

**ТИМЧУК С.О.
ЧЕРЕМІСІН М.М.
ЧЕРКАШИНА В.В.**

**ВДОСКОНАЛЕННЯ
МЕТОДІВ ДОСТОВЕРІЗАЦІЇ ВИХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ
НА ПРИКЛАДАХ ПРОГНОЗНИХ ЗАДАЧ
В ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЦІ**

Монографія

Харків
«Факт»
2020

УДК 621.311

Т 41

Рекомендовано Вченою радою
Харківського національного технічного університету
сільського господарства ім. Петра Василенка
(протокол № 7 від 21 лютого 2020 р.)

Рецензенти:

Говоров Пилип Парамонович – Віце президент НАН ВО України, доктор технічних наук, професор, професор кафедри систем електропостачання та електроспоживання міст, Національний університет міського господарства ім. О.М. Бекатова;

Тугай Юрій Іванович – доктор технічних наук, професор, завідувач відділом оптимізації систем електропостачання, Інститут електродинаміки НАН України.

Тимчук С.О., Черемісін М.М., Черкашина В.В.

Т41 Вдосконалення методів достовірності вихідної інформації на прикладах прогнозних задач в електроенергетиці: [для магістрів, аспірантів, науковців] / С.О. Тимчук, М.М. Черемісін, В.В. Черкашина. Харків: «Факт», 2020. 192 с.

ISBN 978-966-637-

В монографії розглянуто питання вдосконалення критеріального методу та методів марківського і нейро – мережевого моделювання, а також методів нечіткого регресійного аналізу. Обґрунтовано, що розвиток представлених методів дозволить покращити достовірність вихідної інформації під час розв'язання прогнозних задач в електроенергетиці.

Монографія рекомендована магістрам, аспірантам, науковцям електроенергетичних спеціальностей ЗВО України.

ISBN 978-966-637-

© Тимчук С.О., Черемісін М. М.,
Черкашина В.В., 2020

© ХНТУСГ, 2020

ЗМІСТ

ВСТУП	6
РОЗДІЛ 1. МЕТОДИ ПРОГНОЗНИХ ОЦІНОК ДОСТОВЕРІЗАЦІЇ ІНФОРМАЦІЇ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛІННЯ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯМ	8
1.1 Оцінка надійності та якості функціонування автоматизованої системи управління в електроенергетиці	8
1.2 Аналіз існуючих підходів прогнозування електроспоживання	14
1.3 Корекція неповноти телеінформації засобами оперативного прогнозування електроспоживання	17
1.3.1 Оперативний прогноз графіка навантаження в енергосистемі з урахуванням метеофакторів	17
1.3.2 Дорозрахунок незалежних параметрів поточного режиму ЕЕС на основі оперативного прогнозу сумарного навантаження	22
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИ ПОШУКУ ТА АНАЛІЗУ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ В ЕНЕРГЕТИЦІ	25
2.1 Принципи побудови математичних моделей і шляхи їх реалізації	25
2.2 Критеріальний метод аналізу математичних моделей	30
2.3 Стійкість прийнятих рішень	46
2.4 Багатокритеріальний аналіз математичних моделей	50
РОЗДІЛ 3. МАРКІВСЬКЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТОСОВНО АВТОМАТИЗОВАНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ В ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЦІ	62
3.1 Загальні положення	62
3.2 Марківське моделювання	66
3.3 Марківський процес	67
3.4 Рішення марківських ланцюгів дискретного часу	70
3.5 Рішення марківських ланцюгів безперервного часу	71
3.6 Марківські моделі винагороди	73
3.7 Напівмарківський процес	76

РОЗДІЛ 4. МЕТОД ДОСТОВЕРІЗАЦІЇ ВИХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ НА ОСНОВІ ШТУЧНОЇ БАГАТОШАРОВОЇ НЕЙРО-ФАЗЗИ МЕРЕЖІ	78
4.1 Короткострокове прогнозування електроспоживання на основі штучної багатошарової нейро-фаззи мережі	78
4.1.1 Архітектура прогнозуючої нейро-фаззи мережі.....	79
4.1.2 Навчання прогнозуючої нейро-фаззи мережі	86
4.1.3 Чисельний експеримент.....	92
4.2 Гібридна нейро-фаззи мережа для короткострокового прогнозування електроспоживання	95
4.2.1 Архітектура гібридної нейро-фаззи мережі	95
4.2.2 Навчання прогнозуючої нейро-фаззи мережі	101
4.2.3 Чисельний експеримент.....	107

РОЗДІЛ 5. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОГНОЗУВАННЯ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯ НА ОСНОВІ НЕЧІТКОГО РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ	110
5.1 Поняття лінгвістичної змінної	110
5.2 Функція належності нечіткої множини	113
5.3 Елементи значимої нечіткої арифметики	115
5.4 Нечіткий регресійний аналіз	120
5.5 Нечіткий регресійний аналіз за критерієм мінімальної нечіткості	121
5.6 Нечіткий регресійний аналіз, комбінований з методом найменших квадратів (FLSRA)	125
5.7 Нечіткий регресійний аналіз інтервальних даних	130
5.8 Оцінка значимості нечітких регресійних моделей	132

РОЗДІЛ 6. МЕТОДИКА ПРОГНОЗУВАННЯ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯ НА ОСНОВІ УДОСКОНАЛЕНОГО НЕЧІТКОГО РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ	135
6.1 Удосконалення нечіткого регресійного аналізу	135
6.1.1 Розробка критерію якості підбору коефіцієнтів регресії.....	135
6.1.2 Оцінка точності нечітких регресійних моделей	139
6.1.3 Алгоритм пошуку коефіцієнтів регресії	141

6.2	Методика формування нечіткої прогнозної регресійної моделі електроспоживання	143
6.2.1	Загальні положення	143
6.2.2	Формування виду прогнозної залежності на добу	144.
6.2.3	Урахування у прогнозній залежності тижневих і річних циклів	148
6.2.4	Формування нечіткої регресійної моделі електроспоживання для короткострокового прогнозу	151
6.3	Алгоритм короткострокового прогнозування	153
6.4	Програмна реалізація алгоритму короткострокового прогнозу.....	159
6.5	Дослідження розробленої методики короткострокового прогнозування.....	162
6.6	Приклад розробки прогнозної моделі для підприємства	172
6.6.1	Формування вихідних даних для побудови довгострокової прогнозної моделі на основі аналізу даних АСКОВЕ	172
6.6.2	Розробка прогнозної моделі для річного циклу	173
6.6.3	Перевірка прогнозних можливостей знайденої регресійної залежності для короткострокового прогнозу	176
	ВИСНОВКИ	178
	ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ	181

ВСТУП

Проблеми прийняття рішень, які базуються на сучасних моделях, грають одну із ключових ролей в технологіях розвитку електроенергетики.

В тій чи іншій мірі системи підтримки прийняття рішень присутні в будь-якій інформаційно-керуючій системі (ІКС), яка опирається на достовіризацію моделювання в задачах того чи іншого напрямку. Це можуть бути як оптимізаційні моделі, які впливають на стратегію розвитку електроенергетики, так і, в більшості випадків, прогнозні задачі, які впливають на алгоритмічну частину управління в електроенергетиці.

ІКС в енергетиці повинна мати можливості MIS (Manager Information System), яка орієнтована на забезпечення процесу управління необхідною інформацією про минуле, сьогодення і майбутнє керуючої системи і DSS (Decision Support System), яка орієнтована на інтелектуальне забезпечення процесу прийняття рішення і має на меті підтримку даного процесу систем. При цьому слід враховувати, що одним з головних питань є вибір математичних моделей і методів прийняття рішень, що складають основу її функціонування. Реалізація моделей пов'язана зі складністю алгоритмічної частини невизначеності вихідної інформації, а також необхідністю обліку великої кількості факторів й необхідністю враховувати велике число чинників і критеріїв, які характеризують варіанти рішень.

Математична теорія оптимізації, яка стрімко розвивається останнім часом, створила сукупність методів, що допомагають при комп'ютерній підтримці ефективно приймати рішення за фіксованих і відомих параметрів, які характеризують досліджуваний процес, а також і в тому випадку, коли параметри являються випадковими величинами.

Однак, основні труднощі виникають в тому випадку, коли одночасно параметри виявляються невизначеними і вагомо впливають на результати рішення. Такі ситуації можуть виникати як внаслідок

недостатньої вивченості процесів, для яких приймається рішення, так і через участь в управлінні декількох осіб, які переслідують різні цілі.

Наближені, але в той же час ефективні, способи аналізу складних і невизначених систем опираються на використання лінгвістичних змінних і нечітких алгоритмів. Основні положення даного підходу відносяться до галузей економіки, електроенергетики, штучного інтелекту і т.д.

Представлена монографія відображає наукові дослідження та результати в галузі електроенергетики, які апробовано в захищених авторами докторських та кандидатських дисертаціях.

Автори монографії щиро дякують офіційним рецензентам: докторам технічних наук Пилипу Парамоновичу Говорову і Юрію Івановичу Тугаю за професійне консультування й корисні поради під час опрацювання окремих розділів, за розуміння і підтримку в процесі роботи.

РОЗДІЛ 1

МЕТОДИ ПРОГНОЗНИХ ОЦІНОК ДОСТОВЕРІЗАЦІЇ ІНФОРМАЦІЇ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛІННЯ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯМ

1.1 Оцінка надійності та якості функціонування автоматизованої системи управління в електроенергетиці

Не дивлячись на високу ступінь автоматизації систем управління в електроенергетиці на основі сучасної обчислювальної техніки, виникає багато проблем із реалізацією оперативних розрахунків, у тому числі визначення та оптимізації технологічного розрахунку електроенергії (ТРЕ). Вплив багатьох чинників, які повинні бути враховані ще на стадії математичного моделювання, ускладнює вирішення даної проблеми. Одним з таких чинників, який має безпосередній вплив на процес реалізації оперативних розрахунків, являється надійність та якість функціонування автоматизованої системи диспетчерського управління (АСДУ) [1, 2].

