

$$v_{A_k} = v_{A_j} \sqrt{\lambda_j^2 \sin^2 \theta_j + \cos^2 \theta_j} , \qquad (3.36)$$

$$\dot{x}_{A_i} = v_{A_i} \cos(\gamma_i + \theta_i), \qquad \dot{y}_{A_i} = v_{A_i} \sin(\gamma_i + \theta_i). \qquad (3.37)$$

$$v_{O_i} = v_{A_i} \sqrt{\mu_i^2 \sin^2 \theta_i + \cos^2 \theta_i} , \qquad (3.38)$$

$$v_{B_i} = \frac{v_{A_i}}{\cos \theta_1}.$$
(3.39)

Індекси праворуч і ліворуч у формулах змінюються синхронно:

$$i = 1,2,3; j = 1,2; k = 2,3; O_1B_1 = l_{2t}, O_2B_2 = l_{1b}, O_3B_3 = l_s, (3.40) A_1B_1 = l_t = l_{1t} + l_{2t}, A_2B_2 = hfxb + l_{1b}, A_3B_3 = hfxs + l_s.$$

Таким чином, швидкості всіх точок багатоелементного машиннотракторного агрегату та кутові швидкості всіх тіл виражаються через одну швидкість – швидкість центра лівого колеса. Отже, формули (3.26), (3.32)– (3.38) з урахуванням (3.40) дозволяють зробити висновок, що в розглянутій механічній неголономній системі два ступені свободи, а з урахуванням керуючого кута ψ_{11} – один [207]. Псевдошвидкість $v_{C_{11}}$ може бути обрана як незалежна, тоді динамічне рівняння для її знаходження [208] матиме вигляд:

$$\sum_{i=1}^{3} J_i \frac{\partial \omega_i}{\partial v_{A_1}} \dot{\omega}_i + \sum_{i=1}^{3} m_i \frac{\partial v_{O_i}}{\partial v_{A_1}} \dot{v}_{O_i} = F_{B_1} - \sum_{i=1}^{3} R_{B_i} \frac{\partial v_{B_i}}{\partial v_{A_1}},$$

де F_{B_1} , R_{B_i} – модулі рушійної сили (наведеної до т. B_1) і сил опору руху (наведених до т. B_i).

Треба зазначити, що отримані формули (3.26)-(3.38) не вироджуються

при $\psi_{11} = 0$, тобто математична модель має рішення у випадку прямолінійного руху елементів агрегату.

3.4. Математична модель плоско-паралельного руху машиннотракторного агрегату в складі трактора класичної компоновки

Складемо з елементів динамічну модель машинно-тракторного агрегату в складі трактора класичної компоновки, бункера та сівалки (рис. 3.4) і аналогічну динамічну модель МТА з такою послідовністю елементів: трактор, сівалка, бункер (рис. 3.5).



Рис. 3.4. Динамічна модель МТА в складі трактора класичної компоновки (схема «трактор – бункер – сівалка»)

На рис. 3.6 використаємо такі позначення: m_1 , J_1 – маса та момент інерції трактора відносно вертикальної осі; F_{A1} , F_{B1} – сили, що діють на передню та задню осі трактора; m_2 , J_2 – маса та момент інерції бункера відносно вертикальної осі; F_{B2} – сили, що діють на вісь бункера; m_3 , J_3 – маса та момент інерції сівалки відносно вертикальної осі; F_{B3} – сили, що діють на вісь сівалки; решта позначень – відповідно до рис. 3.3.

У динамічній моделі МТА побудованого за схемою «трактор – сівалка –

бункер» (рис. 3.5) позначення бункера та сівалки змінені на: m_2 , J_2 – маса та момент інерції сівалки відносно вертикальної осі; F_{B2} – сили, що діють на вісь сівалки; m_3 , J_3 – маса та момент інерції бункера відносно вертикальної осі; F_{B3} – сили, що діють на вісь бункера; решта позначень відповідно до рис. 3.3.



Рис. 3.5. Динамічна модель МТА в складі трактора класичної компоновки (схема «трактор – сівалка – бункер»)

На основі методології побудови рівнянь динаміки багатоелементних агрегатів (3.1)–(3.11), ураховуючи кінематичні зв'язки трактора класичної компоновки (3.12)–(3.25) та кінематичні зв'язки машинно-тракторного агрегату в складі відповідного трактора (3.26)–(3.40), за допомогою математичної програми ССКА «КиДиМ» сформуємо рівняння динаміки МТА для схем «трактор – бункер – сівалка» та «трактор – сівалка – бункер».

Якщо проаналізувати динамічні моделі МТА, сформовані за допомогою програми ССКА «КиДиМ» для двох схем агрегатування, бачимо різницю в масо-геометричних параметрах моделей, однак із математичної точки зору динамічні моделі однакові.

Рівняння руху математичної моделі МТА має вигляд:

$$s\dot{A}_{1} = \frac{dsO_{1}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot m_{1}s\ddot{O}_{1} - \left(\frac{dsB_{1}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot (FA_{1} + FB_{1}) + \frac{dsB_{2}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot FB_{2} + \frac{dsB_{3}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot FB_{3}\right) + \frac{dsO_{2}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot m_{2}s\ddot{O}_{2} + \frac{dsO_{3}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot m_{3}s\ddot{O}_{3} + \frac{d\omega_{1}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot J_{1}\dot{\omega}_{1} + \frac{d\omega_{2}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot J_{2}\dot{\omega}_{2} + \frac{d\omega_{3}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot J_{3}\dot{\omega}_{3}.$$

$$(3.41)$$

Рівняння кінематичних зв'язків математичної моделі динаміки МТА:

$$\begin{cases} \omega_{i} = s\dot{A}_{i}\sin\frac{\theta_{i}}{A_{i}B_{i}}; \\ \theta_{1} = \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg}\psi_{11}}{1+0.5\eta_{1}\operatorname{tg}\psi_{11}}\right); \\ \theta_{n} = \gamma_{i} - \gamma_{n} - \delta_{n}; \\ \delta_{i} = \operatorname{arctg}(\lambda_{i}\operatorname{tg}\theta_{i}); \\ s\dot{A}_{i} = sA_{n} + s\dot{A}_{n-1}\sqrt{(\cos\theta_{n-1})^{2} + (\lambda_{n-1}\sin\theta_{n-1})^{2}}; \\ s\dot{B}_{i} = sB_{i} + s\dot{A}_{i}\cos\theta_{i}; \\ s\dot{O}_{i} = sO_{i} + s\dot{A}_{i}\cos\theta_{i}; \\ \dot{S}\dot{O}_{i} = sO_{i} + s\dot{A}_{i}\sqrt{(\cos\theta_{i})^{2} + (\mu_{i}\sin\theta_{i})^{2}}; \\ \dot{\gamma}_{i} = \gamma_{i} + \omega_{i}; \\ x\dot{A}_{i} = xA_{i} + s\dot{A}_{i}\cos(\theta_{i} + \gamma_{i}); \\ y\dot{A}_{i} = yA_{i} + s\dot{A}_{i}\sin(\theta_{i} + \gamma_{i}); \\ x\dot{B}_{i} = xB_{i} + s\dot{B}_{i}\cos\gamma_{i}; \\ y\dot{B}_{i} = yB_{i} + s\dot{B}_{i}\sin\gamma_{i}, \end{cases}$$

$$(3.42)$$

де s – псевдокоординати точок елементів МТА;
x, y – координати точок елементів МТА;
i=1,...,3 – номер елемента в агрегаті, що позначає трактор, бункер та сівалку для схеми «трактор – бункер – сівалка» та трактор, сівалку й бункер для схеми агрегатування «трактор – сівалка – бункер»;
n = 2, 3 – номер елемента в агрегаті, що позначає бункер та сівалку для

схеми «трактор – бункер – сівалка» та сівалку й бункер для схеми агрегатування «трактор – сівалка – бункер».

Відповідно до методології побудови рівнянь динаміки формула (3.9) може мати такий вигляд:

$$s\dot{A}_1 = M_f [1] [1]^{-1} \cdot F_f [1],$$

або, підставляючи значення, отримаємо:

$$\begin{aligned} s\dot{A}_{1} &= \left[m_{1} \cdot \left(\cos^{2}\theta_{1} + 0.305198 \cdot \sin^{2}\theta_{1} \right) + m_{2} \cdot \left(\frac{dsO_{2}}{dsA_{1}} \frac{dsO_{3}}{dt} \right)^{2} + J_{1} \left(\frac{ds\omega_{1}}{dsA_{1}} \frac{ds\omega_{1}}{dt} \right)^{2} + J_{2} \left(\frac{ds\omega_{2}}{dsA_{1}} \frac{ds\omega_{3}}{dt} \frac{ds\omega_{3}}{dt} \frac{ds\omega_{3}}{dt} \right)^{2} \right]^{-1} \cdot \\ &+ m_{3} \left(\frac{dsO_{3}}{dsA_{1}} \frac{ds\omega_{1}}{dt} \right)^{2} + J_{2} \left(\frac{ds\omega_{2}}{dsA_{1}} \frac{ds\omega_{3}}{dt} \frac{ds\omega_{3}}{dt} \frac{ds\omega_{3}}{dt} \frac{ds\omega_{3}}{dt} \frac{ds\omega_{3}}{dt} \frac{ds\omega_{3}}{dt} \right)^{2} \right]^{-1} \cdot \\ &+ \left[-m_{1} \frac{d-sO_{1}}{dsA_{1}} \cdot -s\ddot{O}_{1} - \frac{d-sB_{1}}{dsA_{1}} \cdot \left(F_{A_{1}} + F_{B_{1}} \right) + \frac{d-sB_{2}}{dsA_{1}} \cdot F_{B_{2}} - \right]^{-1} \cdot \\ &- \frac{d-sB_{3}}{dsA_{1}} \cdot F_{B_{3}} - m_{2} \frac{d-sO_{2}}{dsA_{1}} \cdot -s\ddot{O}_{2} - m_{3} \cdot \frac{d-sO_{3}}{dsA_{1}} \cdot -s\ddot{O}_{3} - \\ &- J_{1} \cdot \frac{d-\omega_{1}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{1} - J_{2} \cdot \frac{d-\omega_{2}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{2} - J_{3} \cdot \frac{d-\omega_{3}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{3} \\ &- J_{1} \cdot \frac{d-\omega_{1}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{1} - J_{2} \cdot \frac{d-\omega_{2}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{2} - J_{3} \cdot \frac{d-\omega_{3}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{3} \\ &- J_{1} \cdot \frac{d-\omega_{1}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{1} - J_{2} \cdot \frac{d-\omega_{2}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{2} - J_{3} \cdot \frac{d-\omega_{3}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{3} \\ &- J_{1} \cdot \frac{d-\omega_{1}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{1} - J_{2} \cdot \frac{d-\omega_{2}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{2} - J_{3} \cdot \frac{d-\omega_{3}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{3} \\ &- J_{1} \cdot \frac{d-\omega_{1}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{1} - J_{2} \cdot \frac{d-\omega_{2}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{2} - J_{3} \cdot \frac{d-\omega_{3}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{3} \\ &- J_{1} \cdot \frac{d-\omega_{1}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{1} - J_{2} \cdot \frac{d-\omega_{2}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{2} - J_{3} \cdot \frac{d-\omega_{3}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{3} \\ &- J_{1} \cdot \frac{d-\omega_{3}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{3} \\ &- J_{1} \cdot \frac{d-\omega_{1}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{1} - J_{2} \cdot \frac{d-\omega_{2}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{2} - J_{3} \cdot \frac{d-\omega_{3}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{3} \\ &- J_{1} \cdot \frac{d-\omega_{1}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{1} - J_{2} \cdot \frac{d-\omega_{2}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{3} \\ &- J_{1} \cdot \frac{d-\omega_{3}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{3} \\ &- J_{2} \cdot \frac{d-\omega_{3}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{3} \\ &- J_{2} \cdot \frac{d-\omega_{3}}{dsA_{1}} \cdot -\dot{\omega}_{3} \\$$

Сформована динамічна модель багатоелементного машиннотракторного агрегату для двох схем агрегатування «трактор – бункер – сівалка» та «трактор – сівалка – бункер» має однаковий математичний апарат (3.41)–(3.43) й різницю в чисельних значеннях параметрів для кожного елемента агрегату. Це відповідає поставленому завданню методології формування рівнянь динаміки комбінованих багатоелементних машиннотракторних агрегатів довільних структур.

3.5. Результати теоретичних досліджень плоско-паралельного руху машинно-тракторного агрегату в складі трактора класичної компоновки

Проведемо обчислення математичної моделі динаміки плоскопаралельного руху багатоелементного комбінованого грунтообробно-посівного машинно-тракторного агрегату в складі трактора класичної компоновки на прикладі трактора XT3-16131 та посівного агрегату АПП-6. схема агрегатування якого «трактор – бункер – сівалка» (схему наведено на рис. 3.4).

Як керуючий вплив використаємо кут пороту керуючих коліс трактора

[209], який є умовою для керування та підтримання стійкості руху агрегату [210]. Розглянемо перший режим руху – прямолінійний:

$$\psi = 0^{\circ}. \tag{3.44}$$

Схему прямолінійного руху комбінованого ґрунтообробно-посівного агрегату наведено на рис. 3.6.



Рис. 3.6. Схема прямолінійного руху комбінованого ґрунтообробно-посівного агрегату

При виконанні розворотів кут пороту керуючих коліс трактора встановлюється на стале значення (руль трактора утримується в одному положенні) – другий режим [211]:

$$\psi = 10^{\circ}$$
. (3.45)

При такому режимі керування траєкторії машинно-тракторного агрегату рухаються по колу (рис. 3.7) зі сталим радіусом.



Рис. 3.7. Схема руху комбінованого ґрунтообробно-посівного агрегату по колу при сталому куті керування $\psi = 10^{\circ}$

Кути повороту елементів МТА при сталому куті керування $\psi = 10^{\circ}$ наведено на рис. 3.8.



Рис. 3.8. Кути повороту елементів МТА при сталому куті керування $\psi = 10^{\circ}$

Максимальне значення кутів повороту досягається при $t = 33 \text{ c} - \gamma_1 = 6,39^\circ$, $\gamma_2 = 5,99^\circ$, $\gamma_3 = 5,55^\circ$ та значення змінюються паралельно.

Швидкості руху елементів МТА при сталому куті керування $\psi = 10^{\circ}$ зображено на рис. 3.9.



Рис. 3.9. Швидкості руху елементів МТА при сталому куті керування $\psi = 10^{\circ}$

Швидкості руху центрів мас бункера та сівалки на початку руху (при t = 0 с) дорівнюють $\gamma_2 = \gamma_3 = 2,76$ м/с, а центра мас трактора $\gamma_1 = 2,8$ м/с. Після завершення розвороту (повороту по колу) швидкості руху центрів мас агрегату

(при t = 33 с) дорівнює $\gamma_1 = 3,8$ м/с, $\gamma_2 = 3,76$ та $\gamma_3 = 3,85$ м/с. Повний розворот агрегату відбувається за t = 33 с. Центр мас сівалки рухається за найменшим радіусом, а центр мас трактора – за найбільшим (рис. 3.8, 3.9).

У другому випадку, якщо керування агрегатом відбувається в ручному режимі, тобто без використання систем керування напрямком руху (наприклад системою GPS), тоді траєкторії руху його елементів представляють гармонійні коливання [51, 185], кут керування змінюється за синусоїдальним законом [212]:

$$\psi = 0.2 \cdot \sin(0.5t). \tag{3.46}$$

Схему руху комбінованого ґрунтообробно-посівного агрегату при зміні кута керування за синусоїдальним законом (3.46) наведено на рис. 3.10.



Рис. 3.10. Схема руху комбінованого грунтообробно-посівного агрегату при встановленому куті керування $\psi = 0.2 \cdot \sin(0.5t)$



Рис. 3.11. Кути повороту елементів МТА при встановленому куті керування $\psi = 0, 2 \cdot \sin(0, 5t)$

Кути повороту елементів МТА при встановленому куті керування $\psi = 0,2 \cdot \sin(0,5t)$ приведено на рис. 3.11. Вони мають вигляд гармонійних коливань за періодом T = 12 с та амплітудою коливань $A_{\gamma 1} = 0,7^{\circ}$, $A_{\gamma 2} = 0,25^{\circ}$, $A_{\gamma 2} = 0,2^{\circ}$.

Швидкості руху елементів МТА при встановленому куті керування $\psi = 0, 2 \cdot \sin(0,5t)$ зображено на рис. 3.12. В мають період T = 6 с. Найнижче середнє значення швидкості руху $s\dot{A}_3 = 2,7 \text{ м/c}$ та найбільший розмах коливань 0,13 м/с має сівалка. Середнє значення швидкості руху трактора та бункера для посівного матеріалу $s\dot{A}_1 = 2,8 \text{ м/c}$ і $s\dot{A}_1 = 2,77 \text{ м/c}$; розмах коливань 0,04 м/с й 0,06 м/с.



Рис. 3.12. Швидкості руху елементів МТА при встановленому куті керування $\psi = 0, 2 \cdot \sin(0, 5t)$



Рис. 3.13. Кути повороту керуючих коліс трактора при встановленому куті керування $\psi = 0, 2 \cdot \sin(0,5t)$

У залежності від заданого кута керування напрямом руху трактора визначимо кути повороту керуючих коліс трактора (рис. 3.13), період зміни яких складає T = 12 с та розмах 1°.

Сили, що діють на елементи МТА при встановленому куті керування $\psi = 0.2 \cdot \sin(0.5t)$ у точках A_1 , B_1 , B_2 , B_3 , наведено на рис. 3.14.



Рис. 3.14. Сили, що діють на елементи МТА при встановленому куті керування $\psi = 0, 2 \cdot \sin(0,5t)$

Порівняємо швидкості руху центрів мас елементів МТА для двох схем агрегатування: «трактор $sA_1(a)$ – бункер $sA_2(a)$ – сівалка $sA_3(a)$ » та «трактор $sA_1(\delta)$ – сівалка $sA_2(\delta)$ – бункер $sA_3(\delta)$ » (рис. 3.15, 3.16).

Швидкості руху трактора для двох схем агрегатування мають однаковий характер коливань та значень, тобто збігаються.



Рис. 3.15. Швидкості руху центра мас трактора для двох схем агрегатування: а – «трактор – бункер – сівалка»; б – «трактор – сівалка – бункер»

Швидкість руху сівалки, що розташовується за трактором $(sA_2(\delta))$, має нижчий розмах коливань на $\Delta_p = 0,05 \text{ м/c}$, ніж бункер $(sA_2(a))$, та однаковий період T = 6 с (рис. 3.16). Бункер, що розташований позаду сівалки $(sA_3(\delta))$, має більший розмах коливань 0,2 м/с ніж сівалка $(sA_2(\delta))$, що розташована позаду бункера – 0,1 м/с.



Рис. 3.16. Швидкості руху центрів мас елементів МТА для двох схем агрегатування: «трактор – бункер $sA_2(a)$ – сівалка $sA_3(a)$ » та «трактор – бункер $sA_2(\delta)$ – сівалка $sA_3(\delta)$ »



Рис. 3.17. Сили, що діють на елементи МТА для двох схем агрегатування: а – «трактор – бункер – сівалка»; б – «трактор – сівалка – бункер»

Зниження швидкостей елементів МТА для другої схеми агрегатування МТА («трактор – сівалка – бункер») призвело до зниження зусиль, що діють на його елементи (рис. 3.17). Середнє значення тягового зусилля посівного комплексу знизилося з $P_{cp} = 31930$ H до $P_{cp} = 31630$ H, розмах коливань

залишився незмінним – 500 Н.

Для заданих досліджуваних умов оптимальною схемою агрегатування є схема «трактор – сівалка – бункер».

Математична модель багатоелементного машинно-тракторного агрегату в складі трактора класичної компоновки дозволила дослідити динамічні показники його функціонування, визначити швидкості, кути повороту, траєкторії руху, тобто для кожного з елементів агрегату. Найбільш ефективною схемою агрегатування є «трактор – сівалка – бункер» за рахунок зниження силових та динамічних показників відносно схеми «трактор – бункер – сівалка».

3.6. Визначення кінематичних зв'язків, кутів зламу піврам і швидкостей коліс трактора шарнірно-з'єднаної компоновки

Аналіз динаміки трактора шарнірно-з'єднаної компоновки пов'язаний із підвищенням складності за рахунок особливості конструкції, тобто рама трактора складається з двох піврам, які є окремими масами та з'єднані за допомогою шарніра. Особливості функціонування такого трактора мають вплив на динаміку агрегату, до якого він входить.

Обґрунтуємо та визначимо кінематичні зв'язки, кути зламу піврам і швидкості коліс трактора з шарнірно-з'єднаною рамою при повороті, що дозволяють досліджувати динаміку трактора як окремо, так і в складі машиннотракторного агрегату [213].



Рис. 3.18. Кінематична модель трактора з шарнірно-з'єднаною рамою

Кінематичну модель колісного трактора з шарнірно-з'єднаною рамою (на прикладі трактора XT3-17022) наведено на рис. 3.18, де використані такі позначення: X, Y, Z – декартові координати центра мас трактора в абсолютній системі координат; α , β , γ – кути Крилова (відповідно крен, тангаж та рискання), що задають орієнтацію трактора в абсолютній системі координат; ω_{11} , ω_{12} , ω_{21} , ω_{22} – кути повороту коліс (відповідно переднього лівого, переднього правого, заднього лівого, заднього правого) навколо своїх осей при коченні; ψ – кут зламу піврам трактора; $r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22}$ – радіуси відповідних коліс; l_1, l_2 – відстань від центра шарніра трактора відповідно до осі передніх та задніх коліс; b_1, b_2 – колія передніх та задніх коліс; θ – кут повороту задньої піврами трактора навколо осі x.

Горизонтальні складові швидкостей центрів коліс (точніше, складові цих швидкостей у площині рами трактора) позначимо як $\overline{v}_{C_{11}xy}, \overline{v}_{C_{12}xy}, \overline{v}_{C_{21}x}, \overline{v}_{C_{22}x}$ (рис. 3.19). Складову швидкості центра повороту піврам (т. *A*) трактора позначено \vec{v}_{Axy} .



Рис. 3.19. Розрахункова схема повороту трактора з шарнірно-з'єднаною рамою

Ці складові мають модулі, пропорційні відстаням центрів коліс до миттєвого центра швидкостей – т. *Р*. Запишемо їх рівняння:

$$\frac{v_{Axy}}{PA} = \frac{v_{C_{11}xy}}{PC_{11}} = \frac{v_{C_{12}xy}}{PC_{12}} = \frac{v_{C_{21}x}}{PC_{21}} = \frac{v_{C_{22}x}}{PC_{22}}.$$
(3.47)

Виразимо відстані, що входять у (3.26), через конструктивні параметри

рами та кут ψ , щоб уникнути виродженості цих формул при $\psi = 0$. Виразимо всі швидкості, що туди входять, через швидкість v_{Axy} :

$$PE = \frac{l_2 + l_1/\cos\psi}{\mathrm{tg}\psi} = \frac{l_1 + l_2\cos\psi}{\sin\psi}; \qquad PC_{21} = PE - \frac{b}{2}; \qquad PC_{22} = PE + \frac{b}{2}; \\PA = \sqrt{PE^2 + l_2^2}; \qquad PB = \sqrt{PA^2 - l_1^2}; \qquad PC_{11} = PB - \frac{b}{2}; \qquad PC_{12} = PB + \frac{b}{2}.$$

Позначивши
$$\beta_{1} = \frac{b}{2l_{1}}$$
 та $\beta_{2} = \frac{b}{2l_{2}}$, одержимо:
 $v_{C_{11}xy} = v_{Axy} \frac{PC_{11}}{PA} = v_{Axy} \frac{PB - b/2}{PA} = v_{Axy} (\cos \psi_{1} - \beta_{1} \sin \psi_{1});$
 $v_{C_{12}xy} = v_{Axy} \frac{PC_{12}}{PA} = v_{Axy} (\cos \psi_{1} + \beta_{1} \sin \psi_{1});$
 $v_{C_{21}x} = v_{Axy} \frac{PC_{21}}{PA} = v_{Axy} (\cos \psi_{2} - \beta_{2} \sin \psi_{2});$
 $v_{C_{22}x} = v_{Axy} \frac{PC_{22}}{PA} = v_{Axy} (\cos \psi_{2} + \beta_{2} \sin \psi_{2}).$
(3.48)

Це рівняння неголономних зв'язків, що забезпечують кочення коліс у своїх площинах.

Для кутів ψ_1 і ψ_2 очевидні формули:

$$\sin \psi_1 = \frac{l_1}{PA} = \frac{l_1}{\sqrt{PB^2 + l_1^2}} = \frac{(l_1/PB)}{\sqrt{1 + (l_1/PB)^2}};$$

$$\sin \psi_2 = \frac{l_2}{PA} = \frac{l_2}{\sqrt{PE^2 + l_2^2}} = \frac{(l_2/PE)}{\sqrt{1 + (l_2/PE)^2}},$$

але:

$$\frac{l_1}{PB} = \frac{l_1 \sin \psi}{l_2 + l_1 \cos \psi}, \quad \frac{l_2}{PE} = \frac{l_2 \sin \psi}{l_1 + l_2 \cos \psi}$$

Тому:

$$\psi_{1} = \arcsin \frac{\sin \psi}{\sqrt{\sin^{2} \psi + (\alpha_{2} + \cos \psi)^{2}}},$$

$$\psi_{2} = \arcsin \frac{\sin \psi}{\sqrt{\sin^{2} \psi + (\alpha_{1} + \cos \psi)^{2}}},$$
(3.49)

•

де
$$\alpha_1 = \frac{l_1}{l_2}, \ \alpha_2 = \frac{l_2}{l_1}.$$

Запропоновані формули (3.48), (3.49) не вироджуються при $\psi = 0$. Точки взаємодії коліс із ґрунтом є миттєво нерухливими, тому:

$$\omega_{11} = \frac{v_{C_{11}xy}}{z_{C_{11}}}, \ \omega_{12} = \frac{v_{C_{12}xy}}{z_{C_{12}}}, \ \omega_{21} = \frac{v_{C_{21}x}}{z_{C_{21}}}, \ \omega_{22} = \frac{v_{C_{22}x}}{z_{C_{22}}}.$$

Вектор \vec{v}_{Axy} являє собою проекцію вектора швидкості шарніра повороту на площину рами. Очевидно, його можна знайти через компоненти вектора абсолютної швидкості центра мас $(\dot{X}_A, \dot{Y}_A, \dot{Z}_A)$, скориставшись матрицею повороту \mathbf{S}_{abc}^{cb} [214] від абсолютної системи координат до пов'язаної із трактором головної (але не центральної) системи координат (позначеної на рис. 3.4 як Axyz – «зв'язана»), формула для компонентів якої має вигляд:

$$\mathbf{S}_{abc}^{CB} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{23} & s_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{\beta}C_{\gamma} + S_{\alpha}S_{\beta}S_{\gamma} & C_{\alpha}S_{\gamma} & -S_{\beta}C_{\gamma} + S_{\alpha}C_{\beta}S_{\gamma} \\ S_{\alpha}S_{\beta}C_{\gamma} - C_{\beta}S_{\gamma} & C_{\alpha}C_{\gamma} & S_{\alpha}C_{\beta}C_{\gamma} + S_{\beta}S_{\gamma} \\ C_{\alpha}S_{\beta} & -S_{\alpha} & C_{\alpha}C_{\beta} \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{A}e \qquad C_{\alpha} = \cos\alpha \,, \ C_{\beta} = \cos\beta \,, \ C_{\gamma} = \cos\gamma \,, \ S_{\alpha} = \sin\alpha \,, \ S_{\beta} = \sin\beta \,, \ S_{\gamma} = \sin\gamma \,.$$

Отже, одержимо:

$$\vec{v}_{Axy} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_A \\ \dot{Y}_A \\ \dot{Z}_A \end{bmatrix}.$$
 (3.50)

Виразивши складову швидкості шарніра через кутову швидкість ω_z ,

$$v_{Axy} = \omega_z \cdot PA$$
,

отримаємо:

$$\vec{v}_{Axy} = \left(\dot{\gamma} - \dot{\beta}\sin\alpha\right) \cdot PA\begin{bmatrix}\cos\psi\\\sin\psi\end{bmatrix}.$$
(3.51)

Прирівнюючи праві частини рівнянь (3.29) і (3.30), розв'язуючи отримані рівняння відносно \dot{X}_A , \dot{Y}_A , отримаємо:

$$\dot{X}_{A} = \frac{\left[PA\left(\dot{\gamma} - \dot{\beta}\sin\alpha\right)\cos(\gamma + \psi) + \dot{Z}_{A}\sin\beta\right]}{\cos\beta},$$

$$\dot{Y}_{A} = \frac{PA\left(\dot{\gamma} - \dot{\beta}\sin\alpha\right)\left[\cos\beta\sin(\gamma + \psi) - \sin\alpha\sin\beta\cos(\gamma + \psi)\right] - \dot{Z}_{A}\sin\alpha}{\cos\alpha\cos\beta}.$$
(3.52)

Таким чином, у трактора шарнірно-з'єднанної компоновки 10 узагальнених координат. З урахуванням неголономних зв'язків, рівняння яких представлені формулами (3.48) і (3.52), у цієї системи 4 ступені свободи. Рівняння (3.48) та (3.52) дозволяють одержати вираження шести залежних узагальнених швидкостей (залежних варіацій узагальнених координат) від інших незалежних.

3.7. Визначення кінематичних зв'язків математичної моделі плоскопаралельного руху багатоелементного машинно-тракторного агрегату в складі трактора шарнірно-з'єднаної компоновки

Колісні трактори серії XT3-150/170 мають шарнірно-з'єднану конструкцію, тому мають особливості в дослідженні динаміки як окремо, так і в складі машинно-тракторного агрегату [212].



Рис. 3.20. Кінематична модель багатоелементного машинно-тракторного агрегату в складі трактора шарнірно-з'єднаної компоновки

90

Розглянемо розрахункову схему плоско-паралельного руху багатоелементного машинно-тракторного агрегату в складі трактора шарнірноз'єднаної компоновки (рис. 3.20), де використаємо такі позначення: С_{іі} – (*i* _ центри коліс номер ряду, i _ номер ряді); y A_k – передні точки рам (k = 1, 2, ..., 4, для чотирьохелементного агрегату); O_k – центри мас трактора, бункера та сівалки; B_k – точки середини задньої осі трактора, бункера та сівалки; P_k – миттєві центри швидкостей рам елементів агрегату; ψ – кут зламу піврам трактора; φ_k – кути між лініями, нерухливих корпусів, осей коліс і напрямками на центри мас із відповідних МЦШ; θ_k – кути від ліній зазначених осей до напрямків на передні шарніри з МЦШ; δ_k – ліній осей до напрямків на задні шарніри 3 МЦШ; кути від γ_k – кути, що становлять поздовжні осі транспортних засобів із віссю xнерухливої системи координат.

Виведемо основні геометричні формули. Із трикутника $A_1B_1P_1$ (рис. 3.20):

$$\operatorname{ctg} \theta_1 = \frac{P_1 B_1}{A_1 B_1},$$

із трикутника $A_2B_1P_1$:

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{B_1 A_2}{P_1 B_1}.$$

Відповідно до попередніх розрахунків (3.26)–(3.28):

$$\delta_{1} = \arcsin \frac{\sin \psi}{\sqrt{\sin^{2} \psi + (\alpha_{2} + \cos \psi)^{2}}},$$

$$\theta_{2} = \arcsin \frac{\sin \psi}{\sqrt{\sin^{2} \psi + (\alpha_{1} + \cos \psi)^{2}}},$$
(3.53)

де

$$\alpha_1 = \frac{B_1 A_2}{A_2 B_2}, \ \alpha_2 = \frac{A_2 B_2}{B_1 A_2}$$

Відповідно:

$$\theta_1 = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \delta_1 \cdot A_1 B_1}{B_1 A_2}, \qquad (3.54)$$

Зміна моделі трактора впливає лише на перші два елементи моделі динаміки, тому формули (3.26)–(3.39) будуть справедливими у випадку дослідження динаміки агрегату в складі трактора з шарнірно-з'єднаною рамою:

$$\operatorname{tg}\phi_{i} = \mu_{i}\operatorname{tg}\theta_{i}, \qquad \mu_{i} = \frac{O_{i}B_{i}}{A_{i}B_{i}}, \qquad (3.55)$$

$$\operatorname{tg} \delta_j = \lambda_j \operatorname{tg} \theta_j, \qquad \lambda_j = \frac{B_j A_k}{A_j B_j}, \qquad (3.56)$$

$$\theta_k = \gamma_j - \gamma_k - \delta_j, \qquad (3.57)$$

$$\dot{\gamma}_i = \omega_i = \frac{v_{A_i}}{A_i P_i} = \frac{v_{A_i}}{A_i B_i} \sin \theta_i, \qquad (3.58)$$

$$v_{A_k} = v_{A_j} \sqrt{\lambda_j^2 \sin^2 \theta_j + \cos^2 \theta_j}, \qquad (3.59)$$

$$\dot{x}_{A_i} = v_{A_i} \cos(\gamma_i + \theta_i), \qquad \dot{y}_{A_i} = v_{A_i} \sin(\gamma_i + \theta_i). \qquad (3.60)$$

$$v_{O_i} = v_{A_i} \sqrt{\mu_i^2 \sin^2 \theta_i + \cos^2 \theta_i} , \qquad (3.61)$$

$$v_{B_i} = \frac{v_{A_i}}{\cos\theta_1}.$$
(3.62)

Індекси елементів агрегату праворуч і ліворуч у формулах змінюються синхронно i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2, 3, k = 2, 3, 4, що відповідає розробленій методиці дослідження багатоелементних агрегатів довільної структури.

3.8. Математична модель плоско-паралельного руху машиннотракторного агрегату в складі трактора шарнірно-з'єднаної компоновки

В України набули поширення трактори тягового класу 3 з шарнірноз'єднаною рамою [13–15], тому необхідно дослідити динаміку багатоелементних агрегатів у складі таких тракторів. Розглянемо динамічну модель комбінованого грунтообробно-посівного машинно-тракторного агрегату в складі трактора даної компоновки зі схемою агрегатування «трактор – бункер для посівного матеріалу – сівалка» (рис. 3.21) та схемою «трактор – сівалка – бункер» (рис. 3.22).

На рис. 3.21 використаємо такі позначення: : m_1 , J_1 – маса та момент інерції першої піврами трактора відносно вертикальної осі; F_{B1} – сили, що діють на вісь першої піврами трактора; m_2 , J_2 – маса та момент інерції другої піврами трактора відносно вертикальної осі; F_{B2} – сили, що діють на вісь другої піврами трактора; m_3 , J_3 – маса та момент інерції бункера відносно вертикальної осі; F_{B3} – сили, що діють на вісь бункеру; m_4 , J_4 – маса та момент інерції сівалки відносно вертикальної осі; F_{B4} – сили, що діють на вісь сівалки; решта позначень – відповідно до рис. 3.20.



Рис. 3.21. Динамічна модель МТА в складі трактора шарнірно-з'єднаної компоновки (схема «трактор – бункер – сівалка»)



Рис. 3.22. Динамічна модель МТА в складі трактора шарнірно-з'єднаної компоновки (схема «трактор – бункер – сівалка»)

Динамічна модель МТА побудована за схемою «трактор – сівалка – бункер» (рис. 3.22) має відмінності у позначенні бункера та сівалки, які змінені на: m_3 , J_3 – маса та момент інерції сівалки відносно вертикальної осі; F_{B3} – сили, що діють на вісь сівалки; m_4 , J_4 – маса та момент інерції бункера відносно вертикальної осі; F_{B4} – сили, що діють на вісь бункера; решта позначень – відповідно до рис. 3.20.

Математична модель динаміки МТА в складі трактора шарнірноз'єднаної компоновки формується на основі методології побудови рівнянь динаміки багатоелементних агрегатів (3.1)–(3.11). Ураховуючи кінематичні зв'язки трактора шарнірно-з'єднаної компоновки (3.47)–(3.52) та кінематичні зв'язки комбінованого посівного агрегату (3.53)–(3.62), за допомогою ССКА «КиДиМ» сформуємо математичні моделі МТА для схем агрегатування «трактор – бункер – сівалка» та «трактор – сівалка – бункер».

Як і у випадку дослідження динаміки МТА в складі трактора класичної компоновки (3.26)–(3.40), автоматично сформовані рівняння для двох схем агрегатування (рис. 3.21, 3.22) мають однаковий математичний зміст, а відрізняються масо-геометричними параметрами, тобто математичні моделі однакові. Таким чином, система рівнянь руху МТА має вигляд:

$$\begin{split} s\dot{A}_{1} &= \frac{d_sO_{1}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot m_{1} \cdot s\ddot{O}_{1} + \frac{d_sO_{2}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot m_{2} \cdot s\ddot{O}_{2} + \frac{d_sO_{2}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot m_{2} \cdot s\ddot{O}_{2} + \\ &+ \frac{d_sO_{4}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot m_{4} \cdot s\ddot{O}_{4} + \frac{d_\omega_{1}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot J_{1} \cdot \dot{\omega}_{1} + \frac{d_\omega_{2}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot J_{2} \cdot \dot{\omega}_{2} + \\ &+ \frac{d_\omega_{3}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot J_{3} \cdot \dot{\omega}_{3} + \frac{d_\omega_{4}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot J_{4} \cdot \dot{\omega}_{4} - \frac{d_sB_{1}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot F_{B1} - \frac{d_sB_{2}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot F_{B2} - \\ &- \frac{d_sB_{3}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot F_{B3} - \frac{d_sB_{4}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \cdot F_{B4}. \end{split}$$
(3.63)

Кінематичні зв'язки математичної моделі плоско-паралельного руху машинно-тракторного агрегату в складі трактора шарнірно-з'єднаної компоновки будуть такими:

$$\begin{cases} \delta_1 = \arcsin \frac{\sin \psi}{\sqrt{\sin^2 \psi + \left(\frac{A_2 B_2}{B_1 A_2} + \cos \psi\right)^2}}; \\ \delta_n = \operatorname{arctg}(\lambda_n \cdot \operatorname{tg} \theta_n), \end{cases}$$
(3.64)

$$\begin{cases} \theta_{1} = \arctan \frac{\operatorname{tg} \delta_{1} \cdot A_{1} B_{1}}{B_{1} A_{2}}; \\ \theta_{2} = \operatorname{arcsin} \frac{\sin \psi}{\sqrt{\sin^{2} \psi + \left(\frac{B_{1} A_{2}}{A_{2} B_{2}} + \cos \psi\right)^{2}}}; \\ \theta_{n} = \gamma_{n-1} - \gamma_{n} - \delta_{n-1}; \\ \varphi_{i} = \operatorname{arctg}(\mu_{i} \operatorname{tg} \theta_{i}); \\ \omega_{i} = s\dot{A}_{i} \frac{\sin \theta_{i}}{A_{i} B_{i}}; \\ s\dot{A}_{n} = sA_{n} + s\dot{A}_{n-1} \sqrt{(\cos \theta_{n-1})^{2} + (\lambda_{n-1} \sin \theta_{n-1})^{2}}; \\ s\dot{B}_{i} = sB_{i} + s\dot{A}_{i} \cos \theta_{i}; \\ s\dot{O}_{i} = sO_{i} + s\dot{A}_{i} \sqrt{(\cos \theta_{i})^{2} + (\mu_{i} \sin \theta_{i})^{2}}; \\ \dot{\gamma}_{i} = \gamma_{i} + \omega_{i}; \\ x\dot{A}_{i} = xA_{i} + s\dot{A}_{i} \cos(\theta_{i} + \gamma_{i}); \\ y\dot{A}_{i} = yA_{i} + s\dot{A}_{i} \sin(\theta_{i} + \gamma_{i}); \\ x\dot{B}_{i} = xB_{i} + s\dot{B}_{i} \cos \gamma_{i}; y\dot{B}_{i} = yB_{i} + s\dot{B}_{i} \sin \gamma_{i}, \end{cases}$$

$$(3.65)$$

де *s* – псевдокоординати точок елементів МТА; *x*, *y* – координати точок елементів МТА;

i = 1,...,4 – номер елемента в агрегаті, що позначає першу півраму трактора, другу півраму трактора, бункер та сівалку для схеми «трактор– бункер–сівалка» та трактор, сівалку й бункер для схеми агрегатування «трактор – сівалка – бункер»;

n = 2,...,4 – номер елемента в агрегаті, що позначає другу півраму трактора, бункер та сівалку для схеми «трактор – бункер – сівалка» та сівалку й бункер для схеми агрегатування «трактор – сівалка – бункер».

Вираз (3.63) також можна записати у формі двох добутків:

$$s\dot{A}_{1} = \left[m_{1} \cdot \left(\cos^{2} \theta_{1} + 0.12755 \sin^{2} \theta_{1} \right) + m_{2} \cdot \left(\frac{dsO_{2}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \right)^{2} + m_{3} \cdot \left(\frac{dsO_{3}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \right)^{2} + m_{1} \cdot \left(\cos^{2} \theta_{1} + 0.12755 \sin^{2} \theta_{1} \right) + m_{2} \cdot \left(\frac{dsO_{2}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \right)^{2} + m_{3} \cdot \left(\frac{dsO_{3}}{\frac{dsA_{1}}{dt}} \right)^{2} + m_{3} \cdot \left(\frac{dsO_{3}}{\frac{ds}{dt}} \right)^{2} + m_{3} \cdot \left($$

$$+ m_4 \cdot \left(\frac{dsO_4}{dsA_1}\right)^2 + J_1 \cdot \left(\frac{d\omega_1}{dsA_1}\right)^2 + J_2 \cdot \left(\frac{d\omega_2}{dsA_1}\right)^2 + J_3 \cdot \left(\frac{d\omega_3}{dsA_1}\right)^2 + J_4 \cdot \left(\frac{d\omega_4}{dsA_1}\right)^2\right)^{-1} \cdot \left[-m_1 \cdot \frac{d _ sO_1}{d _ sA_1} \cdot s\ddot{O}_1 - m_2 \cdot \frac{d _ sO_2}{d _ sA_1} \cdot s\ddot{O}_2 - m_3 \cdot \frac{d _ sO_3}{d _ sA_1} \cdot s\ddot{O}_3 - m_1 \cdot \frac{d _ sO_1}{d _ sA_1} \cdot s\ddot{O}_1 - m_2 \cdot \frac{d _ sO_2}{d _ sA_1} \cdot s\ddot{O}_2 - m_3 \cdot \frac{d _ sO_3}{d _ sA_1} \cdot s\ddot{O}_3 - m_1 \cdot \frac{d _ sO_3}{d _ sA_1} \cdot s\ddot{O}_1 - m_2 \cdot \frac{d _ sO_2}{d _ sA_1} \cdot s\ddot{O}_2 - m_3 \cdot \frac{d _ sO_3}{d _ sA_1} \cdot s\ddot{O}_3 - m_1 \cdot \frac{d _ sO_3}{d _ sA_1} \cdot s\ddot{O}_1 - m_2 \cdot \frac{d _ sO_2}{d _ sA_1} \cdot s\ddot{O}_2 - m_3 \cdot \frac{d _ sO_3}{d _ sA_1} \cdot s\ddot{O}_3 - m_4 \cdot \frac{d _ sO_3}{d _ sA_1} \cdot s\ddot{O}_4 - J_3 \cdot \frac{d _ \omega_3}{d _ sA_1} \cdot \dot{\omega}_3 + J_4 \cdot \frac{d _ \omega_4}{d _ sA_1} \cdot \dot{\omega}_3 + J_4 \cdot \frac{d _ \omega_4}{d _ sA_1} \cdot \dot{\omega}_3 + J_4 \cdot \frac{d _ \omega_4}{d _ sA_1} \cdot \dot{\omega}_3 + J_4 \cdot \frac{d _ \omega_4}{d _ sA_1} \cdot \dot{\omega}_3 + J_4 \cdot \frac{d _ \omega_4}{d _ sA_1} \cdot \dot{\omega}_3 + J_4 \cdot \frac{d _ \omega_4}{d _ sA_1} \cdot \dot{\omega}_3 + J_4 \cdot \frac{d _ \omega_4}{d _ sA_1} \cdot \dot{\omega}_3 + J_4 \cdot \frac{d _ \omega_4}{d _ sA_1} \cdot \dot{\omega}_3 + J_4 \cdot \frac{d _ \omega_4}{d _ sA_1} \cdot \dot{\omega}_3 + J_4 \cdot \frac{d _ \omega_4}{d _ sA_1} \cdot \dot{\omega}_4 - \frac{d _ sB_1}{d _ sA_1} \cdot F_{B1} + \frac{d _ sB_2}{d _ sA_1} \cdot F_{B2} - \frac{d _ sB_3}{d _ sA_1} \cdot F_{B3} - \frac{d _ sB_4}{d _ sA_1} \cdot F_{B4} - \dot{\omega}_4 \cdot \dot{\omega}_4 - \dot{\omega}_4 \cdot \dot{\omega}_4 \cdot \dot{\omega}_4 - \dot{\omega}_4 \cdot \dot{\omega}_4 \cdot \dot{\omega}_4 \cdot \dot{\omega}_4 - \dot{\omega}_4 \cdot \dot{\omega}_4 \cdot \dot{\omega}_4 \cdot \dot{\omega}_4 - \dot{\omega}_4 \cdot \dot{\omega}_4 \cdot \dot{\omega}_4 \cdot \dot{\omega}_4 \cdot \dot{\omega}_4 - \dot{\omega}_4 \cdot \dot{\omega}_$$

Розроблена математична модель динаміки багатоелементного МТА в складі трактора шарнірно-з'єднаної компоновки та ґрунтообробно-посівного агрегату, сформована за допомогою методології (3.1)–(3.11), автоматично формується ССКА «КиДиМ» або програми символьної арифметики.