У складній динамічній системі, до якої відноситься електроенергетична система (ЕЕС), із-за взаємовпливу технологічної частини та підсистеми управління рівень надійності та функціональної готовності останньої постійно змінюється. Для обліку цієї обставини необхідний метод, який на основі загальних підходів, створить можливість отримувати математичні моделі та критерії, що характеризують готовність системи управління і ймовірність виконання завдання. Таким критерієм є якість функціонування АСДУ [3]. Адекватна модель якості функціонування АСДУ дозволить оцінити реальні можливості визначення оперативних розрахунків ТРЕ, а також обґрунтувати і сформулювати умови, за яких точність визначення ТРЕ буде відповідати вимогам ефективного функціонування ЕЕС.

Від якості функціонування АСДУ залежить не тільки реалізація оптимальних розрахунків, але і нормальна робота ЕЕС в цілому.

Оскільки ЕЕС характеризуються частими змінами станів, то і інтенсивність керуючих дій повинна бути відповідною. Вихід з ладу системи автоматизованого управління (АСУ) приводить до наслідків, які по-різному відображаються на нормальній роботі ЕЕС в цілому. Наприклад, два крайніх випадки:

- система приймає стан природного (не керованого) функціонування;

- система переходить в стан повної відмови.

Таким чином, ефективність роботи ЕЕС, керованої АСУ, буде визначатися, з одного боку, величиною додаткових втрат від невідповідності оптимальних і поточних станів, а з іншого, ризиком відключення через відмову пристроїв регулювання, тобто зниженням надійності роботи системи в цілому.

При повній надійності АСУ додаткові втрати в системі дорівнюють нулю, оскільки значення критерію управління підтримується оптимальним. Для цього пристрої регулювання виконують стільки спрацювань, скільки необхідно для встановлення оптимального його значення. З іншого боку, якщо управління відсутнє, то додаткові втрати максимальні. Отже, величина додаткових втрат напряму залежить від інтенсивності роботи регулюючих пристроїв (n).

При функціонуванні системи в оптимальному режимі інтенсивність оптимізуючих впливів зростає, що приводить до зниження надійності АСУ. Наслідком цього є зниження якості функціонування ЕЕС в цілому, оскільки зростає ризик виходу з ладу, тобто,

$$\delta F_n = f(n), \quad (1.1)$$

де δF_n – очікувана величина обмеження вихідного ефекту.

Таким чином, чим більше інтенсивність роботи регулюючих пристроїв, тим частіше система знаходиться в станах, які характеризуються більшою ймовірністю відмов та зниженням ефективності функціонування ЕЕС.

Наведені міркування свідчать про необхідність знаходження компромісу між зростанням додаткових витрат і зниженням якості функціонування системи, оскільки ці фактори взаємно суперечливі (рис. 1.1).

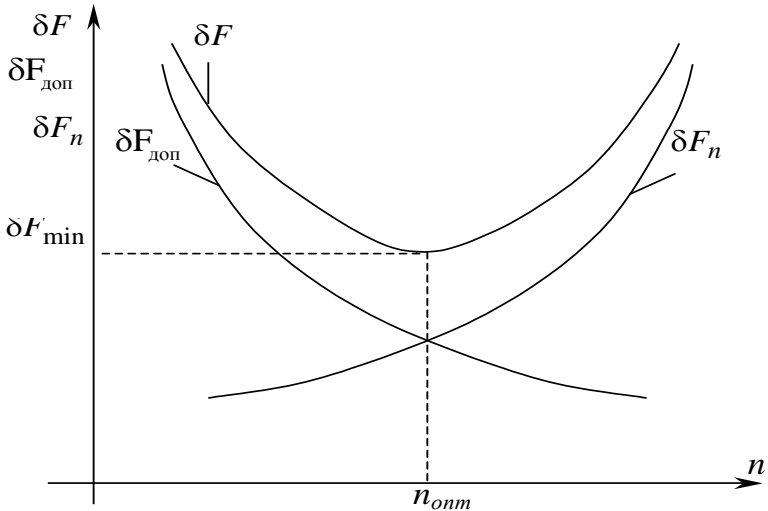


Рисунок 1.1 – Конкуруючий ефект між $\delta F_{\text{доп}}$ і δF_n

З урахуванням вище наведеного цільова функція оптимального керування станами динамічної системи в темпі процесу має вигляд [4, 5]:

$$\delta F = \delta F_{\text{доп}} + \delta F_n \quad (1.2)$$

де δF – мінімізуєма функція, яка визначає якості функціонування системи;

$\delta F_{\text{доп}}$ – додаткові втрати при відсутності корекції стану системи;

δF_n – очікуване значення обмеження вихідного ефекту.

Для аналізу результатів оптимальних розрахунків і оцінки необхідних коригувальних впливів та їх наслідків доцільно цільову функцію (1.2) привести до критеріального вигляду (в умовних одиницях) [6]:

$$\delta F_* = \frac{\delta F}{\delta F_{\min}} = \delta F_{\text{доп}^*} + \delta F_{\text{н}^*} \quad (1.3)$$

де δF_{\min} – мінімальні втрати, які відповідають оптимальному стану системи при абсолютній надійності систем управління.

Для визначення показників надійності, як основного фактора, який впливає на якості функціонування систем керування, будуються математичні моделі, використовуючи різні методи і підходи.

Всі методи теорії надійності можна поділити наступним чином [7 – 9]:

- аналітичні методи, до переваг яких можна віднести можливість отримати математичну модель, яка може врахувати вплив різних факторів на показники надійності системи. Але для побудови таких моделей необхідний значний обсяг початкових даних, які не завжди можна отримати. Це в свою чергу позначається на адекватності моделі;

- методи статистичного моделювання, які надають можливість отримати числові характеристики об'єкту. До недоліків відносяться: складні алгоритми, що неуможливорює визначення впливу на надійність системи конкретних факторів;

- експериментальні методи, які надають можливість визначити характеристики надійності шляхом безпосереднього дослідження об'єкта. Недоліком є досить суттєва вартість випробувань (системи управління відносяться до досить дорогих виробів);

- окрему групу складають комбіновані методи (поєднання можливостей аналітичних і експериментальних методів).

Кожен з цих методів має свої переваги і недоліки. Тому отримати необхідні результати з відповідною похибкою, використовуючи лише методи однієї групи, досить складно. Для цього необхідно

комбінувати методи таким чином, щоб отримати максимальний ефект. Перспективним є поєднання методів аналітичної і експериментальної груп. Пояснюється це можливістю отримати під час експлуатації необхідні параметри системи і статистичні дані, що дозволить уточнювати математичні співвідношення, отримані аналітичним способом..

До аналітичних методів дослідження та оцінки надійності АСУ висуваються вимоги простоти і невеликих затрат часу, що в свою чергу приводить до зниження точності розрахунків. В зв'язку з цим не припиняються пошуки аналітичних методів, які дозволяють отримати більш точні оцінки показників і характеристик надійності складних систем при прийнятних витратах часу і праці. Недоцільно вимагати від цих методів абсолютної точності, оскільки вихідні дані, які використовуються в розрахунках, мають, як правило, обмежену точність і достовірність. У той же час приблизні методи повинні вносити в результати принципові особливості розподілу випадкової величини (x) досліджуваної системи, які дозволяють відповісти на такі практичні питання, як вплив структурної надмірності, ефективність профілактичного обслуговування і т. п.

На різних етапах розвитку теорії надійності для оцінки показників безвідмовності і ремонтпридатності систем використовувався різний математичний апарат. Створені таким чином методи можуть бути зведені в групи [7, 9]:

- метод, який базується на апараті класичної теорії ймовірностей;
- метод, який використовує апарат теорії марковських процесів;
- метод достовіризації вихідної інформації на основі штучної багатоварової нейро-фаззи мережі;
- метод, який базуються на основі нечіткого регресійного аналізу.

Апарат класичної теорії ймовірностей дозволяє визначати як кількісні показники, так і характеристики (функції розподілу) безвідмовності і ремонтпридатності системи в цілому і окремих її функцій [7 – 9]. Однак труднощі виникають із зростанням числа елементів системи і сеансів профілактичного обслуговування в роз-

глянутому інтервалі часу з введенням позапланових відновлень, із збільшенням різновиди використовуваних законів розподілу величини x .

Марківські процеси, завдяки простоті залежності між ймовірностями станів і вихідними характеристиками системи, успішно використовуються для вирішення різних завдань, які виникають в теорії та практиці надійності [7 – 10]. Однак, незважаючи на те, що завдання розрахунку показників надійності за допомогою апарату марківських процесів в літературі вирішена, практично користуватися отриманими рішеннями часто не можливо. Це пояснюється неможливістю отримати явні формули для деяких характеристик (наприклад, функції часу безвідмовної роботи), складності розв'язання диференціальних рівнянь високого порядку, а також необхідності прийняття допущень про науковому закон розподілу вихідних випадкових величин, які часто не виконуються на практиці [11].

Метод нечіткого регресійного аналізу можуть застосовуватися для одержання моделей прогнозування, заснованих на нечітких даних. Одна з головних відмінностей даного методу полягає в тому, що нечіткий регресійний аналіз має справу з помилками як з нечіткими змінними та і з випадковими залишками. Інша важлива відмінність полягає в тому, що верхня й нижня межі нечітких регресійних моделей залежать не від обсягу вибірки вихідних даних, а від діапазону їх зміни [12].

Огляд методів моделювання дозволяє зробити висновок про необхідність розробки, використовуючи принципи вже існуючих підходів, методу для отримання математичних моделей якості функціонування, який дозволяв би врахувати рівень надійності регулюючих пристроїв в критерії управління.

1.2 Аналіз існуючих підходів прогнозування електроспоживання

Актуальність вдосконалення управління електроенергетичними об'єктами на сучасному етапі розвитку енергетики зростає із-за зміни умов їх функціонування. Структурна перебудова в галузі супроводжується не тільки збільшенням кількості розв'язуваних технологічних задач керування, але і динамічністю ситуацій і взаємозв'язком технологічних завдань різних груп.

Для забезпечення належного рівня надійності функціонування електроенергетичних об'єктів існує необхідність вдосконалення систем управління, особливо диспетчерського, шляхом розробки нових підходів, у тому числі, заснованих на методах штучного інтелекту мереж (ШНМ).

Застосування нейронної мережі (НМ) для задачі розрахунку усталеного режиму полягає в апроксимації законів, що пов'язують задані й шукані параметри режиму та формуванні тим самим явної функції

$$X=F(Y), \quad (1.4)$$

де вектор Y – потужності у вузлах;

вектор X – комплекси напруг для фіксованої структури електричної мережі.

Визначення залежності (1.4) полягає в знаходженні такої структури НМ (числа прихованих нейронів), виду активаційної функції нейронів і значень вагових коефіцієнтів, щоб при подачі на вхід НМ певного вектора Y мінімізувалася помилка неузгодженості між значеннями вектора X , асоційованих зі значеннями Y , і оцінками, розрахованими НМ.

На рисунку 1.2 представлено структуру нейронної мережі.

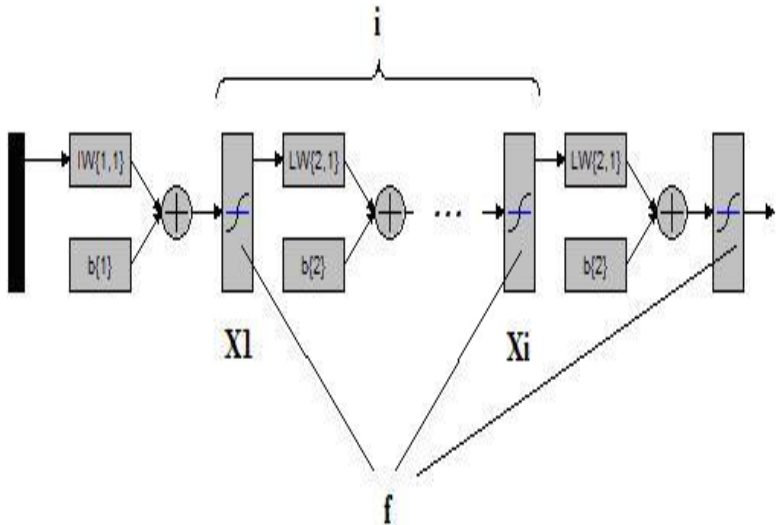


Рисунок 1.2 – Структура нейронної мережі

Створити оптимальну мережу можна змінюючи:

- кількість прихованих шарів мережі (i);
- кількість нейронів у них ($X_1 \dots X_i$);
- функції активації i -го шару (f , наприклад, TANSIG, LOGSIG, PURELIN); алгоритм навчання (TRAINLM, TRAINBFG, TRAINRP, TRAINGD). [36]

Навчання багатшарових мереж, що вимагає в навчальній вибірці наявності не тільки множини вхідних векторів, але і безлічі відповідних відгуків. Математично задача полягає в знаходженні таких значень вагових коефіцієнтів (при фіксованій структурі), щоб мінімізувалася помилка неузгодженості між реакцією мережі та належним відгуком для всіх прикладів навчальної вибірки. Підсумовування ведеться по всіх нейронах вихідного шару і по всім оброблюваним мережею образам.

Інформація, що закладається в НМ в процесі навчання, повинна зберігатися в міжнейронних з'єднаннях – синапсах. Таким чином, навчання полягає в модифікації синаптичних ваг нейронів.

Мінімізація функції виконується на основі алгоритму градієнтного спуску в просторі вагових коефіцієнтів, який здійснюється послідовно для всіх образів навчальної вибірки. Істотні труднощі при використанні систем обчислювального інтелекту виникають в разі, коли частина оброблюваної інформації задана не в кількісній, а й в порядковій або номінальній шкалах. Більш пристосованими до сприйняття даних в різних шкалах і алгоритму її навчання, що володіють високою швидкістю збіжності і здатністю до обробки інформації по мірі її надходження в реальному часі на сьогодні є нейро-фаззі мережі, які дозволяють більш швидко вирішувати короткострокові прогнозні завдання в управлінні режимами роботи ЕЕС.

1.3 Корекція неповноти телеінформації засобами оперативного прогнозування електроспоживання

1.3.1 Оперативний прогноз графіка навантаження в енергосистемі з урахуванням метеофакторів

Одним із засобів, що забезпечують можливість дорасчета відсутніх параметрів вектора спостереження і компенсації, таким чином, неповноти вихідної інформації є модель оперативного прогнозування часових навантажень енергосистеми [13].

Найбільш істотним чинником навколишнього середовища, який впливає на величину і характер споживання електроенергії в ЕЕС, можна вважати коливання температури зовнішнього повітря [13, 14].

Модель сумарного навантаження ЕЕС може бути представлена у вигляді суми трьох складових: базової, температурної та залишкового шуму процесу:

$$P(t) = P_0(t) + P_T(t) + U(t). \quad (1.5)$$

Базова складова є найбільшою (90-95%). На температурну компоненту припадає близько 5-10%. Вона відображає зміну навантаження при відхиленні фактичної температури від очікуваної. Частина залишкового шуму зазвичай не більше 2-3% [14].

Модель може використовуватися для вирішення двох пов'язаних завдань: оцінювання (підгонки) незалежних параметрів поточного режиму ЕЕС в разі їх відсутності у векторі спостереження або розбіжності процесу розрахунку режиму, а також прогнозування навантажень в рамках імітаційної моделі [13].

Для вирішення поставленої задачі використовується база даних, яка складається з фактичних добових графіків сумарного навантаження енергосистеми за минулі періоди часу і часових значень вимірюваних температур. Модель базового навантаження будується окремо для робочих (з понеділка по п'ятницю) та вихідних днів

(субота, неділя). Інтервал передісторії включає минулі три тижні за 5 робочих днів [15].

Температурна модель будується для 24 часових точок і описує добовий цикл змін температури. Для підгонки моделі використовуються ретроспективні дані, а її результатом є оцінка базового графіка температури, по суті середнього за тритижневий період.

В режимі оцінювання на основі фактичних даних про навантаження і температурах визначаються параметри моделей складових в правій частині рівняння (1.5), які забезпечують найкраще наближення до реальної передісторії процесів в контрольованій ЕЕС. При прогнозуванні в праву частину (1.5) підставляється час t , що відповідає інтервалу попередження, і очікування значення температури, на базі яких обчислюється прогноз.

Для моделювання базового навантаження використовується вираз, який являє собою розкладання в ряд Фур'є результатів обробки фактичних ретроспективних навантажень, взятих за відповідний період:

$$P_6(t) = a_0 + \sum_{i=1}^m (a_i \cos \omega_i t + b_i \sin \omega_i t), \quad (1.6)$$

де ω_i – частота основної та вищих гармонік для п'ятиденного періоду робочих днів (120 год.) і дводенного періоду вихідних днів (48 год);

m – порядок розкладання (для адекватного опису фактичних даних зазвичай вважають [101, 102] $m = 8 \div 10$, з тим щоб мінімальний період опитування засобів телемеханіки відповідав часу $10 \div 30$ хв.);

a_i , b_i – представляють $(2m+1)$ невідомих параметрів моделі навантаження.

Температурна складова навантаження визначається наступними величинами: фактичною температурою в момент часу $T(t)$, базовою температурою $T_6(t)$, відхиленням температури по відношенню до

базової $\Delta T(t)$, ефективним відхиленням температури $\Delta T_3(t)$, яке безпосередньо використовується для обчислення навантаження $P(t)$. При цьому:

$$\Delta T(t) = T(t) - T_0(t) \quad (1.7)$$

$$\Delta T_3(t) = F[\Delta T(t); t], \quad (1.8)$$

де $F[\Delta T(t); t]$ – деяка нелінійна функція, яка застосовується для обліку того факту, що відхилення температури викликає різні коливання навантаження в денні та нічні години, влітку і взимку, а також при різному рівні фактичної температури протягом цього сезону. Вид і параметри функції визначаються експериментально на основі досвіду експлуатації конкретної ЕЕС.

$$F[\Delta T(t); t]$$

Базова температура $T_0(t)$ визначається використовуючи вирази, отримані в результаті розкладання в ряд Фур'є фактичних температурних даних прийнятого ретроспективного інтервалу:

$$T_0(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^3 (\alpha_k \cos \Omega_k t + \beta_k \sin \Omega_k t), \quad (1.9)$$

де α_k і β_k – параметри моделі;

Ω_k – частоти, пов'язані з основною (період 24 години) і вищими (період 12 годин і 6 годин) гармоніками. Порядок розкладання ($k = 3$) вибрано з досвіду експлуатації, а також відомих публікацій з даної тематики [14, 15].

Проведений аналіз показав, що навантаження, яке обумовлене коливаннями температури, залежить не тільки від поточного, але і від попередніх значень. Тому модель температурна складова навантаження приймається у вигляді:

$$P_T(t) = \sum_{j=0}^n C_j \Delta T_3(t-j), \quad (1.10)$$

де $n = 2 \div 3$ – кількість актуальних ретроспективних часових зрізів;
 C_j – параметр моделі навантаження.