3.9. Результати теоретичних досліджень плоско-паралельного руху машинно-тракторного агрегату в складі трактора шарнірно-з'єднаної компоновки

Обчислимо математичну модель динаміки плоско-паралельного руху багатоелементного комбінованого ґрунтообробно-посівного машиннотракторного агрегату в складі трактора шарнірно-з'єднаної компоновки на прикладі трактора XT3-17021 та посівного агрегату АПП-6, схема агрегатування якого «трактор – бункер – сівалка» (схема наведено на рис. 3.21). Математична модель даного агрегату описується формулами (3.63)–(3.65).

Розглянемо прямолінійний режим руху – при якому кут зламу піврам трактора дорівнює $\psi = 0^{\circ}$. Схему прямолінійного руху комбінованого грунтообробно-посівного агрегату наведено на рис. 3.23.

Розвороти МТА на гоні відбуваються при встановленні сталого кута керування рульового колеса (для трактора шарнірно-з'єднаної компоновки – кута зламу піврам) [215]:



На рис. 3.24 наведено схема розвороту комбінованого грунтообробнопосівного агрегату на гоні в складі трактора шарнірно-з'єднаної компоновки.



Рис. 3.24. Схема розвороту комбінованого грунтообробно-посівного агрегату на гоні в складі трактора шарнірно-з'єднаної компоновки

Кут зламу піврам трактора є постійним при виконанні розвороту МТА (рис. 3.25).

Розрахуємо швидкості руху центрів мас елементів комбінованого грунтообробно-посівного агрегату при розвороті. Результати наведемо на рис. 3.26. Найнижчу швидкість руху має четвертий елемент агрегату – сівалка, тому вона рухається по колу меншого радіусу, ніж інші елементи.



Рис. 3.25. Кут зламу піврам трактора при виконанні розвороту МТА на гоні



Рис. 3.26. Швидкості руху центрів мас елементів комбінованого грунтообробно-посівного агрегату при розвороті



Рис. 3.27. Кути повороту елементів комбінованого грунтообробно-посівного агрегату при розвороті

97

При розвороті МТА на гоні, кути повороту елементів збільшуються (рис. 3.27) у відповідності до швидкостей центрів мас елементів (рис. 3.26). На t = 12 с кут повороту першої піврами трактора дорівнює $\gamma_1 = 3,136$ рад, кут повороту другої піврами трактора $\gamma_2 = 2,917$ рад, кут повороту бункера $\gamma_3 = 2,386$ рад та сівалки $\gamma_4 = 1,679$ рад.

Дійсна траєкторія руху елементів МТА змінюється за гармонійним законом у відповідності до кута зламу піврам трактора, що змінюється за формулою $\psi = 0, 2 \cdot \sin(0.5 \cdot t)$. Її наведено на рис. 3.28, а схему руху агрегату – на рис. 3.29.



Рис. 3.28. Кут зламу піврам трактора шарнірно-з'єднаної компоновки



Рис. 3.29. Схема руху комбінованого ґрунтообробно-посівного агрегату в складі трактора шарнірно-з'єднаної компоновки при русі за синусоїдальною траєкторією

При русі за синусоїдальною траєкторією кути повороту першої та другої піврам трактора збігаються (рис. 3.30), розмах їх коливань складає 0,77 рад, а

період – T = 12,5 с. Розмах коливань бункера та сівалки дорівнює 0,67 рад й 0,45 рад з періодом T = 12,5 с, що свідчить про менше відхилення цих елементів від прямолінійної траєкторії руху, прийнятої за відповідності до агротехнічних вимог.



Рис. 3.30. Кути повороту елементів МТА навколо центра мас



Рис. 3.31. Швидкості руху центрів мас елементів МТА при русі за синусоїдальною траєкторією

Швидкості руху центрів мас елементів МТА при русі за синусоїдальною траєкторією наведено на рис. 3.31, їх зниження спостерігається на початку руху при $t \ge 7,5$ с. Найнижчу швидкість на початку руху має центр мас бункера $s\dot{O}_3 = 2,57$ м/с, який надалі має розмах коливань 0,12 м/с та період T = 12,5 с. Розмах коливань швидкостей центрів мас першої та другої піврам трактора 0,08 м/с, сівалки – 0,02 м/с.

Розрахуємо сили, що діють на елементи комбінованого грунтообробнопосівного агрегату в складі трактора шарнірно-з'єднаної компоновки при русі за синусоїдальною траєкторією, та наведемо їх на рис. 3.32. Найнижче значення має $F_{B3} = 3500$ Н – сила опору кочення бункера для посівного матеріалу. Сили, що діють на першу та другу півраму трактора залежать від положення центра мас та від навантаження на відповідну вісь $F_{B1} = 15000$ Н, $F_{B2} = 16000$ Н. Сила, що діє на сівалку, змінюється гармонійно. Середнє значення $F_{B4cep} = 28115$ Н, а розмах коливань – 230 Н.



Рис. 3.32. Сили, що діють на елементи комбінованого грунтообробнопосівного агрегату в складі трактора шарнірно-з'єднаної компоновки при русі за синусоїдальною траєкторією

Порівняємо динаміку елементів МТА для двох схем агрегатування «трактор – бункер – сівалка» та «трактор – сівалка – бункер» (рис. 3.33, 3.34). Розрахуємо сили, що діють на елементи агрегату (рис. 3.33). Швидкості руху центрів мас трактора для обох випадків збігаються.



Рис. 3.33. Сили, що діють на елементи комбінованого ґрунтообробнопосівного агрегату для двох схем агрегатування МТА

При агрегатуванні МТА за схемою «трактор – сівалка – бункер» тяговий опір, створений комбінованим ґрунтообробно-посівним агрегатом, менший на 200 Н, ніж для схеми «трактор – бункер – сівалка», оскільки розмах швидкостей центра мас сівалки нижчий (рис. 3.34, а) на 0,05 м/с. Підвищення амплітуди та розмаху коливань швидкостей центра мас бункера (рис. 3.34, б) істотно не вплинуло на підвищення тягового зусилля агрегату.



Рис. 3.34. Швидкості руху третього елемента (а) та четвертого елемента (б) для двох схем агрегатування МТА

Дослідження динаміки комбінованого ґрунтообробно-посівного агрегату в складі трактора шарнірно-з'єднаної компоновки на прикладі трактора XT3-17021 та посівного агрегату АПП-6 дозволило визначити такі динамічні показники: траєкторії руху, сили, діючі на елементи агрегату, кути повороту тощо. Ці параметри досліджені для трьох режимів руху: за прямолінійною траєкторією, на розвороті та при русі за синусоїдою. Математична модель для двох схем агрегатування («трактор – бункер – сівалка» та «трактор – сівалка – бункер») має однаковий математичний зміст.

4.1. Просторова модель руху мобільної машини

Векторні величини, що визначають рух мобільної машини (швидкість центра мас, кутову швидкість і т.д.), а також управління та збурення, що діють на мобільну машину (MM) (сила тяги, керуючі моменти, збурюючі сили і моменти), задаються в різних системах координат. Щоб використовувати ці параметри в процесі отримання та аналізу рівнянь динаміки мобільних машин, необхідно мати математичний апарат для знаходження проекцій векторних величин у різних системах координат [216].

Взаємозв'язок між ортогональними системами координат у прикладних задачах динаміки може бути описаний при використанні кутів Ейлера (модифікованих кутів Ейлера–Крилова) [217].

Кути Ейлера становлять собою три кути, що визначають послідовні повороти (або взаємне положення) твердого тіла або системи координат (із ним жорстко пов'язаної) щодо вихідної системи координат.

При використанні кутів Ейлера–Крилова для опису положення ММ у просторі (для визначення взаємного положення систем координат) необхідно задавати (обумовлювати) послідовність поворотів і зв'язок між осями і кутами.



Рис. 4.1. Взаємне розташування двох ортогональних систем координат: XYZ – осі нерухомої системи координат; xyz – осі рухомої системи координат; т. O – початок системи координат; α, β, γ – кути крену, тангажу та рискання Кути Крилова використовуються для формування матриць напрямних косинусів, що визначають взаємне положення двох ортогональних систем координат (рис. 4.1) [217].

Матриця напрямних косинусів являє собою прямокутну таблицю 3х3, елементами якої є косинуси кутів між осями вихідної та рухливої системи координат (напрямні косинуси) (рис. 4.2).

Рис. 4.2. Матриця напрямних косинусів для переходу від нерухливої системи координат до рухливої системи координат: *XYZ* – осі вихідної (нерухливої) системи координат; *xyz* – осі рухливої системи координат; *a_{ij}* – направляючі косинуси, що являють собою тригонометричні функції кутів Ейлера

Динамічну модель мобільної машини на прикладі колісного трактора представлено на рис. 4.3.



Рис. 4.3. Модель просторового руху мобільної машини:

X,Y,Z – осі системи координат, пов'язаної з місцевістю; x, y, z – осі рухливої системи координат пов'язаної з корпусом машини; т. O – точка початку системи координат, пов'язаної з місцевістю; т. o – точка початку системи координат, пов'язаної з мобільною машиною; α , β , γ – кути повороту мобільної машини навколо осей x, y, z Система координат, що пов'язана з місцевістю, визначається осями X, Y, Z. Рухлива система координат пов'язана з корпусом машини – x, y, z. Центр рухливої системи координат розташовується в центрі мас машини, причому вісь x збігається з поздовжньою горизонтальною віссю машини та спрямована вперед; вісь y – також розташована в горизонтальній площині машини та спрямована вліво по ходу машини, вісь z – спрямована вертикально вгору.

Перехід з рухливої системи координат в інерціальну систему здійснюється за допомогою матриці напрямних косинусів:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix},$$
(4.1)

 $\begin{array}{ll} \mathcal{A}e & a_{11} = \sin\gamma\sin\beta\sin\alpha + \cos\gamma\cos\beta; \\ a_{12} = \cos\alpha\sin\gamma; \\ a_{13} = \sin\gamma\cos\beta\sin\alpha - \cos\gamma\sin\beta; \\ a_{21} = \sin\beta\cos\gamma\sin\alpha - \sin\gamma\cos\beta; \\ a_{22} = \cos\alpha\cos\gamma; \\ a_{23} = \cos\gamma\cos\beta\sin\alpha + \sin\gamma\sin\beta; \\ a_{31} = \sin\beta\cos\alpha; \\ a_{32} = -\sin\alpha; \\ a_{33} = \cos\beta\cos\alpha. \end{array}$

Визначимо величини проекцій вектора швидкості на осі координат:

$$\begin{cases} \dot{X} = a_{11}\dot{x} + a_{12}\dot{y} + a_{13}\dot{z} \\ \dot{Y} = a_{21}\dot{x} + a_{22}\dot{y} + a_{23}\dot{z} \\ \dot{Z} = a_{31}\dot{x} + a_{32}\dot{y} + a_{33}\dot{z} \end{cases}$$
(4.2)

Продиференціюємо систему (4.2) для визначення прискорень центра мас машини щодо нерухливої системи координат:

$$\begin{split} \ddot{X} &= a_{11}\ddot{x} + a_{12}\ddot{y} + a_{13}\ddot{z} + (\dot{\gamma}\cos\gamma\sin\beta\sin\alpha + \dot{\beta}\sin\gamma\cos\beta\sin\alpha + \\ &+ \dot{\alpha}\sin\gamma\sin\beta\cos\alpha - \dot{\gamma}\sin\gamma\cos\beta - \beta\cos\gamma\sin\beta)\dot{x} + (-\dot{\alpha}\cos\alpha\sin\gamma + \\ &+ \dot{\gamma}\cos\alpha\cos\gamma)\dot{y} + (\dot{\gamma}\cos\gamma\cos\beta\sin\alpha - \dot{\beta}\sin\gamma\sin\beta\sin\alpha + \\ &+ \dot{\alpha}\sin\gamma\cos\beta\cos\alpha + \dot{\gamma}\sin\gamma\sin\beta - \dot{\beta}\cos\gamma\cos\beta)\dot{z} \end{split}$$

$$\ddot{Y} = a_{21}\ddot{x} + a_{22}\ddot{y} + a_{23}\ddot{z} + (-\dot{\gamma}\sin\gamma\sin\beta\sin\alpha + \dot{\beta}\cos\gamma\cos\beta\sin\alpha + + \dot{\alpha}\sin\gamma\cos\beta\cos\alpha - \dot{\gamma}\cos\gamma\cos\beta + \dot{\beta}\sin\gamma\sin\beta)\dot{x} + (\dot{\alpha}\sin\alpha\cos\gamma + + \dot{\gamma}\cos\alpha\sin\gamma)\dot{y} + (-\dot{\gamma}\sin\gamma\cos\beta\sin\alpha - \dot{\beta}\cos\gamma\sin\beta\sin\alpha + + \dot{\alpha}\cos\gamma\cos\beta\cos\alpha)\dot{z}$$

$$(4.3)$$

$$\ddot{Z} = a_{31}\ddot{x} + a_{32}\ddot{y} + a_{33}\ddot{z} + (\dot{\beta}\cos\beta\cos\alpha - \dot{\alpha}\sin\beta\sin\alpha)\dot{x} - (\dot{\alpha}\cos\alpha)\dot{y} - (\dot{\beta}\sin\beta\cos\alpha + \dot{\alpha}\cos\beta\sin\alpha)\dot{z}$$

Отримані рівняння (4.3) дозволяють виразити прискорення мобільної машини в фіксованій системі координат через прискорення мобільної машини. Використання кутів Ейлера–Крилова для зв'язаної системи координат мобільної машини у просторі дозволяє уникнути виродженості рівнянь динаміки під час прямолінійного руху елементів машин та агрегатів.

Розглянемо випадок просторового руху багатоелементної системи, що складається з N матеріальних точок $B_j(j=1,...,N)$ із масами m_j , на які діють задані сили \overline{F}_j . Положення кожної точки в прийнятій інерційній системі декартових координат визначається вектором $\overline{r}_j(x_j, y_j, z_j)$; $x_j, y_j, z_j -$ декартові координати точок. Кінематичний стан системи характеризуємо векторами: $\overline{\nu}_j = \dot{\overline{r}}_j$ (швидкість точки) та $\overline{a}_j = \dot{\overline{\nu}}_j = \ddot{\overline{r}}_j$ (прискорення точки) [193].

На систему діють сили \overline{F}_{j} , тобто сили, що виражаються відомими функціями координат та швидкостей (усіх точок системи) і часу t:

$$\overline{F}_{j} = \overline{F}_{j} \left(x_{j}, y_{j}, z_{j}, \dot{x}_{j}, \dot{y}_{j}, \dot{z}_{j}, t \right).$$

$$(4.4)$$

Також на систему накладено голономні зв'язки (визначені в декартових координатах), які дозволяють виразити всі 3N декартові координати через n узагальнених координат q_i не підпорядкованих ніяким співвідношенням, що їх зв'язують. Тобто система має n ступенів свободи. Отже, при реономних зв'язках матиме такий вигляд:

$$\overline{r}_j = \overline{r}_j(q_i, t). \tag{4.5}$$

Для складання рівнянь руху необхідно знайти змінні q_i , а також обчислити реакції зв'язку \overline{R}_i .

Складемо систему рівнянь руху динамічної системи, що виражає рух даної матеріальної системи в декартових координатах. Вона складається із системи динамічних рівнянь руху точок системи:

$$m_j \ddot{\vec{r}}_j = \overline{F}_j + \overline{R}_j, \qquad (4.6)$$

де \overline{R}_{j} – реакції зв'язків і системи рівнянь голономних зв'язків $f_{\rho}(\overline{r}_{j},t)=0$ ($\rho=1,2,...,s$) (у декартових координатах число рівнянь дорівнює 3N+s). Рівняння (4.6), згідно з принципом Д'Аламбера, має такий вигляд:

$$-m_j \overline{\vec{r}}_j + \overline{F}_j + \overline{R}_j = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, N). \tag{4.7}$$

Рівняння (4.7) описує рух динамічної системи та взаємодію з іншими системами через реакції зв'язку \overline{R}_i . Запишемо (4.7) у загальному вигляді [218]:

$$\begin{cases} ma_i = F_i + R_i; \\ I_i \theta_i = M_i + M_{Ri}, \end{cases}$$

$$\tag{4.8}$$

де m – маса машини;

а, – прискорення машини у відповідній осі;

 $i - \operatorname{oci} x, y, z;$

 F_i , M_i – сили та моменти, що діють на корпус машини;

 R_i – реакції зв'язку;

 θ_i – кутове прискорення навколо осей α, β, γ ;

I_i – приведені моменти інерції машини до відповідних осей.

Система (4.8), у розгорнутому вигляді, для просторового руху в декартовій системі координат матиме такий вигляд:

$$\begin{cases} m(\ddot{x} - \dot{y}\dot{\gamma} + \dot{z}\dot{\beta}) = F_x + R_x, \\ m(\ddot{y} - \dot{z}\dot{\alpha} + \dot{x}\dot{\gamma}) = F_y + R_y, \\ m(\ddot{z} - \dot{x}\dot{\beta} + \dot{y}\dot{\alpha}) = F_z + R_z, \\ I_x\ddot{\alpha} + (I_z - I_y)\dot{\beta}\dot{\gamma} = M_x + M_{Rx}, \\ I_y\ddot{\beta} + (I_x - I_z)\dot{\alpha}\dot{\gamma} = M_y + M_{Ry}, \\ I_z\ddot{\gamma} + (I_y - I_x)\dot{\alpha}\dot{\beta} = M_z + M_{Rz}. \end{cases}$$

$$(4.9)$$

Математична модель руху мобільної машини (4.2), (4.8), (4.9) дозволяє досліджувати її динаміку в просторі, ураховуючи внутрішні й зовнішні впливи.

4.2. Просторова модель руху машинно-тракторного агрегату

Машинно-тракторні агрегати сільськогосподарського призначення – це багатоелементні мобільні машини, які включають трактор та сільськогосподарські машини [22]. Трактор, будучи енергетичним модулем (джерелом механічної енергії), приєднує (навішує) технологічні модулі в певних точках. Розташування таких точок у просторі зображено на рис. 4.4.



Рис. 4.4. Розрахункова схема моделі з двома точками приєднання: т. D_1 , D_2 – місця агрегатування машин; l_{x1} , l_{y1} , l_{z1} , l_{x2} , l_{y2} , l_{z2} – відстані від центра мас машини до точок приєднання за відповідними осями локальної системи координат.

Уведемо такі позначення: нижній індекс означає номер точки агрегатування в динамічній моделі.

Визначимо проекції відстаней від центра мас машини до точки з довільними координатами l_x , l_y , l_z на нерухому (глобальну) систему координат:

$$L_{x} = (\sin\gamma \cdot \sin\beta \cdot \sin\alpha + \cos\gamma \cdot \cos\beta) \cdot l_{x} + \cos\alpha \cdot \sin\gamma \cdot l_{y} + (\sin\gamma \cdot \cos\beta \cdot \sin\alpha - -\cos\gamma \cdot \sin\beta) \cdot l_{z},$$

$$L_{y} = (\cos\gamma \cdot \sin\beta \cdot \sin\alpha - \sin\gamma \cdot \cos\beta) \cdot l_{x} + \cos\alpha \cdot \cos\gamma \cdot l_{y} + (\cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \sin\alpha + \sin\gamma \cdot \sin\beta) \cdot l_{z},$$

$$(4.10)$$

$$L_{z} = \sin\beta \cdot \cos\alpha \cdot l_{x} - \sin\alpha \cdot l_{y} + \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot l_{x}.$$

Визначимо величини проекцій швидкості руху т. *D* відносно центра мас машини в глобальній системі координат. Дані швидкості обумовлені обертанням машини навколо центра швидкостей. Для даної задачі приймаємо, що центр швидкостей збігається із центром мас машини. Таким чином, зроблені припущення будуть вірні, оскільки величини відносних швидкостей руху т. *D* не будуть прямо використовуватися в математичній моделі, а будуть продиференційовані.

107


Рис. 4.5. Схема пояснення визначення швидкості точки в просторі

Для визначення величини відносної швидкості т. *D* уздовж осі *X* необхідно знайти суму її лінійних швидкостей, обумовлених обертанням т. *D* навколо осей *Z* та *Y* (рис. 4.5) глобальної системи координат:

$$V_{x} = L_{y} \cdot \dot{\gamma} + L_{z} \cdot \dot{\beta} = ((\cos \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha - \sin \gamma \cdot \cos \beta) \cdot l_{x} + \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot l_{y} + (\cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha + \sin \gamma \cdot \sin \beta) \cdot l_{z}) \cdot \dot{\gamma} + (\sin \beta \cdot \cos \alpha \cdot l_{x} - \sin \alpha \cdot l_{y} + \cos \alpha \cdot; \cos \beta \cdot l_{z}) \cdot \dot{\beta}.$$

Аналогічним чином можна визначити відносні швидкості т. *D* в напрямі осей *Y* та *Z* у глобальній системі координат:

$$V_{y} = -L_{z} \cdot \dot{\alpha} - L_{x} \cdot \dot{\gamma} = -(\sin \beta \cdot \cos \alpha \cdot l_{x} - \sin \alpha \cdot l_{y} + \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot l_{z}) \cdot \dot{\alpha} - ((\sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha + \cos \gamma \cdot \cos \beta) \cdot l_{x} + \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot l_{y} + (4.11) + (\sin \gamma \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha - \cos \gamma \cdot \sin \beta) \cdot l_{z}) \cdot \dot{\gamma};$$

$$V_{z} = -L_{y} \cdot \dot{\alpha} + L_{x} \cdot \dot{\beta} = -((\cos \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha - \sin \gamma \cdot \cos \beta) \cdot l_{x} + \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot l_{y} + (\cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha + \sin \gamma \cdot \sin \beta) \cdot (2z) \cdot \dot{\alpha} + ((\sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha + \cos \gamma \cdot \cos \beta) \cdot l_{x} + \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta) \cdot (2z) \cdot \dot{\alpha} + ((\sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha + \cos \gamma \cdot \cos \beta) \cdot l_{x} + \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta) \cdot (2z) \cdot \dot{\alpha} + ((\sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha + \cos \gamma \cdot \cos \beta) \cdot l_{x} + \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta) \cdot (2z) \cdot \dot{\alpha} + ((\sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha + \cos \gamma \cdot \cos \beta) \cdot l_{x} + \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta) \cdot (2z) \cdot \dot{\alpha} + ((\sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha + \cos \gamma \cdot \cos \beta) \cdot l_{x} + \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta) \cdot (2z) \cdot \dot{\alpha} + ((\sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha + \cos \gamma \cdot \cos \beta) \cdot d_{x} + \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta) \cdot d_{x} + \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha + \cos \gamma \cdot \cos \beta) \cdot d_{x} + \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha + \cos \gamma \cdot \cos \beta) \cdot d_{x} + \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma \cdot d_{x} + \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha + \cos \gamma \cdot \cos \beta) \cdot d_{x} + \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma \cdot d_{x} + \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha + \cos \gamma \cdot \cos \beta \cdot d_{x} + \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma \cdot d_{x} + \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha + \cos \gamma \cdot \cos \beta \cdot d_{x} + \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma \cdot d_{x} + \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma \cdot d_{x} + \cos \alpha \cdot$$

$$\cdot l_{y} + (\sin \gamma \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha - \cos \gamma \cdot \sin \beta) \cdot l_{z}) \cdot \beta.$$

Для визначення відносних прискорень т. *D* у глобальній системі координат продиференціюємо (4.11):

108

$$\begin{split} \dot{V}_x &= ((-\sin\gamma \cdot \dot{\gamma} \cdot \sin\beta \cdot \sin\alpha + \cos\gamma \cdot \cos\beta \cdot \dot{\beta} \cdot \sin\alpha + \cos\gamma \cdot \\ \cdot \sin\beta \cdot \cos\alpha \cdot \dot{\alpha} - \cos\gamma \cdot \dot{\gamma} \cdot \cos\beta + \sin\gamma \cdot \sin\beta \cdot \dot{\beta}) \cdot l_x - \sin\alpha \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos\gamma \cdot \\ \cdot l_y &- \cos\alpha \cdot \sin\gamma \cdot \dot{\gamma} \cdot l_y + (-(\sin\alpha)^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos\beta - \cos\alpha \cdot \sin\beta \cdot \dot{\beta} \cdot \sin\alpha + \\ + (\cos\alpha)^2 \cdot \cos\beta \cdot \dot{\alpha} + \cos\gamma \cdot \dot{\gamma}) \cdot \sin\beta + \sin\gamma \cdot \cos\beta \cdot \dot{\beta}) \cdot l_z) \cdot \ddot{\gamma} + ((\cos\gamma \cdot \sin\beta \cdot \sin\alpha - \sin\gamma \cdot \cos\beta) \cdot l_x + \cos\alpha \cdot \cos\gamma \cdot l_y + (\cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \sin\alpha + \sin\gamma \cdot \sin\beta) \cdot l_z) \cdot \dot{\gamma} + (\cos\beta \cdot \dot{\beta} \cdot \cos\alpha \cdot l_x - \sin\beta \cdot \sin\alpha \cdot \dot{\alpha} \cdot l_x - \cos\alpha \cdot \dot{\alpha}) \cdot l_y - \\ - \sin\alpha \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos\beta \cdot l_z - \cos\alpha \cdot \sin\beta \cdot \dot{\beta} \cdot l_z) \cdot \dot{\beta} + (\sin\beta \cdot \cos\alpha \cdot l_x - \sin\alpha \cdot i_y + \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot l_z) \cdot \ddot{\beta}; \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{V}_{y} &= -(\cos\beta \cdot \dot{\beta} \cdot \cos\alpha \cdot l_{x} - \sin\beta \cdot \sin\alpha \cdot \dot{\alpha} \cdot l_{x} - \cos\alpha \cdot \dot{\alpha} \cdot l_{y} - \sin\alpha \cdot \dot{\alpha} \cdot c_{x} - \cos\beta \cdot d_{z} - \cos\alpha \cdot \sin\beta \cdot \dot{\beta} \cdot l_{z}) \cdot \dot{\alpha} - (\sin\beta \cdot \cos\alpha \cdot l_{x} - \sin\alpha \cdot l_{y} + c_{x} + \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot l_{z}) \cdot \ddot{\alpha} - ((\cos\gamma \cdot \dot{\gamma} \cdot \sin\beta \cdot \sin\alpha + \sin\gamma \cdot \cos\beta \cdot \dot{\beta} \cdot$$

Прискорення т. *D*₁ (рис. 4.4) у глобальній (нерухомій) системі декартових координат може бути визначене як сума прискорень центра мас машини та відносного прискорення, обумовленого обертанням (4.10), (4.11):

$$\begin{cases} \ddot{X}_1 = \ddot{X} + \dot{V}_x \\ \ddot{Y}_1 = \ddot{Y} + \dot{V}_y \\ \ddot{Z}_1 = \ddot{Z} + \dot{V}_z \end{cases}$$
(4.13)

відповідно для т. D_2 :

$$\begin{cases} \ddot{X}_{2} = \ddot{X} - \dot{V}_{x} \\ \ddot{Y}_{2} = \ddot{Y} + \dot{V}_{y} \\ \ddot{Z}_{2} = \ddot{Z} + \dot{V}_{z} \end{cases}$$
(4.14)

Як було сказано вище, в сільському господарстві трактор переважно використовується в складі машинно-тракторного агрегату і є енергетичним засобом, до якого приєднуються технологічні модулі. Розглянемо з'єднання двох одновузлових динамічних моделей в одній точці (рис. 4.6).

Уведемо такі позначення: верхній індекс – це номер динамічної моделі, відповідно до використаних раніше позначень, нижній індекс – номер точки в моделі.



Рис. 4.6. Схема з'єднання двох динамічних моделей: т. D_1^I , D_1^{II} – з'єднання динамічних моделей; R_x , R_y , R_z – реакції зв'язку в точці з'єднання динамічних моделей, що паралельні осям глобальної системи координат

110

$$\begin{cases} \ddot{X}_{1}^{I} - \ddot{X}_{1}^{II} = 0\\ \ddot{Y}_{1}^{I} - \ddot{Y}_{1}^{II} = 0\\ \ddot{Z}_{1}^{I} - \ddot{Z}_{1}^{II} = 0 \end{cases}$$
(4.15)

У матричному вигляді система рівнянь (4.15) матиме вигляд:

$$B \cdot \overline{X} = 0. \tag{4.16}$$

- де *В* матриця кінематичних зв'язків, елементами якої є коефіцієнти системи рівнянь (4.16), що стоять біля кутових і лінійних прискорень машини в локальній системі координат;
 - \overline{X} вектор прискорень обох машин:

$$\overline{X} = \begin{bmatrix} \ddot{x}^{I} \ \ddot{y}^{I} \ \ddot{z}^{I} \ \ddot{\alpha}^{I} \ \ddot{\beta}^{I} \ \ddot{\gamma}^{I} \ \ddot{x}^{II} \ \ddot{y}^{II} \ \ddot{z}^{II} \ \ddot{\alpha}^{II} \ \ddot{\beta}^{II} \ \ddot{\gamma}^{II} \end{bmatrix}^{T}.$$
(4.17)

Система рівнянь, що описує незалежний рух двох машин, має вигляд:

$$m^{I} \ddot{x}^{I} = F_{x}^{I};$$

$$m^{I} \ddot{y}^{I} = F_{y}^{I};$$

$$m^{I} \ddot{z}^{I} = F_{z}^{I};$$

$$I_{x}^{I} \ddot{\alpha}^{I} = M_{x}^{I};$$

$$I_{y}^{I} \ddot{\beta}^{I} = M_{y}^{I};$$

$$I_{z}^{I} \ddot{\gamma}^{I} = M_{z}^{I};$$

$$m^{II} \ddot{x}^{II} = F_{x}^{II};$$

$$m^{II} \ddot{y}^{II} = F_{y}^{II};$$

$$m^{II} \ddot{z}^{II} = F_{z}^{II};$$

$$I_{x}^{II} \ddot{\alpha}^{II} = M_{x}^{II};$$

$$I_{y}^{II} \ddot{\beta}^{II} = M_{y}^{II};$$

$$I_{z}^{II} \ddot{\gamma}^{II} = M_{z}^{II};$$

$$I_{z}^{II} \ddot{\gamma}^{II} = M_{z}^{II};$$

або в матричному вигляді:

$$M \cdot \overline{X} = \overline{Q} , \qquad (4.19)$$

де М – квадратна діагональна матриця інерційних характеристик двох машин;

 \overline{Q} – вектор узагальнених сил і моментів.

З урахуванням зв'язків (4.16), накладених на систему (4.19) зчіпним пристроєм, повна система рівнянь руху багатоелементного агрегату матиме вигляд:

$$\begin{cases} M \cdot \overline{X} + B^T \cdot \overline{R} = \overline{Q}; \\ B \cdot \overline{X} = 0, \end{cases}$$
(4.20)

де \overline{R} – вектор реактивних зусиль у механізмі зчіпки:

$$\overline{R} = \begin{bmatrix} R_x & R_y & R_z \end{bmatrix}^T.$$
(4.21)

Таким чином, рішенням системи рівнянь (2.48) буде вектор:

$$\overline{W} = \begin{bmatrix} \ddot{x}^{I} \ \ddot{y}^{I} \ \ddot{z}^{I} \ \ddot{\alpha}^{I} \ \ddot{\beta}^{I} \ \ddot{\gamma}^{I} \ \ddot{x}^{II} \ \ddot{y}^{II} \ \ddot{z}^{II} \ \ddot{\alpha}^{II} \ \ddot{\beta}^{II} \ \ddot{\gamma}^{II} \ R_{x} \ R_{y} \ R_{z} \end{bmatrix}^{T}.$$
(4.22)

Для отримання швидкостей руху машин у локальній системі координат інтегруються відповідні складові вектора (4.22). Щоб визначити величини швидкостей машин у глобальній системі координат, необхідно провести перетворення за системою рівнянь (4.2).

Подальше інтегрування швидкостей руху машини в глобальній системі координат дозволить отримати її поточні координати.

Як сказано вище, сільськогосподарські машинно-тракторні агрегати є багатоелементними з різноманітними способами приєднання. Розглянемо деякі з них.

Так, орний машинно-тракторний агрегат при агрегатуванні має жорстке з'єднання трактора з плугом. Жорстке з'єднання двох динамічних моделей наведено на рис. 4.7.

Реакції зв'язків між елементами динамічних моделей можна поділити на два типи: кінематичні та силові [219].

Кінематичними зв'язками жорсткого з'єднання двох динамічних моделей є рівність проекції прискорень точок з'єднання т. D^{I} і т. D^{II} на глобальну систему координат $\ddot{x}^{I}, \ddot{y}^{I}, \ddot{z}^{I}, \ddot{x}^{II}, \ddot{y}^{II}, \ddot{z}^{II}$ та рівність швидкостей обертання $\dot{\alpha}^{I}, \dot{\beta}^{I}, \dot{\gamma}^{I}, \dot{\alpha}^{II}, \dot{\beta}^{II}, \dot{\gamma}^{II}$. Тоді система кінематичних зв'язків для жорсткого з'єднання буде такою:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{D^{I}}^{I} = \ddot{x}_{D^{II}}^{II}; \\ \ddot{y}_{D^{I}}^{I} = \ddot{y}_{D^{II}}^{II}; \\ \ddot{z}_{D^{I}}^{I} = \ddot{z}_{D^{II}}^{II}; \\ \dot{\alpha}_{D^{I}}^{I} = \dot{\alpha}_{D^{II}}^{II}; \\ \dot{\beta}_{D^{I}}^{I} = \dot{\beta}_{D^{II}}^{II}; \\ \dot{\gamma}_{D^{I}}^{I} = \dot{\gamma}_{D^{II}}^{II}, \end{cases}$$
(4.23)

де $\ddot{x}_{D^{I}}^{I}, \ddot{y}_{D^{I}}^{I}, \ddot{z}_{D^{I}}^{I}, \ddot{x}_{D^{I}}^{II}, \ddot{y}_{D^{I}}^{II}, \ddot{z}_{D^{I}}^{II} -$ проекції прискорень т. D^{I} та D^{II} на глобальну систему координат;

 $\dot{\alpha}_{D^{I}}^{I}, \dot{\beta}_{D^{I}}^{I}, \dot{\gamma}_{D^{I}}^{I}, \dot{\alpha}_{D^{II}}^{II}, \dot{\beta}_{D^{II}}^{II}, \dot{\gamma}_{D^{II}}^{II} - кутові швидкості обертання точок з'єднання.$



Схема жорсткого з'єднання двох динамічних моделей: Рис. 4.7. центр глобальної координат ХҮХ; _ системи т. О т. o^{I} і o^{II} – центри мас динамічних моделей; т. D^{I} і D^{II} – місця з'єднання моделей; $R_x^I, R_y^I, R_z^I, R_x^{II}, R_y^{II}, R_z^{II}$ – проекції реакції зв'язків глобальну систему моделей координат; на $\ddot{x}^{I}, \ddot{y}^{I}, \ddot{z}^{I}, \ddot{x}^{H}, \ddot{y}^{H}, \ddot{z}^{H}$ – проекції прискорень відповідних осей т. D^{I} і D^{II} на глобальну систему координат; α, β, γ – кути повороту місця з'єднання динамічних моделей

Відповідно силовими реакціями зв'язків є проекції сил та моментів у

місці з'єднання двох динамічних моделей на глобальну систему координат:

$$\begin{cases}
R_{x}^{I} = R_{x}^{II}; \\
R_{y}^{I} = R_{y}^{II}; \\
R_{z}^{I} = R_{z}^{II}; \\
M_{\alpha}^{I} = M_{\alpha}^{II}; \\
M_{\beta}^{I} = M_{\beta}^{II}; \\
M_{\gamma}^{I} = M_{\gamma}^{II}, \end{cases}$$
(4.24)

де $M^{I}_{\alpha}, M^{I}_{\beta}, M^{I}_{\gamma}, M^{II}_{\alpha}, M^{II}_{\beta}, M^{II}_{\gamma}$ – моменти, що діють навколо проекцій реакцій зв'язку на глобальну систему координат у місці з'єднання моделей.

Математична модель динаміки двохелементного агрегату з жорстким з'єднанням елементів між собою представлена системою рівнянь (4.23) та (4.24).

Сучасні посівні агрегати складаються з двох та більше елементів, що рухаються один за одним. Тоді система кінематичних зв'язків для з'єднання типу «шарнір» (У якому незначна сила тертя та якою можна знехтувати) буде мати такий вигляд:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{D^{I}}^{I} = \ddot{x}_{D^{II}}^{II}; \\ \ddot{y}_{D^{I}}^{I} = \ddot{y}_{D^{II}}^{II}; \\ \ddot{z}_{D^{I}}^{I} = \ddot{z}_{D^{II}}^{II}, \end{cases}$$
(4.25)

а силові реакції зв'язків будуть такі:

$$\begin{cases} R_{x}^{I} = R_{x}^{II}; \\ R_{y}^{I} = R_{y}^{II}; \\ R_{z}^{I} = R_{z}^{II}. \end{cases}$$
(4.26)

Система рівнянь моделі руху багатоелементного агрегату з шарнірним з'єднанням елементів між собою включає рівняння (4.25) та (4.26). Обґрунтовані рівняння зв'язків (4.23)–(4.26) приведені для двох поширених випадків приєднання багатоелементних машин між собою. Зміна взаємного розташування елементів приводить до зміни рівнянь зв'язків. При цьому система рівнянь, що описує рух окремих елементів, залишається без змін.

Для випадку плоскопаралельного руху багатоелементного агрегату з жорстким з'єднанням та з'єднанням типу «шарнір» обґрунтована методологія побудови математичної моделі відповідно до розробленої методології. Запропонована методологія дослідження багатоелементних мобільних машин дозволяє підвищити точність результатів рішення, скоротити витрати часу та праці. Варто зауважити, що при зміні структури досліджуваної

багатоелементної мобільної машини математична модель змінюється з мінімальними витратами. Також для двох поширених типів з'єднання енергетичних модулів та сільськогосподарських машин математично обґрунтовано типи зв'язків між елементами моделі та надано їх опис.

4.3. Визначення кінематичних зв'язків математичної моделі просторового руху багатоелементного машинно-тракторного агрегату

Для визначення кінематичних зв'язків математичної моделі просторового руху багатоелементного машинно-тракторного агрегату необхідно сформувати відповідні динамічні моделі трактора, бункера та сівалки [220].



Рис. 4.8. Динамічна модель трактора класичної компоновки з передніми керованими колесами

Розглянемо модель трактора класичної компоновки з передніми керованими колесами (рис. 4.8), де використаємо такі позначення: XOYZ – глобальна система координат; xoyz – зв'язана система координат; т. o – центр мас трактора; т. O – центр глобальної системи координат; α , β , γ – кути повороту трактора навколо відповідних осей x, y, z; m – маса трактора; J_x , J_y , J_z – приведені моменти інерції трактора щодо відповідних до осей; v – поступальна швидкість руху; Dhf, Dhr – переднє та заднє місця навішення

116

(приєднання) технологічного обладнання, сільськогосподарських машин; *l* – база трактора; l_1 – відстані від центра мас до осі передніх коліс; l_2 – відстані від центра мас до осі задніх коліс; b_1 – колія передніх коліс; b_2 – колія задніх коліс; hfa_z , hra_z – відстань від центра мас трактора до осі передніх і задніх коліс по осі z; r₁₁, r₁₂, r₂₁, r₂₂ – радіус переднього лівого, переднього правого, заднього лівого, заднього правого колеса; P_{k11} , P_{k12} , P_{k21} , P_{k22} – дотична сила тяги на передньому лівому, передньому правому, задньому лівому, задньому правому колесах; P_{f11} , P_{f12} , P_{f21} , P_{f22} , – сила опору коченню переднього лівого, переднього правого, заднього лівого, заднього правого коліс; $P_{\delta 11}$, $P_{\delta 12}$, $P_{\delta 21}$, *Р*₈₂₂ – сила бічного відведення переднього лівого, переднього правого, заднього лівого, заднього правого коліс; N_{k11} , N_{k12} , N_{k21} , N_{k22} – нормальна сила реакції на передньому лівому, передньому правому, задньому лівому, задньому правому колесах; C_{u11} , C_{u12} , C_{u21} , C_{u22} – приведена жорсткість шини переднього лівого, переднього правого, заднього лівого, заднього правого коліс; k_{u11} , k_{u12} , k_{u21} , k_{u22} – приведений коефіцієнт демпфування шини переднього лівого, переднього правого, заднього лівого, заднього правого коліс; M_{k11} , M_{k12} , M_{k21} , M_{k22} – крутний момент на передньому лівому, передньому правому, задньому лівому, задньому правому колесах.

Розглянемо рис. 4.9, де представлено проекцію швидкостей точок рами трактора на її площину, відповідні кути та положення миттєвого центра швидкостей рами – т. *P*.





Як керуючий вплив на агрегат приймемо кут повороту керованих коліс ψ . Виразимо проекції швидкостей характерних точок рами на пов'язану з нею площину C_{xy} і проекцію кутової швидкості рами на перпендикулярну їй вісь C_z через проекцію швидкості т. *В* на площину C_{xy} . Очевидно:

$$v_{Bx} = v_{Axy} \cos \psi$$
,

звідки:

$$v_{Axy} = \frac{v_{Bx}}{\cos\psi}.$$
(4.27)

Зазначимо, що кут ψ досить гострий, щоб формула (4.27) не вироджувалася. Тому кут ψ_c для проекції швидкості центра мас визначається з виразу:

$$\operatorname{tg}\psi_{C} = \frac{BC}{PB} = \frac{BC}{l}\frac{l}{PB} = \lambda \operatorname{tg}\psi, \qquad (4.28)$$

де
$$\lambda = \frac{BC}{l} = \frac{l_2}{l},$$

відповідно

$$v_{Cxy} = v_{Bx} \frac{PC}{PB} = v_{Bx} \cos \psi_C.$$
(4.29)

Можна знайти:

$$\cos\psi_C = \frac{1}{\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\psi_C}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda^2 \mathrm{tg}^2\psi}}, \ \sin\psi_C = \frac{1}{\sqrt{1 + \mathrm{ctg}^2\psi_C}} = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + \mathrm{ctg}^2\psi}}.$$

Тому:

$$v_{Cxy} = v_{Bx} \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda^2 \text{tg}^2 \psi}}.$$
 (4.30)

Аналогічно визначаємо швидкості точок $v_{C_{21}x}$, $v_{C_{22}x}$, $v_{C_{11}xy}$:

$$v_{C_{21}x} = v_{Bx} \frac{PC_{21}}{PB} = v_{Bx} \frac{PB - 0.5b}{PB} =$$

= $v_{Bx} \left(1 - 0.5 \frac{b}{l} \frac{l}{PB} \right) = v_{Bx} \left(1 - \mu tg \psi \right);$ (4.31)

$$v_{C_{22}x} = v_{Bx} \frac{PC_{22}}{PB} = v_{Bx} \frac{PB + 0.5b}{PB} =$$

= $v_{Bx} \left(1 + 0.5 \frac{b}{l} \frac{l}{PB} \right) = v_{Bx} \left(1 + \mu tg \psi \right);$ (4.32)

$$v_{C_{11}xy} = \frac{v_{C_{21}x}}{\cos\psi_{11}} = v_{C_{21}xy}\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\psi_{11}}, \qquad (4.33)$$

де
$$\mu = 0.5 \frac{b}{l}$$
.