З урахуванням (1.6) і (1.10) співвідношення буде мати вигляд:

$$P(t) = a_0 + \sum_{i=1}^m (a_i \cos \omega_i t + b_i \sin \omega_i t) + \sum_{j=0}^n C_j \Delta T_3(t-j) + U(t) \quad (1.11)$$

Якщо прийняти, що фактичне навантаження і ефективне відхилення температури відомими для кожного годинного інтервалу передісторії, то параметри базової і температурної складових моделі навантаження доцільно оцінювати за допомогою методу найменших квадратів (МНК) зі зважуванням кожного виміру. При цьому вважається, що $U(t)$ – білий шум з нульовим середнім.

Позначимо для моменту часу t виміряну навантаження ЕЕС вектором оцінюваних параметрів:

$$\bar{\mathbf{x}} = [a_0 a_1 \cdots a_m; b_1 \cdots b_m; c_0 \cdots c_n]^T;$$

функцію впливу поточних вимірювань:

$$\mathbf{h}_t = [1; \cos \omega_1 t \cdots \cos \omega_m t; \sin \omega_1 t \cdots \sin \omega_m t; \Delta T_3(t) \cdots \Delta T_3(t-n)].$$

Тоді

$$\mathbf{Z}_t = \mathbf{h}_t \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{U}_t \quad (1.12)$$

або у векторній формі для k вимірювань:

$$\bar{\mathbf{Z}} = \mathbf{H} \bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{U}}, \quad (1.13)$$

де

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{Z}} &= [Z_1, Z_2, \dots, Z_t \dots Z_k]^T; \\ \bar{\mathbf{H}} &= [h_1, h_2, \dots, h_t \dots h_k]^T; \\ \bar{\mathbf{U}} &= [u_1, u_2, \dots, u_t \dots u_k]^T.\end{aligned}$$

Оцінка вектора параметрів може бути виконана наступним чином:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = (\mathbf{H}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{\Lambda} \bar{\mathbf{Z}} \quad (1.14)$$

де $\mathbf{\Lambda} = [\lambda_{i,j}]$ – діагональна матриця ваг вимірювань;

$\lambda_{i,j}$ – вага, що відповідає вимірюванню в момент t .

Як правило, при виконанні оцінки подібних функцій використовуються експоненціальні ваги, які посилюють роль найближчих (в ретроспективі) фактичних даних:

$$\lambda_{t,t} = \beta^{k-t}; \quad (0,95 \leq \beta \leq 1,0).$$

Якщо уявити вираз $(\mathbf{H}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{H})^{-1}$ у вигляді вагової матриці системи:

$$\mathbf{W}_k = (\mathbf{H}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{H})^{-1}, \quad (1.15)$$

яка має розмірність $(2m+1)(2m+1)$, то процедура (1.15) оцінки вектора невідомих параметрів на кожному k -му кроці надходження вимірювань може бути еквівалентно представлена наступним рекурентним алгоритмом МНК:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_k &= \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{W}_k \mathbf{h}_k^T (\mathbf{Z}_k - \mathbf{h}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1}); \\ \mathbf{W}_k &= (1 - \frac{1}{\vartheta_k} \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{h}_k^T \mathbf{h}_k) \mathbf{W}_{k-1}; \\ \vartheta_k &= \mathbf{h}_k \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{h}_k^T + 1.\end{aligned} \quad (1.16)$$

Після цього для будь-якого минулого або майбутнього часу за співвідношенням (1.7) – (1.9) можна обчислити оцінку базового, температурного і сумарного навантаження енергосистеми [13].

Параметри моделі для вихідних днів обчислюються аналогічно. У цьому разі обсяг вихідних даних становить 6 діб (через 3 тижні). Наприклад, при прогнозуванні в п'ятницю на майбутню суботу, неділю і понеділок виконується два окремих розрахунку: для вихідних днів – по відповідній моделі і для понеділка – по моделі робочих днів.

1.3.2 Дорозрахунок незалежних параметрів поточного режиму ЕЕС на основі оперативного прогнозу сумарного навантаження

Найбільш складною і неоднозначною проблемою формування вихідної інформації для проведення по елементного розрахунку втрат електроенергії в ЕЕС є визначення незалежних параметрів поточного режиму. Це пов'язано з принциповою неможливістю телеметрії всіх споживачів електроенергії навіть в результаті впровадження оперативно – інформаційного комплексу (ОІК) АСДУ.

Для забезпечення інформації про споживачів, які не оснащені засобами телевимірювань, використовуються наявні джерела, які опосередковано визначають характер електроспоживання.

Каталожні параметри трансформаторів споживчих підстанцій, результати балансування навантажень в базових режимах у поєднанні з результатами оперативного прогнозування сумарних навантажень дають можливість оцінити електроспоживання в певний момент часу.

Для додаткового підвищення адекватності оцінки можуть бути використані результати визначення потужності навантаження для попередніх часових зрізів.

Послідовність розрахунку нормального режиму ЕЕС і визначення технічних втрат електроенергії в реальному часі для заданого часового зрізу наведена на рис. 1.3.

З певною дискретністю (рис. 1.3) виконується опитування телевимірювальних пристроїв і оцінка достовірності та фільтрації вимірювань електричних параметрів ЕЕС. Дані пристрої забезпечують отримання незалежних параметрів поточного режиму для спостережуваної частини ЕЕС.

Для виконання розрахунку режиму електричної мережі (ЕМ) необхідною інформацією є значення $2m+1$ незалежних параметрів. Наприклад, поточних потужностей споживання для всіх незалежних вузлів і напруги базисного вузла.

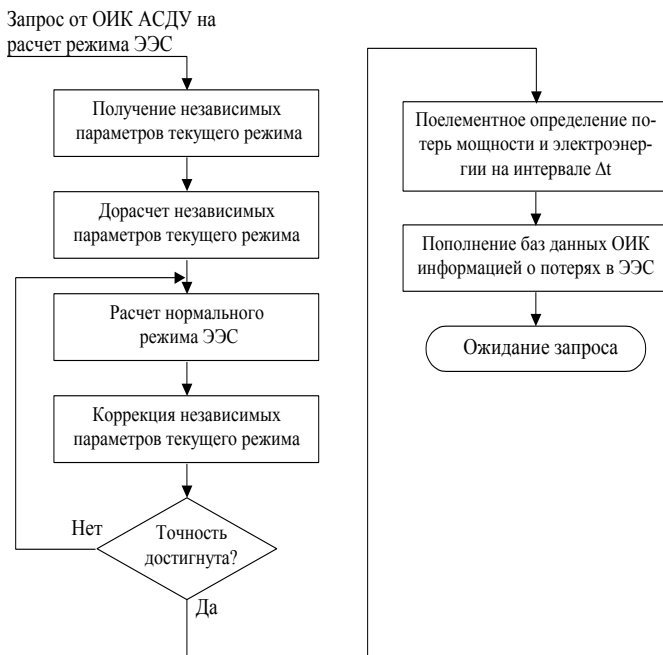


Рисунок 1.3 – Послідовність визначення технічних втрат в ЕЕС у реальному часі

Для споживачів, оснащених засобами телеметрії, приймаються результати телевимірювань. Для інших споживачів вказані значення повинні бути дорозраховані, виходячи з наявної інформації [16]:

$$P_i^H = \frac{P_\Sigma^H}{\sum_{i=1}^k P_i^\delta} \cdot P_i^\delta; \quad Q_i^H = \frac{Q_\Sigma^H}{\sum_{i=1}^k Q_i^\delta} \cdot Q_i^\delta, \quad (1.17)$$

де P_Σ^H, Q_Σ^H – складові сумарної потужності споживчих підстанцій, не оснащених пристроями телеметрії, отриманої в результаті оперативного прогнозу сумарною навантаження ЕЕС;

P_i^δ, Q_i^δ – складові потужності i -ої споживчої підстанції у відповідному базисному режимі.

Складові сумарної потужності P_Σ^H, Q_Σ^H (1.17) споживчих підстанцій, не оснащених пристроями телеметрії, визначається з балансу результатів оперативного прогнозу сумарного навантаження і потужностей, отриманих з балансування перетоків зафіксованих пристроями телеметрії для поточного часового зрізу. Тому визначення розрахункової моделі ЕЕС може бути лише приблизним і повинно уточнюватися в процесі виконання розрахунку. В якості початкового наближення P_i^H, Q_i^H (1.17) можуть бути використані результати попереднього розрахунку (для попереднього часового зрізу).

Таким чином, описана вище методика розрахунку потужностей навантаження еквівалентних споживачів ЕЕС для даного часового зрізу пов'язана з деякою похибкою й залежить від ряду факторів, у тому числі повноти і якості телеінформаційної системи ОІК АСДУ. Але, основною причиною неточності результатів визначення потужностей споживання, і, відповідно, розрахованих на цій підставі втрат електроенергії в ЕЕС за проміжок часу Δt , є невизначеність інформації про характер і величину споживання підстанцій, що погіршує достовірність результатів даних розрахунків.

РОЗДІЛ 2

МЕТОДИ ПОШУКУ ТА АНАЛІЗУ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ В ЕНЕРГЕТИЦІ

2.1 Принципи побудови математичних моделей і шляхи їх реалізації

Проблема невизначеності вихідної інформації є найбільш актуальною і знайшла своє відображення в роботах [17 – 23].

Задачі техніко-економічного аналізу будь-якого процесу складаються з трьох складових частин: вибір критеріїв оптимальності, складання математичної моделі та пошук методу її реалізації [17].

Побудова моделей і їх оптимізація – два зв’язаних аспекти проблем енергетики, які спрямовані на аналіз і пошук економічно й технічно обґрунтованого вибору оптимальних рішень.