Оскільки:

$$\operatorname{ctg}\psi_{11} = \frac{PB - 0.5b}{l} = \frac{PB}{l} - \mu = \operatorname{ctg}\psi - \mu, \ \operatorname{ctg}\psi_{12} = \operatorname{ctg}\psi + \mu,$$

a

$$\operatorname{tg} \psi_{11} = \frac{\operatorname{tg} \psi}{1 - \mu t g \psi}, \ \operatorname{tg} \psi_{12} = \frac{\operatorname{tg} \psi}{1 + \mu t g \psi},$$

то швидкості точок $v_{C_{11}xy}$, $v_{C_{12}xy}$ можна виразити через швидкість т. B:

$$v_{C_{11}xy} = \frac{v_{C_{21}x}}{\cos\psi_{11}} = v_{C_{21}xy}\sqrt{1 + tg^{2}\psi_{11}} =$$

$$= v_{C_{21}xy}\frac{\sqrt{tg^{2}\psi + (1 - \mu tg\psi)^{2}}}{1 - \mu tg\psi} = v_{Bx}\sqrt{tg^{2}\psi + (1 - \mu tg\psi)^{2}}$$
(4.34)

$$v_{C_{12}xy} = \frac{v_{C_{22}x}}{\cos\psi_{12}} = v_{C_{22}xy}\sqrt{1 + \lg^{2}\psi_{12}} =$$

$$= v_{C_{22}xy}\frac{\sqrt{\lg^{2}\psi + (1 + \mu \lg\psi)^{2}}}{1 + \mu \lg\psi} = v_{Bx}\sqrt{\lg^{2}\psi + (1 + \mu \lg\psi)^{2}}.$$
(4.35)

Кутова швидкість повороту трактора в площині рами визначається:

$$\omega_z = \frac{v_{Bx}}{PB} = \frac{v_{Bx}}{l} \frac{l}{PB} = \frac{v_{Bx} \operatorname{tg} \psi}{l}.$$
(4.36)

Отже, виберемо як незалежні швидкості трактора псевдошвидкості v_{Bx} , v_{Bz} ($v_{By} \equiv 0$), і ω_x , ω_y (ω_z визначається з (4.36)).

Запишемо кінематичний вираз для швидкості т. В:

$$\vec{v}_{B}^{CB} = \vec{v}_{C}^{CB} + \vec{\omega}^{CB} \times \overrightarrow{CB^{CB}} = \mathbf{S}_{abc}^{3B} \cdot \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \omega_{x} & \omega_{y} & \omega_{z} \\ -l_{2} & 0 & -h \end{vmatrix} = \mathbf{S}_{abc}^{CB} \cdot \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega_{y}h \\ \omega_{x}h - \omega_{z}l_{2} \\ \omega_{z}l_{2} \end{bmatrix}, \quad (4.37)$$

$$\mathbf{S}_{a\delta c}^{_{3B}} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{23} & s_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{\beta}C_{\gamma} + S_{\alpha}S_{\beta}S_{\gamma} & C_{\alpha}S_{\gamma} & -S_{\beta}C_{\gamma} + S_{\alpha}C_{\beta}S_{\gamma} \\ S_{\alpha}S_{\beta}C_{\gamma} - C_{\beta}S_{\gamma} & C_{\alpha}C_{\gamma} & S_{\alpha}C_{\beta}C_{\gamma} + S_{\beta}S_{\gamma} \\ C_{\alpha}S_{\beta} & -S_{\alpha} & C_{\alpha}C_{\beta} \end{bmatrix},$$
(4.38)

де S_{abc}^{3B} - матриця переходу від абсолютної до зв'язаної системи координат трактора (великими літерами позначено: $C - \cos$, $S - \sin$, відповідно до кутів, позначених нижнім індексом) [208].

Звідки одержуємо 3 рівняння, що зв'язують 7 швидкостей (ω_z уже виражено з (4.36), а $v_{By} \equiv 0$):

$$t_{11}\dot{X} + t_{12}\dot{Y} + t_{13}\dot{Z} - \omega_{y}h = v_{Bx}$$

$$t_{21}\dot{X} + t_{22}\dot{Y} + t_{23}\dot{Z} + \omega_{x}h - \omega_{z}l_{2} = 0$$

$$t_{31}\dot{X} + t_{32}\dot{Y} + t_{33}\dot{Z} - \omega_{y}l_{2} = v_{Bz}$$

Таким чином, визначаємо псевдошвидкості:

$$v_{Bx} = t_{11}\dot{X} + t_{12}\dot{Y} + t_{13}\dot{Z} - h\omega_{y};$$

$$\omega_{x} = \frac{\lambda t_{11} tg \psi - t_{21}}{h} \dot{X} + \frac{\lambda t_{12} tg \psi - t_{22}}{h} \dot{Y} + \frac{\lambda t_{13} tg \psi - t_{23}}{h} \dot{Z} - \lambda tg \psi \omega_{y}; \quad (4.39)$$

$$v_{Bz} = t_{31}\dot{X} + t_{32}\dot{Y} + t_{33}\dot{Z} - l_{2}\omega_{y}.$$

Звідси видно, що без урахування неголономних зв'язків рама має, як тверде тіло, 6 ступенів свободи та 6 незалежних швидкостей – \dot{X} , \dot{Y} , \dot{Z} , ω_x , ω_y , ω_z . Урахування заданості кута ψ та неголономного зв'язку, як миттєвого центра швидкостей у площині C_{xy} , приводить до того, що незалежних швидкостей стає $4 - \dot{X}$, \dot{Y} , \dot{Z} , ω_y , а швидкості будь-яких точок і дві складові кутової швидкості визначаються за формулами (4.27)–(4.37), (4.39).



Рис. 4.10. До визначення кутової швидкості колеса

З урахуванням обертання коліс число ступенів свободи зростає ще на 4. Однак їх кутові швидкості можна виразити через проекції швидкостей тт. C_{11} , C_{12} , C_{21} , C_{22} на площину C_{xy} . Розглянемо схему швидкостей (рис. 4.10), що діють на колесо.

Спочатку врахуємо, що модуль складової швидкості центра колеса $\vec{v}_{C_{ij}z}$, який перпендикулярний до площини рами в умовах реальної експлуатації досить малий, порівняно зі швидкістю центра колеса $\vec{v}_{C_{ij}xy}$ у площині рами. Крім того, маленьким буде й кут θ – між нормаллю до площини рами та вертикаллю, тобто кут між площиною рами та горизонтальною площиною. Тому можна зневажити впливом цієї складової на величину кутової швидкості колеса. Отже, кутова швидкість колеса при цьому припущенні матиме такий

вигляд:

$$\omega_{ij} = \frac{v_{C_{ij}xy}}{Z_{C_{ii}}\cos\theta},\tag{4.40}$$

де $Z_{C_{ij}}$ – апліката центра колеса в абсолютній системі координат.

Знайдемо швидкість шарніра *D* (див. рис. 4.9) місця з'єднання трактора з технологічним модулем. Для цього знайдемо вектор швидкості т. *D* в абсолютній системі координат:

$$\vec{v}_{D}^{a\delta c} = \vec{v}_{C}^{a\delta c} + \vec{\omega}^{a\delta c} \times \overline{CD}^{a\delta c} = \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} + \mathbf{S}_{3B}^{a\delta c} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \boldsymbol{\omega}_{x} & \boldsymbol{\omega}_{y} & \boldsymbol{\omega}_{z} \\ \boldsymbol{h}_{rx} & \boldsymbol{h}_{ry} & \boldsymbol{h}_{rz} \end{vmatrix},$$
(4.41)

де $\mathbf{S}_{_{3B}}^{a\delta c} = \mathbf{S}'_{a\delta c}^{'3B}$ – транспонована матриця з (4.38); h_{rx}, h_{ry}, h_{rz} – відстані центра мас до т. *D*, місця приєднання технологічних модулів (див. рис. 4.8).

Для формування рівнянь руху розглянемо динамічну модель бункера для посівного матеріалу (рис. 4.11), де використаємо такі позначення: *XOYZ* – глобальна система координат; *хоуz* – зв'язана система координат; т. *o* – центра мас; т. *O* – центр глобальної системи координат; α , β , γ – кути повороту навколо відповідних осей *x*, *y*, *z*; *m* – маса бункера; J_x , J_y , J_z – наведені моменти інерції до відповідних до осей; *U* – поступальна швидкість руху; *Dhf*, *Dhr* – передня й задня точки навішення (приєднання технологічного обладнання); l_1 – відстані від центра мас до осі коліс; *b* – колія; *hra_z* – відстань від центра мас до осі коліс по осі *z*; r_1 , r_2 – радіус лівого й правого коліс; P_{k1} , P_{k2} – дотична сила тяги; P_{f1} , P_{f2} – сила опору коченню; $P_{\delta 1}$, $P_{\delta 2}$ – сила бічного відведення, переднього правого, заднього лівого, заднього правого коліс; N_{k1} , N_{k2} – нормальна сила реакції на колесах; C_{w1} , C_{w2} – приведена жорсткість шин; k_{w1} , k_{w2} – приведений коефіцієнт демпфування шин.



Рис. 4.11. Динамічна модель бункера для посівного матеріалу

Складемо схему швидкостей точок бункера у площині рами (рис. 4.12) у відповідності до схеми швидкостей точок трактора (рис. 4.9).

Переведемо вектор (4.41) у систему координат бункера, причепленого до трактора в шарнірі т. *D* (рис. 4.11). Уважатимеме, що кути $\alpha^{E} = \alpha$, $\beta^{E} = \beta$, $\gamma^{\rm b} = \gamma$ (рис. 4.12) задають орієнтацію осей зв'язаної системи координат бункера щодо абсолютної системи координат. Тоді одержимо:

$$\vec{v}_{A}^{\mathrm{E}} = \begin{bmatrix} v_{Ax}^{\mathrm{E}} \\ v_{Ay}^{\mathrm{E}} \\ v_{Az}^{\mathrm{E}} \end{bmatrix} = \mathbf{S}_{\mathrm{a}\bar{\mathrm{o}}\mathrm{c}}^{\mathrm{E}.3\mathrm{B}} \vec{v}_{D}^{\mathrm{a}\bar{\mathrm{o}}\mathrm{c}} , \qquad (4.42)$$

$$\mathcal{A}e \qquad \mathbf{S}_{abc}^{E,3B} = \begin{bmatrix} t_{11}^{B} & t_{12}^{B} & t_{13}^{B} \\ t_{21}^{B} & t_{22}^{E} & t_{23}^{B} \\ t_{31}^{B} & t_{32}^{E} & t_{33}^{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{\beta^{B}}C_{\gamma^{B}} + S_{\alpha^{B}}S_{\beta^{B}}S_{\gamma^{B}} & C_{\alpha^{B}}S_{\gamma^{B}} & -S_{\beta^{B}}C_{\gamma^{B}} + S_{\alpha^{B}}C_{\beta^{B}}S_{\gamma^{B}} \\ S_{\alpha^{B}}S_{\beta^{B}}C_{\gamma^{B}} - C_{\beta^{B}}S_{\gamma^{B}} & C_{\alpha^{B}}C_{\gamma^{B}} & S_{\alpha^{B}}C_{\beta^{B}}C_{\gamma^{B}} + S_{\beta^{B}}S_{\gamma^{B}} \\ C_{\alpha^{B}}S_{\beta^{B}} & -S_{\alpha^{B}} & C_{\alpha^{B}}C_{\beta^{B}}C_{\gamma^{B}} \end{bmatrix}.$$



Рис. 4.12. Розрахункова схема швидкостей точок бункера у площині рами Тоді кути повороту бункера та швидкості точок визначаємо, як:

$$\psi^{\rm E} = \operatorname{arctg} \frac{v_{Ay}^{\rm E}}{v_{Ax}^{\rm E}},\tag{4.43}$$

$$\omega_{z}^{\rm B} = \frac{v_{Axy}^{\rm B}}{A^{\rm B}P^{\rm B}} = \frac{v_{Axy}^{\rm B}}{A^{\rm B}P^{\rm B}} \frac{A^{\rm B}B^{\rm B}}{A^{\rm B}B^{\rm B}} = \frac{v_{Axy}^{\rm B}\sin\psi^{\rm B}}{A^{\rm B}B^{\rm B}} = \frac{v_{Ay}^{\rm B}}{A^{\rm B}} = \frac{v_{Ay}$$

Із виразу (4.45), з урахуванням того, що $\omega_z^{\rm B} = \dot{\gamma}^{\rm B} - \dot{\beta}^{\rm B} \sin \alpha^{\rm B}$, отримаємо:

$$\dot{\gamma}^{\,\mathrm{b}} = \frac{v_{Ay}^{\,\mathrm{b}}}{A^{\,\mathrm{b}}B^{\,\mathrm{b}}} + \dot{\beta}^{\,\mathrm{b}} \sin \alpha^{\,\mathrm{b}}. \tag{4.46}$$

Таким чином, у бункера залишається дві ступені свободи – поворот

навколо т. $A^{\mathcal{B}}$ на кути $\alpha^{\mathcal{B}}$ и $\beta^{\mathcal{B}}$. Три ступені свободи знімає геометричний зв'язок – загальна з трактором т. $A^{\mathcal{B}}$ та один – неголономний зв'язок, описаний рівнянням (4.46).

Рівняння руху бункера в абсолютній системі координат мають такий вигляд:

$$\dot{X}^{\,\mathrm{F}} = v_{Ax}^{\,\mathrm{F}} + \omega_{z}^{\,\mathrm{F}} \left(t_{11}^{\,\mathrm{F}} h_{ry} - t_{21}^{\,\mathrm{F}} h_{rx} \right) - t_{11}^{\,\mathrm{F}} \omega_{y} h_{rz} + t_{21}^{\,\mathrm{F}} \omega_{x} h_{rz} + t_{31}^{\,\mathrm{F}} \left(\omega_{y} h_{rx} - \omega_{x} h_{ry} \right);$$

$$\dot{Y}^{\,\mathrm{F}} = v_{Ay}^{\,\mathrm{F}} + \omega_{z}^{\,\mathrm{F}} \left(t_{12}^{\,\mathrm{F}} h_{ry} - t_{22}^{\,\mathrm{F}} h_{rx} \right) - t_{12}^{\,\mathrm{F}} \omega_{y} h_{rz} + t_{22}^{\,\mathrm{F}} \omega_{x} h_{rz} + t_{32}^{\,\mathrm{F}} \left(\omega_{y} h_{rx} - \omega_{x} h_{ry} \right);$$

$$\dot{Z}^{\,\mathrm{F}} = v_{Az}^{\,\mathrm{F}} + \omega_{z}^{\,\mathrm{F}} \left(t_{13}^{\,\mathrm{F}} h_{ry} - t_{23}^{\,\mathrm{F}} h_{rx} \right) - t_{13}^{\,\mathrm{F}} \omega_{y} h_{rz} + t_{32}^{\,\mathrm{F}} \omega_{x} h_{rz} + t_{33}^{\,\mathrm{F}} \left(\omega_{y} h_{rx} - \omega_{x} h_{ry} \right);$$

$$(4.47)$$

Це дозволяє виразити 3 залежні швидкості \dot{X}^{E} , \dot{Y}^{E} , \dot{Z}^{E} через три незалежні – ω_{x}^{E} , ω_{y}^{E} , ω_{z}^{E} .

Таким же чином, використовуючи рівняння (4.42)–(4.47), обґрунтуємо кінематичні зв'язки для динамічної моделі сівалки.



Рис. 4.13. Динамічна модель сівалки

Динамічну модель сівалки наведено на рис. 4.13, де використано такі позначення: XOYZ – глобальна система координат; xoyz – зв'язана система координат; т. o – центр мас сівалки; т. O – центр глобальної системи координат; α , β , γ – кути повороту моделі навколо відповідних осей x, y, z; m – маса сівалки; J_x , J_y , J_z – приведені моменти інерції сівалки до відповідних осей; υ – поступальна швидкість руху; Dhf, Dhr – передня й задня точки навішення (приєднання технологічного встаткування); l – відстані від центра мас до осі коліс; b_{12} – відстань між першим і другим колесом; b_{23} –

відстань між другим і третім колесом; b_{34} – відстань між третім і четвертим колесом; hra_z – відстань від центра мас трактора до осі коліс по осі z; r_1 , r_2 , r_3 , r_4 – радіус коліс; Pf_1 , Pf_2 , Pf_3 , Pf_4 – сила опору коченню коліс; $P\delta_1$, $P\delta_2$, $P\delta_3$, $P\delta_4$ – сила бічного відведення коліс; Nk_1 , Nk_2 , Nk_3 , Nk_4 – нормальна сила реакції на колесах; Cu_1 , Cu_2 , Cu_3 , Cu_4 – приведена жорсткість шин; ku_1 , ku_2 , ku_3 , ku_4 – приведений коефіцієнт демпфування шин; P_x , P_y , P_z – сила опору ґрунту.

Аналогічно формуємо рівняння кінематичних зв'язків для сівалки, як для бункера. Для цього складаємо динамічну модель (рис. 4.13) та схему швидкостей точок сівалки у площині рами (рис. 4.14).



Рис. 4.14. Розрахункова схема швидкостей точок сівалки у площині рами

Швидкість т. A^{C} сівалки знаходимо аналогічно (4.42) зі швидкості т. D^{B} :

$$\psi^{\rm C} = \operatorname{arctg} \frac{v_{Ay}^{\rm C}}{v_{Ax}^{\rm C}},\tag{4.48}$$

$$\omega_{z}^{C} = \frac{v_{Axy}^{C}}{A^{C}P^{C}} = \frac{v_{Axy}^{C}}{A^{C}P^{C}} \frac{A^{C}B^{C}}{A^{C}B^{C}} = \frac{v_{Axy}^{C}\sin\psi^{C}}{A^{C}B^{C}} = \frac{v_{Ay}^{C}}{A^{C}B^{C}}, \qquad (4.49)$$

$$v_{C_{31}x}^{C} = \frac{v_{Bx}^{C}}{P^{C}B^{C}} \left(P^{C}B^{C} - \frac{b^{C}}{2} \right) = v_{Bx}^{C} - 0.5 \frac{b^{C}}{A^{C}B^{C}} v_{Bx}^{C} \frac{A^{C}B^{C}}{P^{B}B^{C}} = v_{Ax}^{C} - \mu^{C}v_{Ax}^{C} \text{tg} \psi^{C} = v_{Ax}^{C} - \mu^{C}v_{Ay}^{C}, \qquad (4.50)$$
$$v_{C_{32}x}^{C} = v_{Ax}^{C} + \mu^{C}v_{Ay}^{C}, \mu^{C} = 0.5 \frac{b^{C}}{A^{C}B^{C}}.$$

Кут $\dot{\gamma}^{C}$ визначається таким чином:

$$\dot{\gamma}^{\rm C} = \frac{v_{Ay}^{\rm C}}{A^{\rm C}B^{\rm C}} + \dot{\beta}^{\rm C}\sin\alpha^{\rm C}.$$
(4.51)

Сівалка має 2 ступені свободи – поворот навколо т. A^{C} на кути α^{C} и β^{C} . Рівняння руху бункера в абсолютній системі координат мають вигляд:

$$\dot{X}^{C} = v_{Ax}^{C} + \omega_{z}^{C} (t_{11}^{C}h_{ry} - t_{21}^{C}h_{rx}) - t_{11}^{C}\omega_{y}h_{rz} + t_{21}^{C}\omega_{x}h_{rz} + t_{31}^{C}(\omega_{y}h_{rx} - \omega_{x}h_{ry});$$

$$\dot{Y}^{C} = v_{Ay}^{C} + \omega_{z}^{C} (t_{12}^{C}h_{ry} - t_{22}^{C}h_{rx}) - t_{12}^{C}\omega_{y}h_{rz} + t_{22}^{C}\omega_{x}h_{rz} + t_{32}^{B}(\omega_{y}h_{rx} - \omega_{x}h_{ry});$$

$$\dot{Z}^{C} = v_{Az}^{C} + \omega_{z}^{C} (t_{13}^{C}h_{ry} - t_{23}^{C}h_{rx}) - t_{13}^{C}\omega_{y}h_{rz} + t_{32}^{C}\omega_{x}h_{rz} + t_{33}^{C}(\omega_{y}h_{rx} - \omega_{x}h_{ry});$$

(4.52)

Це дозволяє виразити 3 залежні швидкості \dot{X}^{C} , \dot{Y}^{C} , \dot{Z}^{C} через 3 незалежні – ω_{x}^{C} , ω_{y}^{C} , ω_{z}^{C} .

Запропоновані рівняння кінематичних зв'язків математичної моделі просторового руху багатоелементного машинно-тракторного агрегату визначаються за формулами (4.27)–(4.41) для трактора, (4.42)–(4.47) – бункера та (4.48)–(4.52) – сівалки. Місцями взаємодії динамічних моделей є точки приєднання одного елемента МТА до іншого.

4.4. Теоретичні дослідження просторового руху багатоелементного машинно-тракторного агрегату (схема агрегатування «трактор – бункер – сівалка»)

Теоретичні дослідження просторового руху багатоелементного машиннотракторного агрегату потребують складання динамічної моделі. Для цього розглянемо просторову динамічну модель комбінованого ґрунтообробнопосівного машинно-тракторного агрегату із схемою агрегатування «трактор – бункер – сівалка» (рис. 4.15) та використаємо такі позначення: n – верхній індекс, що набуває значень T, E, C, який указує на приналежність змінної елемента агрегату, відповідно трактора, бункера, сівалки; XOYZ – глобальна (нерухлива) система координат; $xoyz^n$ – зв'язана система координат; т. o^n – центр мас; т. O – центр глобальної (нерухливої) системи координат; α, β, γ^n – кути повороту елемента навколо відповідних осей x, y, z; m^n – маса елемента агрегату; J_x^n, J_y^n, J_z^n – приведені моменти інерції елемента агрегату до відповідної осі; $\overline{\upsilon}$ – швидкість руху агрегату; D_{hf}^{n} , D_{hr}^{n} – передня та задня точки навіски (приєднання технологічного обладнання); $P\kappa_{ij}^{n}$, $M\kappa_{ij}^{n}$, $N\kappa_{ij}^{n}$ – дотична сила тяги, момент та нормальна реакція на відповідному колесі агрегату; $m\kappa^{n}$, $J\kappa_{ij}^{n}$ – маса та приведений момент інерції коліс елементів агрегату; Cu_{ij}^{n} , ku_{ij}^{n} – приведена жорсткість та податливість шин елементів агрегату; решта позначень – відповідно до рис. 4.8-4.14.



комбінованого машинно-тракторного агрегату формується методологією (3.1)–(3.11) за списком елементів.

Динамічна модель багатоелементного комбінованого машиннотракторного агрегату (рис. 4.15) має вісім узагальнених координат, тобто вісім ступенів свободи [221]. Вектор узагальнених координат має вигляд:

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} X^T & Y^T & Z^T & \beta^T & \alpha^B & \beta^B & \alpha^C & \beta^C \end{bmatrix}^T,$$
(4.53)

де

 X^{T} , Y^{T} , Z^{T} – повздовжня, поперечна та вертикальна координата центру мас трактора;

 β^{T} – кут повороту центра мас трактора навколо поперечної осі (вісь *y*);

 α^{E} – кут повороту центра мас бункера навколо повздовжньої осі (вісь x);

 β^{E} – кут повороту центра мас бункера навколо поперечної осі (вісь *y*);

 α^{C} – кут повороту центра мас бункера навколо повздовжньої осі (вісь x);

 β^{C} – кут повороту центра мас бункера навколо поперечної осі (вісь *y*).

Як незалежні координати із залежними варіаціями обрано:

$$\dot{\mathbf{v}} = \left[\alpha^T \ \gamma^T \ \varphi_{11}^T \ \varphi_{12}^T \ \varphi_{21}^T \ \varphi_{22}^T \ \gamma^E \ \varphi_{11}^E \ \varphi_{12}^E \ \gamma^C \ \varphi_{1}^C \ \varphi_{2}^C \ \varphi_{3}^C \ \varphi_{4}^C \right]^T, \tag{4.54}$$

де

 α^{T} , γ^{T} – кути повороту центра мас трактора навколо повздовжньої (вісь *x*) та вертикальної осей (вісь *z*);

 $\varphi_{11}^{T}, \varphi_{12}^{T}, \varphi_{21}^{T}, \varphi_{22}^{T}$ — кути повороту коліс трактора (переднього лівого, переднього правого, заднього лівого, заднього правого) навколо осі обертання; γ^{E} — кут повороту центра мас бункера навколо вертикальної осі (вісь *z*); $\varphi_{11}^{E}, \varphi_{12}^{E}$ — кути повороту коліс бункера (лівого та правого) навколо осі обертання;

 γ^{C} – кут повороту центра мас сівалки навколо вертикальної осі (вісь z); φ_{1}^{C} , φ_{2}^{C} , φ_{3}^{C} , φ_{4}^{C} – кути повороту відповідних коліс сівалки навколо осі обертання.

Математична модель динаміки багатоелементного МТА зі схемою агрегатування «трактор – бункер – сівалка» у формі Коші має вид:

$$\begin{cases} \dot{X}^{T} = f_{1}(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \dot{Y}^{T} = f_{2}(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \dot{Z}^{T} = f_{3}(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \dot{\beta}^{T} = f_{4}(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \dot{\beta}^{E} = f_{5}(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \dot{\beta}^{E} = f_{6}(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \dot{\beta}^{C} = f_{7}(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \dot{\beta}^{C} = f_{8}(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}), \end{cases}$$

$$(4.55)$$

де $f_i - \phi$ ункції від векторів-матриць **G**, **g**, **M**, **F** (див. розд. 2.9); i = 1,...,8 – номер узагальненої координати.

Рівняння незалежних координат із залежними варіаціями у формі Коші мають вигляд:

$$\begin{cases} \dot{\alpha}^{\mathrm{T}} = \frac{a^{\mathrm{T}} \dot{X}^{\mathrm{T}} + b^{\mathrm{T}} \dot{Y}^{\mathrm{T}} + c \dot{Z}^{\mathrm{T}} - \beta^{\mathrm{T}} \left(d^{\mathrm{T}} \cos \gamma^{\mathrm{T}} + \sin \gamma^{\mathrm{T}} \right);\\ \dot{\gamma}^{\mathrm{T}} = \alpha^{\mathrm{T}} \beta^{\mathrm{T}} + v B_{x}^{\mathrm{T}} \frac{\mathrm{tg} \gamma^{\mathrm{T}}}{l^{\mathrm{T}}};\\ \dot{\phi}_{11}^{\mathrm{T}} = \frac{v C_{11_{xy}}}{Z_{C_{11}}^{\mathrm{T}}}; \ \dot{\phi}_{12}^{\mathrm{T}} = \frac{v C_{12_{xy}}}{Z_{C_{21}}^{\mathrm{T}}};\\ \dot{\phi}_{21}^{\mathrm{T}} = \frac{v C_{21_{xy}}}{Z_{C_{21}}^{\mathrm{T}}}; \ \dot{\phi}_{22}^{\mathrm{T}} = \frac{v C_{22_{xy}}}{Z_{C_{22}}^{\mathrm{T}}};\\ \dot{\gamma}^{\mathrm{F}} = \frac{v y A^{\mathrm{B}}}{l_{1}^{\mathrm{b}} - h f_{x}^{\mathrm{B}}} + \alpha^{\mathrm{B}} \beta^{\mathrm{B}};\\ \dot{\phi}_{1}^{\mathrm{F}} = \frac{v C_{1x}^{\mathrm{B}}}{Z_{C_{1}}^{\mathrm{E}}}; \ \dot{\phi}_{2}^{\mathrm{F}} = \frac{v C_{2x}^{\mathrm{B}}}{Z_{C_{1}}^{\mathrm{B}}};\\ \dot{\gamma}^{\mathrm{C}} = \frac{v Q A^{\mathrm{C}}}{l_{1}^{\mathrm{C}} - h f_{x}^{\mathrm{C}}} + \alpha^{\mathrm{C}} \beta^{\mathrm{C}};\\ \dot{\phi}_{1}^{\mathrm{C}} = \frac{v C_{1x}^{\mathrm{C}}}{Z_{C_{1}}^{\mathrm{C}}}; \ \dot{\phi}_{2}^{\mathrm{C}} = \frac{v C_{2x}^{\mathrm{C}}}{Z_{C_{2}}^{\mathrm{C}}};\\ \dot{\phi}_{3}^{\mathrm{C}} = \frac{v C_{1x}^{\mathrm{C}}}{Z_{C_{1}}^{\mathrm{C}}}; \ \dot{\phi}_{4}^{\mathrm{C}} = \frac{v C_{2x}^{\mathrm{C}}}{Z_{C_{2}}^{\mathrm{C}}};\\ \dot{\phi}_{3}^{\mathrm{C}} = \frac{v C_{1x}^{\mathrm{C}}}{Z_{C_{1}}^{\mathrm{C}}}; \ \dot{\phi}_{4}^{\mathrm{C}} = \frac{v C_{2x}^{\mathrm{C}}}{Z_{C_{2}}^{\mathrm{C}}}.\\ \end{cases}$$

130

Таким чином, математична модель просторового руху МТА складається з рівнянь (4.53)–(4.56), що автоматично формуються методологією (3.1)–(3.11), див. розд. 3.1.

Теоретично дослідимо математичну модель динаміки комбінованого грунтообробно-посівного багатоелементного машинно-тракторного агрегату на прикладі трактора John Deere 8345R, бункера для посівного матеріалу та добрив John Deere 1910 та сівалки прямої сівби John Deere 1895. Результати моделювання просторового руху МТА у вигляді об'ємних геометричних примітивів наведено на рис. 4.16.



Рис. 4.16 Схема руху машинно-тракторного агрегату в складі John Deere 8345R + John Deere 1910 + John Deere 1895

Під час прямолінійного руху МТА з постійною швидкістю (рис. 4.17) розрахуємо координати центрів мас елементів (рис. 4.18), відповідно, слідуючи за трактором, елементи рухаються прямолінійно.



Рис. 4.17. Швидкість руху МТА

На початку руху відбуваються перехідні процеси (рис. 4.17, 4.18) при 0 < t < 15 с, які пов'язані з деформацією шин елементів агрегату.

Розглянемо інший випадок руху МТА по полю, при якому відбувався

вплив механізатора на рульове колесо $\psi = 0, 1 \cdot \sin(0, 5t)$. Розрахуємо швидкості обертання коліс трактора (рис. 4.19).



Рис. 4.18. Координати центрів мас (*X*, *Y*, *Z*) елементів агрегату (T – трактора; Б – бункера; С – сівалки) при прямолінійному русі



Рис. 4.19. Швидкості обертання коліс трактора (ω_{11} , ω_{12} , ω_{21} , ω_{22}), відповідно – переднього лівого, переднього правого, заднього лівого, заднього правого

Перехідний процес, пов'язаний із деформацією шин, вплинув на швидкості обертання коліс трактора (рис. 4.19), але його тривалість 1 с. Розмах коливань швидкостей обертання коліс (для всіх коліс) складає 0,275 об/хв та період T = 12 с. Передні колеса ω_{11} , ω_{12} мають нижчу швидкість обертання, ніж задні ω_{21} , ω_{22} , на 0,15 об/хв.

Розрахуємо швидкості руху центрів мас елементів агрегату (рис. 4.20). Розмах коливань швидкостей центрів мас елементів агрегату по осі x (v_x) відповідно для трактора, бункера та сівалки складає 0,25 м/с, 0,18 м/с та 0,17 м/с; по осі у (υ_y) розмахи коливань складають 1,156 м/с, 0,87 м/с та 0,86 м/с; а по осі z (υ_z) спостерігається перехідний процес на початку руху.



Рис. 4.20. Швидкості руху центрів мас елементів агрегату (а – υ_x^n , б – υ_y^n , в – υ_z^n) при русі за синусоїдою

Розгін МТА відбувається з місця та до швидкості 2,8 м/с (рис. 4.21), що визначена агротехнічними вимогами до процесу сівби [222]. Даний процес триває 14 с.



Рис. 4.21. Швидкість руху МТА при розгоні

Швидкості обертання коліс трактора наведено на рис. 4.22. Підвищення швидкості обертання коліс відбувається до 14 с і далі підтримується на сталому рівні 3,775 об/хв – для передніх коліс та 3,96 об/хв – для задніх.

Динамічні радіуси коліс (рис. 4.23) під час розгону не залежать від швидкості, але мають перехідний процес, що триває до 2,8 с, а далі значення залишаються на значенні 0,742 м для передніх коліс та 0,7 м для задніх.



Рис. 4.22. Швидкості обертання коліс тракторка під час розгону



Рис. 4.23. Динамічні радіуси коліс трактора під час розгону

Теоретичні дослідження динаміки багатоелементного машинно-тракторного В складі трактора класичної компоновки комбінованого агрегату та грунтообробно-посівного агрегату на прикладі трактора John Deere 8345R, бункера John Deere 1910 та сівалки John Deere 1895 за рахунок розробленої методології формування рівнянь дозволили визначити динамічні показники його функціонування при просторовому русі елементів. Отримано значення швидкостей центрів мас елементів агрегату, визначено динамічні радіуси коліс трактора, проведено моделювання руху при сталій швидкості та під час розгону.

4.5. Теоретичні дослідження просторового руху багатоелементного машинно-тракторного агрегату (схема агрегатування «трактор – сівалка – бункер»)

Комбіновані грунтообробно-посівні машинно-тракторні агрегати, складені за схемою агрегатування «трактор – сівалка – бункер», підтвердили ефективність їх використання на полях України [58], але вони потребують дослідження динамічних показників функціонування та порівняння з іншими схемами. Для такого МТА складемо динамічну модель (рис. 4.24). Позначення, використані на рис. 4.24, відповідні до рис. 4.15 та рис. 4.8–4.14. Різниця лише в послідовності розташування сівалки та бункера відносно трактора.

У випадку з іншою схемою агрегатування методичний підхід до формування рівнянь залишається незмінним. Динамічна модель багатоелементного комбінованого машинно-тракторного агрегату (рис. 4.24) також має вісім узагальнених координат – вісім ступенів свободи, вектор яких має вигляд:

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} X^T & Y^T & Z^T & \beta^T & \alpha^C & \beta^C & \alpha^B & \beta^B \end{bmatrix}^T, \qquad (4.57)$$

де

 X^{T} , Y^{T} , Z^{T} – повздовжня, поперечна та вертикальна координата центра мас трактора;

 β^{T} – кут повороту центра мас трактора навколо поперечної осі (вісь у);

 α^{C} – кут повороту центра мас бункера навколо повздовжньої осі (вісь *x*);

 β^{C} – кут повороту центра мас бункера навколо поперечної осі (вісь *y*);

 α^{E} – кут повороту центра мас бункера навколо повздовжньої осі (вісь *x*);

 β^{E} – кут повороту центра мас бункера навколо поперечної осі (вісь *y*).

Як незалежні координати із залежними варіаціями обрано:

 $\dot{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} \alpha^T & \gamma^T & \varphi_{11}^T & \varphi_{12}^T & \varphi_{21}^T & \varphi_{22}^T & \gamma^C & \varphi_1^C & \varphi_2^C & \varphi_3^C & \varphi_4^C & \gamma^B & \varphi_{11}^B & \varphi_{12}^B \end{bmatrix}^T, \quad (4.58)$

де

 α^{T} , γ^{T} – кути повороту центра мас трактора навколо повздовжньої (вісь *x*) та вертикальної осі (вісь *z*);

 $\varphi_{11}^T, \varphi_{12}^T, \varphi_{21}^T, \varphi_{22}^T$ – кути повороту коліс трактора (переднього лівого, переднього правого, заднього лівого, заднього правого) навколо осі обертання;

 γ^{C} – кут повороту центра мас сівалки навколо вертикальної осі (вісь *z*); φ_{1}^{C} , φ_{2}^{C} , φ_{3}^{C} , φ_{4}^{C} – кути повороту відповідних коліс сівалки навколо осі обертання;

 γ^{B} – кут повороту центра мас бункера навколо вертикальної осі (вісь z); φ_{11}^{B} , φ_{12}^{B} – кути повороту коліс бункера (лівого та правого) навколо осі обертання.



Ι Рис. 4.24. Динамічна модель МТА у складі трактора класичної компоновки (схема агрегатування «трактор – сівалка» бункер») Математична модель динаміки багатоелементного МТА зі схемою агрегатування «трактор – бункер – сівалка» у формі Коші має вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{X}^{T} &= f_{1}(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \dot{Y}^{T} &= f_{2}(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \dot{Z}^{T} &= f_{3}(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \boldsymbol{\beta}^{T} &= f_{4}(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \dot{\boldsymbol{\alpha}}^{C} &= f_{5}(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \dot{\boldsymbol{\beta}}^{C} &= f_{6}(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \dot{\boldsymbol{\alpha}}^{E} &= f_{7}(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \dot{\boldsymbol{\beta}}^{E} &= f_{8}(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}), \end{aligned}$$
(4.59)

де $f_i - \phi$ ункції від векторів-матриць **G**, **g**, **M**, **F**; i = 1,...,8 – номер узагальненої координати.

Рівняння математичної моделі динаміки багатоелементного машиннотракторного агрегату в незалежних координатах із залежними варіаціями у формі Коші мають вигляд:

$$\begin{cases} \dot{\alpha}^{\mathrm{T}} = \frac{a^{\mathrm{T}}\dot{X}^{\mathrm{T}} + b^{\mathrm{T}}\dot{Y}^{\mathrm{T}} + c\dot{Z}^{\mathrm{T}} - \beta^{\mathrm{T}}\left(d^{\mathrm{T}}\cos\gamma^{\mathrm{T}} + \sin\gamma^{\mathrm{T}}\right);\\ \dot{\alpha}^{\mathrm{T}} = \alpha^{\mathrm{T}}\beta^{\mathrm{T}} + vB_{x}^{\mathrm{T}}\frac{\mathrm{tg}\gamma^{\mathrm{T}}}{l^{\mathrm{T}}};\\ \dot{\gamma}^{\mathrm{T}} = \alpha^{\mathrm{T}}\beta^{\mathrm{T}} + vB_{x}^{\mathrm{T}}\frac{\mathrm{tg}\gamma^{\mathrm{T}}}{l^{\mathrm{T}}};\\ \dot{\phi}_{11}^{\mathrm{T}} = \frac{vC_{11_{xy}}}{Z_{C_{11}}^{\mathrm{T}}}; \ \dot{\phi}_{12}^{\mathrm{T}} = \frac{vC_{12_{xy}}}{Z_{C_{21}}^{\mathrm{T}}};\\ \dot{\phi}_{21}^{\mathrm{T}} = \frac{vC_{21_{xy}}}{Z_{C_{21}}^{\mathrm{T}}}; \ \dot{\phi}_{22}^{\mathrm{T}} = \frac{vC_{22_{xy}}}{Z_{C_{22}}^{\mathrm{T}}};\\ \dot{\gamma}^{\mathrm{C}} = \frac{vQA^{\mathrm{C}}}{l_{1}^{\mathrm{C}} - hf_{x}^{\mathrm{C}}} + \alpha^{\mathrm{C}}\beta^{\mathrm{C}};\\ \dot{\gamma}^{\mathrm{C}} = \frac{vC_{1x}^{\mathrm{C}}}{Z_{C_{1}}^{\mathrm{C}}}; \ \dot{\phi}_{2}^{\mathrm{C}} = \frac{vC_{2x}^{\mathrm{C}}}{Z_{C_{2}}^{\mathrm{C}}}; \\ \dot{\phi}_{1}^{\mathrm{C}} = \frac{vC_{1x}^{\mathrm{C}}}{Z_{C_{1}}^{\mathrm{C}}} + \alpha^{\mathrm{C}}\beta^{\mathrm{C}}; \\ \dot{\gamma}^{\mathrm{F}} = \frac{vyA^{\mathrm{F}}}{l_{1}^{\mathrm{b}} - hf_{x}^{\mathrm{F}}} + \alpha^{\mathrm{F}}\beta^{\mathrm{F}}; \\ \dot{\phi}_{1}^{\mathrm{F}} = \frac{vC_{1x}^{\mathrm{b}}}{Z_{C_{1}}^{\mathrm{b}}};\\ \dot{\phi}_{2}^{\mathrm{F}} = \frac{vC_{2x}^{\mathrm{b}}}{Z_{C_{1}}^{\mathrm{b}}}. \end{cases}$$
(4.60)

Математична модель просторового руху багатоелементного МТА складається з рівнянь (4.27)–(4.52), які формуються за методологією (3.1)–(3.11), що наведена у розд. 2.9.

Програмою «КиДиМ» побудовано графічне зображення комбінованого грунтообробно-посівного агрегату у вигляді графічних примітивів, наведених на рис. 4.59.



Рис. 4.59. Графічне зображення комбінованого грунтообробно-посівного агрегату у вигляді графічних примітивів

Теоретичні дослідження математичної моделі динаміки комбінованого грунтообробно-посівного багатоелементного машинно-тракторного агрегату проводились для одного режиму руху – при русі елементів за синусоїдальним законом, що задавався кутом повороту керованих коліс трактора. Результати теоретичних досліджень являють собою порівняння розрахунків двох математичних моделей МТА з двома способами агрегатування «трактор– бункер–сівалка» (позначаються нижнім індексом 1) та «трактор–сівалка– бункер» (позначаються нижнім індексом 2) і наведені на рис. 4.60–4.63.

Порівняємо координати та швидкості центрів мас (рис. 4.60) елементів МТА і їх кути повороту (рис. 4.61) для двох схем агрегатування.

Розбіжність між результатами моделювання руху агрегату за двома схемами агрегатування не перевищує 5% (рис. 4.60, 4.61, 4.62). Також при різному агрегатуванні не змінюється фаза коливань елементів. Для двох схем агрегатування траєкторії руху трактора (рис. 4.60, а), (рис. 4.60, б) та кути повороту (рис. 4.61, а) є однаковими. Однак для другої схеми агрегатування є відмінності у швидкості обертання коліс на 2% (рис. 4.62). При цьому відмінностей у фазі не має.

Зниження швидкостей руху бункера та сівалки приводить до зниження максимального значення тягового опору посівного агрегату з $P_{1\text{max}} = 65710 \text{ H}$ до $P_{2\text{max}} = 65360 \text{ H}$ для другої схеми агрегатування (рис. 4.63). Зниження швидкостей руху елементів приводить до відповідного зниження тягового опору сільськогосподарської машини.



Рис. 4.60. Координати (а) та швидкості (б) центрів мас елементів МТА для двох схем агрегатування:

XC, YC, ZC – координата центра мас елемента агрегату за відповідною віссю X, Y, Z; T, Б, С – (верхній індекс) відповідний елемент агрегату: трактор, бункер, сівалка



Рис. 4.61. Кути повороту елементів ґрунтообробно-посівного агрегату для двох схем агрегатування:

α, β, γ – кут повороту центра мас елемента агрегату навколо відповідної осі X, Y, Z; T, Б, С – (верхній індекс) відповідний елемент агрегату: трактор, бункер, сівалка

Треба зазначити, що поступова швидкість руху залишається постійною, зменшуються швидкості в боковому та вертикальному напрямах. Це вказує на вплив вертикальних та горизонтальних динамічних складових (коливань елементів у відповідних напрямах) на динамічні показники функціонування.

139



Рис. 4.62. Швидкості обертання коліс трактора для двох схем агрегатування: ω₁₁, ω₁₂, ω₂₁, ω₂₂ – відповідно переднього лівого, переднього правого, заднього лівого та заднього правого коліс трактора





 P_1 – для схеми агрегатування «трактор – бункер – сівалка»; P_2 – для схеми агрегатування «трактор – сівалка – бункер»

Методологія формування рівнянь динаміки дозволила визначити динамічні показники функціонування багатоелементних машинно-тракторних агрегатів довільних структур, у короткий термін дозволила формувати та змінювати математичні моделі з урахуванням структури та способу агрегатування трактора та сільськогосподарської машини.

140

5. ЕНЕРГЕТИКА БАГАТОЕЛЕМЕНТНИХ МАШИННО-ТРАКТОРНИХ АГРЕГАТІВ

Рух машинно-тракторних агрегатів у процесі виконання технологічних операцій при виробництві продукції рослинництва відбувається за рахунок витрати енергії на їх переміщення та подолання опору робочого середовища. Двигун є джерелом механічної енергії, яку він генерує перетворенням хімічної енергії, збереженої в паливі. Таким чином, необхідно обґрунтувати енергетичні процеси, що відбуваються в машинно-тракторних агрегатах, та визначити шляхи зменшення витрат енергії.

5.1. Визначення енергетичних витрат мобільної машини

Розглянемо методику визначення енергетичних витрат мобільної машини, що базується на використанні залежності витрати потужності від параметрів функціонування мобільної машини безпосередньо в умовах експлуатації, з використанням датчиків вимірювальної системи, таких як датчики: моменту; витрати палива; швидкості обертання колінчатого вала двигуна; валів трансмісії; коліс; датчиків положення мобільної машини на місцевості; тягового зусилля; датчики витрати енергії двигуном, трансмісією; датчики витрати енергії на аеродинамічний опір; витрати енергії на перекочування; сили тяги на гаку; буксування; відносного подовження шляху [223].

Визначення енергетичних витрат мобільної машини здійснюється в такій послідовності (5.1)–(5.13).

Як відомо, енергія – це потужність за одиницю часу [83]:

$$E = N \cdot t \,, \, \mathrm{Д} \mathsf{x} \tag{5.1}$$

де N – потужність, Вт; t – час, с.

Якщо визначати витрати енергії мобільної машини за одну секунду, тоді потужність, що витрачається, відображатиме витрату енергії:

$$N = \frac{E}{t}, BT.$$
(5.2)

Потужність, що споживає двигун, визначається за витратою палива:

$$N_n = Q_\mu \cdot Q_n, \, \mathrm{Br} \tag{5.3}$$

де Q_{μ} – нижча теплотворна здатність палива, Дж/кг;

 Q_n – витрата палива двигуном, кг/с;

Потужність на валу трансмісії:

$$N_{mp} = M \cdot \omega, \, \mathrm{Br} \tag{5.4}$$

де M – крутний момент на валу, Н·м; ω – швидкість обертання вала, рад/с.

Потужність на колесі мобільної машини:

$$N_{\kappa} = M_{\kappa} \cdot \omega_{\kappa}, \, \text{BT}$$
(5.5)

де M_{κ} – крутний момент на колесі, Н·м; ω_{κ} – швидкість обертання колеса, рад/с.

Буксування колеса мобільної машини:

$$\delta = 1 - \frac{\pi \cdot \upsilon}{180 \cdot \omega_{\kappa} \cdot r_{\kappa}},\tag{5.6}$$

де υ – швидкість руху машини, м/с; r_{κ} – динамічний радіус кочення колеса, м [224].

Потужність, яка необхідна для руху машини:

$$N_{p} = \left(m \cdot a + f \cdot g \cdot m + f \cdot g \cdot \sin \alpha + k \cdot F \cdot \upsilon^{2}\right) \cdot \upsilon, B_{T}$$
(5.7)

де m – вага машини, H;

a – прискорення, м/c²;

f – коефіцієнт опору кочення;

- g прискорення вільного падіння, м/с²;
- α кут нахилу опорної поверхні;
- *k* коефіцієнт лобового опору;
- *F* площа лобової поверхні машини, м².

Якщо до мобільної машини приєднуються причіпні машини або причепи, необхідно визначити потужність на гаку:

$$N_{2} = P \cdot \upsilon, \text{ BT}, \tag{5.8}$$

де *Р* – тягове зусилля на гаку, Н.

При використанні вала відбору потужності, потужність на привід визначаємо за (5.4).

Втрати потужності у двигуні:

$$N_{\mathcal{AB3}}^{em} = N_n - N_{mp}, \text{ BT.}$$
(5.9)

Втрати потужності в трансмісії:

$$N_{mp}^{em} = N_{mp} - \sum_{i=0}^{n} N_{\kappa i} , \text{ BT,}$$
(5.10)

де $N_{\kappa i}$ – потужність на і-му рушії мобільної машини, Вт;

n – кількість активних рушіїв.

Втрати потужності на буксування:

$$N_{\delta}^{em} = N_k \cdot \delta , \text{BT.}$$
(5.11)

У дійсності траєкторія руху мобільних машин відрізняється від прямої лінії, а при розрахунках та моделюванні найчастіше використовують саме пряму, тому виникає відносне подовження шляху, на яке витрачається додаткова енергія [225]. Втрати енергії на подовження шляху:

$$N_{u}^{em} = N_p \cdot \frac{l}{l_0}, \text{ BT}, \qquad (5.12)$$

де *l* – дійсний шлях пройдений машиною, м; *l*₀ – найкоротший шлях, що може проїхати машина, м.

Втрати енергії на подовження шляху можуть бути двох видів. Перший – кількість енергії, що витрачається під час руху машини, залишається незмінною, а збільшується лише час, протягом якого витрачається ця енергія. Другий вид – кількість енергії, що витрачається на рух N_{pyx}^{sm} , є постійною, але додатково витрачається енергія на керування N_{kep}^{sm} :

$$N^{em} = N^{em}_{pyx} + N^{em}_{\kappa ep}.$$
 (5.13)

Запропонований спосіб визначення енергетичних витрат мобільних машин дозволяє оцінити витрати енергії їх елементами, такими як двигун, трансмісія, рушіями на буксування, та витрати енергії на створення рушійної сили машиною, на привід активних машин за допомогою вала відбору потужності і енергії, що передається через гак. Для визначення витрат енергії при роботі багатоелементних мобільних машин необхідно розробити вимірювальну систему [226].

5.2. Енергетика функціонування елементів машинно-тракторних агрегатів довільних структур

Дослідження енергетики функціонування багатоелементних машиннотракторних агрегатів довільних структур потребує створення теорії, яка дозволить визначати витрати енергії окремими їх елементами та має гнучкість
до змінення структури машини та внутрішніх параметрів.

В експлуатаційних умовах роботи МТА та його елементи можна розглядати як динамічну систему (об'єкт у цілому) (рис. 5.1), на вхід якої діють вектор вхідних умов та параметрів керування $\vec{U} = \{u_1, u_2, ..., u_i\}$ і вектор збурюючого впливу $\vec{v} = \{v_1, v_2, ..., v_k\}$; на виході динамічної системи маємо вектор вихідних параметрів $\vec{Y} = \{y_1, y_2, ..., y_m\}$ [227]. Кількість *i* вхідних, *k* збурюючих та *m* вихідних параметрів функціонування залежить від типу агрегату, обраної розрахункової схеми, кількості врахованих умов роботи агрегату та інших факторів [228].



Рис. 5.1. Динамічна модель сільськогосподарського агрегату: \vec{U} – вектор вхідних умов та параметрів керування; \vec{v} – вектор збурюючого впливу; \vec{Y} – вектор вихідних параметрів

Комбіновані сільськогосподарські агрегати та їх комплекси є складними динамічними системами, що складаються з окремих складальних одиниць і елементів із різними зв'язками (рис. 5.2), динамічні властивості яких визначаються відповідними характеристиками. Машинно-тракторні агрегати складаються з мобільного енергетичного засобу (МЕЗ) – трактора, що використовується як джерело механічної енергії; технологічного модуля 1 (ТМ1) – культиватора, що може розташовуватись спереду або заду МЕЗ; технологічного модуля 2 (ТМ2) – сівалки та технологічної ємності (ТЄ) – бункера для посівного матеріалу і добрив. ТЄ може розташовуватись між МЕЗ та сівалкою, після сівалки або на тракторі.

При визначенні передавальної функції всієї системи в цілому часто виникає необхідність перетворення багатоланкової схеми з метою її спрощення або заміни однією складною ланкою. Такі перетворення легко виконуються на структурних схемах. Структурна схема динамічної системи являє собою графічне зображення системи у вигляді сукупності динамічних ланок із позначенням їх передавальних функцій та зображень вхідних і вихідних змінних.



Рис. 5.2.

Структурна схема використовується для визначення передавальних функцій складних динамічних систем, складові яких охоплені різними зв'язками. Для дослідження систем зі змінними структурами в останній час розроблено наукові підходи з використанням сучасних обчислювальних методів та засобів [229].

Уявімо елемент машинно-тракторного агрегату, як математичну модель об'єкта в змінному стані, що складається з двох рівнянь [230, 231]:

– рівняння стану;

– рівняння виходу.

Рівняння стану елемента машинно-тракторного агрегату як лінійного багатовимірного об'єкта у виді векторних диференціальних рівнянь у формі Коші мають вигляд:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{U}(t) + \mathbf{v}(t), \qquad (5.14)$$

де $\mathbf{X}(t) = [x_i(t)]_{n \times 1}$ – вектор стану; $\mathbf{U}(t) = [u_j(t)]_{m \times 1}$ – вектор керування; $\mathbf{v}(t) = [v_i(t)]_{n \times 1}$ – вектор збурень, що діють на об'єкт; $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{n \times m}$, $\mathbf{B} = [b_{ij}]_{n \times m}$ – матриці коефіцієнтів, що визначаються параметрами об'єкта.

Матриці коефіцієнтів А та В для *n*×*m* параметрів керування і стану мають вигляд:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mm} \end{bmatrix}.$$

Векторному диференціальному рівнянню (5.14) відповідає система *п* скалярних диференційних рівнянь першого порядку:

$$\dot{x}_{i}(t) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_{j}(t) + \sum_{j=1}^{m} b_{ij} u_{j}(t) + v_{i}(t), \qquad (5.15)$$

де i = 1, 2, ..., n.

Рівняння виходу моделі елемента МТА у векторній формі має вигляд:

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{X}(t) + \mathbf{D} \cdot \mathbf{U}(t), \qquad (5.16)$$

де $\mathbf{Y}(t) = [y_i(t)]_{l \times 1}$ – вектор вихідних стану об'єкта; $\mathbf{C} = [c_{ij}]_{l \times n}$ – матриця спостереження; $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{ij} \end{bmatrix}_{l \times m}$ — матриця постійних коефіцієнтів, що характеризують безінерційний вплив керуючих дій на вихід об'єкта. У матричному вигляді:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1l} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{l1} & c_{l2} & \cdots & c_{ll} \end{bmatrix}, \ \mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1m} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{m1} & d_{m2} & \cdots & d_{mm} \end{bmatrix},$$

Векторному рівнянню (5.16) еквівалентна система *l* скалярних рівнянь, що має вигляд:

$$y_{i}(t) = \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{j}(t) + \sum_{j=1}^{m} d_{ij} u_{j}(t), \qquad (5.17)$$

де i = 1, 2, ..., l.

Перетворення моделі динаміки елемента МТА до вигляду (5.15), (5.17) та відповідно до матричного вигляду (5.14), (5.16) дозволяє представити її як об'єкт автоматичного керування та досліджувати функціонування елемента використовуючи методи теорії автоматичного керування.

Математичні моделі елементів та МТА в цілому є суттєво нелінійними [227, 232], тому система рівнянь, що описують його динаміку, має вигляд:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m); \\ \dots \\ \frac{dx_n}{dt} = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m), \end{cases}$$
(5.18)

де *n* – кількість вхідних параметрів; *m* – кількість керуючих впливів.

Компактна векторна форма рівнянь (5.18) записується:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)), \tag{5.19}$$

де $\mathbf{x}(t)$ – вектор стану; $\mathbf{u}(t)$ – вектор керування; \mathbf{f} – вектор-функція $\mathbf{f} = (f_1 \quad f_2 \quad ... \quad f_n)^T$.

Нелінійна динаміка елементів МТА потребує опису рівняння виходу в нелінійній формі в загальному вигляді:

$$\begin{cases} y_1 = g_1(x_1, x_2, ..., x_n, u_1, u_2, ..., u_m); \\ ... \\ y_p = g_p(x_1, x_2, ..., x_n, u_1, u_2, ..., u_m), \end{cases}$$
(5.20)

де *р* – кількість керуючих впливів на об'єкт.

Запис (5.20) у компактній (матричній формі):

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)), \qquad (5.21)$$

де **g** – вектор-функція **g** = $(g_1 \ g_2 \ \dots \ g_m)^T$.

Зазвичай для нелінійних систем аналітичне рішення невідоме, тому користуються чисельними методами, що підходять для більшості випадків. Важливим кроком є знаходження рівняння стану системи, за допомогою якого можна побудувати модель. Якщо відома модель у вигляді диференціальних рівнянь, відповідно існують методи рішення [233, 234].

Для більшості нелінійних динамічних об'єктів можна використати методи лінеаризації, що пропонуються в роботах [235, 236], та надалі досліджувати їх як лінійні.

5.3. Математичні моделі з'єднання елементів машинно-тракторних агрегатів

Елементи МТА, такі як, двигун, трансмісія, рушії і сільськогосподарські машини, мають різноманітну структуру та способи з'єднання, відповідно передачу і витрату енергії [237–239].

Розглянемо найбільш поширені способи з'єднання математичних моделей елементів МТА. Паралельне з'єднання математичних моделей представлено на рис. 5.3.



Рис. 5.3. Паралельне з'єднання математичних моделей елементів МТА

Запишемо рівняння системи, з урахуванням особливостей паралельного з'єднання математичних моделей:

$$\dot{\mathbf{X}}_{1} = \mathbf{A}_{1}\mathbf{X}_{1} + \mathbf{B}_{1}\mathbf{U};$$

$$\dot{\mathbf{X}}_{2} = \mathbf{A}_{2}\mathbf{X}_{2} + \mathbf{B}_{2}\mathbf{U};$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}_{1}\mathbf{X}_{1} + \mathbf{C}_{2}\mathbf{X}_{2} + \mathbf{D}_{1}\mathbf{U}_{1} + \mathbf{D}_{2}\mathbf{U}_{2},$$

(5.22)

або в матричному вигляді:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{U}.$$

У випадку послідовного з'єднання математичних моделей елементів вихід першого елемента подається на вхід другого. Такий варіант зображено на рис. 5.4.



Рис. 5.4. Послідовне з'єднання математичних моделей елементів МТА

Рівняння послідовного з'єднання у формі матричних рівнянь має вигляд:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 & 0 \\ \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{C}_1 & \mathbf{A}_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{D}_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{U}_2 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{D}_1 & \mathbf{D}_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{U}_2 \end{pmatrix}.$$
(5.23)



Рис. 5.5. З'єднання математичних моделей елементів МТА зі зворотним зв'язком

Одним із випадків з'єднання елементів є системи зі зворотним зв'язком. Дана система, схему якої наведено на рис. 5.5, може бути представлена у вигляді системи рівнянь [240]:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}_{1} = \mathbf{A}_{1}\mathbf{X}_{1} + \mathbf{B}_{1} \cdot (\mathbf{U} \pm \mathbf{Y}_{2}); \\ \mathbf{Y}_{1} = \mathbf{C}_{1}\mathbf{X}_{1} + \mathbf{D}_{1} \cdot (\mathbf{U} \pm \mathbf{Y}_{2}); \\ \dot{\mathbf{X}}_{2} = \mathbf{A}_{2}\mathbf{X}_{2} + \mathbf{B}_{2}\mathbf{Y}_{1}; \\ \mathbf{Y}_{2} = \mathbf{C}_{2}\mathbf{X}_{2} + \mathbf{D}_{2}\mathbf{Y}_{1}, \end{cases}$$
(5.24)

оскільки підсистеми з'єднані зворотним зв'язком, то, підставивши вираз y_1 в (5.14) та розрахувавши відносно y_2 , отримаємо:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U}; \\ \mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}\mathbf{U}, \end{cases}$$
(5.25)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \pm \frac{\mathbf{B}_1 \mathbf{D}_2 \mathbf{C}_1}{1 \mp \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2} & \pm \frac{\mathbf{B}_1 \mathbf{C}_2}{1 \mp \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2} \\ \mathbf{B}_2 \mathbf{C}_1 \pm \frac{\mathbf{B}_2 \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2 \mathbf{C}_1}{1 \mp \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2} & \mathbf{A}_2 \pm \frac{\mathbf{B}_2 \mathbf{D}_1 \mathbf{C}_2}{1 \mp \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2} \end{bmatrix}; \ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \pm \frac{\mathbf{B}_1 \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2}{1 \mp \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2} \\ \mathbf{B}_2 \mathbf{D}_1 \pm \frac{\mathbf{B}_2 \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2 \mathbf{C}_1}{1 \mp \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2} & \mathbf{A}_2 \pm \frac{\mathbf{B}_2 \mathbf{D}_1 \mathbf{C}_2}{1 \mp \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2} \end{bmatrix}; \ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \pm \frac{\mathbf{B}_1 \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2}{1 \mp \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2} \\ \mathbf{B}_2 \mathbf{D}_1 \pm \frac{\mathbf{B}_2 \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2}{1 \mp \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2} \end{bmatrix}; \\ \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \pm \frac{\mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2 \mathbf{C}_1}{1 \mp \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2} & \pm \frac{\mathbf{D}_1 \mathbf{C}_2}{1 \mp \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2} \end{bmatrix}; \ \mathbf{D} = \mathbf{D}_1 \pm \frac{\mathbf{D}_1 \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2}{1 \mp \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2}. \end{bmatrix}$$

Запропонована методологія визначення енергетичних параметрів функціонування МТА за допомогою опису елементів систем у вигляді рівнянь простору стану дозволяє гнучке формування систем рівнянь при зміні складу та послідовності елементів багатоелементного досліджуваного агрегату.

5.4. Керування енергетичними параметрами машинно-тракторних агрегатів довільних структур

Підвищення ефективності використання багатоелементних комбінованих агрегатів за критерієм енергетичних витрат потребує обгрунтування методів керування.

Принцип максимуму, сформульований академіком Понтрягіним Л. С. [241], є розвитком і узагальненням класичного варіаційного числення з урахуванням обмежень на параметри керування, коли класичний метод не дає рішення для оптимального керування.

Розглянемо комбінований багатоелементний МТА, як динамічну систему, що описується диференціальними рівняннями (5.15), (5.17). При цьому будемо припускати, що значення керуючих впливів U можуть миттєво змінюватися й описуються класом кусково-безперервних функцій із кінцевим числом точок розриву першого роду й обмежених компонентів [242]:

$$\mathbf{U} \in \mathbf{U}^*$$

де **U**^{*} – обмежений простір припустимих керувань.

Критерій оптимальності визначає якість керування і є основою для формування задачі керування енергетичними процесами в багатоелементних динамічних системах.

Відповідно до загальної постановки задачі оптимального керування критерій оптимальності має вигляд:

$$J = \int_{0}^{T_f} f_0(\mathbf{X}, \mathbf{U}, t) dt = \min.$$
 (5.26)

Основні типи критеріїв оптимальності керування енергетичними витратами багатоелементних агрегатів є:

– максимальна швидкодія;

– мінімум витрати енергії (мінімум витрати палива).

У задачі максимальної швидкодії підінтегральний вираз:

$$f_0(\mathbf{X}, \mathbf{U}, t) = 1,$$

а мінімізований функціонал:

$$J = \int_{0}^{T_f} dt = T_f = \min .$$

У задачах керування рухомими об'єктами змінна U пропорційна швидкості витрати маси і, як правило, обмежена. У зв'язку із тим, що загальний запас палива також обмежений, будь-який складний рух чи рух за курсом повинен здійснюватися з мінімальними витратами палива. Критерій оптимальності для цього випадку має вигляд:

$$J = \int_{0}^{T_{f}} \sum_{j=1}^{r} |u_{j}| dt = \min$$
 (5.27)

та являє собою суму швидкостей витрат палива за одиницю часу u_j ; інтеграл від неї відповідає загальному використанню палива.

Однією із задач керування енергетичними процесами в багатоелементних агрегатах є умова, що квадрат керованої змінної U пропорційний потужності, а результат його інтегрування пропорційний витраченій енергії. Наприклад, у багатоелементному МТА витрачається потужність двигуна трактора на пересування його елементів, подолання опору ґрунту та привід допоміжних органів. За такої умови критерій оптимальності має вигляд:

$$J = \int_{0}^{T_f} \mathbf{U}^T \mathbf{Q} \mathbf{U} dt = \min,$$

де Q – симетрична вагова матриця, що визначає кількість витраченої потужності елементом агрегату.

$$J = \int_{0}^{T_{f}} \left[\mathbf{U}^{T} \mathbf{Q} \mathbf{U} + \mathbf{X}^{T} \mathbf{P} \mathbf{X} \right] dt + \int_{0}^{T_{f}} \mathbf{X}^{T} \mathbf{M} \mathbf{U} dt = \min, \qquad (5.28)$$

де **Q**, **P**, **M** – симетричні, позитивно визначені вагові матриці, компоненти яких у загальному випадку є функціями часу.

Сформуємо функцію стану, яка запропонована Понтрягіним Л. С. [241] називається гамільтоніан:

$$\mathbf{H}(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{p}) = p_0 f_0(\mathbf{X}, \mathbf{U}) + \mathbf{p}^T (\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{X}), \qquad (5.29)$$

де p_0 – допоміжна змінна;

р – вектор-рядок допоміжних змінних.

Таким чином, гамільтоніан (5.29) являє собою скалярну функцію 2*n*+1 змінних.

Принцип максимуму формулює, що оптимальне керування існує, якщо задовольняє системі канонічних рівнянь:

$$\dot{p}_{i}(t) = -\frac{\partial H(\mathbf{X}, \mathbf{p}, \mathbf{U})}{\partial x_{i}};$$

$$\dot{x}_{i}(t) = -\frac{\partial H(\mathbf{X}, \mathbf{p}, \mathbf{U})}{\partial p_{i}}.$$
(5.30)

де i = 1, ..., n, (n – порядок системи).

Крім того, для оптимальних керувань із зони припустимих $\mathbf{U} \in \mathbf{U}^*$ для будь-якого моменту часу повинна виконуватися умова:

$$\max H(\mathbf{X},\mathbf{p},\mathbf{U}) = H(\mathbf{X}(t),\mathbf{p}(t),\mathbf{U}(t)).$$

Ця умова означає, що гамільтоніан для оптимального керування набуває відповідно до принципу максимуму максимального значення. При цьому допоміжна змінна $p_0 = -1$.

Для практичних задач оптимізації застосовують також принцип мінімуму, за яким визначають мінімум Гамільтоніану. Тоді $p_0 = +1$; в іншому випадку рівняння й умови оптимальності аналогічні принципу максимуму із заміною операції обчислення максимуму гамільтоніану на обчислення мінімуму.

МТА є системою зі зворотним зв'язком [243]. Розглянемо динамічну модель енергетичних витрат МТА зі зворотним зв'язком, що в загальному випадку описується векторно-матричними рівняннями зі змінними коефіцієнтами:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{U}, \qquad (5.31)$$

де К – матриця в ланцюзі зворотного зв'язку об'єкта керування.

Використання принципу максимуму для критерію оптимальності вигляду:

$$J = \int_{0}^{T_{f}} \left[\mathbf{U}^{T} \mathbf{Q} \mathbf{U} + \mathbf{X}^{T} \mathbf{P} \mathbf{X} \right] dt = \min$$

для систем зі зворотним зв'язком приводить до синтезу оптимального керування (регулятора) вигляду:

$$\mathbf{U} = -\mathbf{K}\mathbf{X} = -\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{R}\mathbf{X}, \qquad (5.32)$$

де **R** – матриця, отримана з векторно-матричного рівняння Ріккатті [244].

Рівняння Ріккатті для систем зі змінними параметрами (5.32) має вигляд:

$$\dot{\mathbf{R}} = -\mathbf{R}\mathbf{A} - \mathbf{A}^{T}\mathbf{R} + \mathbf{R}\mathbf{B}\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{R} - \mathbf{P}$$
(5.33)

Якщо компоненти матриць A, B, P, Q не залежать від часу, рівняння Ріккатті перетвориться в матричне алгебраїчне рівняння:

$$\mathbf{R}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{R} - \mathbf{R}\mathbf{B}\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{R} + \mathbf{P} = 0$$

Таким чином, запропоновано алгоритм оптимального регулятора, структурну схему якого наведено на рис. 5.6.



Рис. 5.6. Структурна схема оптимального регулятора

Зниження витрат при експлуатації комбінованих агрегатів досягається за рахунок керування траєкторією руху МТА з мінімальною витратою енергії на керування [245]. Дана задача потребує синтезу системи з максимальною швидкодією.

Розглянемо таке рівняння:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = u, \qquad (5.34)$$

де
$$u$$
 – керуючий параметр, підпорядкований умові $|u| \le 1$.

У змінних стану
$$x_1 = x; x_2 = \frac{dx}{dt}$$
 рівняння запишеться у вигляді:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2;$$

$$\frac{dx_2}{dt} = u,$$
(5.35)

або у векторно-матричній формі:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u.$$
(5.36)

Під час процесу сівби, згідно з агротехнічними вимогами, рядки повинні бути прямолінійними [246]. При русі елементів агрегату відбувається їх відхилення від прямолінійної траєкторії [51]. Тому необхідно вирішити задачу оптимальної швидкодії повернення трактора до початкової траєкторії руху, відповідно найшвидшого попадання в початок координат (0; 0) із заданого початкового стану [241]. Іншими словами, розв'яжемо задачу оптимальної швидкодії для випадку, коли кінцева точка руху є початком координат $x_1 = (0; 0)$.

Функція Н при цьому буде мати вигляд:

$$H = p_1 x_2 + p_2 u \,.$$

Система канонічних рівнянь запишеться як:

$$\dot{p}_1 = 0;$$

 $\dot{p}_2 = -p_1,$
(5.37)

звідки отримаємо

$$p_1 = c_1;$$

 $p_2 = c_2 - c_1 t,$

де c_1, c_2 – постійні інтегрування.

Пошук максимуму функції H та обмеження $|u| \le 1$ дає рішення:

$$u = \operatorname{sign} p_2 = \operatorname{sign}(c_2 - c_1 t).$$

Для систем рівнянь (5.14), (5.16) гамільтоніан оптимальної задачі максимальної швидкодії має вигляд:

$$H = -1 + \mathbf{p}^T \mathbf{A} \mathbf{X} + \mathbf{p}^T \mathbf{B} \mathbf{U} = -1 + \mathbf{X}^T \mathbf{A}^T \mathbf{p} + \mathbf{U}^T \mathbf{B}^T \mathbf{p}.$$

Диференціальне рівняння канонічної системи відносно змінної **р** запишеться таким чином:

$$\mathbf{p} = -\mathbf{A}^T \mathbf{p} - \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{X}} = -\mathbf{A}^T \mathbf{p} \,.$$

Рішення цього векторно-матричного рівняння має вигляд:

$$\mathbf{p}=e^{-\mathbf{A}^{T}t}\mathbf{p}(0).$$

Поставивши умову знаходження максимуму гамільтоніану, отримуємо умови оптимального керування:

$$\mathbf{U} = \operatorname{sign} \mathbf{p} = \operatorname{sign} (\mathbf{C}_2 - \mathbf{C}_1 t).$$
 (5.38)

де **С**₁, **С**₂ – вектори-стовпці постійного інтегрування.

Отже, оптимальне управління визначається кусково-безперервною функцією, що набуває значення ±1 у залежності від вирішення канонічної системи.

Керування траєкторією руху елементів комбінованих машиннотракторних агрегатів досягається за рахунок моделі регулятора (5.34)– (5.38). Запропонована модель керування енергетичними витратами багатоелементних агрегатів дозволяє сформувати керуючий вплив на агрегат, забезпечивши максимальну швидкодію, мінімум витрати енергії, або мінімізувати витрати палива.

5.5. Теоретичні дослідження енергетичних витрат багатоелементного транспортного агрегату

Дослідимо функціонування багатоелементного транспортного машиннотракторного агрегату [247], динамічну модель якого представлено на рис. 5.7, де використаємо такі позначення: F_A, F_{B1} – сила тяги, прикладена до передньої коліс осей енергетичного засобу: та задньої F_{Bi} – сила, прикладена до осі коліс причіпних елементів, де i = 2,...,n; n – кількість причіпних елементів транспортного агрегату; C_n – центр мас *n*-го елемента агрегату; ψ_1 – кут повороту керуючих коліс енергетичного засобу; A_n – точка причепу; B_n – точка центра осі коліс; P_n – миттєвий центр θ_n – кут повороту елемента навколо швидкостей; своєї oci: l_n – довжина елемента; a_n, b_n – відстань від задньої осі елемента відповідно до точки причепа та центра мас; ψ_n – кути від ліній зазначених осей до напрямків на передні шарніри з МЦШ; δ_n – кути від ліній осей до напрямків на задні шарніри з МЦШ.



Рис. 5.7. Динамічна модель руху багатоелементного транспортного агрегату

Голономні зв'язки залишають для плоскої системи, що складається з п елементів 3 + (n-1) ступенів свободи (3 ступені – у ведучого елемента, що виконує плоскопаралельний рух, і по одному обертальному руху навколо кріплення елементів – для кожного наступного). Наявність шарніра неголономних зв'язків, що обумовлюють реалізацію напрямку швидкостей центрів коліс у площинах цих коліс, приводить до того, що число ступенів волі зменшується до двох, а з урахуванням завдання закону зміни керуючого кута $\psi_1(t)$ – до одного. Це пояснюється тим, що завдання кута $\psi_1(t)$ приводить до того, що стають відомими напрямки швидкостей усіх шарнірів A_i (i = 1, 2, ..., n), а модулі швидкостей кожного елемента виражаються через модуль одного з першої - $|\vec{v}_{A_i}|$. Замість модулів швидкостей наприклад, них. можна використовувати похідні дугових координат шарнірів A_i – s_{Ai}. Через ці швидкості легко виражаються кутові швидкості елементів як кутові швидкості їх повороту навколо своїх МЦШ. Таким чином, маємо:

$$\dot{s}_{A_{i+1}} = \dot{s}_{A_i} \sqrt{\cos^2 \psi_i + \alpha_i^2 \sin^2 \psi_i}, \qquad (5.39)$$
$$\psi_{i+1} = \theta_i - \theta_{i+1} - \delta_i,$$
$$\delta_i = \operatorname{arctg}(\alpha_i \operatorname{tg} \psi_i), \ \alpha_i = a_i / l_i,$$

$$\dot{\theta}_k = \dot{s}_{A_k} \sin \psi_k / l_k , \qquad (5.40)$$

де $i = \overline{1, n-1}$, $k = \overline{1, n}$, n -число елементів МТА.

Відповідно до рівняння динаміки плоских моделей неголономних систем у векторно-матричній формі запису (3.3) для того, щоб знайти вхідні в ці рівняння структурні матриці безпосереднім диференціюванням, як «координати» елементів механічної моделі треба вибрати швидкості центрів мас візків і їх кутові швидкості [114, 196]. Тоді матриці сформуються диференціюванням цих «координат» за незалежною швидкістю \dot{s}_{A} .

Кінетична енергія кожного візка визначається швидкістю центра мас:

$$\dot{s}_{C_k} = \dot{s}_{A_k} \sqrt{\cos^2 \psi_k + \beta_k^2 \sin^2 \psi_k}$$
(5.41)

і кутовою швидкістю повороту її в площині руху:

$$\omega_k = \dot{\theta}_k, \ k = 1, n \,. \tag{5.42}$$

Таким чином, інерційні елементи моделі ССКА «КиДиМ» поєднують маси візків і переміщення їх центрів мас уздовж траєкторії, а також моменти інерції візків і їх кутові швидкості:

$$\{m_1, s_{c_1}\}, \{m_2, s_{c_2}\}, ..., \{m_n, s_{c_n}\}, \{J_{c_1}, \omega_1\}, \{J_{c_2}, \omega_2\}, ..., \{J_{c_n}, \omega_n\}.$$

Тому структурні матриці інерції й відповідні доданки в скалярному рівнянні (3.3) набудуть вигляду:

$$\widetilde{\mathbf{W}}_{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \left\{ \dot{s}_{C_{1}}, \dot{s}_{C_{2}}, \dots, \dot{s}_{C_{n}}, \dot{\theta}_{1}, \dot{\theta}_{2}, \dots, \dot{\theta}_{n} \right\}^{T}}{\partial \dot{s}_{1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\{ \frac{\partial \dot{s}_{C_{k}}}{\partial \dot{s}_{A_{k}}} \prod_{i=1}^{k-1} \frac{\partial \dot{s}_{A_{i}}}{\partial \dot{s}_{A_{i-1}}} \right\} \\ \left\{ \frac{\partial \dot{\theta}_{k}}{\partial \dot{s}_{A_{k}}} \prod_{i=1}^{k-1} \frac{\partial \dot{s}_{A_{i}}}{\partial \dot{s}_{A_{i-1}}} \right\} \end{bmatrix}, \ k = \overline{1, n},$$

$$\tilde{\mathbf{W}}_{J}^{T}[\mathbf{J}]\ddot{\boldsymbol{\alpha}} = \tilde{\mathbf{W}}_{J}^{T}\begin{bmatrix} m_{1} & 0 & 0 & 0 \\ m_{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [0] \\ & & \\ &$$

Тут:

$$\frac{\partial \dot{s}_{C_k}}{\partial \dot{s}_{A_k}} = \sqrt{\cos^2 \psi_k + \beta_k^2 \sin^2 \psi_k} ,$$
$$\frac{\partial \dot{s}_{A_i}}{\partial \dot{s}_{A_{i-1}}} = \sqrt{\cos^2 \psi_i + \alpha_i^2 \sin^2 \psi_i} ,$$
$$\frac{\partial \dot{\theta}_k}{\partial \dot{s}_{A_k}} = \frac{\sin \psi_k}{l_k} ,$$

а $\ddot{s}_{C_1}, \ddot{s}_{C_1}, ..., \ddot{s}_{C_1}, \ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, ..., \ddot{\theta}_n$ набудуть своїх виразів після диференціювання структур (5.39) і (5.40).

Як діючі активні сили такої системи в роботі [207] пропонується врахувати рушійну силу тертя на ведучих колесах передньої рами, наведену до т. A_1 і перпендикулярну до передньої осі $-\vec{F}_{A_1}$, і сили опору руху кожного візка, наведені до тт. $B_k - \vec{F}_{B_k}$, $k = \overline{1, n}$. Швидкості тт. B_k легко визначаються за швидкостями тт. A_k і співвідношенням відстаней від них і від тт. A_k до миттєвих центрів швидкостей:

$$\dot{s}_{B_k} = \dot{s}_{A_k} \cos \psi_k \,. \tag{5.43}$$

Таким чином, силові елементи механічної моделі поєднують проекції сил \vec{F}_{A_1} і \vec{F}_{B_k} ($k = \overline{1,n}$) на дугові координати (швидкості) т. A_1 і B_k та відповідно й самі ці дугові координати (або швидкості) цих точок:

$$\{F_{A_1}, s_{A_1}\}, \{F_{B_1}, s_{B_1}\}, \{F_{B_2}, s_{B_2}\}, \dots, \{F_{B_n}, s_{B_n}\}$$

Тому структурна матриця сил системи, залишкові члени й саме рівняння (3.3) мають вигляд:

$$\widetilde{\mathbf{W}}_{P}^{T} = \left[\frac{\partial \dot{\mathbf{p}}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}}\right]^{T} = \frac{d\left\{\dot{s}_{A_{1}}, \dot{s}_{B_{1}}, \dot{s}_{B_{2}}, \dots, \dot{s}_{B_{n}}\right\}}{d\dot{s}_{A_{1}}} = \left\{1, \cos\psi_{1}, \cos\psi_{2}, \dots, \cos\psi_{n}\right\},$$

$$\tilde{\mathbf{W}}_{P}^{T}\mathbf{P}=F_{A_{1}}-\sum_{k=1}^{n}F_{B_{k}}\cos\psi_{k},$$

$$U = \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{m_k \ddot{s}_{C_k} \sqrt{\cos^2 \psi_k + \beta_k^2 \sin^2 \psi_k} + J_k \dot{\omega}_k \sin \psi_k}{l_k} \right) \cdot \prod_{i=1}^{k-1} \frac{\partial \dot{s}_{A_i}}{\partial \dot{s}_{A_{i-1}}} - \frac{1}{2} - F_{A_1} + \sum_{k=1}^{n} F_{B_k} \cos \psi_k$$

Тоді матриця інерції та права частина нижніх рівнянь у формі Коші представляться скалярними виразами:

$$M = \frac{\partial U}{\partial \ddot{s}_{A_{1}}},\tag{5.44}$$

$$F = U\Big|_{\vec{s}_{A_{1}}=0},\tag{5.45}$$

а як рівняння верхньої частини системи (3.1) будуть виступати вирази (5.39)– (5.42). Відповідно до сформованих рівнянь динаміки схема потоку енергетичних витрат багатоелементного транспортного агрегату зображена на рис. 5.8.



Рис. 5.8. Схема потоку енергетичних витрат багатоелементного транспортного агрегату:

 E_N – енергія, що витрачається двигуном на функціонування агрегату; E_n – енергія, що витрачається на функціонування n-го елемента агрегату

Структурну схему динамічних моделей енергетичних витрат багатоелементного транспортного агрегату наведено на рис. 5.9.



Рис. 5.9. Структурна схема динамічних моделей енергетичних витрат багатоелементного транспортного агрегату E – енергія, яка необхідна для функціонування агрегату; E_n – енергія, що витрачається n-м елементом агрегату; ψ_n – кут, що задає напрямок руху n-го елемента агрегату.

Послідовне розташування візків багатоелементного транспортного агрегату (рис. 5.7) відповідає такій же структурній схемі динамічних моделей (рис. 5.9). Керування відбувається встановленням кута ψ_n для кожного візка з відповідною витратою енергії E_n . Складемо систему рівнянь для моделі енергетичних витрат п'ятиелементного тракторного агрегату. Рівняння стану має вигляд:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{1} \\ \mathbf{X}_{2} \\ \mathbf{X}_{3} \\ \mathbf{X}_{4} \\ \mathbf{X}_{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{B}_{2} \cdot \mathbf{C}_{1} & \mathbf{A}_{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_{3} \cdot \mathbf{C}_{2} & \mathbf{A}_{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{B}_{4} \cdot \mathbf{C}_{3} & \mathbf{A}_{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{B}_{5} \cdot \mathbf{C}_{4} & \mathbf{A}_{5} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{1} \\ \mathbf{X}_{2} \\ \mathbf{X}_{3} \\ \mathbf{X}_{4} \\ \mathbf{X}_{5} \end{pmatrix} + (5.46) \\
+ \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{1} \\ \mathbf{B}_{2} \cdot \mathbf{D}_{1} \\ \mathbf{B}_{3} \cdot \mathbf{D}_{2} \\ \mathbf{B}_{4} \cdot \mathbf{D}_{3} \\ \mathbf{B}_{5} \cdot \mathbf{D}_{4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{1} \\ \mathbf{U}_{2} \\ \mathbf{U}_{3} \\ \mathbf{U}_{4} \\ \mathbf{U}_{5} \end{pmatrix},$$

а рівняння виходу:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_3 \cdot \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_4 \cdot \mathbf{C}_3 & \mathbf{D}_5 \cdot \mathbf{C}_4 & \mathbf{C}_5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \mathbf{X}_3 \\ \mathbf{X}_4 \\ \mathbf{X}_5 \end{pmatrix} + (\mathbf{D}_1 & \mathbf{D}_2 & \mathbf{D}_3 & \mathbf{D}_4 & \mathbf{D}_5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{U}_2 \\ \mathbf{U}_3 \\ \mathbf{U}_4 \\ \mathbf{U}_5 \end{pmatrix}.$$
(5.47)

Позначення рівнянь (5.46) та (5.47) відповідають рис. 5.9. Дослідимо витрату енергії елементами агрегату у випадку зміни траєкторії руху.



Рис. 5.10. Кути керування *n*-го елемента багатоелементного агрегату

Кути повороту елементів багатоелементного агрегату ψ змінюються в межах $-5^{\circ} \le \psi \le 5^{\circ}$ із періодом T = 7,5 с (рис. 5.10). Витрату енергії *n*-м елементом багатоелементного агрегату наведено на рис. 5.11.



Рис. 5.11. Витрата енергії *n*-го елемента багатоелементного агрегату

Під час руху агрегату та зміни траєкторії за гармонійним законом відбувається відповідна витрата енергії (рис. 5.11) із періодом T = 7,5 с. Максимальна енергія необхідна для першого елемента багатоелементного агрегату $E_{1\text{max}} = 4,055 \cdot 10^4$ Дж та, відповідно, найменша $E_{5\text{max}} = 3,93 \cdot 10^4$ Дж.

Використання запропонованого методу дослідження динамічних та енергетичних показників багатоелементних послідовно з'єднаних транспортних мобільних машин дозволяє визначити витрати енергії як окремим елементом, так і агрегатом у цілому. Отже, енергетичні витрати найменші для елемента з нижчою швидкістю.

5.6. Енергетичні витрати комбінованого ґрунтообробно-посівного багатоелементного агрегату

Розглянемо енергетично-динамічну модель ґрунтообробно-посівного агрегату на прикладі МТА у складі трактора John Deere 8345R, бункера для

161

посівного матеріалу John Deere 1910 та сівалки прямої сівби John Deere 1895 (рис. 5.12). Енергетично-динамічна модель складається із семи елементів, що мають послідовне та паралельне з'єднання.

Трактор, сівалка та бункер мають послідовне з'єднання (рис. 5.12). Колеса трактора передають енергію від трансмісії трактора до його остову паралельно. Як керуючі впливи обрано кут повороту керованих коліс трактора $\psi = 0^{\circ}$ для випадку прямолінійного руху та при i = 3 – номер передачі трансмісії трактора.