Цільова спрямованість математичних моделей відображається в їх структурі (цільова функція і обмеження). Досягнення мети пов’язане з альтернативами, виділення кращої з яких здійснюється за допомогою критерію, що дає змогу порівнювати різні плани дій за ступенем їхньої переваги. Критерій, виражений через керовані змінні моделі, є критеріальною цільовою функцією.

Пошук найкращого варіанта на основі прийнятого критерію лімітований обмеженнями, які обумовлені матеріально-технічними, природними, фінансовими, інформаційними ресурсами і які базуються на концепції обмеженості засобів досягнення мети. Обмеження реалізуються в моделях у формі рівнянь та нерівностей, виражених через керовані змінні. Математичні моделі створюють можливість:

- використовувати велику кількість інформації при розгляді різних варіантів;
- вибирати з великої кількості можливих рішень обмежену кількість найкращих;

– визначати способи корекції розвитку системи, спрямовані на реалізацію оптимального рішення.

Нині для оптимізації електроенергетичних об'єктів застосовують два класи моделей. До першого класу моделей належать математичні моделі оцінювання, які детально враховують індивідуальні особливості об'єкта оптимізації. Реалізація моделей оцінювання в основному можлива за допомогою алгоритмів і програм розрахунків на ПК визначеної кінцевої безмежності попередньо намічених рішень [18].

Практика використання математичних моделей оцінювання показала достатню їх ефективність, особливо, коли розглядається не одна модель, а система техніко-економічних моделей, що дає змогу в остаточному підсумку дійти принципових висновків.

Разом з тим моделі оцінювання мають визначені недоліки, основним з яких є велика ймовірність вибору неоптимального варіанту, оскільки змога оцінити порівнювальні варіанти досить мала, щоб із заданою вірогідністю вибрати найкраще рішення з усієї безлічі припустимих рішень. Тому моделі оцінювання вимагають дуже ретельного мотивування вибору можливих варіантів порівняння.

До іншої категорії моделей з погляду принципів формування й використання математичного апарата належать оптимізаційні моделі. У цьому випадку одна модель містить у собі опис усієї безлічі припустимих рішень. Границі застосовності таких моделей досить широкі, але реалізація їх досить трудомістка.

У практиці складання й реалізації математичних моделей не існує загальноприйнятих концепцій. У кожному конкретному випадку побудова економіко-математичної моделі й метод її вирішення тісно взаємозалежні. Тільки на підставі великого досвіду можна рекомендувати тип техніко-економічних моделей і методи їх реалізації.

Крім того, спостерігається тенденція спільного використання моделей оцінювання і оптимізаційних моделей. Для цього попередньо за допомогою оптимізаційної моделі вибираються варіанти, що лежать поблизу оптимального рішення. Після чого за допомо-

гою моделі оцінювання йде пошук найкращого варіанта з попередньо намічених рішень [19].

При вирішенні загальної задачі оптимальності необхідно враховувати характер вихідної інформації, що може бути детермінованою, стохастичною або адаптивною. Усі види інформації використовуються в різних задачах із більшим або меншим успіхом. Детермінований підхід до рішення задачі дає можливість знайти оптимальне рішення досить просто. При стохастичному підході до рішення деяка частина вихідної інформації зберігає детермінований характер, а інша її частина замінюється статистичними характеристиками. З часом вірогідність інформації знижується, що веде до невизначеності вихідної інформації. У цьому випадку використовують адаптивний підхід [20].

Раніше для вибору найбільш доцільного варіанту застосовувалися критерії мінімуму приведених витрат або максимуму річного економічного ефекту. Для техніко-економічних розрахунків в області енергетики рекомендували приймати нормативний строк окупності T_n у межах 7-10 років. Відповідно до цієї рекомендації величину T_n було взято за 8 років, а $E_n = 0,125$. Крім цього рекомендували диференціювати нормативні коефіцієнти за галузями промисловості з урахуванням структури фондів, особливостей тієї або іншої галузі, а також темпів технічного прогресу в цих галузях. Норми амортизації були встановлені з великим усередненням і не були диференційовані за номінальною напругою. Економічні показники, такі, як відрахування на реновацію і ремонт, коефіцієнт ефективності капіталовкладень, вартість ресурсів і виробленої енергії визначалися, як правило, на основі директивних документів [21 – 24].

В умовах ринкової економіки усі вартісні характеристики визначаються в результаті взаємодії на ринку інтересів виробників і споживачів і в залежності від кон'юнктури ринку постійно змінюються. Якщо зіставити раніше пропоновані критерії з методологією сучасних техніко-економічних розрахунків, то формально використовувані формули ідентичні. Але аналогія полягає тільки у формі написання критерію, а змістовні сторони істотно відрізняються.

В умовах ринку використовується не нормативний коефіцієнт ефективності капіталовкладень E_n , а такі показники, як відсоток на капітал (кредитна ставка), податки, страховки.

Амортизаційні відрахування на реновацію основних фондів необхідно приймати з обліком дисконтування. Зважаючи на те, що відбувається нерівномірне зростання цін на ресурси, устаткування і робочу силу при визначенні витрат необхідно також враховувати інфляцію.

Звичайно, якщо ставиться задача відшукування оптимальних техніко-економічних зв'язків, які не впливають на загальний виробничий ефект і коли не можливо розрахувати вигоду при неминучості капіталовкладень, то одним із головних критеріїв є мінімум приведених витрат. При побудові моделей практично неможливо врахувати усі внутрішні, часто стохастичні зв'язки. Але через те, що інформація про такі зв'язки звичайно неповна і найчастіше невизначена, то формалізація задачі оптимізації вимагає врахування додаткових критеріїв.

Математичні моделі, які характеризують єдину ціль, не завжди дають досить адекватне представлення про процес вибору найкращого рішення. До орієнтованого на єдину ціль відносяться рішення, наслідки яких можуть бути описані єдиною, наприклад, фінансовою категорією параметрів. Проте часто викликають інтерес безлічі цілей, елементи яких не можуть бути виражені однозначно. Багатомірні цілі можуть перебувати одна з одною у таких відносинах:

1. Цілі взаємно нейтральні.
2. Цілі кооперуються.
3. Цілі конкурують.

Оптимізаційні задачі енергетики є багатокритеріальними. Багатокритеріальність – це наявність декількох критеріїв, причому суперечливих критеріїв, при оцінці ефективності функціонування й розвитку систем енергетики. Оскільки, по-перше, не завжди якість енергосистеми оцінюється одним показником; по-друге, не всі фактори, які впливають на якість енергосистеми, можуть бути довільно

змінені, тож слід враховувати наявність неконтрольованих факторів. Однак, незважаючи на очевидність багатокритеріального характеру енергетичних задач, вони порівняно довго розглядалися як однокритеріальні, оскільки були відсутні об'єктивні методи рішення багатокритеріальних задач.

Після побудови моделі перед дослідниками виникає задача – вибір методу реалізації моделі. Вибір того або іншого методу рішення залежить перш за все від класу функціонала й обмежень, які присутні в конкретній задачі. У зв'язку з цим існуючі задачі в залежності від виду цільової функції і обмежень поділяють на ряд основних типів: задачі лінійного програмування, нелінійного програмування, дискретного і стохастичного [25].

2.2 Критеріальний метод аналізу математичних моделей

Задачі енергетики подаються у виді оптимізаційних моделей з одним або декількома критеріями. Для рішення зазначених задач необхідно здійснювати вибір найбільш оптимального методу й алгоритму.

Якщо моделі будуються у вигляді позиноміальних рівнянь (термін «позином» запропонований американськими дослідниками [26]), то для цих цілей найбільш доцільним є застосування критеріального програмування, що вигідно відрізняється від інших методів математичного програмування.

Метод критеріального програмування заснований на теорії подібності, що дає змогу мінімізувати позином:

$$y(x) = \sum_{i=1}^{m_1} A_i \prod_{j=1}^n x_j^{\alpha_{ij}}, \quad x_j \geq 0, \quad (2.1)$$

де A_i – позитивні узагальнені константи, що є вихідною інформацією про об'єкт оптимізації, вони мають детермінований або ймовірний характер залежно від умов задачі;

x_j – параметри оптимізації, позитивні параметри;

α_{ij} – показники ступеня, дійсні числа;

m_1 – кількість доданків у позиномі;

n – кількість невідомих параметрів.

Обмеження, що накладаються як на окремі змінні x_j , так і на групу змінних, можуть представлятися у вигляді позиномів, аналогічних (2.1):

$$q_k(x) = \sum_{i=m_k+1}^{m_k+1} A_i \prod_{j=1}^n x_j^{\alpha_{ij}} \leq 1 \quad k = 1, 2, \dots, p \quad (2.2)$$

У виразах (2.1) і (2.2) взято суцільну індексацію доданків цільової функції та обмежень.

У деяких випадках формування підмножин стану середовища складне, а інколи і неможливе, що викликає певні труднощі в аналізі об'єкта оптимізації. Цілком природне прагнення дослідника знайти прийоми, використання яких давало б змогу безпосередньо за виглядом математичної моделі системи оцінювати по ній галузь, яка цікавить інженера.

Поступово сформувалася думка про те, що можливість одержання настільки загальних висновків про об'єкт дослідження, особливо в області екстремальних значень його параметрів, залежить тільки від виду математичної моделі. Як приклад розглянемо модель узагальненої форми. Нехай функція реалізації:

$$y^1 = A_0 + A_1 \cdot x^{\alpha_1} + A_2 \cdot x^{\alpha_2}, \quad (2.3)$$

де α_j ($j=1,2$) – показник ступеня;

A_i ($i=1,2$) – константи;

x – змінні.

Оскільки економічно доцільне значення в даному випадку не залежить від постійної складової A_0 , то проведемо аналіз лише для змінної частини:

$$y = y^1 - A_0 = A_1 \cdot x^{\alpha_1} + A_2 \cdot x^{\alpha_2} \quad (2.4)$$

Основна задача, яку ставлять перед собою дослідники при вивченні математичної моделі виду (2.4), формулюється звичайно в такий спосіб.