Для зручності формування рівнянь об'єднаємо енергетично-динамічні моделі ДВЗ (S_1) та ТР (S_2) й позначимо цю систему S_9 . Рівняння стану та виходу для системи S_9 мають вигляд:

$$d\begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 & 0 \\ \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{C}_1 & \mathbf{A}_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{D}_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{U}_2 \end{pmatrix};$$
(5.48)

$$\mathbf{Y}_{S_9} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{D}_1 & \mathbf{D}_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{U}_2 \end{pmatrix},$$
(5.49)





Рис. 5.12. Структурна схема енергетично-динамічної моделі комбінованого грунтообробно-посівного багатоелементного агрегату: *T* – трактор; *Б* – бункер; *C* – сівалка; *ДВЗ* – двигун внутрішнього згоряння; *TP* – трансмісія; *K* – колеса; *E* – енергетичні витрати

агрегатом; $E_{ДB3}$ – енергія, що знімається з маховика ДВЗ; E_{TP} – енергія, що передається трансмісією на колеса; E_{Γ} – енергія на гаку трактора; E_{E} – енергія, що передається бункером на сівалку; E_{C} – енергія, що витрачається сівалкою; ψ – кут повороту керованих коліс трактора; S_{i} – енергетично-динамічні моделі елементів агрегату; i – номер передачі трактора

Наступним кроком розглянемо енергетично-динамічні моделі коліс трактора з паралельним з'єднанням. Рівняння стану та виходу для системи S₁₀ мають вигляд:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}_{3} = \mathbf{A}_{3} \cdot \mathbf{X}_{3} + \mathbf{B}_{3} \cdot \mathbf{U}_{3}; \\ \dot{\mathbf{X}}_{4} = \mathbf{A}_{4} \cdot \mathbf{X}_{4} + \mathbf{B}_{4} \cdot \mathbf{U}_{4}; \\ \dot{\mathbf{X}}_{5} = \mathbf{A}_{5} \cdot \mathbf{X}_{5} + \mathbf{B}_{5} \cdot \mathbf{U}_{5}; \\ \dot{\mathbf{X}}_{6} = \mathbf{A}_{6} \cdot \mathbf{X}_{6} + \mathbf{B}_{6} \cdot \mathbf{U}_{6}; \end{cases}$$

$$(5.60)$$

$$\mathbf{Y}_{10} = \sum_{i=3}^{6} \left(\mathbf{C}_{i} \cdot \mathbf{X}_{i} + \mathbf{D}_{i} \cdot \mathbf{U}_{i} \right),$$
(5.61)

де $\mathbf{U}_3 = \mathbf{U}_4 = \mathbf{U}_5 = \mathbf{U}_6 = E_{\mathrm{TP}};$ $\mathbf{Y}_{10} = E_{\Gamma}.$

Енергетично-динамічні моделі сівалки S_8 та бункера S_9 з'єднуються послідовно та утворюють систему S_{11} рівняння стану та виходу і мають вигляд:

$$d\begin{pmatrix} \mathbf{X}_7 \\ \mathbf{X}_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_7 & 0 \\ \mathbf{B}_8 \cdot \mathbf{C}_7 & \mathbf{A}_8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{X}_7 \\ \mathbf{X}_8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{B}_7 \\ \mathbf{B}_8 \cdot \mathbf{D}_7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{U}_7 \\ \mathbf{U}_8 \end{pmatrix};$$
(5.62)

$$\mathbf{Y}_{S_{11}} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_8 \cdot \mathbf{C}_7 & \mathbf{C}_8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{X}_7 \\ \mathbf{X}_8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{D}_7 & \mathbf{D}_8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{U}_7 \\ \mathbf{U}_8 \end{pmatrix},$$
(5.63)

де $\mathbf{U}_7 = E_{\Gamma};$ $\mathbf{U}_8 = E_{\mathrm{F}};$ $\mathbf{Y}_{S_{11}} = E_{\mathrm{C}}.$

Тепер розглянемо енергетично-динамічні моделі $S_9 - (5.48)$, (5.49), $S_{10} - (5.60)$, (5.61) та $S_{11} - (5.62)$ –(5.63) як послідовне з'єднання трьох моделей. Рівняння стану будуть такими:

$$d\begin{pmatrix} \mathbf{X}_{9} \\ \mathbf{X}_{10} \\ \mathbf{X}_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{9} & 0 & 0 \\ \mathbf{B}_{10} \cdot \mathbf{C}_{9} & \mathbf{A}_{10} & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_{11} \cdot \mathbf{C}_{10} & \mathbf{A}_{11} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{9} \\ \mathbf{X}_{10} \\ \mathbf{X}_{11} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{7} \\ \mathbf{B}_{8} \cdot \mathbf{D}_{7} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{9} \\ \mathbf{U}_{10} \\ \mathbf{U}_{11} \end{pmatrix}, \quad (5.64)$$

а виходу:

$$\mathbf{Y}_{S_{12}} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{11} \cdot \mathbf{C}_{10} & \mathbf{D}_{10} \cdot \mathbf{C}_{9} & \mathbf{D}_{8} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{9} \\ \mathbf{X}_{10} \\ \mathbf{X}_{11} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{9} & \mathbf{D}_{10} & \mathbf{D}_{11} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{9} \\ \mathbf{U}_{10} \\ \mathbf{U}_{11} \end{pmatrix}, \quad (5.65)$$

де $\mathbf{U}_9 = E$; $\mathbf{U}_{10} = E_{\text{TP}}$; $\mathbf{U}_{11} = E_{\Gamma}$; $\mathbf{Y}_{S_{12}} = E_{\text{C}}$.

Дослідимо енергетичні витрати ґрунтообробно-посівного агрегату на прикладі МТА у складі трактора John Deere 8345R, бункера для посівного матеріалу John Deere 1910 та сівалки прямої сівби John Deere 1895 як багатоелементної енергетично-динамічної моделі (рис. 5.12), представленої рівняннями (5.48)–(5.65).

Енергетичні витрати комбінованого багатоелементного ґрунтообробнопосівного агрегату при розгоні наведено на рис. 5.13.





Найбільша енергія витрачається сівалкою $E_{\rm C} = 3,75 \cdot 10^6$ Дж після

164

закінчення розгону агрегату, тобто при $t \ge 14$ с (рис. 5.13, а). Найменші витрати енергії у трактора – $E_{\rm C} = 2,4 \cdot 10^6$ Дж. Для руху агрегату передніми колесами трактора витрачається $E_{\kappa 11} = 7,1 \cdot 10^5$ Дж та $E_{\kappa 12} = 7,45 \cdot 10^5$ Дж; задніми – $E_{\kappa 21} = E_{\kappa 22} = 6,1 \cdot 10^5$ Дж. Витрата енергії всіма елементами підвищується лінійно з відповідним підвищенням швидкості руху до робочої – $\upsilon = 2,8\frac{\rm M}{\rm c}$.

Розрахунок енергетичних витрат комбінованого багатоелементного грунтообробно-посівного агрегату для іншого випадку руху (рух, що наближений до експлуатаційних умов, зі зміною кута повороту керованих коліс трактора за гармонійним законом) наведено на рис. 5.14.



Рис. 5.14. Енергетичні витрати комбінованого багатоелементного агрегату при русі за синусоїдальною траєкторією (позначення відповідні до рис. 5.13)

Енергетичні витрати елементами агрегату змінюються за гармонійним законом із періодом T = 7,5 с та перехідним процесом на початку руху при 0 < t < 1,5 с (рис. 5.14). Найбільші витрати енергії відбуваються в сівалці $E_{\rm C} = 3,7 \cdot 10^6$ Дж із розмахом $\Delta_{E_{\rm C}} = 0,15 \cdot 10^6$ Дж. Енергетичні витрати трактора та бункера дорівнюють $E_{\rm T} = 2,5 \cdot 10^6$ Дж й $E_{\rm E} = 3,25 \cdot 10^6$ Дж із розмахом $\Delta_{E_{\rm T}} = 0,1 \cdot 10^6$ Дж та $\Delta_{E_{\rm S}} = 0,15 \cdot 10^6$ Дж.

Енергетичні витрати на колесах трактора (рис. 5.14, б) мають такі особливості. Коливання енергетичних витрат на передніх колесах знаходяться в однаковий фазі, а задніх у протифазі та складають $E_{\kappa 11} = 7,25 \cdot 10^5$ Дж із розмахом $\Delta_{E_{\kappa 11}} = 0,5 \cdot 10^5$ Дж

- для переднього лівого колеса; $E_{\kappa 12} = 7,55 \cdot 10^5$ Дж із розмахом $\Delta_{E_{\kappa 12}} = 0,5 \cdot 10^5$ Дж - для переднього правого колеса; $E_{\kappa 21} = E_{\kappa 22} = 6,25 \cdot 10^5$ Дж із розмахом $\Delta_{E_{\kappa 21}} = \Delta_{E_{\kappa 22}} = 0,4 \cdot 10^5$ Дж – для задніх коліс.

методологія досліджень Запропонована динаміки функціонування багатоелементних агрегатів довільних структур за рахунок формування енергетично-динамічних моделей досліджуваних машин дозволяє дослідити та встановити взаємозв'язок між динамічними та енергетичними показниками. Структурні схеми досліджуваних машин формуються 3 елементів, які розташовуються відносно інших послідовно, паралельно або зі зворотним зв'язком. Зміна схеми агрегатування агрегатів гнучко досліджується за допомогою зміни взаємного розташування структурних елементів енергетично-динамічної моделі.

5.7. Керування витратою енергії багатоелементним агрегатом

При виконанні технологічної операції сівби посівними агрегатами траєкторія руху трактора й слідкуючими за ним елементами повинна бути прямою лінією, за винятком розворотів, об'їзду перешкод або повторювання контурів поля. На підтримання прямолінійного руху або виконання розворотів витрачається енергія. Завдання зниження витрат енергії при виконанні розворотів та підтримання прямолінійної траєкторії є актуальним. Таке завдання розглядалось для голономних динамічних моделей транспортних засобів [248] та неголономних [249].

Розглянемо схему руху трактора за заданою траєкторією (рис. 5.15).



Рис. 5.15. Схема руху трактора за заданою траєкторією

Розташування неголономної динамічної моделі трактора в просторі

задається трьома координатами $(x, y, \theta) \in \Re^2 \times [0, 2\pi)$, де (x, y) координати центра задньої осі R по відношенню до нерухливої (глобальної) системи координат та кута орієнтації θ , тобто кута між повздовжньою віссю трактора та віссю x нерухливої системи координат. Кут повороту керованих коліс трактора $0 \le \psi \le \psi_{\text{max}}$, $|\psi| = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{r}\right)$ задається між повздовжньою віссю трактора та

вектором швидкості $\overline{\upsilon}$, що виходить із центра передньої *F*. Нарешті, *r* радіус траєкторії руху **R**(*t*).

Траєкторія руху трактора як неголономної динамічної моделі із мінімальною витратою енергії, тобто $E \rightarrow \min$, повинна визначатися такими критеріями [250]:

1. Довжина шляху за траєкторією повинна бути мінімальною.

2. Траєкторія повинна мати найменші радіуси повороту.

3. Траєкторія повинна бути без гострих кутів та з оптимальною параметризацією.

Трактор як неголономна динамічна модель **A** моделюється як опуклий багатокутник, що переміщається у двовимірному середовищі $W = [0,1]^2 \in \Re^2$. Центр осі задніх коліс *R* рухається за траєкторією $R = \mathbf{R}(t) = (x(t), y(t))$, що представлена кривою B-сплайном:

$$\mathbf{R}(t) = \sum_{i=0}^{K-1} N_{i,d}(t) \mathbf{p}_i, \ 0 \le t \le 1,$$
(5.66)

де K – кількість точок \mathbf{p}_i ;

N_{i d} – базисні функції кривої В-сплайну;

d – кількість ступенів кривої.

Траєкторія руху $\mathbf{R}(t)$ визначається в параметричному просторі *S* вважаємо, що параметричний простір *S* є фактичним робочим простором **W**).

Варіаційна проблема проектування оптимальної кривої траєкторії руху зосереджена у визначенні (K-2) контрольних точок \mathbf{p}_i , таким чином, щоб крива R задовольняла критеріям 1–3. Перша і остання контрольні точки, а саме \mathbf{p}_0 і \mathbf{p}_{K-1} , є початком та кінцем криволінійної траєкторії.

Довжина траєкторії довільної форми як довжина *R* на просторі *S* визначається:

$$L = \int_{0}^{1} \sqrt{E\left(\frac{dx}{dt}\right)^{2} + 2F\frac{dx}{dt}\frac{dy}{dt} + G\left(\frac{dy}{dt}\right)^{2}dt},$$
(5.67)

де *Е*, *F*, *G*-величини першої фундаментальної форми *S*.

При врахуванні форми трактора, який не повинен перетинатися з

перешкодами, вимірюємо відстані до вершин \mathbf{a}_j трактора \mathbf{A} на параметричному просторі S. Таким чином, так само, як серединою задньої осі трактор слідує траєкторією $\mathbf{R}(t)$, кожна вершина \mathbf{a}_j слідує за кривою $\mathbf{a}_j = \mathbf{a}_j(t)$ на фактичному просторі \mathbf{W} , де його зображення на S задається $S(\mathbf{a}_j(t))$. Визначаємо гладкість $S(\mathbf{a}_j(t))$ через:

$$H_{j} = \int_{0}^{1} S_{z}(\mathbf{a}_{j}(t)) dt, \quad j = 1, \dots, n_{A}, \text{ при } n_{A} \ge 2, \qquad (5.68)$$

де $S_z(\mathbf{a}_j(t)) - z$ -координата зображення \mathbf{a}_j , $j = 1, ..., n_A$ на S; $n_A - кількість вершин, які визначають форму <math>\mathbf{A}$.

Додаванням рівнянь (5.67) та (5.68) визначаємо мінімальну витрату енергії на рух за криволінійною траєкторією:

$$E = \sum_{j=1}^{n_A} H_j + L,$$
 (5.69)

що також задовольняє критеріям 1 та 2, тобто довжина шляху за траєкторією повинна бути мінімальною й траєкторія повинна мати найменші радіуси повороту.

Для задоволення третього критерію, який визначає, що траєкторія повинна бути без гострих кутів та з оптимальною параметризацією, витрата енергії визначається:

$$E = \int_{0}^{1} \left\| \mathbf{R}'(t) \right\|^{2} dt + \int_{0}^{1} \left\| \mathbf{R}''(t) \right\|^{2} dt + \left\| \mathbf{T}_{0} - \frac{\mathbf{R}'(0)}{\left\| \mathbf{R}'(0) \right\|} \right\|^{2} + \left\| \mathbf{T}_{K-1} - \frac{\mathbf{R}'(1)}{\left\| \mathbf{R}'(1) \right\|} \right\|^{2}, \quad (5.70)$$

де \mathbf{T}_0 , \mathbf{T}_{K-1} – початкова та кінцева орієнтація трактора на гоні при розвороті.

Розрахуємо траєкторії руху трактора на розвороті з постійним радіусом повороту R = const та нелінійним $R \neq const$. Результати чисельного розрахунку наведено на рис. 5.16. Радіус повороту трактора для двох випадків обирався на основі результатів теоретичних досліджень та складав $R_{path_1} = 7,1$ м і $R_{path_2} = 7,0$ м [251].



Рис. 5.16. Траєкторії руху трактора при розвороті на гоні при постійному радіусі повороту R = const (а) та нелінійному радіусі $R \neq const$ (б): $path_1 - траєкторія руху при R = 7,1 \text{ M}; path_2 - траєкторія руху при R = 7,0 \text{ M}$

Витрата енергії на розворот із постійним радіусом повороту R = constвизначалась за формулою (5.69) і склала $E_{path1} = 15,29$ МДж для $R_{path_1} = 7,1$ м і $E_{path_2} = 14,36$ МДж для $R_{path_2} = 7,0$ м (рис. 5.17). При русі на розвороті з непостійним радіусом $R \neq const$ витрата енергії склала $E_{path1} = 13,43$ МДж для $R_{path_1} = 7,1$ м й $E_{path_2} = 12,51$ МДж для $R_{path_2} = 7,0$ м (рис. 5.17).



Рис. 5.17. Витрати енергії на виконання розвороту трактором: 1 – при радіусі повороту R = 7,1 м; 2 – при R = 7,0 м

Таким чином, виконання розвороту із несталим радіусом повороту

169

приводить до зниження витрати енергії на розворот з 14,36 МДж до 12,51 МДж. Додаткового зниження витрат енергії на розвороти можна досягти обранням найнижчого можливого радіусу розвороту для даного трактора та сільськогосподарської машини за допомогою системи автоматичного керування напрямком руху GPS RTK [252].

6. СИНТЕЗ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ ДИНАМІКИ ТА ЕНЕРГЕТИКИ МОБІЛЬНИХ МАШИН

дослідження динаміки багатоелементних Для машинно-тракторних агрегатів вимірювальної існує системи, дозволяє отримати не що експериментальні дані для кожного елемента багатоелементного машинноагрегату окремо [253-255]. Синтез вимірювальної системи тракторного динаміки та енергетики багатоелементних машин полягає в обґрунтуванні конструкції та необхідної кількості елементів і датчиків, принципу дії і обробки інформації для підвищення точності вимірювання параметрів функціонування.

6.1. Призначення та склад вимірювальної системи динаміки та енергетики мобільних машин

Вимірювальна система динаміки та енергетики мобільних машин відноситься до технічних засобів діагностування та експлуатаційного контролю і може бути використана в сільському господарстві та машинобудівній промисловості. Вимірювальна система призначена для визначення кінематичних, динамічних, потужністних та енергетичних характеристик мобільних машин та їх елементів при дорожніх, польових і стендових випробуваннях [256].



Рис. 6.1. Загальний вигляд вимірювальної системи та датчиків: 1 – обчислювальний модуль; 2 – датчики; 3 – блок живлення

Основними складовими частинами вимірювальної системи є (рис. 6.1):

- обчислювальний модуль;

– датчики;

– блок живлення.

Обчислювальний модуль призначений для обробки, візуалізації та зберігання даних, що надходять із датчиків. Блок живлення дозволяє вимірювальній системі працювати автономно або отримувати живлення від бортової системи мобільної машини, що проходить експериментальні дослідження.

Комплектність вимірювальної системи, що складається з окремих блоків, наведено в табл. 6.1.

Таблиця 6.1

Найменування	Позначення	Кіл. приладів, шт
Обчислювальний блок	ВСДЕММ-003.001.00	1
Інерційний вимірювальний	ІВП-003.002.00	4
пристрій		
Датчик витрати палива	ИП-154-003.003.00	2
Датчик тягового зусилля	ДТЗ-003.004.00	1
Датчик швидкості обертання	ДШОК-003.005.00	4
колеса		
Датчик обертання рульового	ДОРК-003.010.00	1
колеса		
Антена	GPS-003.006.00	1
Блок живлення	БЖ-003.007.00	1
Кабель сигнальний	К-003.008.00	10
Кабель живлення	К-003.009.00	3
Паспорт	ВСДЕММ-003.000.00 ПС	1

Комплектність вимірювальної системи

Модульність вимірювальної системи дозволяє пристосовувати її до визначення лише необхідних параметрів функціонування одно- або багатоелементних мобільних машин та агрегатів.

6.2. Будова та принцип роботи системи

Вимірювальна система призначена для визначення кінематичних, динамічних, потужністних та енергетичних характеристик мобільних машин та їх елементів при дорожніх, польових і стендових випробуваннях [257].

Вона використовується для визначення динамічних та енергетичних властивостей вантажних і легкових автомобілів, автобусів і автопоїздів, тракторів, військової колісної і гусеничної техніки, а також їх елементів у процесі експлуатації, при проведенні автотехнічної експертизи і в інших випадках, що вимагають оперативного контролю стану мобільної машини. Система визначає лінійні прискорення та кутові швидкості обертання навколо осей симетрії мобільної машини, поступову швидкість, географічне положення, витрату палива, тягове зусилля, швидкості обертання коліс.



Рис. 6.2. Структурна схема вимірювальної системи: обчислювальний модуль; 2 1 – _ ПУЛЬТ керування; 3 – навігаційний пристрій; 4 – блок живлення; 5 – шина даних CAN; 6 – інерційний вимірювальний пристрій; 7 – датчик кута витратомір палива; 9 повороту; 8 – – датчик обертів; 10 – електронний динамометр; 11 аналогові входи; 12 – дискретні входи; 13 – комп'ютер

Система забезпечує додаткові можливості:

– результати вимірювання відображаються в реальному часі на екрані обчислювального блока;

– збереження результатів вимірювання на зовнішньому носії інформації (USB Flash drive, USB HDD drive);

– можливість перегляду збережених результатів вимірювання.

Вимірювальна система працює таким чином. До обчислювального модуля 1 приєднуються необхідні в дослідженні датчики 2 (наприклад, інерційний вимірювальний модуль), датчик тягового зусилля, гіроскоп тощо.

Сигнали від датчиків 2 по кабелю надходять до обчислювального модуля, де відбувається їх перетворення (цифрова обробка), збереження або подальша відправка до комп'ютера. До обчислювального модуля 1 по двох кабелях надходить напруга від блока живлення 2.

Структурну схему вимірювальної системи наведено на рис. 6.2.

Кількість та типи датчиків, якими обладнується мобільна машина при випробуваннях, залежать від її виду і параметрів, що необхідно визначити. Вимірювальна система може обладнуватись інерційними вимірювальними пристроями 6, що складаються з гіроскопів та датчиків прискорень, кількість яких залежить від кількості елементів мобільної машини або агрегату. Система може обробляти дані з восьми інерційних вимірювальних пристроїв.

Отримання навігаційної інформації, траєкторії руху, швидкості та висоти над рівнем моря відбувається за допомогою навігаційного пристрою 3. Для визначення кутів повороту коліс або зламу рам трактора або агрегату застосовують датчики кута повороту 7.

Датчики витрати палива 8 установлюються в паливопроводи мобільної машини в прямому та зворотному напряму подачі палива, тобто система враховує паливо, що зливається в бак. Швидкість обертання коліс, валів трансмісії, двигуна внутрішнього згоряння та ВВП визначається датчиками швидкості обертання 9. Між елементами мобільної машини, автомобілем та причепом або в МТА між трактором та сільськогосподарськими машинами встановлюються динамометри 10. Пристрій додатково обладнується аналоговими 11 та дискретними входами 12.

Комунікація між датчиками, ІВП та обчислювальним модулем відбувається по шині САN 5. Дана шина має декілька ступенів захисту, у тому числі від обриву сигнальних проводів.

Живлення вимірювальної системи здійснюється від гелевого свинцевокислотного акумулятора AGM, що знаходиться в блоці живлення. Заряджати акумулятор необхідно 8 годин.

6.3. Датчики та модулі вимірювальної системи

Під час проведення досліджень динаміки мобільних машин у складі вимірювальної системи використовуються такі датчики:

– інерційно-вимірювальний пристрій (ІВП), який складається з мікроконтролера, акселерометра та гіроскопа і призначений для визначення вібрації, дійсної траєкторії руху, прискорень та кутових швидкостей елемента мобільної машини в трьох площинах;

– навігаційний приймач GPS, антена якого розташовується у верхній точці мобільної машини (наприклад, на даху машини), що визначає географічне місцезнаходження машини, дійсну швидкість руху, курсовий кут, висоту над рівнем моря, дату та час проведення експериментального дослідження;

– датчик тягового зусилля, який розташовується між енергетичним засобом (трактором) та причіпною машиною і визначає тягове зусилля, що створюється останньою;

– датчик швидкості обертання коліс (ведучої зірочки гусеничного рушія) мобільної машини, що дозволяє без втручання в конструкцію визначити дійсну швидкість обертання колеса;

– датчик витрати палива, два датчики, що включаються в систему живлення двигуна, визначають витрату палива.



a

Розташування Рис. 6.3. вимірювальних елементів інерційно-В вимірювальному пристрої відносно осей (а) та в закритому корпусі, установленому на машину (б): X, Y, Z – осі системи координат; a_x, a_y, a_z – чутливі елементи визначення прискорення; ω_x , ω_y , ω_z – чутливі елементи

визначення кутової швидкості



Рис. 6.4. Тензодатчик: 1 – металевий корпус датчика; 2 – вуха (місця приєднання машин); 3 – тензорезистори розтягування; 4 – тензорезистори стиску; 5 – мікроконтролер; 6 – CAN шина

Інерціально-вимірювальний пристрій складається з трьохосьового акселерометра (LSM303DLHC) та гіроскопа (L3G4200D) (рис. 6.3). У даному модулі знаходяться 6 чутливих елементів та мікроконтролер для обробки сигналів [258].

Для визначення тягового зусилля використовується тензодатчик (рис. 6.4), що представляє собою металевий корпус 1 із місцями приєднання машин 2, тензорезисторів розтягування 3 та тензорезисторів стиску 4, джерелом постійної напруги для яких є мікроконтролер 5, що перетворює електричну напругу з тензорезисторів на цифровий код і надсилає до обчислювального модуля по CAN-шині 6 [259].

Визначення швидкості обертання коліс мобільної машини базується на визначенні кутової швидкості обертання коліс ω_{κ} , що вимірюється за допомогою гіроскопа ω_{τ} та акселерометра a_{τ} .

У центр колеса 1 мобільної машини (рис. 6.5) встановлюється датчик швидкості обертання, що складається з гіроскопа 2 та акселерометра 3. Датчик та колесо з'єднанні жорстко. Центри гіроскопа та акселерометра повинні збігатися із центром колеса мобільної машини. Вісь та площина обертання гіроскопа паралельні колесу. Відповідно вісь акселерометра паралельна повздовжній площині колеса. При русі мобільної машини її поступова швидкість буде дорівнювати υ , відповідно колесо мобільної машини, ураховуючи буксування, матиме кутову швидкість обертання ω_{κ} . Кутова швидкість, що вимірюється гіроскопом буде дорівнювати кутовій швидкості обертання колеса $\omega_z = \omega_{\kappa}$. При обертанні колеса, сигнал акселерометра a_z буде змінюватися за синусоїдальним законом, а частота даного сигналу буде дорівнювати швидкості обертання колеса $\omega_{\kappa} = f(a_z)$. Кут нахилу колеса до горизонту змінює амплітуду сигналу акселерометра, але частота сигналу завжди дорівнює швидкості обертання [260].



Рис. 6.5. Датчик визначення швидкості обертання колеса мобільної машини:

1 – колесо; 2 – гіроскоп; 3 – акселерометр

Швидкість руху v, напрямок γ , географічне положення λ і φ , час t та дату проведення експериментальних досліджень d можна визначити за допомогою навігаційного приймача GPS. Антена даного приймача розташовується на найвищій точці мобільної машини (над центром мас) і подає сигнал у приймач, що обробляє отримані радіосигнали зі супутників та обчислює дані навігаційної інформації [254]. Схему координат, визначених навігаційним приймачем, наведено на рис. 6.6.



Рис. 6.6. Схема координат, визначених навігаційним приймачем: λ – довгота; φ – широта; R – радіус Землі; P – полюс; т. M – місце знаходження навігаційного приймача; ENU – координати місця знаходження в системі ENU; υ – швидкість руху; γ – курсовий кут

У подальших розрахунках зручніше використовувати систему координат ENU «East-North-Up» [261]. Для перетворення використаємо наступний R-код [201]:

% Convert	to	GPS data to	ENU
lat	=	gps(:,1); %	φ
lon	=	gps(:,2); %	λ
h	=	gps(:,4); %	R
lat0	=	lat(1);	
lon0	=	lon(1);	
h0	=	h(1);	
spheroid	=	referenceEllipsoid(`wgs84');	
[xE,yN,zU]] =	<pre>geodetic2enu(lat,lon,h,lat0,lon0,h0,spheroid);</pre>	

У результаті рішення отримаємо вектор положення машини в декартовій системі координат:

$$\mathbf{x}_{GPS} = \begin{bmatrix} x_E & y_N & z_U \end{bmatrix}^T, \tag{6.1}$$

де x_E, y_N, z_U – положення машини в системі координат ENU.

Вектор швидкості руху машини v_{GPS} повздовж осі *x* отримаємо з даних навігаційного приймача v, а швидкості повздовж осей *y* та *z* визначаємо диференціюванням її положення з вектора (6.1):

$$\mathbf{v}_{GPS} = \begin{bmatrix} \upsilon & \frac{dy_E(t)}{dt} & \frac{dz_U(t)}{dt} \end{bmatrix}^T.$$
(6.2)

До вимірювальної системи підключається датчик витрати палива, що складається з трьох блоків (рис. 6.7). Датчики витрати палива 1 і 2 встановлюються в моторному відсіку. Наприклад, один датчик приєднується в магістраль подачі палива, а інший – у зливну магістраль. Паливо подається до впускного отвору датчика 3, у якому знаходиться датчик температури 4. Паливо виходить із датчика через випускний отвір 5. Механічні датчики за допомогою шнурів 6 з'єднані з електронним блоком 7.

На блоці індикації та керування 7 відображається витрата палива та додаткова інформація (на графічному дисплеї 8), а кнопкою 9 здійснюється керування. Дані витрати палива та температури надходять до САN шини 10 від якої надходить напруга живлення до датчиків.



Рис. 6.7. Схема пристрою для визначення витрати палива:
1 і 2 – датчики витрати палива; 3 – впускний отвір; 4 – датчик температури; 5 – випускний отвір; 6 – з'єднувальні шнури;
7 – електронний блок; 8 – блок індикації та керування;
9 – кнопка керування; 10 – САМ шина

Датчик витрати палива визначає такі величини: q_1 , q_2 – миттєву витрату палива датчиком 1 та 2, л/с; Q_{t_1} , Q_{t_2} – загальновитрачене паливо датчиком 1 та 2 під час досліду, л; t_1 , t_2 – температуру палива на вході датчиків 1 та 2; t – температуру навколишнього середовища. Усі дані по шині САN передаються до обчислювального модуля.

Датчики вимірювальної системи можуть знаходитися на відстані до 40 м від обчислювального модуля у випадку вимірювання динаміки багатоелементного посівного агрегату у складі трактора John Deere 8345R, бункера для посівного матеріалу John Deere 1910 та сівалки John Deere 1890, тому для їх комунікації та передачі між ними інформації використовуємо шину CAN.

САN шина розроблена компанією Robert Bosch GmbH [262] в середині 1980-х і знайшла застосування у промисловій автоматизації, в технологіях «розумного будинку», автомобільній промисловості та інших галузях. САNконтролери з'єднуються за допомогою шини, яка має як мінімум два дроти СAN_H і CAN_L, по яких передаються сигнали за допомогою спеціалізованих прийомо-передавачів, котрі ще реалізують додаткові сервісні функції [263]:

– регулювання швидкості наростання вхідного сигналу шляхом зміни струму на вході;

– вбудована схема обмеження струму захищає виходи передавачів від ушкодження при можливих замиканнях ліній CAN_H і CAN_L із ланцюгами живлення, а також від короткочасного підвищення напруги на цих лініях;

– внутрішній тепловий захист;

– режим зниженого енергоспоживання, у якому приймачі продовжують повідомляти контролер про стан шини для того, щоб при виявленні на шині інформаційних сигналів він міг вивести приймачі в нормальний режим роботи.

Таким чином, CAN забезпечує високий рівень захисту даних від пошкодження навіть у складних умовах (сильні перешкоди). При цьому досягається достатньо велика швидкість передачі даних до 1 МБіт/с із високим ступенем надійності, завдяки розвиненим механізмам виявлення та виправлення помилок, самоізоляції несправних вузлів. Нечутливість до високого рівня електромагнітних перешкод забезпечує мережі найширшу сферу застосування [263], тому і використана у вимірювальній системі.

Максимальна довжина сигнальних кабелів, тобто кабелів, що з'єднують датчики, може складати 40 м (рис. 6.8). Кабель (шина даних) 4 з'єднує датчиків або необхідну кількість вимірювальних модулів 1, 3 обчислювальним модулем проведення експериментальних під час 2 досліджень. Максимальна їх кількість n = 40 обмежена стандартом [264]. На кінцях шини 4 встановлені резистори 5 для зниження відбиття сигналу та зменшення впливу електромагнітних перешкод.

До вимірювальної системи можна підключити інші типи датчиків, які серійно виготовляються промисловістю. Вони можуть приєднуватись до аналогових або цифрових входів або шини САN.




6.4. Порядок роботи вимірювальної системи

Роботу з вимірювальною системою виконує один оператор. Порядок підготовки вимірювальної системи до роботи можна розбити на такі етапи:

1. Розташувати необхідну кількість інерційних вимірювальних модулів на горизонтальних поверхнях, жорстко з'єднаних з елементами кузова або несіної системи ММ і закріпити їх за допомогою струбцин. Напрям стрілки осі X повинен збігатися з поздовжньою віссю ММ. Стрілка осі Z повинна бути направлена вниз. Повздовжня площина ІВП повинна збігатися з повздовжньою площиною мобільної машини. Відповідно повинні збігатися і поперечні площини.

2. У разі необхідності вимірювання тягового зусилля між мобільною машиною та причіпною машиною необхідно встановити відповідний датчик.

3. На даху мобільної машини розташувати антену приймача GPS.

4. Датчики витрати палива встановлюють у розрив паливопроводів двигуна внутрішнього згоряння.

5. Необхідно під'єднати за допомогою кабелів живлення блок живлення та обчислювальний модуль.

6. Під'єднати ІВП-1 за допомогою сигнального кабелю до роз'єму 3 обчислювального модуля. Послідовно під'єднати необхідну кількість інерційно-вимірювальних пристроїв (ІВП-2, ІВП-3, ІВП-4) до роз'єму 3.

7. За необхідності до роз'єму 4 підключити датчик витрати палива,

навігаційний пристрій та датчик тягового зусилля.

8. Підключити USB Flash drive або USB HDD до роз'єму 5.

9. Установити мобільну машину перед ділянкою, відведеною для випробувань.

10. Увімкнути блок живлення вимірювальної системи.

11. Перевірити підключені датчики до обчислювального модуля. Натиснути кнопку «CHECK SENSORS». Кількість та тип підключених датчиків буде відображено на графічному дисплеї 6 (рис. 6.9). На екрані з'явиться напис «READY» та дата з часом.



Рис. 6.9. Розташування роз'ємів на обчислювальному модулі:

1 – роз'єм сигнальний та живлення обчислювального модуля; 2 – роз'єм живлення датчиків; 3, 4 – роз'єми для приєднання датчиків; 5 – USB роз'єм; 6 – графічний дисплей; 7 – роз'єм навігаційного модуля; 8 – роз'єм датчика тягового зусилля

Якщо кількість та тип підключених датчиків збігаються з тим, що фізично підключені до обчислювального модуля, тоді вимірювальна система готова до роботи. В іншому випадку потрібно вимкнути блок живлення та перевірити місця з'єднання.

Використання вимірювальної системи відбувається таким чином. Потрібно встановити мобільну машину перед ділянкою, відведеною для випробувань. Натиснути кнопку «WRITE». На екрані з'явиться напис «WRITING» та буде відображатися час запису. Розпочати рух MM відповідно до методики проведення випробувань. На дисплеї будуть відображатися дані прискорення з датчика IBM-1. Закінчення процесу вимірювання здійснюється натисканням кнопки «STOP». Наступний запис даних починається з натискання кнопки «WRITE».

Дані результатів випробування зберігаються на носії інформації, що підключений до USB роз'єму 5 (рис. 6.9).

По закінченні експериментальних досліджень необхідно вимкнути блок живлення, від'єднати кабелі від датчиків та обчислювального модуля і зняти

датчики з мобільної машини.

Кожні 6 місяців необхідно заряджати акумуляторну батарею блоку живлення. Час заряду повинен складати 8 годин. Кожні 3 роки потрібно змінювати акумуляторну батарею.

Для вимірювальної системи розроблено програмне забезпечення DASys PC Suite (F0.5.5), яке в обчислювальному модулі відповідає за зберігання інформації з датчиків на внутрішньому або зовнішньому носії інформації.

6.5. Обробка сигналів датчиків вимірювальної системи

Осі трьохосьового акселерометра або гіроскопа встановлені в корпусі інерційно-вимірювального пристрою, можуть не збігатися з дійсними осями датчика [265, 266], тому необхідно компенсувати похибку його встановлення.

Датчики, що використовуються в ІВП, мають лінійні залежності фізичної величини та вихідного сигналу [267]. Використаємо лінійні рівняння для компенсації похибки:

$$R = a \cdot r + b \,, \tag{6.3}$$

де R – дійсне значення величини;

r – значення величини, що визначена датчиком;

а – маштабний коефіцієнт;

b – коефіцієнт зсуву.

Рівняння (6.3) використовується для одновимірного випадку, коли вимірюється одна величина. Запишемо дане рівняння у вигляді добутку матриці на вектор, що випливає з одновимірного випадку:

$$\begin{bmatrix} R\\1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b\\0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r\\1 \end{bmatrix}$$
(6.4)

або в матричному вигляді:

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{r} \,. \tag{6.5}$$

де $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ – матриця перетворення.

Обчислення (6.4) у випадку обробки сигналу трьохвимірного датчика спрощує компенсацію та ортогональність осей [266].

Лінійне перетворення системи координат у матричному вигляді в трьохвимірному просторі може бути представлене у вигляді добутку матриці 4×4 на вектор 4×1. Запишемо (6.4) в розгорнутому матричному вигляді для трьох координат:

$$\begin{bmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix}.$$
(6.6)

Для визначення матриці перетворення **A** необхідно провести чотири експерименти [268]. Тобто потрібно чотири рази зорієнтувати корпус ІВП у таке положення, коли сила тяжіння Землі відносно корпусу пристрою буде відомою, паралельною одній осі та перпендикулярною двом іншим (див. рис. 6.10). У даній матриці маємо дванадцять невідомих. У випадку проведення чотирьох вимірів по три числа в кожному отримаємо дванадцять вимірів. Рівняння з дванадцятьма невідомими та дванадцятьма вимірами може бути вирішене так [135]:

$$\begin{bmatrix} R_{x1} & R_{x2} & R_{x3} & R_{x4} \\ R_{y1} & R_{y2} & R_{y3} & R_{y4} \\ R_{z1} & R_{z2} & R_{z3} & R_{z4} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} r_{x1} & r_{x2} & r_{x3} & r_{x4} \\ r_{y1} & r_{y2} & r_{y3} & r_{y4} \\ r_{z1} & r_{z2} & r_{z3} & r_{z4} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$
(6.7)

де 1, 2, 3, 4 – номер експерименту (досліду).



Рис. 6.10. Схема розташування ІВП при таруванні: *X*,*Y*,*Z* – глобальна система координат; *x*, *y*, *z* – система координат датчика; I, II, III, IV – номер виміру; *g* – прискорення вільного падіння

183

Із матричної алгебри значення **A** можна отримати, якщо помножити обидві частини на \mathbf{r}^{-1} :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} R_{x1} & R_{x2} & R_{x3} & R_{x4} \\ R_{y1} & R_{y2} & R_{y3} & R_{y4} \\ R_{z1} & R_{z2} & R_{z3} & R_{z4} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_{x1} & r_{x2} & r_{x3} & r_{x4} \\ r_{y1} & r_{y2} & r_{y3} & r_{y4} \\ r_{z1} & r_{z2} & r_{z3} & r_{z4} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1}.$$
(6.8)

Таким чином, отримано матрицю перетворення **A** після проведення тарування акселерометра. Відповідно методика (6.3)–(6.8) може бути використана як для компенсації встановлення датчиків на корпусі мобільної машини, так і для тарування акселерометрів та гіроскопів.

Першим етапом обробки даних, що надходять від гіроскопа та акселерометра, має бути корегування їх значень:

$$\mathbf{a}_{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} a_{x}c \\ a_{y}c \\ a_{z}c \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} a_{x}c \\ a_{y}c \\ a_{z}c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\mathbf{r}} \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{x}r \\ a_{y}r \\ a_{z}r \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_{1} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_{2} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{\omega}_{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} \omega_{x}c \\ \omega_{y}c \\ \omega_{z}c \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \omega_{x}c \\ \omega_{y}c \\ u_{z}c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\omega}_{\mathbf{r}} \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \omega_{x}r \\ \omega_{y}r \\ u_{z}r \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & c_{1} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & c_{2} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & c_{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$
(6.9)

де $\mathbf{a}_{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} a_x r & a_y r & a_z r \end{bmatrix}^T$ – вхідний сигнал акселерометра; $\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} \omega_x r & \omega_y r & \omega_z r \end{bmatrix}^T$ – вхідний сигнал гіроскопа; $\mathbf{a}_{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} a_x c & a_y c & a_z c \end{bmatrix}^T$ – корегований сигнал акселерометра; $\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} \omega_x c & \omega_y c & \omega_z c \end{bmatrix}^T$ – корегований сигнал гіроскопа; \mathbf{G} – матриця корегування гіроскопа; a_{ij}, b_i, g_{ij}, c_i – коефіцієнти матриць корегування.

Мобільні енергетичні засоби, зокрема трактори і автомобілі, працюють в умовах вібрацій і шумів, що створюються навколишнім середовищем та технологічними знаряддями. Розглянемо сигнал, що вимірює датчик прискорення (акселерометр) (рис. 6.11).

З аналітичної точки зору, прискорення (рис. 6.11) складається з чотирьох компонентів [269]:

– дійсне прискорення (це прискорення, що діє повздовж відповідної осі мобільної машини та створюється ним);

- кут нахилу машини відносно горизонту;

– вібрації, що створює навколишнє середовище при русі, у стаціонарному режимі або технологічною машиною;

– власний шум датчика.



Рис. 6.11. Прискорення трактора John Deere 8345R по осях $x - a_x$, $y - a_y$ та $z - a_z$

Основний спектр коливань рами трактора John Deere 8345R при сівбі зернових культур (рис. 6.12) знаходиться в межах від 0 до 3 Гц [269].



Рис. 6.12. Спектральна щільність S(f) коливань рами трактора John Deere 8345R по осях $x - S_x$, $y - S_y$, $z - S_z$

Максимальна енергія коливань відповідає частоті 3 Гц. Друга гармоніка коливань знаходиться на частоті 10 Гц, а третя — 20 Гц. Тому для виділення шуму та вібрацій необхідно використати фільтр нижніх частот Баттерворта з частотою зрізу 3 Гц [270]. Даний фільтр пропонується використовувати для фільтрації даних із датчиків при дослідженнях динаміки мобільних машин проф. Клецом Д. М. [271], проф. Артьомовим М. П. [141, 272], затверджений у

РД 37.001.159-90 [273] та глобальних технічних правилах №8 [274] при проведенні випробувань та досліджень мобільних машин.

Фільтр Баттерворта має максимально плоску АЧХ у полосі пропускання та монотонну характеристику в полосі затримання. Квадрат АЧХ фільтра Баттерворта описується виразом:

$$H^{2}(\omega) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{c}}\right)^{2n}},$$

де ω – гранична частота; n – порядок фільтра.



АЧХ фільтрів Баттерворта різних порядків показано на рис. 6.13.

Рис. 6.13. АЧХ фільтрів Баттерворта різних порядків

При зростанні порядку n фільтра Баттерворта коефіцієнт передачі в полосі пропускання все в більшій мірі наближається до одиниці, перехідна ділянка звужується, а в полосі затримання функція передачі все ближче підходить до нуля. При $n \to \infty$ АЧХ фільтра наближається до ідеальної. Таким чином, n є тим параметром, вибір якого дозволяє задовольнити набір потреб до фільтра в полосі пропускання та полосі затримання [270]. Для синтезу фільтра та обробки даних використаємо GNU Octave [201]:

Hd = butter(20,0.06); out = filter(Hd,in); % in - вхідні дані, out - вихідні

Амплітуду та фазу спроектованого фільтра наведено на рис. 6.14.

Корегований сигнал акселерометра **ас** та гіроскопа **ос** обробляється за допомогою фільтра Баттерворта:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{\mathbf{f}} &= filter(\mathbf{a}_{\mathbf{c}}), \\ \mathbf{\omega} &= filter(\mathbf{\omega}_{\mathbf{c}}), \end{aligned}$$
 (6.10)

де $\mathbf{a}_{\mathbf{f}} = \begin{bmatrix} a_x f & a_y f & a_z f \end{bmatrix}^T$ – матриця-вектор фільтрованого сигналу акселерометра; $\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{bmatrix}^T$ – матриця-вектор фільтрованого сигналу гіроскопа.



Рис. 6.14. Амплітуда (а) та фаза (б) фільтра Баттерворта

Після фільтрації сигналу гіроскопа (6.10) отримаємо дійсне значення кутової швидкості обертання ω_x , $\omega_y \omega_z$ датчика навколо осей x, y, z.

Матрицю-вектор θ кутів повороту датчика α , β , γ навколо осей x, y, z можна знайти, вирішивши таку систему диференціальних рівнянь:

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin\beta \cdot \sin\alpha}{\cos\beta} & \frac{\sin\beta \cdot \cos\alpha}{\cos\beta} \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \frac{\sin\beta}{\cos\beta} & \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}.$$
(6.11)

У випадку, коли IBП установлений не в центрі мас мобільної машини або її елемента, необхідно відняти від прискорення відцентрову силу:

$$\mathbf{a}_{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} a_{x}b \\ a_{y}b \\ a_{z}b \end{bmatrix} = \mathbf{a}_{\mathbf{f}} - \mathbf{\omega} \cdot \mathbf{v} = \begin{bmatrix} a_{x}f \\ a_{y}f \\ a_{z}f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \omega_{x} \\ \omega_{y} \\ \omega_{z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \upsilon_{x} \\ \upsilon_{y} \\ \upsilon_{z} \end{bmatrix}, \quad (6.12)$$

де $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_x & v_y & v_z \end{bmatrix}^T$ – швидкість руху мобільної машини повздовж відповідних осей *x*, *y* та *z*.

Після віднімання відцентрової сили від прискорення необхідно відняти гравітаційну складову і таким чином отримаємо дійсне його значення:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \mathbf{a}_{\mathbf{b}} + g \cdot \begin{bmatrix} -\sin\beta \\ \cos\beta \cdot \sin\alpha \\ \cos\beta \cdot \cos\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x b \\ a_y b \\ a_z b \end{bmatrix} + g \cdot \begin{bmatrix} -\sin\beta \\ \cos\beta \cdot \sin\alpha \\ \cos\beta \cdot \cos\alpha \end{bmatrix}, \quad (6.13)$$

де *g* – прискорення вільного падіння.

Швидкість руху мобільної машини отримаємо інтегруванням прискорення:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \upsilon_x \\ \upsilon_y \\ \upsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_0^t a_x dt + \upsilon_x \big|_{t=0} \\ \int_0^t a_y dt + \upsilon_y \big|_{t=0} \\ \int_0^t a_z dt + \upsilon_z \big|_{t=0} \end{bmatrix},$$
(6.14)

де $\upsilon_x|_{t=0}, \upsilon_y|_{t=0}, \upsilon_z|_{t=0}$ – початкове значення швидкостей.

Таким чином, отримано дійсні кутові швидкості мобільної машини (6.10), прискорення (6.13) і швидкості (6.14). Ураховуючи похибки вимірювання інерціально-вимірювального пристрою, необхідно отримані дані додатково обробити фільтром Калмана.

6.6. Обробка даних вимірювальної системи за допомогою фільтра Калмана

Для боротьби з випадковими помилками, які виникають через боковий увід коліс, буксування, наявність нерівномірностей на поверхні, по якій пересувається мобільна машина, використовують методи фільтрації. Крім того, усуненню випадкових помилок сприяє об'єднання інформації з різних датчиків, розташованих на платформі машини. Тому найкращим методом отримання точних параметрів поточного місцезнаходження є Калманівська фільтрація, що дає оптимальну за критерієм мінімуму середньоквадратичної похибки оцінку положення. Успіх фільтрації за допомогою фільтра Калмана полягає в такому [275, 276]:

– відносній простоті та доступності для інженерних розробок нестаціонарних фільтрів у різних технічних додатках;

 можливості аналітичного доведення та підтвердження оптимальності фільтрації у різних за складністю варіантах конструктивного виконання фільтрів;

– наочності аналітичного апарату, що базується на звичайних диференціальних рівняннях або рівняннях різниці, на відміну від вінерівської фільтрації, яка вимагає розв'язання інтегральних рівнянь;

- можливості оцінити стан системи в часовій ділянці на основі

статистичних даних про всі джерела та характер похибок;

– можливості побудови фільтрів для багатовимірних динамічних систем на основі Гільбертового уявлення простору стану;

– можливості одержання рекурентної системи алгоритмів і рекурсивних процедур оптимальної фільтрації, що набагато зручніше при використанні сучасних ЕОМ.

Застосування різних варіантів побудови фільтра Калмана (лінійного, адаптивного) в задачі відносної локалізації мобільних машин описано в роботах [276–278]. Також даний фільтр використовують під час експериментальних досліджень автомобілів [279] та сільськогосподарських агрегатів [280].

Мета фільтра Калмана — мінімізація дисперсії оцінки векторного випадкового процесу $\mathbf{x}(k)$, що змінюється за часом, у такий спосіб:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{u}(k), \qquad (6.15)$$

де $\mathbf{A}(k)$ – матриця переходу;

 $\mathbf{u}(k)$ – випадковий вектор керування або шум процесу, що має нормальний розподіл за кореляційною матрицею $\mathbf{Q}_{\mathbf{p}}(k)$.

Для спостереження доступний лінійно перетворений процес $\mathbf{y}(k)$ спостереження, до якого додається шум:

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k), \qquad (6.16)$$

де H(k) – матриця спостереження;

 $\mathbf{w}(k)$ – шум спостереження, який являє собою випадковий вектор, що має нормальний розподіл із коваріаційною матрицею $\mathbf{Q}_{\mathbf{M}}(k)$.

Пошук алгоритму для рекурсивного відновлення оцінки процесу $\overline{\mathbf{x}}(k)$ дає таку послідовність формул:

– прогнозоване значення спостережуваного сигналу:

$$\overline{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{C}(k)\mathbf{A}(k)\overline{\mathbf{x}}(k-1); \qquad (6.17)$$

- визначення різниці між прогнозованим і спостережуваним значеннями:

$$\mathbf{e}(k) = \mathbf{y}(k) - \overline{\mathbf{y}}(k); \qquad (6.18)$$

– розрахунок коефіцієнта підсилення фільтра:

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}(k-1)\mathbf{C}^{T}(k) \times \left(\mathbf{C}(k)\mathbf{P}(k-1)\mathbf{C}^{T}(k) + \mathbf{Q}_{\mathbf{M}}(k)\right)^{-1};$$
(6.19)

– відновлення оцінки процесу $\mathbf{x}(k)$:

$$\overline{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{A}(k)\overline{\mathbf{x}}(k-1) + \mathbf{K}(k)\mathbf{e}(k); \qquad (6.20)$$

– відновлення оцінки кореляційної матриці помилок фільтрації:

$$\mathbf{P}(k) = \mathbf{A}(k) [\mathbf{P}(k-1) - \mathbf{K}(k)\mathbf{C}(k)\mathbf{P}(k-1)]\mathbf{\Phi}^{T}(k) + \mathbf{Q}_{M}(k).$$
(6.21)

Фільтр Калмана працює двома етапами: перший – це передбачення (6.15) та (6.21), другий – корекція (6.19) та (6.20).

Вектор стану **х** вимірювальної системи, що включає датчики прискорення, гіроскоп та навігаційний приймач, буде таким:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{GPS} & \mathbf{v}_{GPS} & \mathbf{a} & \mathbf{\theta} & \mathbf{\omega} \end{bmatrix}^{T} =$$
$$= \begin{bmatrix} x & y & z & \mathbf{v}_{x} & \mathbf{v}_{y} & \mathbf{v}_{z} & a_{x} & a_{y} & a_{z} & \alpha & \beta & \gamma & \omega_{x} & \omega_{y} & \omega_{z} \end{bmatrix}^{T} \cdot (6.22)$$

Матриця переходу **А** розраховується з динамічної системи вимірювальної системи, яка будується за класичними законами динаміки в трьохвимірній декартовій системі координат.

При відсутності вектора керування **u** рівняння оцінки вектора стану (6.15) має вигляд:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}_k \,, \tag{6.23}$$

відповідно в розгорнутому вигляді:

-	1	0	0	Δt	0	0	$\frac{1}{2}\Delta t^2$	0	0	0	0	0	0	0	0	$\begin{bmatrix} x \end{bmatrix}$	
-	0	1	0	0	Δt	0	0	$\frac{1}{2}\Delta t^2$	0	0	0	0	0	0	0	y	
	0	0	1	0	0	Δt	0	0	$\frac{1}{2}\Delta t^2$	0	0	0	0	0	0	$\begin{bmatrix} z \\ v \end{bmatrix}$	
	0	0	0	1	0	0	Δt	0	² 0	0	0	0	0	0	0	$\left \begin{array}{c} v \\ v \\ \end{array} \right $	
	0	0	0	0	1	0	0	Δt	0	0	0	0	0	0	0	$ v_z $	
	0	0	0	0	0	1	0	0	Δt	0	0	0	0	0	0	$\begin{vmatrix} a_{r} \end{vmatrix}$	
$\mathbf{x}_{k+1} =$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	$\cdot \begin{vmatrix} a \\ a \end{vmatrix}$	
λ+1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	$\begin{vmatrix} a_z \end{vmatrix}$	
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	$\left \begin{array}{c} \dot{\alpha} \end{array} \right $	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	Δt	0	0	β	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	Δt	0	γ	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	Δt	$ \omega_{\rm r} $	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	$\left \omega_{v} \right $,
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	ω_{z}	ŀ
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1		r

де Δt – час між вимірами датчиків, для розробленої вимірювальної системи $\Delta t = 0,01 \, \text{c}$.

Рівняння спостереження для даної динамічної системи, за умови

одночасного виміру всіх елементів вектора х (6.22), буде таким:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \cdot \mathbf{x}_k \,, \tag{6.24}$$

відповідно матриця спостереження має вигляд:

	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mathbf{H}_{k} =$	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

За результатами попередніх досліджень та технічних характеристик датчиків отримаємо значення середньоквадратичного відхилення похибки вимірювання σ фізичних величин. Заносимо їх до табл. 6.2.

Таблиця 6.2

	I.		
Величина	Датчик	σ	Розмірність
x, y, z	GPS	0,6	М
U_x, U_y, U_z	GPS	0,05	м/с
γ	GPS	0,05	рад
a_x, a_y, a_z	акселерометр	0,01	м/c ²
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	гіроскоп	0,02	рад/с

Середньоквадратичне відхилення похибки вимірювання датчиків вимірювальної системи

Ураховуючи похибки вимірювання фізичних величин датчиками табл. 6.2, розраховуємо коваріаційну матрицю шуму вимірювання **R** та коваріаційну матрицю процесу оцінювання **Q**. Відповідно коваріаційну

191

матрицю шуму вимірювання **R** наведено в табл. 6.3, вона має такий фізичний сенс, де **R** –максимальне значення зміни фізичної величини за одиницю часу (параметри визначені в роботах [252, 267]).

Таблиця 6.3

Величина	Датчик	R	Розмірність		
x, y, z	GPS	5	м/с		
v_x, v_y, v_z	GPS	2	м/c ²		
γ	GPS	1	рад/с		
a_x, a_y, a_z	акселерометр	6	м/с ³		
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	гіроскоп	0,1	рад/c ²		

Середньоквадратичний шум вимірювання датчиків вимірювальної системи

Для фільтра Калмана необхідно сформувати матриці **Q** та **R**, що входять до (6.19) та (6.21). Вони матимуть такий вигляд:

	$\left[0,6\Delta t^{4}\right]$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	0	$0,6\Delta t^4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	0	0	$0,6\Delta t^4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	0	0	0	$0,05\Delta t^3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	$0,05\Delta t^3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	ł
	0	0	0	0	0	0,05∆t	° 0	0	0	0	0	0	0	0	0	
~	0	0	0	0	0	0	$0,01\Delta t^2$	0	0	0	0	0	0	0	0	
Q =	0	0	0	0	0	0	0	$0,01\Delta t^2$	0	0	0	0	0	0	0	ł
	0	0	0	0	0	0	0	0	$0,01\Delta t^2$	0	3 0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05 <i>∆t</i>	0 05 44	3 0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0521	$0.05.4t^{3}$	0	0	0	ł
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0524	$0.02 At^2$	0	0	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0224	$0.02\Lambda t^2$	0	'
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$0.02\Delta t^2$	
	R	$= \begin{bmatrix} 25 & 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0$	t = 0 25Δ 0 0 0 0 0 0 0 0	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4 \Delta t \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0$	$ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4 \Delta t \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\$	$ 0 0 0 0 0 0 0 36\Delta t 0 $	$ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta t \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\$		0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		
			0	0	0	0	0 0	0	0	0	0 0	0	0	0.01.4+		
		LU	0	0	0	0	0	0	0	0	0 0	0	0	<u>,,,,,</u>		



Рис. 6.15. Схема алгоритму обробки даних вимірювальною системою динаміки та енергетики мобільних машин

Отримани матриці підставляються в алгоритм фільтра Калмана записаний за допомогою такого R-коду:

```
function out = kalman_filter_15DOF(in)
  dt = 0.01;
 persistent x_est p_est % Initial state conditions
  if isempty(x_est)
      x est = in;
      p_{est} = zeros(15, 15);
  end
  % Predicted state and covariance
  x_prd = A * x_est;
  p_prd = A * p_est * A' + Q;
  % Estimation
  S = H * p_prd' * H' + R;
  B = H * p_prd';
 klm_gain = (S \setminus B)';
  % Estimated state and covariance
 x_est = x_prd + klm_gain * (in - H * x_prd);
 p est = p prd - klm gain * H * p prd;
  % Compute the estimated measurements
  out = H * x_est;
```

end

Схему алгоритму обробки даних вимірювальною системою, що включає обробку фільтром Баттерворта, компенсацію відцентрових швидкостей, кутів нахилу, прискорення вільного падіння та обробку фільтром Калмана, представлено на рис. 6.10.

Отже, використання фільтра Калмана для обробки даних вимірювальної системи динаміки та енергетики мобільних машин дозволяє підвищити їх точність.

6.7. Результати обробки даних вимірювальною системою

Для підтвердження якості та ефективності обробки даних запропонованим алгоритмом використаємо дані експериментальних досліджень машинно-тракторних агрегатів. Проаналізуємо дані експериментальних досліджень комбінованого грунтообробно-посівного агрегату в складі трактора John Deere 8345R, бункера John Deere 1910 та сівалки прямої сівби John Deere 1895. Розглянемо прискорення трактора при прямолінійному русі та порівняємо сирі дані з датчика та фільтровані (рис. 6.16).

Розрахуємо статистичні дані сигналів прискорення за допомогою GNU Octave. Результати порівняння сигналів зведемо в табл. 6.4.

194



Рис. 6.16. Прискорення трактора John Deere 8345R при прямолінійному русі по осях *x*, *y*, *z*:

 a_x , a_y , a_z – не фільтрований сигнал із датчика; $a_{x \text{ filtered}}$, $a_{y \text{ filtered}}$, $a_{z \text$

Таблиця 6.4

n	He ¢	ільтров	аний	Фільтрований			
Значення	a_x	a_{y}	a_z	$a_{x \ filtered}$	$a_{y \; \textit{filtered}}$	$a_{z \; filtered}$	
Середнє, \overline{x}	-0,054	-0,033	9,573	-0,067	-0,034	9,570	
Стандартна похибка, S	0,007	0,005	0,012	0,002	0,002	0,001	
Медіана, т	-0,080	-0,010	9,570	-0,077	-0,032	9,574	
Стандартне відхилення, σ	0,543	0,424	0,957	0,157	0,153	0,080	
Дисперсія, D	0,295	0,180	0,917	0,025	0,024	0,006	
Ексцес	0,284	0,070	0,006	2,781	6,511	6,019	
Асиметричність	0,108	-0,047	0,029	0,992	-0,020	-0,406	
Інтервал	3,920	2,910	5,890	1,031	1,236	0,883	
Мінімум	-2,050	-1,460	6,710	-0,418	-0,659	9,183	
Максимум	1,870	1,450	12,600	0,612	0,577	10,067	

Статистичні дані сигналів прискорення трактора John Deere 8345R

Аналіз статистичних даних сигналів прискорення трактора John Deere 8345R (табл. 6.4) дозволяє зробити висновок щодо ефективності запропонованого алгоритму обробки даних вимірювальною системою, що включає фільтр Калмана. Отже, відбулося зниження стандартного відхилення $\sigma_{a_x} = 0,543$, $\sigma_{a_y} = 0,424$ і $\sigma_{a_z} = 0,957$ до $\sigma_{a_{xfiltered}} = 0,157$, $\sigma_{a_yfiltered} = 0,153$ і $\sigma_{a_zfiltered} = 0,080$; дисперсії вибірки $D_{a_x} = 0,295$, $D_{a_y} = 0,180$, $D_{a_x} = 0,917$ до $D_{a_xfiltered} = 0,025$, $D_{a_yfiltered} = 0,024$ і $D_{a_zfiltered} = 0,006$.

Фільтрований сигнал та необроблений сигнал із навігаційного приймача вимірювальної системи траєкторії руху трактора XT3-17224 по колу під час експериментальних досліджень наведено на рис. 6.17.

Ефективність запропонованого алгоритму обробки даних вимірювальною системою можна підтвердити з аналізу траєкторії руху трактора по колу (рис. 6.17).



Рис. 6.17. Траєкторія руху трактора XT3-17021 по колу (--- не фільтрований сигнал, — фільтрований)

Спектральні щільності прискорення трактора John Deere 8345R наведено на рис. 6.18.

Основні енергії прискорень (рис. 6.18) після фільтрації зосереджені в діапазоні від 0 Гц до 3 Гц, що не суперечить запропонованим методам оброки даних в роботах [273, 274, 279, 280].

Отже, вимірювальна система динаміки та енергетики мобільних машин спільно із запропонованим алгоритмом обробки даних дозволила отримати ефективні результати при визначенні траєкторії сошника посівного агрегату [281–283] під час оцінки керованості мотоагрегатів [284].



Рис. 6.18. Спектральні щільності прискорення трактора John Deere 8345R не фільтрованого сигналу $S_x(f)$, $S_y(f)$, $S_z(f)$ та фільтрованого $S_{xf}(f)$, $S_{yf}(f)$, $S_{zf}(f)$ по осях x, y та z

7. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ БАГАТОЕЛЕМЕНТНИХ МАШИННО-ТРАКТОРНИХ АГРЕГАТІВ

7.1. Мета, об'єкт та завдання лабораторно-польових досліджень

Метою проведення експериментальних досліджень є перевірка теоретичних передумов, спрямованих на оцінку адекватності математичної моделі динаміки та енергетики багатоелементних агрегатів і підтвердження їх взаємозв'язку.

Предметом досліджень експериментальних теоретичні € та приклади взаємозв'язку методологічні динамічних та енергетичних комбінованих функціонування багатоелементних показників машиннотракторних агрегатів.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

– провести лабораторні дослідження вимірювальної системи для експериментальних досліджень у полі;

– розробити методику експериментальних досліджень із використанням вимірювальної системи динаміки та енергетики мобільних машин;

– оцінити вплив динаміки машинно-тракторних агрегатів на їх енергетичні показники;

– провести аналіз даних експериментальних досліджень та порівняти з результатами теоретичних досліджень;

– підтвердити адекватність математичної моделі динаміки та енергетики багатоелементних машинно-тракторних агрегатів.

Експериментальні дослідження машинно-тракторних агрегатів відбувались у господарствах України та навчально-дослідних полях «Центральне» і «Мерчанське» ХНТУСГ ім. П. Василенка.

Як об'єкти експериментальних досліджень було обрано:

1. Комбінований ґрунтообробно-посівний агрегат в складі трактора John Deere 8345R, бункера для посівного матеріалу John Deere 1910 та сівалки прямої сівби John Deere 1895 (рис. 7.1). Дослідження відбувалось V «ХарківАгро-2000» господарстві (Харківської області). під час яких визначались динамічні та енергетичні показники багатоелементного машиннонеобхідні підтвердження тракторного агрегату, ЩО для адекватності розробленої математичної моделі просторового руху.

2. Комбінований ґрунтообробно-посівний агрегат у складі трактора XT3-17021 виробництва ВАТ «XT3» (м. Харків) та сівалки прямої сівби АПП-6 виробництва ВАТ завод «Фрегат» (м. Первомайський, Миколаївської обл). Дані дослідження спрямовані на визначення динамічних та енергетичних показників МТА в складі трактора класичної компоновки (з передніми керованими колесами) та шарнірно-з'єднаною рамою. Додатково оцінювався вплив на динаміку трактора взаємного розташування бункера та сівалки в агрегаті.



Рис. 7.1. Комбінований грунтообробно-посівний агрегат в складі трактора John Deere 8345R, бункера John Deere 1910 та сівалки прямої сівби John Deere 1895



Рис. 7.2. Зчіпка з двох тракторів ХТЗ-150К-09 та Т-70С

3. Зчіпка з двох тракторів XT3-150К-09 та T-70С (рис. 7.2) необхідна для підтвердження адекватності моделі динаміки двох мобільних машин та зусиль що діють у місцях їх агрегатування.

7.2. Методика експериментальних досліджень

Лабораторні дослідження проводились на лабораторному обладнанні кафедри «Трактори і автомобілі» Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. П. Василенка за наступною програмою, яка включає:

– тарування електронного динамометра;

- тарування акселерометрів та гіроскопів;

- аналіз результатів.

Методика проведення експериментальних досліджень із використанням вимірювальної системи динамічних та енергетичних показників мобільних машин базується на ГОСТ 30745-2001 (ISO 789-9-90) [285], ГОСТ 7057-2001 [286] і ГОСТ 24055-88 [287] та має такі етапи:

1. Розміщення вимірювальної апаратури на елементах МТА:

– інерційні вимірювальні пристрої фіксуються на рамах кожного з елементів МТА та фіксуються відстані до центрів мас;

- антена навігаційного пристрою розміщується над кабіною трактора;

– датчики витрати палива інтегруються в систему живлення двигуна;

– електронний динамометр розташовується в місці з'єднання трактора та машини (гак трактора);

– датчики швидкості обертання коліс установлюються в центрі коліс або ведучих зірочок гусеничного трактора;

– інерційні вимірювальні пристрої з'єднуються за допомогою сигнального кабелю з обчислювальним модулем.

2. Для виключення впливу сторонніх факторів на визначення динамічних та енергетичних показників МТА під час досліджень здійснюються такі заходи:

– для виключення випадкових факторів здійснюються трикратні повторення кожного досліду;

– для виключення впливу технічного стану комбінованого грунтообробно-посівного агрегату на початку зміни здійснюється регламентне технічне обслуговування;

 – для виключення впливу рельєфу поля досліди здійснюється в одному і зворотному напрямах (це вважається окремим дослідом);

– для проведення експериментів вибирають два поля з найбільш характерною структурою ґрунту, які різко відрізняються за фізикомеханічними властивостями. Однотипні досліди проводяться на двох полях протягом однієї зміни.

3. Після закінчення операцій із підготовки МТА до досліджень відбувається збір інформації:

– визначаються властивості ґрунту (фізико-механічних властивостей та вологість) та параметри навколишнього середовища;

вмикається обчислювальний модуль для збору інформації;

– проводиться необхідна кількість дослідів;

- після кожного досліду отримані дані зберігаються на жорсткому диску

комп'ютера для подальшої обробки;

– при закінченні досліджень вимірювальна система вимикається та демонтується з МТА.

Розроблена методика дозволяє в короткий термін визначати енергетичні та динамічні показники функціонування сільськогосподарських машин та агрегатів. При роботі із системою достатньо одного оператора.

7.3. Тарування інерційних вимірювальних пристроїв

Датчики інерційних вимірювальних пристроїв тарувались відповідно до ДСТУ ГОСТ ИСО 5347-2:2004 [288] та використовувалась така розроблена установка (рис. 7.3).



Рис. 7.3. Установка для тарування інерційних вимірювальних пристроїв:
 1 – досліджуваний інерційний вимірювальний пристрій;
 2 – рамка для кріплення ІВП; 3 – рухлива рамка (корпус конструкції)

Під час тарування ІВП (рис. 7.3) він жорстко з'єднувався з рамкою 2. Установленням кутів α та β визначалась його орієнтація ІВП в просторі. Кожній із чотирьох ІВП встановлювався під такими кутами в чотирьох положеннях: 1 – $\alpha = 0^{\circ}$, $\beta = 0^{\circ}$; 2 – $\alpha = 180^{\circ}$, $\beta = 0^{\circ}$; 3 – $\alpha = 0^{\circ}$, $\beta = -90^{\circ}$; 4 – $\alpha = -90^{\circ}$, $\beta = 0^{\circ}$. Тоді матриця тарування ІВП має вигляд:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g \\ g & -g & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$
(7.1)

де $g = 9,8062 \text{ м/c}^2$ – прискорення вільного падіння. Матриці корекції сигналів ІВП після проведення тарування мають вигляд:

$$\mathbf{A}_{1} = \begin{bmatrix} 8,2943 \cdot 10^{-6} & 6,0937 \cdot 10^{-4} & 1,1577 \cdot 10^{-6} & -0,2110 \\ -5,963 \cdot 10^{-4} & 7,1226 \cdot 10^{-6} & 2,3433 \cdot 10^{-6} & -0,1132 \\ 2,2970 \cdot 10^{-6} & -2,4081 \cdot 10^{-6} & -5,9876 \cdot 10^{-6} & -0,9567 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (7.2)$$
$$\mathbf{A}_{2} = \begin{bmatrix} 8,3458 \cdot 10^{-6} & 6,1101 \cdot 10^{-4} & 1,3551 \cdot 10^{-6} & -0,1289 \\ -6,143 \cdot 10^{-4} & 6,9991 \cdot 10^{-6} & 2,4852 \cdot 10^{-6} & -0,1356 \\ 2,3459 \cdot 10^{-6} & -2,3574 \cdot 10^{-6} & -6,1237 \cdot 10^{-6} & -0,9577 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (7.3)$$

$$\mathbf{A}_{3} = \begin{bmatrix} 8,2944 \cdot 10^{-6} & 6,0854 \cdot 10^{-4} & 1,1217 \cdot 10^{-6} & -0,2114 \\ -5,981 \cdot 10^{-4} & 7,2254 \cdot 10^{-6} & 2,3548 \cdot 10^{-6} & -0,1123 \\ 2,2875 \cdot 10^{-6} & -2,4009 \cdot 10^{-6} & -5,9982 \cdot 10^{-6} & -0,9511 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$
(7.4)
$$\mathbf{A}_{4} = \begin{bmatrix} 8,3085 \cdot 10^{-6} & 6,0980 \cdot 10^{-4} & 1,4985 \cdot 10^{-6} & -0,2650 \\ -6,11011 \cdot 10^{-4} & 7,2216 \cdot 10^{-6} & 2,2579 \cdot 10^{-6} & -0,1564 \\ 2,2803 \cdot 10^{-6} & -2,3981 \cdot 10^{-6} & -6,0001 \cdot 10^{-6} & -0,9574 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
(7.5)

Чутливі елементи в датчиках встановлені з ортогональністю не більше 1%. Зсуви присутні для МЕМС датчиків і складають – 20–30 %. Осі датчиків перевернуті відносно корпусу ІВП.

7.4. Тарування електронного динамометра

Вимірювальну систему динаміки та енергетики мобільних машин обладнано двома датчика тягового зусилля, що працюють за принципом електричного динамометра. Використовуються такі датчики:

- CZLAS-4 – номінальне зусилля $P_{\mu} = 50 \text{ кH}$;

-ДТЗ-10Т – номінальне зусилля $P_{\mu} = 100 \text{ кH}$.

Для тарування даних датчика використовувався стенд (рис. 7.4), що дозволяє послідовно з'єднати повірений та дослідний динамометри, установлювати необхідне навантаження і підтримувати його протягом тривалого часу. Як зразковий динамометр обрано ДПУ-50-2, повірений в ННЦ Інституту метрології (м. Харків).





Рис. 7.4. Схема стенду (а) та його загальний вигляд (б) під час тарування електронних динамометрів:

1 – регулювальний механізм; 2 – еталонний динамометр; 3 – електронний динамометр, що досліджується; 4 – стенд для тарування динамометрів

Схеми навантаження електронних динамометрів під час тарування наведено на рис. 7.5.



Рис. 7.5. Схеми навантаження електронних динамометрів CZLAS-4 (а) та ДТЗ-10Т (б)

У результаті тарування побудовано графіки (рис. 7.6) і (рис. 7.7) та залежності (7.6), (7.7) кодів аналогово-цифрового перетворювача (АЦП) вимірювальної системи та значення еталонного динамометра.

Залежність сили навантаження динамометра CZLAS-4 та кодів АЦП:

$$P = 1,002i - 373,36,\tag{7.6}$$

де i -коди АЦП.

203

Коефіцієнт детермінації для результатів тарування динамометра CZLAS-4 дорівнює $R^2 = 0,9997$, що свідчить про наявність залежності та її коректності.



Рис. 7.6. Результати тарування динамометра CZLAS-4





Для динамометра ДТЗ-10Т маємо таку залежність сили навантаження та кодів АЦП:

$$P = -4,1971i + 68055. \tag{7.7}$$

Коефіцієнт детермінації для динамометра ДТЗ-10Т дорівнює $R^2 = 0,9988$, що також свідчить про наявність залежності та її коректності. Таким чином отримано залежності для переводу кодів АЦП у силу, що визначається електронними динамометрами з достатньою точністю.

Датчики тягового зусилля допускають тривале перевантаження до 150% та короткочасне до 200%. Гістерезис для обох датчиків складає не більше 1%.

7.5. Результати експериментальних досліджень зчіпки з двох тракторів у складі XT3-150К-09 та T-70C

Перевірка адекватності математичної моделі руху двохелементного МТА та визначення зусиль і швидкостей у місцях з'єднання елементів потребує експериментальних досліджень, при яких використано зчіпку з двох тракторів ХТЗ-150К-09 та Т-70С. Схему установки датчиків на трактори наведено на рис. 7.8.



Рис. 7.8. Схема установки датчиків на трактори ХТЗ-150К-09 та Т-70С: 1 – трактор ХТЗ-150К-09; 2 – інерційний вимірювальний пристрій 1; 3 – антена приймача GPS; 4 – зчіпка з електронним динамометром; 5 – інерційний вимірювальний пристрій 2; 6 – трактор Т-70С

Під час експериментальних досліджень на тракторах установлювались такі датчики (рис. 7.8): інерційні вимірювальні пристрої на обох тракторах, навігаційний приймач, електронний динамометр, які визначали прискорення, кутові швидкості тракторів, швидкості та траєкторії руху, а також зусилля в зчіпці.

При порівняльних дослідженнях динаміки мобільних машин та їх аналізі однією з характеристик стаціонарного випадкового процесу є спектральна щільність. У багатьох випадках, особливо при дослідженні стаціонарних випадкових процесів, спектральна щільність є більш зручною характеристикою, на відміну від кореляційної функції [233, 235]. Така методика обґрунтована та використана в роботах [289, 290]. Тому для порівняння динамічних показників функціонування елементів машинно-тракторних агрегатів, таких як прискорення, траєкторії руху та інші параметри, використаємо спектральну щільність, що визначається [291, 292]:

$$S_{x}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{x}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau, \qquad (7.8)$$

де x(t) – випадковий стаціонарний процес; $R_x(\tau)$ – кореляційна функція випадкового процесу.

Запропонований алгоритм запишемо за допомогою R-коду для розрахування в GNU Octave:

```
% y = data3d(:,1); % y - масив вхідних даних
L = length(y);
NFFT = 2^nextpow2(L); % Next power of 2 from length of y
Y = fft(y,NFFT)/L;
f = Fs/2*linspace(0,1,NFFT/2+1);
% Plot single-sided amplitude spectrum.
plot(f, 2*abs(Y(1:NFFT/2+1)), `b');
```

Порівняємо результати експериментальних та теоретичних досліджень при русі за синусоїдою зчіпки з двох тракторів XT3-150K-09 та T-70C. Наведемо результати дослідження прискорення трактора XT3-150K-09 по осях x та y (рис. 7.9) й порівняємо теоретичні і експериментальні значення спектральних щільностей прискорень центра мас трактора (рис. 7.10).

Обробка даних експериментальних досліджень дозволила знизити розмах коливань прискорень центра мас трактора XT3-150K-09 (рис. 7.10) по осі x з 0,78 м/с² для a_{xe} до 0,17 м/с² – a_{xf} ; по осі y з 0,8 м/с² для a_{ye} до 0,06 м/с² – a_{yf} .



Рис. 7.9. Прискорення трактора XT3-150К-09 при русі за синусоїдою: по осі x та y визначені при експериментальних дослідженнях (a_{xe}, a_{ye}) , теоретично розраховані (a_{xT}, a_{yT}) та відфільтровані (a_{xf}, a_{yf})

Для перевірки адекватності математичної моделі руху двох мобільних машин порівняємо теоретичні $S(f)_{axr}$, $S(f)_{ayr}$, експериментальні фільтровані $S(f)_{axf}$, $S(f)_{axf}$, $S(f)_{ayf}$ та не фільтровані значення $S(f)_{axe}$, $S(f)_{aye}$ спектральних щільностей прискорень центра мас трактора XT3-150К-09 при русі за синусоїдою (рис. 7.11).



Рис. 7.10. Спектральні щільності прискорень трактора XT3-150К-09 при русі за синусоїдою по осі x (а) та y (б) визначені при експериментальних дослідженнях ($S(f)_{axe}$, $S(f)_{aye}$), теоретично розраховані ($S(f)_{axm}$, $S(f)_{aym}$) та відфільтровані ($S(f)_{axf}$, $S(f)_{ayf}$)



Рис. 7.11. Прискорення трактора Т-70С при русі за синусоїдою по осі x (а) та y (б) визначені при експериментальних дослідженнях (a_{xe}, a_{ye}) , теоретично розраховані (a_{xT}, a_{yT}) та відфільтровані (a_{xf}, a_{yf})

Найбільшу енергію прискорення по осі x мають на частотах до 0,15 Гц, по осі y – на частоті 0,2 Гц (рис. 7.10). Спектральні щільності прискорень центра мас трактора XT3-150К-09 для експериментальних даних, теоретичних та фільтрованих збігаються до частоти 3 Гц, тобто частоти зрізу фільтра Баттерворта.

Аналогічним чином наведемо прискорення другого трактора, що входить до зчіпки, обчислимо спектральні щільності прискорень (7.8). Результати зображено на рис. 7.12.

Розмах коливань прискорень центра мас трактора T-70C (рис. 7.11) по осі x для експериментальних досліджень складає 0,6 м/с², фільтрованих 0,17 м/с², по осі y відповідно – 0,72 м/с² та 0,06 м/с².



Рис. 7.12. Спектральні щільності прискорень трактора T-70С при русі за синусоїдою

Найбільша енергія прискорень центра мас трактора Т-70С при русі за синусоїдою (рис. 7.12) знаходиться на частоті 0,1 Гц (вісь *x*) та 0,21 Гц (вісь *y*), і відповідно друга гармоніка – 0,3 Гц й 0,39 Гц.

Отже, спектральні щільності прискорень тракторів XT3-150К-09 (рис. 7.10) та T-70C (рис. 7.12) при русі за синусоїдою збігаються до $f = 2,5 \Gamma \mu$, що вказує на роботу фільтра Баттерворта в алгоритмі фільтрації сигналів вимірювальної системи (6.10) (див. розд. 6.5). При цьому відхилення прискорень тракторів, визначені під час експериментальних та теоретичних досліджень, не перевищують 3%. Тому математичну модель динаміки двохелементного машинно-тракторного агрегату потрібно вважати адекватною.

7.6. Результати експериментальних досліджень комбінованого грунтообробно-посівного агрегату в складі трактора XT3-17021 та сівалки прямої сівби АПП-6

Математична модель плоскопаралельного руху машинно-тракторного агрегату в складі тракторів класичної (3.1)–(3.3) та шарнірно-з'єднаної компоновки (3.47)–(3.65) потребує перевірки адекватності, що досягається

порівнянням результатів теоретичних й експериментальних досліджень комбінованого ґрунтообробно-посівного машинно-тракторного агрегату в складі трактора XT3-17021 та сівалки прямої сівби АПП-6, що становить собою чотирьохелементну конструкцію (рис. 7.13). Перший елемент – перша піврама трактора, другий – друга піврама трактора, третій – бункер для посівного матеріалу АПП-6 та останній, четвертий елемент – сівалка АПП-6.



Рис. 7.13. Схема установки датчиків на комбінований ґрунтообробнопосівний машинно-тракторний агрегат складі трактора V ХТЗ-17021 та сівалки прямої сівби АПП-6: 1 – трактор ХТЗ-17021; 2 – інерційний вимірювальний пристрій 1; 3, 4, 7, 8 – датчики швидкості обертання коліс трактора; 5 – антена GPS приймача; 6 – інерційний вимірювальний пристрій 2; 9 – датчик тягового зусилля; 10 – інерційний вимірювальний пристрій 3; 11 – бункер для посівного матеріалу АПП-6; 12 – інерційний вимірювальний пристрій 4; 13 – сівалка прямої сівби АПП-6

Під час експериментальних досліджень для отримання, збереження та обробки даних використовувалася вимірювальна система динаміки та енергетики мобільних машин із такими датчиками: інерційні вимірювальні пристрої в кількості чотирьох штук, що розташовувались на кожному елементі агрегату; навігаційний приймач GPS та датчик тягового зусилля, місця розташування яких наведено на рис. 7.13.

Побудуємо та порівняємо траєкторії руху центрів мас елементів комбінованого ґрунтообробно-посівного агрегату, отримані під час експериментальних досліджень (рис. 7.14).

При фіксованому куті зламу піврам трактора $\psi = 10^{\circ}$ радіус розвороту посівного агрегату складає $r_{\rm p} = 16,25$ м. Розбіжність між значеннями траєкторій руху трактора, бункера та сівалки, отриманими в результаті експериментальних та теоретичних досліджень, не перевищує 2%. Траєкторії руху елементів агрегату є комплексним параметром оцінки математичної моделі плоскопаралельного руху багатоелементного агрегату. Таким чином, математичну

модель плоско-паралельного руху машинно-тракторного агрегату в складі трактора шарнірно-з'єднаної компоновки можна вважати адекватною.



Рис. 7.14. Траєкторії руху центрів мас елементів комбінованого грунтообробно-посівного агрегату отримані під час теоретичних та експериментальних досліджень: $sA_{\rm rp.1T}$, $sA_{\rm rp.1e}$ – траєкторії руху першої піврами трактора;

 $sA_{\text{тр.2 т}}$, $sA_{\text{тр.2 e}}$ – траєкторії руху другої піврами трактора; $sA_{6 \text{ т}}$, $sA_{6 \text{ e}}$ – траєкторії руху бункера; $sA_{c \text{ т}}$, $sA_{c \text{ e}}$ – траєкторії руху сівалки



Рис. 7.15. Тяговий опір сівалки комбінованого ґрунтообробно-посівного агрегату АПП-6

За допомогою програмного забезпечення GNU Octave визначимо

залежність тягового опору сівалки АПП-6 у залежності від швидкості руху та кута повороту:

$$P(\gamma, \upsilon) = -486.8 + 279.2 \cdot \gamma + 8100 \cdot \upsilon + 46.03 \cdot \gamma^2 - 3.2 \cdot 10^{-14} \cdot \gamma \cdot \upsilon - 1018 \cdot \upsilon, \quad (7.9)$$

де γ – кут повороту сівалки навколо осі z, °; υ – швидкість руху сівалки, м/с.

Коефіцієнт детермінації R^2 для полінома (7.9) складає $R^2 = 0,9532$, що свідчить про наявність залежності та її коректність. Значення тягового опору сівалки для швидкостей руху від 0 до 3,25 м/с та кута повороту навколо осі z у межах $-10^\circ \le \gamma \le 10^\circ$ наведено на рис. 7.15.

Датчики швидкості обертання коліс трактора дозволяють визначити буксування. Для колісного трактора при виконанні енергоємних робіт, буксування не повинно перевищувати 15% [293]. Порівняємо теоретичну $v_{\rm T}$ та дійсну $v_{\rm d}$ швидкості руху агрегату під час сівби зернових культур (рис. 7.16, а) та визначимо буксування рушіїв трактора δ (рис. 7.16, б).



Рис. 7.16. Швидкості руху (а) та буксування рушіїв (б) комбінованого грунтообробно-посівного агрегату

Середнє значення дійсної швидкості руху агрегату складає $\upsilon_{\rm d} = 2 \,{\rm m/c}$ (рис. 7.16, а). Середнє значення буксування $\delta = 5\%$; максимальне значення $\delta_{\rm max} = 11,5\%$, що відповідає агротехнічним вимогам.

Отримані енергетичні та динамічні показники комбінованого грунтообробно-посівного машинно-тракторного агрегату в складі трактора XT3-17021 та сівалки прямої сівби АПП-6 дозволяють зробити висновки, що агрегат працює в задовільних умовах з буксуванням $\delta = 5\%$ та максимальним

значенням $\delta_{\text{max}} = 11,5\%$, а радіус розвороту агрегату в кінці гону $r_{\text{p}} = 16,25 \text{ м}$, який менший за його кінематичну довжину $l_{\kappa} = 18 \text{ м}$.

7.7. Результати експериментальних досліджень багатоелементного посівного агрегату в складі трактора John Deere 8345R, бункера для посівного матеріалу John Deere 1910 та сівалки John Deere 1895

Теоретичні дослідження енергетично-динамічної моделі ґрунтообробнопосівного агрегату на прикладі МТА в складі трактора John Deere 8345R, бункера для посівного матеріалу John Deere 1910 та сівалки прямої сівби John Deere 1895 потребують перевірки адекватності. Тому проаналізуємо результати експериментальних досліджень і порівняємо їх. Експериментальні дослідження проводились на трьохелементному МТА, згаданому вище. Схему встановлення датчиків на агрегат наведено на рис. 7.17.



Рис. 7.17. Схема установки датчиків на комбінований ґрунтообробнопосівний машинно-тракторний агрегат складі трактора В бункера матеріалу John 8345R. посівного Deere для John Deere 1910 та сівалки прямої сівби John Deere 1895: 1 – трактор John Deere 8345R; 2 – інерційний вимірювальний пристрій 1; 3 – антена приймача GPS; 4 – датчик тягового зусилля; 5 – інерційний вимірювальний пристрій 2; 6 – бункер John Deere інерційний вимірювальний 1910; ___ пристрій 3: 8 – сівалка John Deere 1895

Датчики визначали динамічні та енергетичні показники функціонування агрегату. На кожному елементі агрегату встановлювалися інерційні вимірювальні пристрої. Додатково фіксувались дані навігаційного приймача та електронного динамометра.

Прискорення елементів багатоелементного посівного агрегату наведено на рис. 7.18.



Рис. 7.18. Прискорення елементів багатоелементного посівного агрегату: imu₁, imu₂, imu₃ – інерційні вимірювальні пристрої 1, 2 та 3, що встановлені на тракторі, бункері та сівалці; a_x , a_y , a_z – прискорення елементів агрегату в напрямку відповідної осі x, y, z



Рис. 7.19. Енергія, що витрачається елементами МТА на функціонування: $E_{\rm T}$ – трактором; $E_{\rm E}$ – бункером; $E_{\rm C}$ – сівалкою

213

Під час сталого руху агрегату по гону коливання прискорень елементів агрегату підпорядковуються нормальному закону розподілення (рис. 7.18). Найбільший розмах коливань має прискорення бункера по осі $z - \Delta a_z^E = 1 \text{ м/c}^2$, а найменший у сівалки по осі $x - \Delta a_x^C = 0,3 \text{ м/c}^2$. Розмах коливань прискорення по осі y бункера $\Delta a_y^E = 0,6 \text{ м/c}^2$ більший за відповідний для сівалки $\Delta a_y^C = 0,5 \text{ м/c}^2$, а розмах коливань по осі x має однакове значення для трьох елементів $\Delta a_x^T = \Delta a_x^E = 0,3 \text{ м/c}^2$.

Розглянемо витрату енергії елементами МТА на функціонування (рис. 7.19), тобто енергію, що витрачається на роботу окремими його елементами. Витрати енергії трактором найменші $E_{\rm T\,max} = 2,51 \cdot 10^6$ Дж із розмахом коливань $\Delta E_{\rm T} = 0,4 \cdot 10^6$ Дж. Сівалка має найбільші витрати енергії $E_{\rm C\,max} = 3,805 \cdot 10^6$ Дж із розмахом $\Delta E_{\rm C} = 0,25 \cdot 10^6$ Дж. Коливання витрат енергії бункером мають найбільший розмах $\Delta E_{\rm E} = 0,8 \cdot 10^6$ Дж із середнім значенням $E_{\rm E} = 3,3 \cdot 10^6$ Дж.

Порівняємо витрату енергії елементами МТА під час експериментальних та теоретичних досліджень (рис. 7.20).



Рис. 7.20. Порівняння витрати енергії елементами МТА під час експериментальних (індекс е) та теоретичних (індекс т) досліджень: *Е*_т – трактором; *E*_Б – бункером; *E*_C – сівалкою

При $0 \le t \le 2,5$ с дані теоретичних досліджень енергетичних витрат мають перехідний процес, який потрібно ігнорувати. В усталеному процесі при $2,5 < t \le 20$ с різниця між теоретичними та експериментальними даними складає не більше 4%. Дані теоретичних досліджень мають менший розмах коливань.

Ураховуючи наведені вище результати експериментальних та відповідних теоретичних досліджень, енергетично-динамічну модель ґрунтообробнопосівного агрегату на прикладі МТА в складі трактора John Deere 8345R, бункера для посівного матеріалу John Deere 1910 та сівалки прямої сівби John Deere 1895 потрібно вважати адекватною.

Проведені експлуатаційно-експериментальні дослідження комбінованого ґрунтообробно-посівного машинно-тракторного агрегату в складі трактора John Deere 8345R, бункера для посівного матеріалу John Deere 1910 та сівалки прямої сівби John Deere 1895 дозволили визначити його техніко-експлуатаційні показники, що наведені у табл. 7.1.