Оскільки функція (2.4) при $A_1, A_2 > 0$, $\alpha_1 \cdot \alpha_2 > 0$ має мінімальний показник, то слід визначити у відносних одиницях величину відхилення у від стаціонарного значення при відхиленні оптимізаційного параметра x від свого оптимального значення x_0 , тобто шукають функціональну залежність такого виду:

$$\Delta_* y = \frac{y_T - y_o}{y_o} = f\left(\frac{x_T}{x_o}\right), \quad (2.5)$$

де y_T – поточне значення цільової функції;

x_T – поточне значення оптимізованого параметру.

Оскільки величина $\Delta_* y$ за інших рівних умов характеризує стійкість математичної моделі в області екстремальних значень, то такий клас задач одержав назву «дослідження на стійкість».

Покажемо основні прийоми, що застосовуються для розкриття функціональної залежності (2.5). Одержимо спочатку значення різниці y_T і y_o для (2.4).

$$\begin{aligned} \Delta y_2 &= \left(A_1 \cdot x_T^{\alpha_1} + A_2 \cdot x_T^{\alpha_2} \right) - \left(A_1 \cdot x_o^{\alpha_1} + A_2 \cdot x_o^{\alpha_2} \right) = \\ &= x_o^{\alpha_2} \cdot A_2 \left[\left(x_*^{\alpha_2} - 1 \right) \left(-\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right) + \left(x_*^{\alpha_2} - 1 \right) \right]. \end{aligned}$$

Тут

$$x_* = \frac{x_T}{x_o}, \quad x_o = \left(-\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot \frac{A_2}{A_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2}}. \quad (2.6)$$

Після розподілу на y_o і нескладних перетворень маємо:

$$\Delta_* y = \frac{\Delta y}{y_o} = \frac{y_T}{y_o} - 1 = \frac{-\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} x_*^{\alpha_1} + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2} x_*^{\alpha_2} - 1.$$

Позначаючи $\frac{y_T}{y_o}$ через y_* , можна записати:

$$y_* = \frac{-\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} x_*^{\alpha_1} + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2} x_*^{\alpha_2}. \quad (2.7)$$

Знайдена функція (2.7) створює можливість вирішити поставлену задачу, оскільки величина y_* характеризує відхилення від екстремального значення цільової функції при відході x від x_0 . Значимо, що на функціональний зв'язок між x_* і y_* не роблять ніякого впливу коефіцієнти A_1 і A_2 вихідної моделі. Останнє дає змогу вивчати стійкість функції (2.4) при неповній інформації. За допомогою співвідношення (2.7) можливо також встановити вагу (частку) складових виразу (2.4) в екстремальній точці. Якщо взяти y за одиницю, одержимо відповідь на поставлене питання. Ця операція називається «встановленням домірності». Як і стійкість, її можна виявляти без знання коефіцієнтів A_1 і A_2 .

Оскільки $y_0^1 = y_0 + A_0$, то чисельні значення стійкості і домірності для функцій (2.3) і (2.4) різні. Ця обставина змушує вихідну модель будувати без постійного доданка A_0 або непрямо його враховувати на наступних етапах дослідження.

Надалі, узагальнюючи вище наведене в зоні стаціонарних точок, критеріальна форма цільової функції буде такою:

$$y_* = \sum_{i=1}^{m_1} \pi_i \prod_{j=1}^n x_{*j}^{a_{ij}}, \quad (2.8)$$

де π_i – критерії подібності;

x_{*j} – відносне значення змінного параметра;

y_* – відносне значення функції цілі.

Визначення критеріїв подібності й побудова обмеження виду (2.2), пов'язані з рядом особливих моментів. Насамперед у цих умовах центр ваги приходиться переносити на складання й вивчення властивостей функції Лагранжа. Остання може бути записана так [27]:

$$L(x, \mu) = y + \sum_{\kappa=1}^p \mu_{\kappa} |g_{\kappa} - 1|, \quad (2.9)$$

де:

$$y = \sum_{i=1}^{m_1} A_i \prod_{j=1}^n x_j^{a_{ij}}, \quad (2.10)$$

при обмеженнях:

$$0 < x_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.11)$$

причому:

$$g_\kappa = \sum_{i=m_{\kappa+1}}^{m_{\kappa+1}} A_i \prod_{j=1}^n x_j^{a_{ij}} \leq 1, \quad \kappa = 1, \dots, p,$$

$$0 < A_i, \quad i = 1, \dots, M; \quad M = m_p + 1,$$

де M – сумарна кількість членів цільової функції та обмежень;

P – кількість функціональних (змушених) обмежень;

m_1 – номер останнього члена цільової функції;

m_κ – номер останнього члена $(\kappa - 1)$ -го обмеження.

Щодо цього випадку «працює» теорема Куна-Такера, використовуючи яку, можна замінити пошук умовного мінімуму цільової функції з обмеженнями визначення безумовного мінімуму функції Лагранжа. Для подальшого важливо, що в точці мінімуму функції (2.9) [27] при всіх

$$0 \leq \mu_\kappa, \quad \kappa = 1, \dots, p \quad \text{і} \quad 0 < x_j, \quad j = 1, \dots, n$$

маємо

$$\mu_{\kappa_0} |g_{\kappa_0} - 1| = 0, \quad \kappa = 1, \dots, p, \quad (2.12)$$

і

$$L(x_0, \mu_0) = y_0. \quad (2.13)$$

У (2.13) y_0 – умовний мінімум функції (2.9) при обмеженнях (2.11). Оскільки в нашому випадку проводиться дослідження в зоні стаціонарної точки, то як основний принцип, що визначає систему базисних величин, доцільно використовувати операцію диференціювання. З огляду на те, що в екстремальній точці часткові похідні за змінними x_j дорівнюють нулю, маємо:

$$\frac{\delta L(x)}{\delta x_q} = \frac{1}{x_q} \left(\sum_{i=1}^{m_1} \alpha_{1q} A_i \prod_{j=1}^n x_{j^\circ} + \sum_{\kappa=1}^p \mu_{\kappa^\circ} \sum_{i=m_{\kappa+1}}^{m_{\kappa+1}} \alpha_{iq} A_i \prod_{j=1}^n x_{j^\circ}^{\alpha_{ij}} \right) = 0 \quad (2.14)$$

Тут q набуває всіх значень $j: q=1, \dots, n$. Оскільки $y_\circ > 0$, то часткові похідні можна записати так:

$$\sum_{i=1}^{m_1} \alpha_{iq} \frac{A_i}{y_\circ} \prod_{j=1}^n x_{j^\circ}^{\alpha_{ij}} + \sum_{\kappa=1}^p \sum_{i=m_{\kappa+1}}^{m_{\kappa+1}} \alpha_{iq} \frac{\mu_{\kappa^\circ} A_i}{y_\circ} \prod_{j=1}^n x_j^{\alpha_{ij}} = 0, q=1, \dots, n \quad (2.15)$$

або

$$\sum_{i=1}^M \alpha_{iq} \pi_{i^\circ} = 0, \quad q=1, \dots, n, \quad (2.16)$$

де

$$\frac{A_i}{y_\circ} \prod_{j=1}^n x_{j^\circ}^{\alpha_{ij}}, \quad i=1, \dots, m \quad \pi_{i^\circ} = \frac{\mu_{\kappa^\circ} A_i}{y_\circ} \prod_{j=1}^n x_{j^\circ}^{\alpha_{ij}} \quad (2.17)$$

$$i = m_\kappa + 1, \dots, m_{\kappa+1}; \quad \kappa = 1, \dots, p.$$

Умови нормування для функції Лагранжа одержимо, використавши метод інтегральних аналогів [21]. Оскільки виконується умова (2.13), то:

$$1 = \sum_{i=1}^{m_1} \frac{A_i}{y_\circ} \prod_{j=1}^n x_{j^\circ}^{\alpha_{ij}} + \sum_{\kappa=1}^p \left[\sum_{i=m_{\kappa+1}}^{m_{\kappa+1}} \frac{\mu_{\kappa^\circ} A_i}{y_\circ} \prod_{j=1}^n \frac{x_{j^\circ}^{\alpha_{ij}}}{j_\circ} - \frac{\mu_{\kappa^\circ}}{y_\circ} \right]. \quad (2.18)$$

Беручи до уваги (2.12), одержимо:

$$1 = \sum_{i=1}^{m_1} \frac{A_i}{y_\circ} \prod_{j=1}^n x_{j^\circ}^{\alpha_{ij}}. \quad (2.19)$$

або

$$\sum_{i=1}^{m_1} \pi_{i^\circ} = 1. \quad (2.20)$$

Для встановлення зв'язку між критеріями подібності з номерами, які більші за m_k , використовуємо умову (2.11). Насправді,

$$\frac{\mu_{k^o}}{y_o} |g_k(x_o) - 1| = \sum_{i=m_k+1}^{m_{k+1}} \frac{\mu_{k^o} A_i}{y_o} \prod_{j=1}^n \frac{x^{a_{ij}}}{j_o} - \frac{\mu_{k^o}}{y_o} = 0. \quad (2.21)$$

Тому з урахуванням (2.17):

$$\sum_{i=m_k+1}^{m_{k+1}} \pi_{i_o} = \frac{\mu_{k^o}}{g_o} = \lambda_k. \quad (2.22)$$

Остаточо:

$$\sum_{i=m_k+1}^{m_{k+1}} \pi_{i_o} = \lambda_k, \quad k \in K, \quad k = \{k : \mu_{k^o} > 0\}. \quad (2.23)$$

Величину λ_k можна розглядати як нормований множник Лагранжа.