Таблиця 7.1

Техніко-експлуатаційні показники комбінованого ґрунтообробно-посівного машинно-тракторного агрегату в складі трактора John Deere 8345R, бункера для посівного матеріалу John Deere 1910 та сівалки прямої сівби John Deere 1895

Показник	Значення показника за
	даними випробування
Ширина захвату (робоча), м	12,8
Швидкість руху, км/год:	
- робоча	11,2
Маса в робочому стані, кг	21940
Необхідна ширина поворотної смуги, м	24
Продуктивність за 1 г, га:	
- основного часу	14,42
- змінного часу	10,69
Питома витрата палива за годину змінної роботи,	4,46
кг/га	
Експлуатаційно-технологічні коефіцієнти:	
 надійності технологічного процесу 	1,000
 використання змінного часу 	0,741
Норма висіву насіння пшениці, кг/га:	
- задана	200
- фактична	206
Глибина загортання насіння при оптимальному	
заглибленні сошників:	
 середня глибина, мм 	65,0
- стандартне відхилення, мм	5,0
- коефіцієнт варіації, %	8,4
Кількісна частка насіння, загортаного в шарі,	86
передбаченому ТУ,%	
Кількість сходів, шт./м ²	499
Умови експлуатаційних досліджень відповідали агротехнічним вимогам. Вологість ґрунту на глибині загортання насіння (в шарі 5–10 см) становила 18,5%. Твердість ґрунту при цьому дорівнювала 0,4 МПа. Проведені експлуатаційні дослідження показали, що при встановленій глибині загортання насіння 60 мм фактично отримана середня глибина загортання насіння 65,0 мм. Насіння по глибині розподілялося рівномірно; насіння, загортан в шарі середньої фактичної глибини і двох сусідніх односантиметрових шарах, було 86,8%. Відносна польова схожість склала 69,2%.

Експлуатаційно-технологічна оцінка проведена при посіві озимої пшениці з нормою висіву 200 кг/га. Середня робоча швидкість агрегату отримана 11,2 км/год, при цьому отримано продуктивність за 1 годину основного часу становить 14,42 га/год.

Посівний агрегат надійно виконує технологічний процес. Коефіцієнт надійності технологічного процесу дорівнює 0,99.

У роботі посівний агрегат обслуговується одним механізатором. Для завантаження насіння додатково залучається один допоміжний робітник. Питома витрата палива складає 4,46 кг/га.

Експериментальні дослідження трьох видів машинно-тракторних агрегатів, які підтвердили адекватність математичних моделей, наведених відповідність свідчать результатів више. про теоретичних та експериментальних досліджень. Отже, методологія формування рівнянь динаміки багатоелементних агрегатів довільних структур та методологія дослідження енергетичних витрат дозволили підтвердили взаємозв'язок між динамічними та енергетичними параметрами функціонування агрегатів.

7.8. Рекомендації виробникам сільськогосподарської техніки

Ефективне створення перспективної сільськогосподарської техніки, у якій оптимально враховані умови експлуатації і різнобічні потреби споживачів, вимагає актуальних пропозицій у розробці стратегічних концепцій виготовлення заводами-виробниками нових сучасних машин, затребуваних ринком.

1. При створенні нової та модернізації існуючої сільськогосподарської техніки заводам-виробникам та науково-дослідним установам, рекомендується, користуватися розробленою методологією формування динамічних моделей багатоелементних машинно-тракторних агрегатів довільних структур. Це дозволить у короткий термін дослідити різноманітні схеми та способи компонування сільськогосподарських агрегатів і машин, а також визначати ефективні конструктивні параметри в залежності від способу агрегатування.

2. Рекомендується, одночасно з розробленою методологією формування динамічних моделей багатоелементних комбінованих машинно-тракторних агрегатів довільних структур, застосовувати ефективну методику будування енергетично-динамічних моделей, що дає можливість визначати витрати енергії під час теоретичних досліджень створюваної техніки, підбирати ефективні схеми з'єднань, розташування та компоновки елементів агрегату. 3. Методика побудови та дослідження енергетично-динамічних моделей витрат енергії багатоелементних агрегатів довільних структур, дозволить визначити прямі енергетичні витрати, які перераховуються у витрати паливомастильних матеріалів та повною мірою комплексно оцінюють ефективність функціонування МТА. Зауважимо, що дану методику необхідно застосовувати при створенні агрегатів на етапі проектування.

4. Виробникам сільськогосподарської техніки рекомендується створювати нові трактори та машини з урахуванням модульної конструкції та довільного можливості розташування елементів агрегаті. В Так. комбіновані агрегати, багатоелементні які становлять собою модульну конструкцію у вигляді бункера та сівалки, повинні мати довільне розміщення відносно трактора.

5. Сучасні вимірювальні системи та засоби контролю експлуатаційних параметрів тракторів або машинно-тракторних агрегатів повинні встановлюватися на кожний новий створюваний трактор або машину, із метою підвищення продуктивності, зниження енергетичних витрат та безперервного контролю за параметрами їх функціонування. Це дозволить ефективніше експлуатувати агрегат та своєчасно пропонувати механізатору більш ефективні режими експлуатації.

ВИСНОВКИ

Проведеним аналізом результатів попередніх досліджень установлено, що тенденція створення комбінованих сільськогосподарських агрегатів. шо суміщають технологічні операції, ставить необхідність вирішення ряду наукових проблем прогнозування та розробки даних агрегатів із заданими функціональними показниками. Не існує теорії формування рівнянь динаміки функціонування з урахуванням зміни структур та способів агрегатування машин та агрегатів. Різноманіття конструкцій та схем агрегатування потребує оцінки впливу структури на енергетичні витрати. Проблема енергозбереження оцінка енергоефективності багатоелементних сільськогосподарських та агрегатів у сільському господарстві залишається актуальною. Для дослідження функціонування багатоелементних агрегатів не існує вимірювальної системи, що дозволяє визначати динамічні показники більше як для двох елементів машинно-тракторних агрегатів.

За допомогою розробленої методології дослідження динаміки та енергетики багатоелементних сільськогосподарських агрегатів довільних структур розраховані показники функціонування посівних агрегатів у складі тракторів із класичною та шарнірно-з'єднаною компоновками з різними схемами агрегатування. Встановлені залежності між динамічними показниками функціонування агрегатів та витратою енергії. Сформовані математичні моделі плоско-паралельного та просторового руху сільськогосподарських агрегатів із різним способом розташування бункера та сівалки.

Методологія формувань рівнянь динаміки багатоелементних агрегатів довільних структур має такі кроки: визначення кількості досліджуваних елементів, обгрунтування силових та кінематичних зв'язків, складання рівнянь динаміки. Відповідно розробленої методології, випадку до для плоскопаралельного руху багатоелементного агрегату із жорстким з'єднанням та з'єднанням типу «шарнір» обгрунтовані кінематичні та силові зв'язки, необхідні для побудови математичної моделі. При зміні структури досліджуваної багатоелементної мобільної машини математична модель змінюється 3 мінімальними витратами. Умовою спільного руху двохелементної машин на гнучкій зчіпці (кутові переміщення в зчіпному пристрої не обмежуються) є рівність лінійних прискорень точок та рівність проекцій зусиль.

У динамічної моделі колісного трактора класичної компоновки на пружних колесах – 10 узагальнених координат. Як керуючий вплив на трактор у складі агрегату прийнято кут повороту керованих коліс ψ . Рівняння кінематичних зв'язків не вироджуються при прямолінійному русі елементів агрегату ($\psi = 0^{\circ}$). З урахуванням неголономних зв'язків рама трактора має 4 ступені свободи, бункер та сівалка – 2. Кутові швидкості обертання коліс трактора, бункера та сівалки виражаються через проекції швидкостей точок центрів мас коліс на горизонтальну площину. Місцями взаємодії динамічних моделей є точки приєднання одного елемента машинно-тракторного агрегату до іншого. Для побудови математичної

просторового моделі динаміки машинно-тракторних агрегатів руху системи твердих голономними деформівних тіл використовують 3 неголономними утримуючими зв'язками. Рівняння динаміки неголономної системи можуть бути отримані лінійною комбінацією рівнянь динаміки голономної системи з коефіцієнтами, узятими з лінійної форми, що виражає узагальнені швидкості через незалежні узагальнені швидкості (псевдошвидкості). Такі рівняння фактично є векторно-матричною формою відомих в аналітичній механіці «рівнянь неголономних систем i3 виключеними залежними швидкостями», тобто рівняннями Аппеля у псевдокоординатах. Для чисельного інтегрування СЗДР перетворюються до нормальної форми Коші в узагальнених координатах або псевдокоординатах. Для голономних систем уводяться вектори узагальнених прискорень і швидкостей, для неголономних систем – вектори псевдокоординат (псевдошвидкостей). Початковими умовами для систем СЗДР будуть значення узагальнених координат і незалежних узагальнених швидкостей (псевдошвидкостей) у початковий момент часу.

Результати розрахунку математичної моделі динаміки двох тракторів підтверджують тезу про рівність проекцій зусиль у місці з'єднання мобільних машин. Розмах коливань кутів повороту першого та другого трактора навколо вертикальної осі дорівнює 10,25°, амплітуда 5,125°, фази для обох параметрів збігаються. Чисельне значення проекції зусиль змінюється гармонійно з періодом T = 50 с, розмах коливань для осі x дорівнює 1716 H, для осі y -2819 Н. Застосування розробленої методології формування рівнянь динаміки, теоретичних проведенні досліджень багатоелементного при сільськогосподарського агрегату в складі трактора класичної компоновки й комбінованого ґрунтообробно-посівного агрегату на прикладі трактора John Deere 1910 John Deere 8345R, бункера та сівалки John Deere 1895 динамічні показники дозволило визначити його функціонування при просторовому русі елементів. Отримано значення швидкостей центрів мас елементів агрегату, визначено динамічні радіуси коліс трактора, проведено моделювання руху при сталій швидкості та під час розгону. Під час прямолінійного руху МТА з постійною швидкістю розраховані координати центрів мас елементів відповідають прямолінійному руху. На початку руху відбуваються перехідні процеси при $0 < t < 15 \, \text{с}$, які пов'язані з деформацією шин елементів агрегату. Перехідний процес, пов'язаний із деформацією шин, вплинув на швидкості обертання коліс трактора, але його тривалість – 1с. Розмах коливань швидкостей обертання коліс (для всіх коліс) складає 0,275 об/хв та період T = 12 с. Передні колеса ω_{11} , ω_{12} мають нижчу швидкість обертання, ніж задні ω_{21} , ω_{22} на 0,15 об/хв. Розмах коливань швидкостей центрів мас елементів агрегату по осі x (v_x) для трактора, бункера та сівалки складає 0,25 м/с, 0,18 м/с та 0,17 м/с відповідно; по осі у (v_y) розмах коливань складає 1,156 м/с, 0,87 м/с та 0,86 м/с; а по осі $z(v_z)$ спостерігається перехідний процес на початку руху. Динамічні радіуси коліс під час розгону не залежать від швидкості, але мають перехідний процес, що триває до 2,8 с, а далі

значення залишаються на рівні 0,742 м для передніх коліс та 0,7 м для задніх. дослідження математичної моделі динаміки комбінованого Теоретичні грунтообробно-посівного багатоелементного машинно-тракторного агрегату за схемою агрегатування «трактор – сівалка – бункер» проводились для одного режиму руху – при русі елементів за синусоїдальним законом, що задавався кутом повороту керованих коліс трактора. Розбіжність між результатами моделювання руху агрегату за двома схемами агрегатування не перевищує 5%. Також при різному агрегатуванні не змінюється фаза коливань елементів. Для двох схем агрегатування траєкторії руху трактора та кути повороту є однаковими. Однак для другої схеми агрегатування є відмінності у швидкості обертання коліс на 2%. При цьому відмінності у фазі немає. Зниження швидкостей руху бункера та сівалки приводить до зниження максимального $P_{1\,\text{max}} = 65710\,\text{H}$ тягового опору посівного значення агрегату 3 ЛО P_{2max} = 65360 Н для другої схеми агрегатування. Зниження швидкостей руху до елементів приводить відповідного зниження опору тягового сільськогосподарської машини. Поступова швидкість руху елементів агрегату вищенаведених випадків моделювання залишається постійною, для зменшуються швидкості у боковому та вертикальному напрямах. Це вказує на вплив вертикальних та горизонтальних динамічних складових (коливань елементів у відповідних напрямах) на динамічні показники функціонування.

В експлуатаційних умовах роботи сільськогосподарські агрегати та їх елементи можна розглядати як динамічні системи, на вхід яких діють вектор вхідних умов та параметрів керування і вектор збурюючого впливу; на виході динамічних систем маємо вектор вихідних параметрів. Елементи агрегату, такі як двигун, трансмісія, рушії і сільськогосподарські машини, мають різноманітну структуру та способи з'єднання, відповідно передачу і витрату енергії. Їх можна представити як математичні моделі об'єкта в змінних стану, що складаються з рівнянь стану та виходу. Найбільш поширеними способами з'єднання математичних моделей елементів агрегату є паралельне та послідовне з'єднання та з'єднання зі зворотним зв'язком.

Запропонована досліджень методика енергетичних показників функціонування багатоелементних агрегатів довільних структур, за рахунок формування енергетично-динамічних моделей досліджуваних машин, дозволяє дослідити та встановити взаємозв'язок між динамічними та енергетичними показниками. Структурні схеми досліджуваних машин формуються з елементів, які розташовуються відносно інших послідовно, паралельно або зі зворотним зв'язком. Зміна схеми агрегатування гнучко досліджується за допомогою зміни структурних елементів енергетично-динамічної взаємного розташування моделі. Енергетично-динамічна модель ґрунтообробно-посівного агрегату на прикладі трактора John Deere 8345R, бункера для посівного матеріалу John Deere 1910 та сівалки прямої сівби John Deere 1895 складається із семи елементів, що мають послідовне та паралельне з'єднання. Трактор, сівалка та бункер мають послідовне з'єднання. Колеса трактора передають енергію від трансмісії трактора до його остова паралельно. Як керуючі впливи обрано кут

повороту керованих коліс трактора $\psi = 0^{\circ}$ для випадку прямолінійного руху. Найбільша енергія витрачається сівалкою $E_{\rm C} = 3,75 \cdot 10^6$ Дж після закінчення розгону агрегату, тобто при t ≥ 14 с. Найменші витрати енергії у трактора – $E_{\rm C} = 2.4 \cdot 10^6$ Дж. Для руху агрегату передніми колесами трактора витрачається $E_{\kappa 11} = 7,1 \cdot 10^5$ Дж та $E_{\kappa 12} = 7,45 \cdot 10^5$ Дж; задніми – $E_{\kappa 21} = E_{\kappa 22} = 6,1 \cdot 10^5$ Дж. Витрата енергії всіма елементами підвищується лінійно з відповідним підвищенням швидкості руху. Рух грунтообробно-посівного агрегату, що наближений до експлуатаційних умов, зі зміною кута повороту керованих коліс трактора має енергетичні витрати, що змінюються за гармонійним законом із періодом T = 7,5 с та перехідним процесом на початку руху при 0 < t < 1,5 с. Найбільші витрати енергії відбуваються в сівалці $E_{\rm C} = 3,7 \cdot 10^6$ Дж з розмахом $\Delta_{E_{c}} = 0,15 \cdot 10^{6}$ Дж. Енергетичні витрати трактора та бункера дорівнюють $E_{\rm T} = 2,5 \cdot 10^6$ Дж та $E_{\rm E} = 3,25 \cdot 10^6$ Дж із розмахом $\Delta_{E_{\rm T}} = 0,1 \cdot 10^6$ Дж та $\Delta_{E_{5}} = 0,15 \cdot 10^{6}$ Дж. Коливання енергетичних витрат на передніх колесах знаходяться в однаковій фазі, а задніх – у протифазі та складають $E_{\kappa 11} = 7,25 \cdot 10^5$ Дж із розмахом $\Delta_{E_{\kappa 11}} = 0,5 \cdot 10^5$ Дж – для переднього лівого колеса; $E_{\kappa 12} = 7,55 \cdot 10^5$ Дж із розмахом $\Delta_{E_{\kappa 12}} = 0,5 \cdot 10^5$ Дж – для переднього $E_{\kappa 21} = E_{\kappa 22} = 6,25 \cdot 10^5$ Дж правого колеса; i3 розмахом $\Delta_{E_{r^{2}1}} = \Delta_{E_{r^{2}2}} = 0,4 \cdot 10^5$ Дж – для задніх коліс.

Розроблено вимірювальна система динаміки та енергетики мобільних визначення кінематичних, яка призначена для динамічних, машин, потужністних та енергетичних характеристик мобільних машин та їх елементів при дорожніх, польових і стендових випробуваннях. Система адаптується до кількості досліджуваних елементів багатоелементних машинно-тракторних агрегатів. Інноваційною складовою вимірювальної системи є спосіб визначення буксування рушіїв мобільної машини, який є достатньо точним і не потребує втручання в конструкцію машини. Розроблено алгоритм обробки даних вимірювальною системою, що виключає вплив показників місця розташування датчиків, прискорення вільного падіння, нерівностей полів та нахилу.

Проведено експериментальні дослідження в лабораторних та виробничі випробування в польових умовах за допомогою вимірювальної системи динаміки та енергетики мобільних машин, які підтвердили адекватність математичних моделей динаміки та енергетики комбінованих сільськогосподарських агрегатів довільних структур, що формуються за запропонованої методології. Розбіжність розрахункових допомогою i експериментальних результатів не перевищує 4%.

Результати експлуатаційно-технологічних досліджень комбінованого грунтообробно-посівного агрегату в складі трактора John Deere 8345R, бункера John Deere 1910 та сівалки прямої сівби John Deere 1895 в ТОВ «ХарківАгро-2000» Шевченківського району Харківської області при

використанні вимірювальної системи динаміки та енергетики мобільних машин дозволили в короткий термін отримати рекомендації щодо їх агрегатування та налаштування. А також обґрунтувати склад і марки сільськогосподарських агрегатів придбання господарством. Методологію для подальшого моделювання динаміки багатоелементних машинно-тракторних агрегатів довільних структур і методику визначення енергетичних витрат передано у ВАТ «ХТЗ», ТОВ «Українське конструкторське бюро трансмісій і шасі» Індустріальної групи «УПЕК» та Харківську філію «УкрНДІПВТ ім. Л. Погорілого». Вимірювальна система динаміки та енергетики мобільних машин використовується Харківським тракторним заводом під час досліджень нових та існуючих тракторів, сільськогосподарських машин і технологій. Результати дисертаційної роботи впроваджено у навчальний процес ХНТУСГ ім. П. Василенка для студентів напрямку підготовки 6.100102 «Процеси, машини та обладнання агропромислового виробництва» у лекційний курс «Трактори і автомобілі»; для студентів спеціальності «208 – Агроінженерія» – у лекційний курс «Мехатроніка» й «Аналіз та синтез мехатронних систем».

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Медведев М. И. Конструирование трактора. ч. 1. Теория трактора / М. И. Медведев. – Харьков – Киев: ОНТИ, 1935. – 276 с.

2. Львов Е. Д. Теория трактора / Е. Д. Львов. – М.: Машгиз, 1952. – 252 с.

3. Чудаков Д. А. Основы теории и расчёта трактора и автомобиля / Д. А. Чудаков. – М.: Колос, 1972. – 312 с.

4. Гуськов В. В. Тракторы. Часть II. Теория / В. В. Гуськов. – Минск: Вышейн школа, 1977. – 384 с.

5. Кутьков Г. М. Основы теории трактора и автомобиля / Г. М. Кутьков. – М.: Колос, 1996. – 274 с.

6. Зангиев А. А. Производственная эксплуатация машиннотракторного парка / А. А. Зангиев, Г. П. Лышко, А. Н. Скороходов. – М.: Колос, 1996. – 320 с.

7. Лебедев А. Т. Некоторые проблемы теории трактора тяговоэнергетической концепции / А. Т. Лебедев // Вісник ХНТУСГ ім. П. Василенка. – Х., 2012. – Вип. 124. – Т.2. – с. 5–15.

8. Кутьков Г. М. Энергонасыщенность и классификация тракторов / Г. М. Кутьков // Тракторы и сельхозмашины. – 2009. – № 5. – С. 11–14.

9. Надикто В. Енергонасиченість тракторів та шляхи її реалізації / В. Надикто // Техніка і технології АПК. – 2011. – № 9. – С. 8–11.

10. Антощенков В. М. Огляд українського ринку тракторів потужністю 260–390 к.с. / В. М. Антощенков, Р. В. Антощенков, А. П. Гуртов, Д. В. Станіславенко // Механізація сільськогосподарського виробництва: Вісник ХНТУСГ. – Х.: ХНТУСГ, 2014. – Вип. 148. – С. 258–262.

11. Лебедєв С. Технічний рівень тракторів сільськогосподарського призначення на ринку України / С. Лебедєв // Техніка і технології АПК. – 2014. – № 11. – С. 8–12.

12. Результати випробувань сільськогосподарської техніки Nebraska Tractor Test Laboratory та DLG e.V. – DLG Test Reports [Електронний ресурс]: [Веб-сайт]. – Електронні дані. – 2015–2016. – Режим доступу: http://tractortestlab.unl.edu, http://www.dlg.org/tractors.html.

13. Рынок сельскохозяйственной техники Украины 2013–2014 г.г.: торговые марки, импортёры, тенденции // Публикации маркетингового агенстрва «Markom» [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://marcom.kiev.ua/ru/news/.

14. Антощенков В. М. Огляд ринку сільськогосподарської техніки для підприємств АПК України агрегату / В. М. Антощенков, Р. В. Антощенков // Механізація сільськогосподарського виробництва. Вісник ХНТУСГ. – Х.: ХНТУСГ, 2012. – Вип. 124, т.2. – С. 21–29.

15. Ксеневич И. П. Тракторы. Проектирование, конструирование и расчет / И. П. Ксеневич, В. В. Гуськов, Н. Ф. Бочаров; общ. ред. И. П. Ксеневич. – М.: Машиностроение, 1991. – 544 с.

16. Антощенков Р. В. Повышение технико-экономических показателей

трактора тягового класса 30кН типа XT3-17022 / Р.В. Антощенков, В.М. Антощенков, М.А. Голубничий, Д. І. Шаповалов // Механізація сільськогосподарського виробництва: Вісник ХНТУСГ. – Х.: ХНТУСГ, 2013. – Вип. 135. – С. 192–199.

17. Donnell H. Farm power and machinery management / H. Donnell. – Wiley-Blackwell, 2001 – 368 p.

18. Кравчук В. І. Сучасні тенденції розвитку конструкцій сільськогосподарської техніки / За ред. В. І. Кравчука, М. І. Грицишина, С. М. Коваля. – К.: Аграрна наука, 2004. – 396 с.

19. Любушко Н. И. Новые тенденции в создании и использовании комбинированных агрегатов / Н. И. Любушко, В. Н. Зволинский // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 1997. – №10. – С 14–16.

20. Експлуатація машин і обладнання / [Ружицький М. А., Рябець В. І., Кіяшко В. М., Бурлака В. М., Івашина М. Б.]. – К.: Аграрна освіта, 2010. – 617 с.

21. Лебедєв А. Аналіз комбінованих МТА за рівнями складності елементів / А. Лебедєв, І. Лебедєва // Техніко-технологічні аспекти розвитку та випробування нової техніки і технологій для сільського господарства України: збірник наук. пр. / УкрНДІПВТ ім. Л. Погорілого; Редкол.: В. Кравчук (голов. ред.), М. Луценко та ін. – Дослідницьке, 2013. – Вип. 17 (31), кн. 2. – С. 293–302.

22. Надыкто В. Т. Перспективное направление создания комбинированных и широкозахватных МТА / В. Т. Надыкто // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 2008. – № 3. – С. 26–30.

23. Матвеевский С. Ф. Основы системного проектирования комплексов летательных аппаратов / С. Ф. Матвеевский. – М.: Машиностроение, 1987. – 240 с.

24. Васильев А. Л. Модульный принцип формирования техники / А.Л. Васильев. – М.: Изд-во стандартов, 1989. – 238 с.

25. Мазитов Н. К. Почвоохранная ресурсосберегающая технология обработки почвы, посева и уборки перспективными агрегатами / Н.К. Мазитов, М.Ш. Тагиров, М.Ю. Гаитов и др. // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 2006. – №12. – С. 7–11.

26. Погорелый Л. В. Синтез и прогнозирование параметров машинных агрегатов для возделывания и уборки сахарной свеклы / Л. В.Погорелый // Тракторы и с.-х. машины. – 1973. – №1. – С. 20–23.

27. Коваль С. Оцінка рівня технічного забезпечення систем обробітку грунту та посіву / С. Коваль, В. Погорілий, В. Шейченко, В. Гусар, С. Любченко // Техніка АПК 2007, №10. – С. 10–11.

28. Красовских В. С. Результаты исследования почвообрабатывающего посевного тягово-транспортного агрегата / В. С. Красовских, Н. Н. Бережнов // Весник АГАУ. Барнаул.: Изд-во АГАУ – 2007. – №4(30). – С. 57–62.

29. Лепешкин Н. Д. Анализ конструктивных схем почвообрабатывающепосевных агрегатов / Н. Д. Лепешкин, А. А. Точицкий, В. В. Добриян // Механизация и электрификация сельского хозяйства: межвед. тематич. сб.: в 2 т. / РУП «НПЦ НАН Беларуси по механизации сельского хозяйства». – Минск, 2010. – Вып. 44. – Т. 1. – С. 58–65.

30. Плавский О. Почвообрабатывающие посевные агрегаты производства

ОАО «Лидагропроммаш» к энергонасыщенным тракторам РУП «МТЗ» / О. Плавский, В. Ясенецкий // Техніка і технології АПК: Науково-виробничий журнал. – 2012. – № 10. – С. 11–14.

31. Кваша Л. Ґрунтообробно-посівний комплекс «ORION-9,6» ПАТ «Червона Зірка» / Л. Кваша, Л. Шустік // Техніка і технології АПК. – 2012. – № 10. – С. 23–24.

32. Герук С. М. Тенденції розвитку конструкцій посівних агрегатів / С. М. Герук, Є. А. Петриченко // Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів. – 2014. – № 1. – С. 31–45.

33. Петухов Д. А. Современные посевные машины / Д. А. Петухов, В. В. Сердюк // Техника и оборудование для села: информ. и науч.-произв. журн. – 2012. – № 1. – С. 18–21.

34. Красовских В. С. Повышение эффективности использования комбинированных посевных агрегатов за счёт оптимизации их компоновочных решений / В. С. Красовских, Н. Н. Бережнов, Ю. В. Рыкова // Вестник АГАУ. – 2013. – № 3(101). – С. 99–102.

35. Шкаривский Г. Оценивание влияния конструктивно-компоновочных схем энергосредств на комплектование агрегатов на их базе / Г. Шкаривский // MOTROL. – Commission of motorization and energetics in agriculture: Polish Academy of sciences. Lublin. – 2014. – Vol. 16, №3. – С. 11–16.

36. Кутьков Г. М. Блочно-модульные МТА / Г. М. Кутьков, И. П. Ксеневич // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 1990. – № 1. – С. 7–9.

37. Ксеневич И. П. Выбор концепции создания энергетических средств и модульное их конструирование / И. П. Ксеневич // Техника в сельском хозяйстве. – 1991. – № 2. – С. 9-12.

38. Яцкевич В. В. О принципе модульного построения сельскохозяйственных мобильных агрегатов / В. В. Яцкевич // Тракторы и сельхозмашины. – 1982. – № 10. – С. 11–14.

39. Лебедев А. Т. Основы анализа и синтеза энерготехнологических агрегатов блочно-модульного построения / А. Т. Лебедев, А. Е. Писаренко // Тракторная энергетика в растениеводстве: Сб. научных трудов ХГТУСХ. – 1999. – С. 248–256.

40. Макаренко О. М. Підвищення тягових показників блочно-модульних агрегатів роззосередженням приводу / О. М. Макаренко, М. Г. Макаренко, В. Ю. Вишняк // Тракторна енергетика в рослинництві: Сб. наук. праць ХНТУСГ. – 2007. – Вип. 60. – С. 15–25.

41. Сельскохозяйственный энциклопедический словарь / Редкол.: В.К. Месяц (гл. ред.) и др. – М.: Сов. энцикл., 1989. – 655 с.

42. ДСТУ ISO 9001:2009 Системи управління якістю. Вимоги / Введ. 22.06.2009. – К.: Держстандарт України, 2009. – 26 с.

43. Кутьков Г. М. Оценка технологических свойств мобильных энергетических средств / Г. М. Кутьков // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 2007. – № 1. – С. 26–27.

44. Погорелый Л. В. Сельскохозяйственная техника и технологии будущего / Л. В. Погорелый. – К.: Урожай, 1988. – 174 с.

45. Погорілий Л. Сучасні проблеми землеробської механіки і машинознавства при створенні сільськогосподарської техніки нового покоління / Л. Погорілий // Техніка АПК. – 2003. – № 11. – С. 4–7; № 12. – С. 4–5.

46. Світові тенденції розвитку мобільної енергетики і їх прогноз для України на початок XXI століття / В. Г. Євтенко, Л. В. Погорілий, Л. Г. Гром-Мазнічевський [та ін.]; за ред. Л. В. Погорілого. – К.: Сільгоспосвіта, 1997. – 68 с.

47. Лєбедєв А. Тракторна енергетика: проблеми та їх розв'язання / А. Лєбедєв, В. Кравчук, С. Лєбедєв // Техніка і технології АПК. – 2011. – № 2. – С. 4–7.

48. Свирщевский Б. С. Эксплуатация машинно-тракторного парка : учебное пособие / Б. С. Свирщевский. – 2-е изд., перераб. – Москва: ОГИЗ-Сельхозгиз, 1948. – 400 с.

49. Иофинов С. А. Эксплуатация машинно-тракторного парка / С. А. Иофинов. – 2-е изд., прераб. и доп. – М.: Колос, 1984. – 351 с.

50. Ільченко В. Ю. Машиновикористання у землеробстві / В.Ю. Ільченко [та ін.]; за ред. В.Ю. Ільченка і Ю. П.Нагірного. – К.: Урожай, 1996. – 384 с.

51. Надыкто В. Т. Основы агрегатирования модульных энергетических средств. Монография / В. Т. Надыкто. – Мелитополь: КП «ММД», 2003. – 240 с.

52. Кутьков Г. М. Тракторы и автомобили. Теория и технологические свойства: Учебник / Г. М. Кутьков. – М.: Колос, 2004. – 504 с.

53. Жалнин Э. В. Современные научные проблемы земледельческой механики. – [Електронний ресурс]: [Веб-сайт]. – Електронні дані. – 2015–2016. Режим доступу: www.ras.ru/digest/showdnews.aspx?id=b6f8e122-2168-4e06-988fce65ffc48193].

54. Надикто В. Агрегатування як розділ землеробської механіки / В. Надикто // Техніка і технології АПК. – 2015. – № 4. – С. 11–14.

55. Методи економічного оцінювання техніки на етапі випробування: ДСТУ 4397:2005. – [Чинний від 2005-04-28]. – К.: Держспоживстандарт України, 2005. – 12 с. – (Національний стандарт України).

56. Хабатов Р. Ш. Прогнозирование оптимальных параметров агрегатов и состава МТП / Р. Ш. Хабатов – К., 1969. – 74 с.

57. Маслов Г. Г. Технико-экономическое исследование эффективности совмещения операций предпосевной культивации и посева / Г. Г. Маслов, В. С. Кравченко, Н. И. Любушко и др. // Тракторы и сельхозмашины. – 1975. – № 4. – С. 16–18.

58. Красовских В. С. Повышение эффективности работы почвообрабатывающего посевного комплекса за счет выбора рациональной компоновки, параметров и режимов работы / В. С. Красовских, Н. Н. Бережнов // Вестник АГАУ. – Барнаул: АГАУ, 2006. – № 2. – С. 55-58.

59. Кравчук В. Оцінка експлуатаційно-технологічних показників білоруських та українських ґрунтообробних і посівних машин, агрегатованих з енергонасиченими тракторами РУП «МТЗ», у різних системах обробітку ґрунту / В. Кравчук, О. Рожанський, В. Громадська // Техніка і технології АПК. – 2012. – № 10. – С. 31–34.

60. Погорелый Л. В. Повышение эксплуатационно-технологической

эффективности сельскохозяйственной техники / Л.В. Погорелый. – К.: Техника, – 1990. – 176 с.

61. Никифоров А. Н. Методика энергетического анализа технологических процессов в сельскохозяйственном производстве / А. Н. Никифоров и др. – М.: РИО ВИМ, 1995. – 95 с.

62. Севернев М. М. Методика энергетической оценки технологий и комплексов машин / М. М. Севернев, В. А. Токарев. // Механизация и электрификация сельского хозяйства, 1986, №9. – С. 3–5.

63. Пастухов В. І. Обґрунтування оптимальних комплексів машин для механізації польових робіт: Дис. докт. техн. наук: 05.05.11 / ХНТУСГ ім. П. Василенка. – Х., 2006. – 374 с.

64. Козаченко О. В. Ресурсозбереження в сільськогосподарських агрегатах при виконанні технологічних операцій у рослинництві: дис. ... докт. техн. наук: 05.05.11 / Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. Петра Василенка. – Х., 2006. – 317 с.

65. Хафизов К. А. Повышение эффективности функционирования машинно-тракторных агрегатов путем уменьшения энергозатрат и снижения потерь урожая: Автореф. дис. док. техн. наук: 05.20.01, 05.20.03 / Казанский государственный аграрный университет. – Казань, 2007. – 22 с.

66. Артеменко Н. А. Экономическая эффективность использования сельскохозяйственной техники / Н. А. Артеменко. – М.: Агропромиздат, 1985. – 208 с.

67. Вайнруб В. И. О влиянии длинны гона на оптимальные параметры плуга с регулируемой шириной захвата / В. И. Вайнруб, А. А. Чеконин // Технология и механизация работ в полеводстве. – Л.: Колос, 1978. – С. 32–34.

68. Гаврилов Ф. И. Методы анализа использования сельскохозяйственной техники / Ф. И. Гаврилов. – М.: Колос, 1971. – 263 с.

69. Саакян Д. Н. Система показателей комплексной оценки мобильных агрегатов / Д. Н. Саакян. – М.: Машиностроение, 1969. – 253 с.

70. Медведовський О. К. Енергетичний аналіз інтенсивних технологій в сільськогосподарському виробництві / Медведовський О. К., Іваненко П. І. – К.: Урожай, 1988. – 205 с.

71. Киртбая, Ю. К. Резервы в использовании машинно-тракторного парка / Ю. К. Киртбая. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Колос, 1982. – 319 с.

72. Fluck R. C. Energy analysis for agricultural systems In Energy in Farm Production / R. C. Fluck // Energy in world agriculture, Elsevier, Amst. -2004. - N_{2} 6. - PP. 45–51.

73. Cavalaris C. C. Evaluation of tillage efficiency and energy requirements for five methods of soil preparation in the sugar beet crop / C. C. Cavalaris, T. A. Gemtos / Proceedings of the EE&AE'2002 Conference– International Scientific Conference. – 2002. – PP. 172–179.

74. Плаксин А. М. Энергетика мобильных агрегатов в растениеводстве / А. М. Плаксин. Челябинск, 2005. – 204 с.

75. ГОСТ 52777-2007. Техника сельскохозяйственная. Методы энергетической оценки. – Введ. – 01.01.2008. – М.: Стандартинформ, 2007. – 12 с.

76. Подригало М. А. Оценка дополнительных энергетических потер при установившемся режиме движения транспортно-тяговых машин / М. А. Подригало, Н. П. Артёмов, Д. В. Абрамов, М. Л. Шуляк // Вісник національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Автомобіле- та тракторобудування. –2015. – № 9 (1118). – С. 98–107.

77. Gerrior S. An Easy Approach to Calculating Estimated Energy Requirements / S. Gerrior, W. Juan, B. Peter // Preventing Chronic Disease, № 3(4). – A129. 2006. – PP. 172–179.

78. Лопарев А. А. Энергетическая оценка машинно-тракторных агрегатов на базе гусенично-колесных пропашных тракторов / А. А. Лопарев, А. С. Комкин // Пермский аграрный вестник. – 2015. – №10. – С. 50–54.

79. Пастухов В. І. Проблема енергозатрат у рослинництві: закономірність і рентабельність / В. І. Пастухов // Вісн. Полтав. держ. аграр. акад. – 2006. – № 4. – С. 79–82.

80. Сербий В. К. Методика энергетической оценки комплексов машин / В. К. Сербий, А. С. Кушнарев // Задачи земледельческой механики в XXI веке: сб. докладов Междунар. науч.-техн. интернет-конференции. ТГАТУ, УкрНИИПИТ: Мелітополь. – 2011. – С. 179–185.

81. Horrein L. Thermal energetic model of an Internal Combustion Engine for simulation of a thermal vehicle / L. Horrein, A. Bouscayrol, M. El-Fassi // IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, Seoul, 2012. – pp. 978–983.

82. Crosbie S. The science of energy: a cultural history of energy physics in Victorian Britain / S. Crosbie. – The University of Chicago Press, 1998. – 411 p.

83. Ландау Л. Д. Теоретическая физика. – 5-е изд. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, – М.: Физматлит, 2004. – Т. 1. Механика. – 224 с.

84. Ortiz-Cañavate J. Classification of Agricultural Tractors According to the Energy Efficiencies of the Engine and the Transmission Based on OECD Tests / J. Ortiz-Cañavate, J. Gil-Sierra, J. Casanova-Kindelán, V. Gil-Quirós // Applied Engineering in Agriculture. – $N_{25}(4)$ – pp. 475–480.

85. Наявність сільськогосподарської техніки та енергетичних потужностей у сільському господарстві у 2013 році. Статистичний бюлетень. – К.: Державна служба статистики, 2013. – 41 с.

86. Иншаков А. П. Повышение энергетической эффективности машиннотракторных агрегатов в сельском хозяйстве: дис. ... докт. техн. наук: 05.20.01 / А. П. Иншаков // «Мордовский ордена дружбы народов государственный университет им. Н. П. ОГАРЕВА». – Саранск, 2003 – 466 с.

В. П. Механико-технологическое 87. Богданович обоснование ресурсосберегающего функционирования мобильных сельскохозяйственных агрегатов: докт. техн. 05.20.01 Богданович; дис. . . . наук: / В. П. ВНИПТИМЭСХ. – Зерноград, 2007. – 346 с.

88. Вантюсов Ю. А. Контроль энергетических параметров мобильных энергосредств / Ю. А. Вантюсов, А. В. Макевнин // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 2006. – № 10. – С. 16–18.

89. Романов Ф. Ф. Использование параметров расхода топлива для контроля функционирования МТА / Ф. Ф. Романов, А. В. Палицын, В. А. Эвиев

// Тракторы и сельхозмашины, 2005. – №5 – С. 30–32.

90. Русинов А. В. Агротехническая проходимость энергонасыщенных сельскохозяйственных тракторов: монография / А. В. Русинов // Саратов: ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ», 2007. – 112 с.

91. Цугленок Н. В. Генетическое программирование энергетической эффективности функционирования машинно-тракторных агрегатов / Н. В. Цугленок, С. Ю. Журавлев // Вестник КрасГАУ. — 2013. – №9. – С. 190–197.

92. Щитов С. В. Влияние класса тяги трактора на величину потерь энергозатрат от уплотнения почвы / С. В. Щитов, Н. В. Спириданчук, В. Ф.Кузин // Вестник КрасГАУ. – 2013. – №1. – С.110–114.

93. Тостолуцкий В. А. Математическое моделирование и анализ процессов в шасси колесных и гусеничных машин : [монография] / В.А. Толстолуцкий; под ред. Волонцевича Д.О. – Харьков: НТУ «ХПИ», – 2013. – 171 с.

94. Антощенков Р. В. Аналіз методів моделювання динаміки механічних систем / Р. В. Антощенков // Матеріали X Міжнародної науково-практичної конференції. Проблеми конструювання, виробництва та експлуатації сільськогосподарської техніки. – Кіровоград: КНТУ, 2015. – С. 61–63.

95. Василенко П. М. Введение в земледельческую механику / П. М. Василенко. – К.: Сільгоспосвіта, 1996. – 252 с.

96. Кутьков Г. М. Технологические основы мобильных энергетических средств : учеб.пособие для студентов вузов по агроинж.спец. / Г. М. Кутьков. – М.: МИИСП им. В.П. Горячкина. – 2000. – 135 с.

97. Гячев Л. В. Устойчивость движения сельскохозяйственных машин и агрегатов / Л. В. Гячев. – М.: Машиностроение, 1981. – 206 с.

98. Коновалов В. Ф. Устойчивость и управляемость машинно-тракторных агрегатов / В. Ф. Коновалов. – Пермь: Обл. изд-во, 1969. – 440 с.

99. Динамика транспортно-тяговых колесных и гусеничных машин / [Александров Е. Е., Волонцевич Д. О., Карпенко В. А. и др.] – Харьков: Изд-во ХГАДТУ, 2001. – 642 с.

100. Рославцев А. В. Теория движения тягово-транспортных средств / А. В. Рославцев. – М.: УМЦ Триада, 2003. – 172 с.

101. Артёмов Н. П. Повышение устойчивости движения пахотного агрегата при изменении технических параметров системы управления: Автореф. дис. канд. техн. наук: 05.05.11 / Н. П. Артёмов; ХНТУСХ им. П.Василенко. – Харьков, 2006. – 22 с.

102. Кюрчев В. М. Механіко-технологічні основи агрегатування орнопросапних тракторів. дис. ... докт. техн. наук: 05.05.11 / В. М. Кюрчев; Нац. акад. аграр. наук України, Нац. наук. центр ІМЕСГ. – Глеваха, 2015. – 440 с.

103. Пащенко В. Ф. Методика построения математических моделей устойчивости функционирования механических систем: монография / В. Ф. Пащенко, В. В. Ким; ХНАУ им. В. В. Докучаева. – Харьков, 2010. – 114 с.

104. Вейц, В. Л. Динамика машинных агрегатов с двигателями внутреннего сгорания / В. Л. Вейц, А. Е. Кочура. – Л.: Машиностроение, 1976. – 384 с.

105. Wong J. Y. Theory of ground vehicles / J. Y. Wong. 2nd ed. – 1993. – 435 р. 106. Лагранж Ж. Л. Аналитическая механика. Том 1. Издание второе /

Ж. Л. Лагранж. – Москва-Ленинград: Гостехиздат, 1950. – 215 с.

107. Барский И. Б. Динамика трактора / И. Б. Барский, В. Я. Анилович, Г. М. Кутьков. – М.: Машиностроение, 1973. – 281 с.

108. Беккер М. Г. Введение в теорию систем местность-машина / М. Г. Беккер. – М.: Машиностроение, 1973. – С. 82 – 83.

109. Бондаренко А. І. Наукове обґрунтування нових технічних рішень процесу гальмування колісних тракторів з безступінчастими гідрооб'ємномеханічними трансмісіями: дис. ... докт. техн. наук: спец. 05.22.02 / А. І. Бондаренко; Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут». – Х., 2016. – 477 с.

110. Самородов В. Б. Математичне моделювання та параметричний синтез безступінчастих трансмісій колісних тракторів: дис. ... докт. техн. наук: спец. 01.05.02 / В. Б. Самородов; Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут». – Х., 2007. – 209 с.

111. Поддубный В. И. Повышение эффективности использования колесных мобильных машин в АПК на основе улучшения их устойчивости и управляемости: дис. ... докт. техн наук: 05.20.01 / В. И. Поддубный. АГТУ. – Барнаул, 2011. – 422 с.

112. Трояновская И. П. Методология моделирования криволинейного движения тракторных агрегатов: дис. ... докт. техн. наук: 05.05.03 / И. П. Трояновская. ГОУВПО «Южно-Уральский государственный университет». – Челябинск, 2011. – 326 с.

113. Антощенков Р. В. К исследованию нелинейной математической модели движения многоэлементных мобильных машин / Р. В. Антощенков // MOTROL. – Commission of motorization and energetics in agriculture: Polish Academy of sciences. – Vol. 16, $N_07 - 2014$. – Lublin. – С. 77–83.

114. Антощенков Р. В. К построению уравнений динамики многоэлементного машинно-тракторного агрегата / Р. В. Антощенков, Л. Н. Тищенко, Ю. М. Андреев // Вібрації в техніці та технологіях. – Вінниця, 2015. – №3(79) – С. 69-79.

115. A. De Luca. Modelling and control of nonholonomic mechanical systems / A. De Luca, G. Oriolo // Kinematics and Dynamics of Multi-Body Systems (J. Angeles, A. Kecs-kemethy Eds.). Springer-Verlag. – 1995. – P. 301–305.