Таким чином, якщо критерії подібності для основної функції (2.10), як і раніше підкоряються умові нормування, то π_{i_o} , $i = m_k + 1, \dots, m_{k+1}$ підстав для їх обмеження не має.

Отримані співвідношення (2.17) і (2.23) для критеріїв подібності основного позинома (2.10) і обмежень (2.11) дають можливість записати функцію Лагранжа в критеріальній формі. Проте з позицій додатків більший інтерес має дослідження сфери умовного, а не безумовного екстремуму. Тому виправданий роздільний запис у відносних одиницях вихідного позинома та обмежень.

Враховуючи зауваження і використовуючи співвідношення (2.8), одержимо:

$$y_{*o} = \sum_{i=1}^{m_1} \pi_{i_o} \prod_{j=1}^n x_{*j_o}^{a_{ij}}. \quad (2.24)$$

У свою чергу, розділимо співвідношення (2.11) на y_o і, беручи до уваги (1.8), матимемо:

$$g_{*k_o} = \sum_{i=m_k+1}^{m_{k+1}} \pi_{i_o} \prod_{j=1}^n x_{*j_o}^{\alpha_{ij}} \leq \lambda_k, \quad k=1, \dots, p. \quad (2.25)$$

Використовуючи співвідношення (2.24) і (2.25), можна виявити зміни величини цільової функції та обмежень при відхиленні x від x_o .

Якщо $M = n + 1$, то критерії подібності можна знайти без значення коефіцієнтів A_i . Функції, у яких спостерігається це співвідношення, одержали назву канонічних. Пошук критеріїв подібності полягає в розв'язанні системи лінійних рівнянь щодо критеріїв подібності. Для задачі без обмежень ця система має такий вигляд:

$$\sum_{i=1}^{n+1} \alpha_{ij} \pi_i = 0, \quad j=1, \dots, n \quad (2.26)$$

$$\sum_{i=1}^{n+1} \pi_i = 1$$

Для математичної моделі багатьох змінних з обмеженнями можуть бути отримані аналогічні рівняння, якщо скористатися функцією Лагранжа. У цьому випадку вихідна залежність має вид:

$$L(x, \mu) = \sum_{i=1}^{m_1} A_i \prod_{j=1}^n x_j^{\alpha_{ij}} + \sum_{k=1}^p \mu_k \left[\sum_{i=m_k+1}^{m_{k+1}} A_i \prod_{j=1}^n x_j^{\alpha_{ij}} - 1 \right]. \quad (2.27)$$

У точці мінімуму ця функція дорівнює:

$$L(x_o, \mu_o) = y(x_o). \quad (2.28)$$

Виходячи з подібних припущень, раніше були отримані співвідношення (1.17) і (1.20).

$$\sum_{i=1}^M \alpha_{iq} \pi_{i_0} = 0, \quad q = 1, \dots, n$$

(2.29)

$$\sum_{i=1}^{m_1} \pi_{i_0} = 1$$

де M змінюється в залежності від кількості обмежень.

Ця система лінійних рівнянь аналогічна тій, за якою визначалися критерії подібності для найпростішого випадку.

Для визначення критеріїв подібності й параметрів оптимізації достатньо проаналізувати можливість рішення системи лінійних рівнянь, що складається з двох підсистем. Перша підсистема складається з рівнянь, що можуть бути отримані з визначення критеріїв подібності (2.17) і (2.23). Тоді загальна система буде мати вигляд:

$$\sum_{i=1}^{m_1} \alpha_{ij} \pi_{i_0} = 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^{m_1} \pi_{i_0} = 1$$

(2.30)

$$\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} l_n x_{j_0} - l_n y_0 = l_n \frac{\pi_{i_0}}{A_i}, \quad i = 1, \dots, m_1$$

$$\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} l_n x_{j_0} = l_n \frac{\pi_{i_0}}{\lambda_\kappa A_i}, \quad \kappa = 1, \dots, p; \quad i = m_\kappa + 1, \dots, m_{\kappa+1}.$$

Нескладно довести, що (2.30) еквівалентна системі, яка відображає необхідні умови існування екстремуму функції:

$$L'(x, \mu) = 0, \quad j = 1, \dots, n. \quad (2.31)$$

Систематичні процедури необхідно проводити з аналізу матриці, складеної з показників ступеня змінних x_j . Оскільки аналогічні матриці широко використовуються при визначенні критеріїв подібності методом аналізу розмірностей [21, 22], вони одержали назву матриць розмірностей. Матриця розмірностей має вигляд:

$$R = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \dots & \alpha_{2n} \\ \alpha_{n+1,1} & \dots & \alpha_{n+1,n} \end{bmatrix}. \quad (2.32)$$

Зазначимо, що матриця R_1 системи рівняння (2.31) є матрицею розмірностей R , до якої доданий стовпець з одиниць і нулів:

$$R_1 = \begin{bmatrix} & \dots & 1 \\ R & \dots & \dots \\ & \dots & 0 \\ & \dots & \dots \end{bmatrix} m_1. \quad (2.33)$$

Основна матриця системи лінійних рівнянь (2.29) є транспонованою R . Отже, система (2.29) завжди має рішення, коли воно є в (2.31) і навпаки.

Строго позитивне рішення системи (2.29) можна записати так:

$$\pi_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}, \quad i = 1, \dots, n + 1. \quad (2.34)$$

Тут Δ_i – алгебраїчні доповнення до елементів останнього стовпця матриці R , Δ – визначник системи.

Очевидно, що строго позитивне рішення системи (2.29) існує тоді і тільки тоді, коли усі Δ_i відмінні від нуля і мають один знак.

Якщо ця умова виконується, то матриця R_l (2.33) «не вироджена» і система (2.30) має єдине рішення.

Залежності виду (2.33) називаються канонічними, якщо алгебраїчні доповнення Δ_i , $i=1, \dots, n+1$ останнього стовпця розширеної матриці розмірностей R_l відмінні від нуля і мають той самий знак.

Як приклад, розглянемо задачу обґрунтування надійності елементів системи електропостачання.

Відомо, що реалізація подібної задачі ускладнена відсутністю достовірної вихідної інформації про збитки національного господарства від перерв в електропостачанні. Збільшити надійність електропостачання можна шляхом збільшення кількості паралельно ввімкнених ліній з метою резервування. Очевидно, що зі збільшенням кількості паралельно ввімкнених ліній зростають капіталовкладення в систему, але при цьому знижуються втрати енергії і збиток від перерв у постачанні електричної енергії. Нехай цільова функція буде приведеними витратами до системи електропостачання з урахуванням включених рівнобіжних кіл:

$$Z = A_1 V^{0.5} m + A_2 F m + A_3 V^{-2} F^{-1} m^{-1} + A_4 m^{-2}, \quad (2.35)$$

де за оптимізовані обрано такі параметри:

m – кількість паралельних кіл;

V – оптимізована напруга;

F – переріз проводу.

Вся інша інформація укладена в узагальнених константах A_i .

Із погляду викладеного матеріалу функція (2.35) відноситься до класу канонічних із позицій критеріального методу. Запишемо матрицю розмірностей:

$$R = \begin{vmatrix} 1 & 1/2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & 0 \end{vmatrix}. \quad (2.36)$$

Побудуємо розширену матрицю шляхом додавання стовпця, що складається з одиниць, у матрицю R .

Тоді:

$$R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.37)$$

Визначаємо критерії подібності:

$$\pi_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}, \quad (2.38)$$

де Δ_i – алгебраїчні доповнення до елементів останнього стовпця матриці R_1 .

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -4; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1/2 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -1; \quad (2.39)$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1/2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -1; \quad \Delta_4 = \begin{vmatrix} 1 & 1/2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -2.$$

З (2.39) видно, що алгебраїчні доповнення останнього стовпця матриці R_1 відмінні від нуля і мають один знак. Визначник системи в даному випадку:

$$\Delta = 1 \cdot \Delta_1 + 1 \cdot \Delta_2 + 1 \cdot \Delta_3 + 1 \cdot \Delta_4 = -8.$$

Тоді:

$$\pi_1 = \frac{1}{2}, \quad \pi_2 = \pi_3 = \frac{1}{8}, \quad \pi_4 = \frac{1}{4}.$$

Як правило, канонічні моделі трапляються рідко. Найчастіше сумарна кількість функцій $y(x)$ і обмеження $g(x)$ або менше, або більше $n + 1$, тобто не виконується перша ознака канонічності.

У випадку, коли $M > n + 1$, то система лінійних рівнянь неоднорідна. Загальне її рішення записується у вигляді [21]:

$$\pi_i = \beta_i^{(0)} + \sum_{j=1}^d \beta_i^{(j)} t_j, \quad i = 1, \dots, M, \dots \quad (2.40)$$

де t_j – вільні (базисні) змінні, які задовольняють умови незаперечності:

$$\beta_i^{(0)} + \sum_{j=1}^d \beta_i^{(j)} t_j, i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n; \quad d = M - (n + 1).$$

$\beta_i^{(0)}, \beta_i^{(j)}$ – коефіцієнти, отримані при перетворенні системи рівнянь (2.29).

Вектор $\beta_i^{(0)}$ задовольняє умови нормалізації та ортогональності. Вектори $\beta_i^{(j)}, j = \overline{1, d}$ називаються векторами нев'язкості. Вони є лінійно незалежними між собою рішеннями однорідної частини умов нормалізації й ортогональності.

Як ілюстрацію розглянемо задачу визначення домінантності між складовими змінної частини питомих витрат на електропостачання сільськогосподарського району:

$$Z = A_1 \xi \Delta V^{-1} + A_2 \xi^2 \Delta V^{-2} + A_3 \xi^{-2} \Delta V, \quad (2.41)$$

де ξ – щільність струму в лініях електропостачання;

ΔV – втрата напруги в лінії до найбільш віддаленого споживача.