116. Гетманский В. В. Высокопроизводительные методы расчета дискретных моделей связанных систем тел : автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18 / В. В. Гетманский. – Волгоград, 2013. – 18 с.

117. Антощенков Р. В. Теоретичні дослідження руху ґрунтообробнопосівного агрегату при диференціації маси технологічної ємності / Р. В. Антощенков // Механізація сільськогосподарського виробництва: Вісник ХНТУСГ. – Х.: ХНТУСГ, 2013. – Вип. 135. – С. 158–162.

118. Антощенков Р. В. Теоретические исследования динамической модели колесного трактора класса 30КН / Р. В. Антощенков // MOTROL. – Commission of motorization and energetics in agriculture: Polish Academy of sciences. – Vol. 15, №7 – 2013. – Lublin. – С. 171–176.

119. Погорелов Д. Ю. Введение в моделирование динамики систем тел /

Д. Ю. Погорелов. – Брянск: БГТУ, 1997. – 156 с.

120. Geradin M. Kinematics and dynamics of rigid and flexible mechanisms using finite elements and quaternion algebra / M. Geradin, A. Cardona // Computational Mechanics. – 1988. – Vol. 4. – P. 115–135.

121. Горобцов А. С. Комплекс ФРУНД – инструмент исследования динамики автомобиля / А. С. Горобцов, С. К. Карцов, Р. П. Кушвид // Автомобильная промышленность. – 2005. – № 4. – С. 27–28.

122. Горобцов А. С. Алгоритм численного интегрирования уравнений движения систем тел с множителями Лагранжа / А. С. Горобцов, С. В. Солоденков // Машиностроение и инженерное образование. – 2005. – № 3. – С. 20–27.

123. Bayo E. A modified Lagrangian formulation for the dynamic analysis of constrained mechanical systems / E. Bayo, J.G. Jalon, M.A. Serena // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 1988. – Vol. 71. – N_{2} 2. – P. 183–195.

124. Zahariev E. Stabilization of Multiple Constraints in Multibody Dynamics Using Optimization and a Pseudo-inverse Matrix / E. Zahariev, J. McPhee // Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems. $-2003. - Vol. 9. - N_{\rm P} 4. - P. 417-435.$

125. Mraz L. Solution of three key problems for massive parallelization of multibody dynamics / L. Mráz, M. Valášek // Multibody System Dynamics. – 2013. – Vol. 29. Is. 1. – P. 21–39.

126. Горобцов А. С. Анализ динамических систем с избыточными связями различной степени статической неопределимости / А. С. Горобцов, Д. А. Мирошниченко, С. В. Солоденков // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2009. – № 3. – С. 133–141.

127. Dmitrotchenko O. N. Efficient simulation of rigid-flexible multibody dyna-mics: Some implementations and results / O. N. Dmitrotchenko // Proceedings of NATO ASI on Virtual Nonlinear Multibody Systems. – Prague, 2002. –P. 51–56.

128. Bauchau O. A. Parallel computation approaches for flexible multibody dynamic simulations / O. A. Bauchau // Journal of the Franklin Institute. -2010. - Vol. $347. - N_{2} 1. - P. 53-68.$

129. Булгаков В. М. Моделирование вертикальных колебаний самоходных сельскохозяйственных машинных агрегатов / В.М. Булгаков, С.А. Иванов // Journal of Research and Applications in Agricultural Engineering. Poland, 2007. – Vol. 52(3). – С. 24–26.

130. Адамчук В. В. Теорія руху причіпного комбінованого посівного агрегату / В. В. Адамчук, Є. А. Петриченко // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. – 2015. – Вип. 163. – С. 195–212.

131. Зенкевич С. Л. Управление роботами / С. Л. Зенкевич, А. С. Ющенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2000. – 400 с.

132. Лебедєв А. Т. Динамічна модель грунтообробних машиннотракторних агрегатів з пасивними робочими органами у складі енергетичного засобу зі здвоєними шинами / А. Т. Лебедєв, Є. І. Калінін // Системи обробки інформації. – 2010. – № 2(83). – С. 109–115. 133. Werner R. Dynamic modeling and path tracking control for a farm tractor towing an implement with steerable wheels and steerable drawbar / R. Werner // Commercial Vehicle Technol. Symp., 13–15 Mar., Kaiserslautern, Germany, 2012. – P. 241–250.

134. Коловский М. З. Основы динамики промышленных роботов / М.З. Коловский, А.В. Слоущ. – М.: Наука, 1988. – 240 с.

135. Shabana A. A. Dynamics of Multibody Systems. 2nd Edition / A.A. Shabana. – Cambridge University Press, Cambridge, 2003. – 384 p.

136. Blundell M. The Multibody System Approach to Vehicle Dynamics / M. Blundell, D. Harty. – Elsevier, 2004. – 518 p.

137. Вукобратович М. Управление манипуляционными роботами / М. Вукобратович, Д. Стокич: пер. с сербскохорватск. – М.: Наука, 1985. – 384 с.

138. Попов, Е. П. Манипуляционные роботы. Динамика и алгоритмы / Е. П. Попов, А. Ф. Верещагин, С. Л. Зенкевич. – М.: Наука, 1978. – 400 с.

139. Мельник В. І. Наукові основи екологічно ощадних технологій і технічних засобів для внесення рідких добрив та хімзахисту рослин: дис... докт. техн. наук: 05.05.11 / Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. Петра Василенка. – Х. – 2010 – 516 с.

140. Артемов Н. П. Метод парциальных ускорений и его приложения в динамике мобильных машин: монография / Н.П. Артемов, А.Т. Лебедев, М.А. Подригало, А.С. Полянский, Д.М. Клец; ред.: М.А. Подригало. – Харьков: Міськдрук, 2012. – 218 с.

141. Артьомов М. П. Динамічна стабільність мобільних сільськогосподарських агрегатів: дис. ... д-ра техн. наук: 05.05.11 / Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. Петра Василенка. – Х., 2014. – 317 с.

142. Подригало М. А. Метод визначення сумарної сили опору руху автомобіля за допомогою датчиків лінійних прискорень [Електронний ресурс] / М. А. Подригало, А. І. Коробко, Д. М. Клец, О. О. Назарько, А. М. Мостова // Наукові нотатки. – 2010. – Вип. 28. – С. 432–434. – Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Nn_2010_28_87.

143. Подригало М. А. Метрологічне забезпечення динамічних випробувань тягово-транспортних машин / М. А. Подригало, А. І. Коробко, Д. М. Клец, В. І. Гацько // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. Петра Василенка. Тракторна енергетика в рослинництві. – 2009. – Вип. 89. – С. 87–99.

144. Пат. 51031 Україна, МПК G01P 3/00 25.06.2010. Система для визначення параметрів руху автотранспортних засобів при динамічних (кваліметричних) випробуваннях / Подригало М. А., Коробко А. И., Клец Д. М., Файст В. Л.; заявник та патентовласник Харківський нац. автом.-дорожн. університет. – №u201001136; заявл. 04.02.10; опубл. 25.06.10, Бюл. №12.

145. Артёмов Н. П. Метод парциальных ускорений при исследовании динамики мобильных машин / Н. П. Артёмов, А. Т. Лебедев, О. П. Алексеев, В. П. Волков и др. // Тракторы и сельхозмашины. – 2011. – № 1. – С. 16–18.

146. Артьомов М. П. Дослідження динаміки машинно-тракторних

агрегатів за допомогою методу парціальних прискорень / М. П. Артьомов // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – 2012. – № 2(32) Т.1 – С. 3–12.

147. Иофинов С. А. Приборы для учета и контроля работы тракторных агрегатов: [теория проектирование и расчет] / С. А. Иофинов, Х. М. Райхлин. – Л.: Машиностроение, 1972. – 223 с.

148. Арановский М. М. Автоматизация учета и контроля работы машинно- тракторных агрегатов / М.М. Арановский. – Л.: Колос, 1981. – 160 с.

149. Коденко М. Н. Автоматизация тракторных агрегатов / М. Н. Коденко, А. Т. Лебедев. – М.: Машиностроение, 1969. – 196 с.

150. Жданович Ч. И. Информационно-измерительная система для управления нагрузочными режимами гусеничного трактора / Ч. И. Жданович, В. В. Геращенко // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 2007. – № 3. – С.13–16.

151. Lackas G. M. Bashford Portable data acquisition system for measuring energy requirements of soil-engaging implements / G. M. Lackas, R. D. Grisso, M. Yasin, L. L. Bashford // Computers and Electronics in Agriculture. Biological Systems Engineering Department, University of Nebraska. – Lincoln, U.S.A. 2011. – N_{2} 5. – PP. 285–296.

152. Debain C. A guidance-assistance system for agricultural vehicles / C. Debain, T. Chateau, M. Berducat, P. Martinet, P. Bonton // Computers and Electronics in Agriculture. – 2000. – Vol. 25. – PP. 29-51.

153. Mojtaba N. A Microcontroller-Based Data Logging System for Cone / N. Mojtaba, R. Alimardani, A. Sharifi, A. Tabatabaeefar // Tarim Makinalaji Bilimi Dergisi (Journal of Agricultural Machinery Science). – 2009. – Vol. 5 (4). – PP. 379 – 384.

154. Serrano J. M. Development of a Data Acquisition System to optimizing the Agricultural Tractor Performance / J. M. Serrano, J. O. Peça, S. Shahidian, M. C. Nunes, L. Ribeiro, F. Santos // Journal of Agricultural Science and Technology. – 2011. – PP. 756–766.

155. Рибак Т. І. Універсальна вимірювальна система для дослідження динаміки сільськогосподарських машин / Т.І. Рибак, М.І. Підгурський, В.І. Костюк та ін. // Надійність і довговічність машин і споруд. – 2005. – Вип.25. – С.112–119.

156. Кузнецов В. А. Приборно-модульные универсальные автоматизированные измерительные системы: Справочник / Кузнецов В. А., Строителев В. Н., Тимофеев Е. Ю. и др. – М.: Радио и связь. – 1993. – 304 с.

157. Фишер-Криппс А. С. Интерфейсы измерительных систем / А. С. Фишер-Криппс. – М.: ИД «Технологии». – 2006. – 336 с.

158. Дренкоу Г. LXI – Новое поколение измерительных систем / Г. Дренкоу // «Электроника НТБ – научно-технический журнал». Контроль и измерения. – 2006. – Вып. № 6/2006. – С. 13–16.

159. Раннев Г. Г. Измерительные информационные системы: учебник для студ. высш. учеб. заведений / Г. Г. Раннев. – М.: Издательский центр «Академия». – 2010. – 336 с.

160. Сараев А. В. Информационное и метрологическое обеспечение

аналогово-цифрового измерительного комплекса для исследования эксплуатационных свойств автомобиля / А.В. Сараев // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2014. – № 2 (66). – С. 155–162.

161. Аллилуев В. А. Техническая диагностика тракторов и зерноуборочных комбайнов / В. А. Аллилуев, Н. С. Ждановский, А. В. Николаенко. – М.: Колос. – 1978. – 287 с.

162. Скадорва А. Ф. Диагностирование фрикционных муфт трактора бортовой встроенной системой / А. Ф. Скадорва // Опыт, проблемы и перспективы развития технического сервиса в АПК: материалы Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 1518 апр. 2009 г. – Минск, БГАТУ, 2009. Ч. 1. – С. 127–129.

163. Еременко А. В. Микропроцессорная система управления роботизированными манипуляторами / А. В. Еременко, А. В. Малолетов, В. Н. Скакунов // Известия ВолгГТУ. Серия «Электроника, измерительная техника, радиотехника и связь». Вып. 4: межвуз. сб. науч. ст. / ВолгГТУ. – Волгоград, 2010. – № 3. – С. 88–94.

164. Кувачов В. П. Удосконалення методики реєстрації вертикальних коливань мобільних енергетичних засобів / В. П. Кувачов, А. М. Аюбов, О. Г. Котов // Праці Таврійської ДАТА. – Мелітополь: ТДАТА. – 2007. – Вип.7, т. 1. – С. 139–145.

165. Čupera J. The use of CAN-BUS messages of an agricultural tractor for monitoring its operation / J. Čupera, P. Sedlak // Research in Agricultural Engineering. – 2011. – Vol. 57. – No. 4. – PP. 117–127.

166. Petrović V. Theoretical verification of vehicle subsystems applied with CAN bus and principle of engine ECU monitoring / V. Petrović, S. Janković, B. Grozdanić, Z. Bracanović, D. Borak // Mechanical Engineering. – 2013. – Vol. 11, No 1. – PP. 85–102.

167. Алексеев В. В. Виртуальные средства измерений / В. В. Алексеев // Приборы. – 2009. – № 6. – С. 1–7.

168. Пронин А. Н. Виртуальные средства измерений и их метрологическое обеспечение / А. Н. Пронин, К. В. Сапожникова, Р. Е. Тайманов, Н. Д. Звягин // Труды 3-й Российской конф. с международным участием «Технические и программные средства систем управления, контроля и измерения» (УКИ-12), 16–19 апреля, 2012 г. – М.: ИПУ РАН. – 2012. – С. 631–633.

169. Магда Ю. С. LabVIEW: практический курс для инженеров и разработчиков / Ю. С. Магда – М.: ДМК. Пресс. – 2012. – 208 с.

170. Кадочников Г. Н. Протокол испытаний № 07-06-2006 (1200012). Информационная измерительная система ИП-256М / Г. Н. Кадочников // ФГУ «Кубанская МИС». – 2006. – 5 с.

171. Yahya A. Dewe-2000. Precision system for mapping terrain trafficability, tractor-implement performance and tillage quality / A. Yahya, M. Zohadie, A. F. Kheiralla, S. K. Gew, B. S. Wee, E. B. Ng // Proceedings of the 7th International Conference on Precision Agriculture and Other Precision Resources Management, Hyatt Regency, Minneapolis, MN, USA, 25–28 July, 2004. – 2004. – PP. 23–41.

172. Yahya A. Tractor with Built-in DGPS for Mapping Power and Energy

Demand of Agricultural Field Operations in Malaysia / A. Yahya // UPM Research Report 1997–2000. – Vol II. Section 2. – PP. 129–131.

173. Клец Д. М. Метод определения параметров движения средств транспорта с помощью датчиков ускорений / Д.М. Клец, Е.А. Дубинин // Вісник ХНТУСЕ ім. П. Василенка. Проблеми надійності машин та засобів механізації сільськогосподарського виробництва: зб. наук. пр. – 2014. – Вип. 151. – С. 373–378.

174. Подригало М. А. Визначення необхідної кількості акселерометрів і місця їх установки при динамічних випробуваннях мобільних машин / М. А. Подригало, М. П. Артьомов, Д. М. Клец, А. І. Коробко // Механіка та машинобудування. – 2012. – № 2. – С. 127–135.

175. Сысоева С. Магнитоуправляемые, MEMS и мультисенсорные датчики движения 2009 года – функциональнее, точнее, миниатюрнее предшественников / С. Сысоева // Компоненты и Технологии. – 2009. – №97. – С. 54–63.

176. Сысоева С. Автомобильные акселерометры. Ч.3. Классификация и анализ базовых рабочих принципов / С. Сысоева // Компоненты и технологии. – 2006. – №2. – С. 42–49.

177. Меджахед Д. МЭМС-датчики движения от STMicroelectronics: акселерометры и гироскопы / Д. Меджахед // Электронные компоненты. – 2009. – №12. – С. 53-57.

178. Leccadito M. A Kalman Filter Based Attitude Heading Reference System Using a Low Cost Inertial Measurement Unit / M. Leccadito, T. Bakker, R. Niu, R. H Klenket // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. American Institute of Aeronautics and Astronautics. 2015. – PP. 1–12.

179. Salychev, O. S. Low Cost INS/GPS Integration: Concepts and Testing / O. S. Salychev, V. V. Voronov, M. E. Cannon, R. Nayak, G. Lachapelle // Proceedings of the 2000 National Technical Meeting of The Institute of Navigation, Anaheim, CA. – 2000. – January. – PP. 98–105.

180. Lüthi P. Low Cost Inertial Navigation System / P. Lüthi, T. Moser // Design, Testing & Measurements: April 2000 – July 2000. – PP. 2–61.

181. Бранец В. Н. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем / В. Н. Бранец, И. П. Шмыглевский. – М.: Наука, 1992. – 280 с.

182. Gebre-Egziabher D. A Low-Cost GPS/Inertial Attitude Heading Reference System (AHRS) for General Aviation Application / D. Gebre-Egziabher, R. C. Hayward, J. D. Powell // Proc. of IEEE Position Location and Navigation Symp. – 1998. – PP. 518–525.

183. Агеев Л. Е. Сверхмощные тракторы сельскохозяйственного назначения / Л. Е. Агеев, В. С. Шкрабак, В. Ю. Моргулис-Якушев. – Л.: Агропромиздат, 1986. – 386 с.

184. Калачин С. В. Контроль эффективности функционирования машинно-тракторного агрегата: моногр. / С. В. Калачин / науч. ред. д-р техн. наук проф. А. П. Савельев. Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2009. – 144 с.

185. Ярошенко П. М. Математична модель комбінованого посівного агрегату / П. М. Ярошенко // Вісник Сумського національного аграрного університету. – Суми, 2008. – Вип. 3 (19). – С. 62–66.

186. Andreev, Y. Dynamics of multielement agricultural aggregates taking into account nonholonomic constraints and spatial motion / Y. Andreev, R. Antoshchenkov // Nonlinear Dynamics – 2016: Proceedings of 5th International Conference (September 27–30, 2016) / National Technical University «Kharkov Polytechnic Institute» at al. – Kharkov, 2016. – pp. 48–56.

187. Антощенков Р. В. До розробки математичної моделі нелінійної динаміки мобільних машин / Р. В. Антощенков // Механізація сільськогосподарського виробництва: Вісник ХНТУСГ. – Х.: ХНТУСГ, 2014. – Вип. 148. – С. 268–272.

188. Mazorenko, D. I. Theoretical mechanics : course of lectures / D. I. Mazorenko, L. M. Tishchenko, O. G. Shebanov. – Х.: Міськдрук, 2012. – 90 р.

189. Jazar, Reza N. Advanced dynamics: rigid body, multibody, and aerospace applications / Reza N. Jazar // John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2011. – 1344 p.

190. Теоретична механіка : навч. посіб. / С. І. Кучеренко, В. В. Бурлака, Л. М. Тіщенко [та ін.]; за ред. С. І. Кучеренка. – Х.: [б. в.], 2012. – 568 с.

191. Толстолуцкий В. А. Методология моделирования функционирования многоэлементных мобильных машин на плоской горизонтальной поверхности / В.А. Толстолуцкий, Р.В. Антощенков// Молодой ученый. Чита. – 2013. – № 11 (58) – С. 186–191.

192. Лебедев, А. Т. Увод гусеничного трактора с гидрообъемным механизмом поворота на пахотных работах / А. Т. Лебедев, С. А. Лебедев, В. А. Толстолуцкий // Механізація сільського господарства: Вісник ХНТУСГ. – Х.: ХНТУСГ, 2005. – Вип. 41. – С. 37–42.

193. Добронравов В. В. Основы аналитической механики. Учеб. пособие для вузов / В. В. Добронравов – М.: «Высш. шк.», 1976. – 264 с.

194. Антощенков Р. В. К построению уравнений динамики многоэлементного машинно-тракторного агрегата / Р. В. Антощенков, Л. Н. Тищенко, Ю. М. Андреев // Вібрації в техніці та технологіях. – Вінниця, 2015. – №3(79) – С. 69–79.

195. Андреев Ю. М. Компьютерное моделирование неголономных систем твердых тел на основе принципа Даламбера-Лагранжа / Ю. М. Андреев, О. К. Морачковский // Прикл. механика. – 2006. – Т. 42, №9. – С. 106–115.

196. Андреев Ю. М. О динамике голономных систем твердых тел / Ю. М. Андреев, О. К. Морачковский // Прикл. механика. – 2005. – Т. 41, №7. – С. 130–138.

197. Неймарк Ю. И. Динамика неголономных систем / Ю. И. Неймарк, Н. А. Фуфаев. – М.: Наука, Гл. ред. физмат. лит., 1967. – 520 с.

198. Андреев Ю. М. Компьютерное построение дифференциальных уравнений движения неголономных систем / Ю. М. Андреев, Л. И. Штейнвольф // Динамика и прочность машин: респ. междувед. науч.-техн. сб. – Харьков: ХПИ, 1993. – Вып. 54. – С. 93–98.

199. Белов С. А. Лабораторный практикум по численным методам линейной алгебры / С. А. Белов, Н. Ю. Золотых. – Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского. – 2005. – 235 с.

200. Андрєєв Ю. М. Розробка аналітичних комп'ютерних методів аналізу та синтезу динаміки машин / Ю. М. Андрєєв – Х.: ХПИ, 2009. – 40 с.

201. Schmidt Hansen J. GNU Octave Beginner's Guide Paperback / J. Schmidt Hansen USA: Packt Publishing. – 2011. – 280 p.

202. Sigmon K. MATLAB Primer. 6th edition / K. Sigmon, T. A. Davis. – USA: CRC Press, Inc. – 2001. – 176 p.

203. Антощенков Р. В. До визначення кінематичних зв'язків, кутів і швидкостей коліс трактора класичної компоновки при повороті / Р.В. Антощенков // Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету [Електронний ресурс]. – Мелітополь: ТДАТУ, 2015. – Вип.5, Т.1. – С. 39–46. – Режим доступу: [http://nauka.tsatu.edu.ua/e-journals-tdatu/pdf5t1/7.pdf].

204. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики: Учеб. для втузов / С. М. Тарг. – М.: Высш. шк., 1986. – 416 с.

205. Синяков И. М. Системы управления упругими подвижными объектами / И. М. Синяков. – Л.: ЛГУ, 1981. – 200 с.

206. Антощенков Р. В. Определение кинематических связей математической модели плоскопараллельного движения многоэлементного машинно-тракторного агрегата / Р. В. Антощенков // Сборник научных трудов по материалам Международной заочной научно-практической конференции актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика – Воронеж: ВГЛТА, 2014. – №5, ч. 3. – С. 183–186.

207. Антонюк Е. Я. К теории движения сочлененного многозвенного автопоезда / Е. Я. Антонюк, В. М. Матиясевич // Прикл. механика. – 2002. – Т. 38, №7. – С. 138–144.

208. Андреев Ю. М. Численно-аналитическое решение обратной задачи динамики дискретных систем / Ю. М. Андреев // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – Харьков, 2007. – № 2/4 (26). – С. 10–13.

209. Авдеев В. М. Устойчивость и управляемость движения колесного шарнирно-сочлененного трактора по грунту в составе сельскохозяйственного агрегата: Автореф. дис. канд. техн. наук: 05.05.03 / Харьковский политехнический инт. – Харьков, 1985. – 22 с.

210. Ярошенко П. М. Підвищення стійкості руху комбінованих посівних агрегатів: дис. на здобуття ступеня канд. техн. наук: спец. 05.05.11 / П. М. Ярошенко ХНТУСГ ім. П. Василенка. – Х., 2011. – 188 с.

211. Антощенков Р. В. К исследованию нелинейной математической модели движения многоэлементных мобильных машин / Р. В. Антощенков // MOTROL. – Commission of motorization and energetics in agriculture: Polish Academy of sciences. – Vol. 16, $N_{0}7 - 2014$. – Lublin. – С. 77–83.

212. Антощенков Р. В. Результаты исследования математической модели плоскопараллельного движения многоэлементного машинно-тракторного агрегата / Р. В. Антощенков // Сборник научных трудов по материалам Международной научно-технической конференции «Обеспечение экологической безопасности путем создания наукоемких технических средств и технологий в лесном комплексе» – Воронеж: ВГЛТА, 2015. – № 2, ч. 1. – С. 15–19.

213. Антощенков Р. В. До визначення кінематичних зв'язків, кута зламу піврам і швидкостей коліс трактора шарнірно-з'єднаної компоновки / Р. В. Антощенков // Вісник Львівського національного аграрного університету. Агроінженерні дослідження – Львів: ЛНАУ, 2014. – Вип. 18. – С. 178–183.

214. Алексеев К. Б. Управление космическими летательными аппаратами / К. Б. Алексеев, Г. Г. Бебенин. – М.: Машиностроение, 1974. – 340 с.

215. Теория и расчет трактора «Кировец» / Е. А. Шувалов, А. В. Бойков, Б. А. Добряков, М. Г. Пантюхин; под общ. ред. А. В. Бойкова. – Л.: Машиностроение. – 1980. – 208 с.

216. Ориентация и навигация подвижных объектов / Под ред. Б. С. Алешина, К. К. Веремеенко, А. И. Черноморского. – М.: ФИЗМАТЛИТ. – 2006. – 424 с.

217. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем / В.В.Матвеев, В.Я.Распопов / Под общ. ред. В. Я. Распопова. – СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ "Электроприбор"». – 2009. – 280 с.

218. Антощенков Р. В. К исследованию движения многоэлементных комбинированных почвообрабатывающих посевных агрегатов / Р.В. Антощенков // Современные проблемы освоения новой техники, технологий, организации технического сервиса в АПК: Материалы МНПК, посвящённой 60-летию БГАТУ. – Минск: БГАТУ, 2014. – ч. 2. – С. 46–51.

219. Антощенков Р. В. До побудови математичної моделі руху багатоелементних мобільних машин та обґрунтуванню зв'язків між ними / Р. В. Антощенков // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь: ТДАУ, 2014. – Вип. 14, т. 9. – С. 282–287.

220. Антощенков Р. К определению кинематических связей, углов и скоростей колёс пространственной математической модели движения многоэлементного машинно-тракторного агрегата / Р. Антощенков, А. Лебедев, В. Толстолуцкий // MOTROL. – Commission of motorization and energetics in agriculture: Polish Academy of sciences. – Vol. 17, №7 – 2015. – Lublin. – С. 11–16.

221. Антощенков Р. В. Визначення ефективної структури посівного машинно-тракторного агрегату / Р. В. Антощенков, А. Т. Лебедєв // Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: техніка та енергетика АПК / Редкол.: С. М. Ніколаєнко (відп. ред.) та ін. – К., 2015. – Вип. 226. – С. 146–151.

222. Примак І. Д. Механічний обробіток ґрунту в землеробстві / І. Д. Примак, В. П. Гудзь, В. Г. Рошко та ін. – Біла Церква: БДАУ, 2002. – 320 с.

223. Пат. 89312 Україна, МПК А01В 67/00, А01В 73/00. Спосіб визначення енергетичних витрат мобільної машини / Антощенков Р. В.; заявник Антощенков Р. В. – № и 2013 14656; заяв. 16.12.13; надрук. 10.04.14, Бюл. № 7.

224. Подригало М. А. Динамика одиночного колеса автомобиля при срыве в полное буксование / М. А. Подригало, Д. М. Клец, О. А. Назарько // Автомобильный транспорт: сб. науч. тр. / М-во образования и науки Украины, ХНАДУ [редкол.: Туренко А. Н. (гл. ред.) и др.]. – Х, 2010. – Вып. 26. – С. 35–38.

225. Антощенков В. М. Математична модель визначення потужності необхідної для функціонування сільськогосподарського агрегату / В. М. Антощенков, Р. В. Антощенков // Системи управління, навігації та зв'язку. – К.:

ЦНДІ НУ, 2011. – Вип. 8 (20). – С. 160–162.

226 Антощенков Р. В. Спосіб та вимірювальна система для визначення енергетичних витрат мобільної машини / Р. В. Антощенков, В. М. Антощенков // Технічний сервіс машин для рослинництва: Вісник ХНТУСГ. – Х.: ХНТУСГ, 2014. – Вип. 145. – С. 210–216.

227. Антощенков Р. В. До питання дослідження комбінованих сільськогосподарських агрегатів довільних структур / Р. В. Антощенков // Національний технічний університет «ХПІ»: зб. наук. праць. Серія: Автомобілета тракторобудування. – Х.: НТУ «ХПІ», 2012. – №64 (970). – С. 26–30.

228. Бурков Л. Н. Концепция общей теории сельхозмашин / Л. Н. Бурков // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 1998. – № 8. – С. 36.

229. Емельянов С. В. Теория систем с переменной структурой / Под ред. С. В. Емельянова. – М.: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1970. – 592 с.

230. Дорф Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп Пер. с англ. Б.И. Копылова. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2002. – 832 с.

231. Ogata K. Modern Control Engineering. 5th Edition / K. Ogata. – USA: Prentice Hall. – 2010. – 912 p.

232. Adamchuk V. Study plane-parallel motion movement combined seeding unit / V. Adamchuk, I. Petrychenko, M. Korenko, H. Beloev, B. Borisov // III International scientific and technical congress agricultural machinery. Proceedings. Varna. -2015. - Vol. 1. - P. 7-11.

233. Олсон Г. Цифровые системы автоматизации и управления / Олсон Г., Пиани Д. – СПб.: Невский диалект, 2001. – 557 с.

234. Антощенков Р. В. Дослідження енергетичних параметрів функціонування багатоелементних машинно-тракторних агрегатів / Р. В. Антощенков, В.М. Антощенков // Інженерія природокористування. – Х.: ХНТУСГ, 2016. – Вип. 2 (6). – С. 105–112.

235. Дядик В. Ф. Теория автоматического управления: учебное пособие / В. Ф. Дядик, С. А. Байдали, Н. С. Криницын // Национальный исследовательский Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2011. – 196 с.

236. Мирошник И. В. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами / И. В. Мирошник, В. О. Никифоров, А. Л. Фрадков. – СПб.: Наука, 2000. – 549 с.

237. Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – М.: Наука, 1989. – 621 с.

238. Орлов Н. М. Классификация с.-х. агрегатов по вариантам приводов и пути комплексного исследования их динамики / Н. М. Орлов, В. Я. Ищейнов // Тракторы и сельхозмашины. – № 6. – 1985. – С. 29–31.

239. Михалевич С. С. Алгоритм моделирования систем автоматического управления методом пространства состояний / С. С. Михалевич, С. А. Байдали, И. П. Чучалин, В. А. Москалев // Известия ТПУ. – 2012. – № 5. – С. 233–237.

240. Михалевич С. С. Моделирование систем автоматического управления методом пространства состояний / С. С. Михалевич, С. А. Байдали,

Ю. А. Чурсин // Промышленные АСУ и контроллеры. М.: Научтехлитиздат. – № 8. – 2012. – С. 23–28.

241. Понтрягин Л. С. Математическая теория оптимальних процессов / Л. С. Понтрягин – М.: Наука, 1976. – 392 с.

242. Тимченко В. Л. Проектування оптимальних систем управління динамічними об'єктами: метод вказівки / Нац. ун-т кораблебудування ім. адм. Макарова, Каф.комп'ют. систем упр. – Миколаїв: Вид-во НУК, 2006. – 20 с.

Машинно-тракторный 243. Шипилевский Г. Б. агрегат как объект навесного устройства И положением управления скоростью Г. Б. / Шипилевский // Материалы международной научно-технической конференции Ассоциации автомобильных инженеров «Автомобиле- и тракторостроение в России: приоритеты развития и подготовка кадров», 17 ноября 2010 г., Москва / Изд-во МГТУ «МАМИ». – М.: МГТУ «МАМИ», 2010. – С. 513–517 с.

244. Беллман Р. Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи / Р. Беллман, Р. Калаба – М.: Мир, 1968. – 185 с.

245. Мельников Д. И. Влияние скорости движения на энергозатраты при управлении колёсным трактором с блокирующимся дифференциалом / Д. И. Мельников, В. Е. Лепа // Укр. с.-х. академия. – К., 1975. – С. 17–22.

246. Фоменко Д. С. Обоснование направлений совершенствования технологических процессов междурядной обработки почвы / Д. С. Фоменко // Вестник Казанского государственного аграрного университета. КГАУ. – 2013. – № 2. – Т. 8. – С. 91–93.

247. Antoshchenkov R. Study of mathematical model of dynamics combined machine-tractor unit / R. Antoshchenkov, L. Tishchenko, A. Lebedev // TEKA. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture. – PAN Lublin, 2015. – Vol. 15. – N_{0} 3. – P. 81–86.

248. Latombe J. C. Robot motion planning / J. C. Latombe// Kluwer Academic Publishers, Boston. – 1991. – 358 p.

249. Kolmanovsky I. Developments in nonholonomic control problems / I. Kolmanovsky, N. H. McClamroch // IEEE Control Systems. – 1995. – PP. 20–36.

250. Xidias E. K. Two-dimensional motion-planning for nonholonomic robots using the bump-surfaces concept / E. K. Xidias, P. N. Azariadis, N. A. Aspragathos // Journal: Computing. -2007. - N 2 (79). - PP. 109-118.

251. Антощенков Р. В. Математичний апарат обробки даних вимірювальною системою динаміки та енергетики мобільних машин / Р. В. Антощенков // Інженерія природокористування. – Х.: ХНТУСГ, 2015. – Вип. 1 (3). – С. 96–103.

252. Kumar N. R. An Extended Kalman Filter for Low-Cost Positioning System in Agricultural Vehicles / N. R. Kumar, E. Nagabhooshanam // International Conference on Wireless Communications, Signal Processing and Networking (WiSPNET). – Chennai. – 2016. – PP. 151–157.

253. Антощенков Р. В. Система збору та обробки даних для контролю за функціонуванням машинно-тракторного агрегату / Р. В. Антощенков // Механізація сільськогосподарського виробництва. Вісник ХНТУСГ. – Х.: ХНТУСГ, 2012. – Вип. 124, т.2. – С. 89–95.

P. B. 254. Антощенков Вимірювальна динамічних система та агрегату енергетичних показників орного / P. B. Антощенков, Д.В. Кашин // Механізація сільськогосподарського В. М. Антощенков, виробництва: Вісник ХНТУСГ. – Х.: ХНТУСГ, 2015. – Вип. 156. – С. 320–326.

255. Антощенков Р. В. Мехатронна інформаційна система машинотракторного агрегату / Р. В. Антощенков, Р. Ю. Ковальов // Механізація сільськогосподарського виробництва. Вісник ХНТУСГ. – Х.: ХНТУСГ, 2011. – Вип. 107, т. 2. – С. 110–113.

256. Пат. 92889 Україна, МПК В60К 31/00, G05D 3/00. Вимірювальна система динамічних та тягово-енергетичних показників функціонування мобільних машин / Антощенков Р. В., Антощенков В. М.; заявник Антощенков Р. В., Антощенков В. М.; заявник Антощенков Р. В., Антощенков В. М. – № и 2014 03215; заяв. 31.03.14; надрук. 10.09.14, Бюл. № 17.

257. Антощенков Р. В. Вимірювальна система динамічних та тяговоенергетичних показників функціонування мобільних машин / Р. В. Антощенков // Інженерія природокористування. – Х.: ХНТУСГ, 2014. – Вип. 2 (2). – С. 15–19.

258. Антощенков Р. В. Мобільний вимірювальний комплекс для збору та обробки даних функціонування мобільних енергетичних засобів / Р. В. Антощенков, В. М. Антощенков, М. А. Голубничий, Д. І. Шаповалов // Технічний сервіс машин для рослинництва: Вісник ХНТУСГ. – Х.: ХНТУСГ, 2013. – Вип. 134. – С. 52–57.

259. Антощенков Р. В. Измерительная система динамических и энергетических параметров тракторов и машинно-тракторных агрегатов / Р. В. Антощенков // Международный научный, научно-прикладной и информационный журнал «Механизация на земеделие». – Варна, 2015. – №. 12. – С. 9–12.

260. Пат. 96661 Україна, МПК В60В 39/00. Спосіб визначення буксування коліс мобільної машини / Антощенков Р. В., Антощенков В. М.; заявник Антощенков Р. В., Антощенков В. М. – № и 2014 09937; заяв. 10.09.14; надрук. 10.02.15, Бюл. № 3.

261. Drak, S. P. Converting GPS Coordinates (phil lambdal h) to Navigation Coordination (ENU) / S. P. Drake // Surveillance Systems Division Electronics and Surveillance Research Laboratory. – 2002. – 25 p.

262. BOSCH. CAN Specification. Version 2.0 / Robert Bosch GmbH, Postfach 50, D-7000 Stuttgart 1. – 1991. – 68 p.

263. Хвощ С. Т. Применение шины CAN-Bus в распределенных системах сбора и обработки информации в реальном масштабе времени / С. Т. Хвощ, А. В. Луковкин, А. Г. Лютов // Информационно-управляющие системы. – 2002. – №1. – С.35–39.

264. Лапин А. Новое поколение изделий компании Texas Instruments для управляемого электропривода / А. Лапин // Электроника: Наука, Технологии, Бизнес. – Москва. – Вып. №7. – 2005. – С. 56–59.

265. Варабин Д. А. Методика калибровки измерительных каналов бесплатформенной инерциальной навигационной системы / Д. А. Варабин // ТДР. – 2015. – №1. – С.33–34.

266. Пазычев Д. Б. Балансировка бесплатформенной инерциальной навигационной системы среднего класса точности // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2011. – №3 – С. 5–10.

267. Maklouf O. Low Cost IMU\GPS Integration Using Kalman Filtering for Land Vehicle Navigation Application / O. Maklouf, A. Ghila, A. Abdulla, A. Yousef // International Journal of Electrical, Computer, Energetic, Electronic and Communication Engineering. – 2013. – Vol. 7(2). – PP. 184–190.

268. Salychev O. S. Inertial Systems in Navigation and Geophysics / O. S. Salychev // Moscow: Bauman MSTU Press. – 1998. – 352 p.

269. Антощенков Р. В. Обробка даних мобільного вимірювального комплексу для контролю за функціонуванням мобільних енергетичних засобів / Р. В. Антощенков // Вібрації в техніці та технологіях. – Вінниця, 2013. – №2 (70) – С. 6–9.

270. Смит С. Цифровая обработка сигналов. Практическое руководство для инженеров и научных работников / С. Смит; пер. с англ. А. Ю. Линовича, С. В. Витязева, И. С. Гусинского. – М.: Додэка-XXI, 2012. – 720 с.

271. Клец Д. М. Метод повышения точности обработки данных, полученных в ходе испытаний мобильных машин, с помощью фильтра Баттерворта / Д. М. Клец // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Транспортне машинобудування. – 2012. – № 60 (966). – С. 98 – 104.

272. Артьомов М. П. Використання фільтра Батерворта для підвищення точності дослідження динаміки машино-тракторних агрегатів / М. П. Артьомов // Вібрації в техніці та технологіях: наук.-техн. журн. – 2013. – № 2. – С. 153–158.

273. РД 37.001.005-86. Методика испытаний и оценки устойчивости управления автотранспортными средствами.

274. Глобальные технические правила № 8. Электронные системы контроля устойчивости / ESE TRANS 180. – 2008. – 116 с.

275. Dorobantu R. Field Evaluation of a Low-Cost Strapdown IMU by means GPS. Ortung und Navigation / R. Dorobantu, B. Zebhauser // DGON. Bonn. – 1999. – PP. 51–65.

276. Умінський В. Диференційна модель фільтра Калмана для локалізації автономного мобільного робота / В. В. Умінський // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2014. – № 1. – С. 33–36.

277. Negenborn R. Robot Localization and Kalman Filters: On finding your position in a noisy world / R. Negenborn // Thesis, Utrecht university. – 2003. – 156 p.

278. Забегаев А. Н. Адаптация фильтра Калмана для использования с локальной и глобальной системой навигации / А. Н. Забегаев, В. Е. Павловский // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. – 2010. – № 82. – 24 с.

279. Клец Д. М. Повышение точности экспериментальной оценки эксплуатационных свойств колесных машин с помощью фильтра Калмана / Д. М. Клец // Техніко-технологічні аспекти розвитку та випробування нової техніки і технологій для сільського господарства України: збірник наук. пр. ДНУ УкрНДШВТ ім. Л. Погорілого. – Дослідницьке: УкрНДШВТ, 2012 – Вип. 16(30), кн. 1. – С. 467–484.

280. Артёмов Н. П. Использование фильтра для повышения точности

исследований динамики мобильных машин / Н. П. Артемов, М. Л. Шуляк // Науковий вісник НУБІП України. Серія: Техніка та енергетика АПК. – 2015. – № 226. – С. 290–295.

281. Мельник В. И. Особенности методики восстановления траектории сошника методом парциальных ускорений / В. И. Мельник, Р. В. Антощенков, Аль-Фтиххат Моусаб Абдулвахид Моххамед // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь: ТДАТУ, 2014. – Вип. 14, т. 3. – С. 144–155.

282. Мельник В. И. Методика обработки экспериментальных данных при изучении динамики сошника / В. И. Мельник, Р. В. Антощенков, Аль-Фтиххат Моусаб Абдулвахид Моххамед // Современные проблемы освоения новой техники, технологий, организации технического сервиса в АПК: Материалы МНПК, посвящённой 60-летию БГАТУ. – Минск.: БГАТУ, 2014. – Ч. 2. – С. 75–80.

283. Мельник В. И. Изучение динамики комбинированного сошника / В. И. Мельник, Аль-Фтиххат Моусаб Абдулвахид Мохамед, Р. В. Антощенков // Інженерія природокористування – Х.: ХНТУСГ, 2014. – Вип. 2 (2). – С. 33–43.

284. Овсянников С. И. Оценка управляемости мотоагрегатов / С. И. Овсянников, Р. В. Антощенков, М. А. Саблина // Сборник научных трудов по материалам Международной заочной научно-практической конференции актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика – Воронеж: ВГЛТА, 2014. – № 5, ч. 3. – С. 252–256.

285. ГОСТ 30745-2001 (ISO 789-9-90). Тракторы сельскохозяйственные. Определение тяговых показателей. – Введ. 2002.01.01. – М.: Изд-во стандартов, 2001. – 11 с.

286. ГОСТ 7057-2001. Тракторы сельскохозяйственные. Методы испытаний. – Введ. 2003.01.01. – М.: Госстандарт России: Изд-во стандартов, 2002. – 13 с.

287. ГОСТ 24055-88. Техника сельскохозяйственная. Методы эксплуатационно-технологической оценки. – Введ. 1989.01.01. – М.: Изд-во стандарт., 1988. – 25 с.

288. ДСТУ ГОСТ ИСО 5347-2:2004. Первинне калібрування акселерометрів ударом з використовуванням балістичного методу вимірювання (ГОСТ ИСО 5347-2-97, IDT) / оформ. Т. Сікорська. – Дата введення в Україні 01.01.2005.

289. Нові мобільні енергетичні засоби України. Теоретичні основи використання в землеробстві / В. Т. Надикто, М. Л. Крижачківський, В. М. Кюрчев [та ін.]. – Мелітополь: ТОВ «Видавничий будинок ММД», 2005. – 337 с.

290. Надикто В. Т. Дослідження керованості руху жниварно-лущильного агрегату / В. Т. Надикто, М. О. Бодня // Праці Таврійської державної агротехнічної академії. Вид-во ТДАТА, 2003. – Вип. 11. – С. 3–9.

291. Бендат Дж. Применение корреляционного и спектрального анализа: Пер. с англ. / Дж. Бендат, А. Пирсол. – М.: Мир, 1983. – 312 с.

292. Roy M. Howard. Principles of Random Signal Analysis and Low Noise Design: The Power Spectral Density and its Applications / Roy M. Howard // Wiley-IEEE Press. – 2002. – 328 p.

293. Надикто В. Т. Визначення максимального буксування колісних рушіїв з урахуванням обмеження їх тиску на грунт / В. Т. Надикто // Техніка і технології АПК. – 2014. – №7 (58). – С.34–38.

Монографія

Антощенков Роман Вікторович

ДИНАМІКА ТА ЕНЕРГЕТИКА РУХУ БАГАТОЕЛЕМЕНТНИХ МАШИННО-ТРАКТОРНИХ АГРЕГАТІВ

Загальний дизайн, оформлення рисунків, комп'ютерний набір і верстка Антощенков Р. В.

Підписано до друку 27.01.2007. Формат 60х84¹/₁₆. Умовн.-друк. арк. 14,7. Папір офсетний. Наклад 300 прим. Зам. № 146

> КП «Міська друкарня», м. Харьков, 61002, ул. Алчевських, 44. Свідоцтво про державну реєстрацію Серія ДК, № 3613 від 29.10.2009 р.