З урахуванням обмежень:

$$A_4 \Delta V \leq 1. \quad (2.42)$$

У даному випадку для визначення критеріїв подібності та вирішення задачі домірності неможливо одержати однозначні значення для π , оскільки $M \neq n + 1$.

Тобто ми маємо неканонічну модель. Запишемо умови нормування й ортогональності як систему рівнянь:

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1, \quad (2.43)$$

$$\pi_1 + 2\pi_2 - 2\pi_3 = 0, \quad (2.44)$$

$$-\pi_1 - 2\pi_2 + \pi_3 + \pi_4 = 0. \quad (2.45)$$

За умови, що $\pi_1 \geq 0$, $\pi_2 \geq 0$, $\pi_3 \geq 0$, $\pi_4 \geq 0$. Для визначення векторів $\beta_i^{(\circ)}$ і $\beta_i^{(j)}$ використовуємо стандартні процедури вищої алгебри для перетворень матриці R , складеної з показників ступеня змінних ξ і ΔV :

$$R = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \\ -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2.46)$$

Оскільки ранг матриці $r = 1$, то для визначення $\beta_i^{(\circ)}$ і $\beta_i^{(j)}$ необхідно зробити наступні перетворення. Виділимо в матриці R одиничну матрицю. Далі візьмемо зі зворотним знаком матрицю транспоновану до матриці, що лежить нижче одиничної і є матрицею-стовпцем і, дописавши до неї одиничну матрицю, одержимо:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2.47)$$

Із побудови зрозуміло, що вектори-стовпці побудованої матриці відображають умови ортогональності. Для відповідності умови нормування розділимо кожен елемент першого стовпця на суму його компонентів. У такий спосіб одержимо вектор нормалізації:

$$\beta_i^{(\circ)} = \begin{vmatrix} 2/3 \\ 1/3 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}. \quad (2.48)$$

Оскільки матриця (2.47) має три стовпці, існує два вектори не в'язання $\beta_i^{(j)}$. Щоб одержати ці вектори, віднімемо від векторів-стовпців матриці (2.47), що залишилися, добуток суми перших трьох його компонентів на вектор $\beta_i^{(j)}$:

$$\beta_1^{(1)} = \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad \beta_1^{(2)} = \begin{vmatrix} -1/3 \\ 1/3 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (2.49)$$

Таким чином, загальне рішення умов нормалізації й ортогональності має вигляд:

$$\pi_i = \beta_i^{(\circ)} + t_1 \beta_1^{(1)} + t_2 \beta_1^{(2)}, \quad (2.50)$$

або:

$$\pi_1 = \frac{2}{3} - t_1 - \frac{1}{3}t_2, \quad \pi_2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}t_2, \quad \pi_3 = t_1, \quad \pi_4 = t_2. \quad (2.51)$$

Визначимо умови існування рішення (2.51) із (2.50). Одержимо:

$$0 \leq t_1 \leq 1, \quad 0 \leq t_2 \leq 1.$$

Маючи певне значенням t_1 і t_2 можна одержати конкретні значень для критеріїв подібності π .

Виходячи з (2.30) можна записати основний алгоритм пошуку оптимальних параметрів x_{j_0} і цільової функції $y(x_0)$:

$$x_{j_0} = \prod_{i=1}^{n+1} \left(\frac{\pi_i}{C_i} \right)^{\frac{\Delta_{ij}}{\Delta}}, \quad (2.52)$$

$$y(x) = \prod_{i=1}^{n+1} \left(\frac{\pi_i}{C_i} \right)^{\frac{\Delta_i}{\Delta}}, \quad (2.53)$$

$$\text{де } C = \begin{cases} A_i, i = 1, \dots, m_1 \\ \lambda_\kappa A_i, i = m_\kappa + 1, \dots, m_{\kappa+1}; \kappa = 1, \dots, p \end{cases} \quad (2.54)$$

2.3 Стійкість прийнятих рішень

Термін «стійкість» часто використовується в науково-технічній літературі, причому в це поняття вкладається різний зміст, тому слід дати йому визначення, щоб усунути можливу неоднозначність.

Під дослідженням стійкості об'єкта надалі розуміється сукупність процедур, використання яких дозволяє установити зміну функції при відхиленні аргументу від його базисного значення. Це так звана пряма задача стійкості. У свою чергу, під зворотною задачею розуміємо виявлення можливих областей відхилення параметрів від їхніх базисних значень при заданій величині місцевої зміни функції. Причому в основу рішення як прямої, так і зворотної задачі покладена критеріальна форма запису математичної моделі об'єкта.

Першорядне значення має виявлення стійкості поблизу стаціонарних точок і умовного мінімуму. У цьому випадку вдається встановити розумну точність оптимізації. Якщо зміна якої-небудь перемінної істотно не впливає на величину цільової функції, то очевидно, що немає необхідності визначати точне стаціонарне значення цієї змінної. Задача його виявлення лежить поза межами економічного аналізу.

Підставою для вибору можуть служити технічні умови конкретної задачі. Наприклад, ремонтпригодність, зручність в експлуатації тощо. Якщо цільова функція змінюється досить круто при відхиленні перемінної від стаціонарного значення, то це вказує на необхідність її ретельного визначення. В цьому випадку необхідно детально проаналізувати значення коефіцієнтів, від яких залежить стаціонарне, зокрема оптимальне значення змінної.

Хоча стійкість – поняття відносне, йому можна дати і кількісну оцінку, особливо, якщо мова йде про вивчення техніко-економічних явищ. У цьому випадку за базисну беруть точка умовного або безумовного мінімуму приведених витрат. Як нормоване збільшення витрат у порівнянні з мінімальним значенням, у межах якого техніко-економічна модель є економічно стійкою [28, 29] до

зміни оптимізованих параметрів, слід брати величину, що дорівнює похибці розрахунків. Тому можна вважати рівняння приведених витрат стійким, якщо, наприклад, 5% відхилення параметра X від свого найбільш доцільного значення не приводить до збільшення витрат більш ніж на 5%. У деяких випадках залежно від характеру задач і ряду інших причин беруть як більшу, так і меншу величини [30].

Дослідження стійкості об'єкта створює можливість виявити якусь зону (зону значень змінних) для якої цільова функція відхиляється від оптимуму не більше ніж на величину похибки. Якщо досліджується техніко-економічна модель, то ця зона називається зоною рівноекономічних варіантів. Усі значення змінних, які належать зоні стійкості, можуть вважатися оптимальними, оскільки будь-яким змінам змінних всередині зони не вдається уточнити значення цільової функції.

Існування зони стійкості засновано на загальній властивості стаціонарних значень. При невеликих відхиленнях змінних від точки оптимуму, відхилення функції є величиною порядку малості. У свою чергу в будь-якому іншому місці кривої, зрушення на невелику відстань змінює значення функції на величину того ж порядку малості. Але у мінімумі легкі розбіжності у першому наближенні не приводить до зміни функції. Тому можна припустити, що зона зміни змінних у зоні стаціонарних точок, що відповідає неточності цільової функції, найчастіше значно перевищує похибку їхнього визначення.

На практиці при реалізації найбільш доцільного варіанта інженер стикається з необхідністю використовувати лише стандартні характеристики виробів. Враховуючи також і те, що залежність зміни цільової функції від оптимального параметра може виявитися різко несиметричною щодо екстремального значення, дослідження стійкості дозволяє виявити раціональний напрямок відхилення від теоретично знайденого варіанта. Мало того, може вияви-

тися, що жодне зі стандартних значень не попадає в зону стійкості. У цьому випадку необхідно брати для реалізації ті стандартні значення, що дають найменше відхилення цільової функції від мінімуму. Це третя мета дослідження стійкості об'єкта.

Слід також підкреслити, що при $M > n + 1$ графік узагальненої форми запису позинома розташовується між верхньою і нижньою огинаючими лініями. Однак встановлення факту існування границь не дає ще алгоритму їхнього визначення.

При виявлених тим або іншим шляхом значення критеріїв подібності π_i , задаючи різні числові значення x_j , завжди можна знайти всі характеристики об'єкта (з позицій стійкості), що цікавлять дослідника. Усе питання зводиться до коректного визначення критеріїв подібності. Крім того, оскільки існують границі, серед усієї безлічі значень коефіцієнтів A_i має існувати така підмножина, на якій стійкість $y(x)$ мінімальна, тобто критеріальна форма:

$$y_{*e} = \sum_{i=1}^M \pi_i \prod_{j=1}^n x_{*j}^{a_{ij}} \quad (2.55)$$

найбільше змінюється при відхиленні від базисної точки. Так само існує набір критеріїв подібності, що дають найменші відхилення y_{*e} при змінах x_{*j} у районі характерної точки. Для однозначного виявлення цих двох наборів критеріїв подібності задамося будь-яким збільшенням δ_j змінних x_{*j} . Тоді на функції $y_{*e}(x)$ виявиться точка:

$$y_*(1 \pm \delta)_e = \sum_{i=1}^M \pi_i \prod_{j=1}^n (1 \pm \delta_j)^{a_{ij}} \quad (2.56)$$

Критерії подібності π_i пов'язані звичайними для функції типу (2.55) системою рівнянь:

$$\sum_{i=1}^M \alpha_{ij} \pi_i = 0, \quad j = 1, \dots, n \quad (2.57)$$

$$\sum_{i=1}^M \pi_i = 1$$

Зазначимо, що функція (2.56) лінійна щодо критеріїв подібності π_i :

$$y_*(1 \pm \delta)_9 = \sum_{i=1}^M C_i \pi_i, \quad (2.58)$$

де:

$$C_i = \prod_{j=1}^n (1 \pm \delta_j)^{\alpha_{ij}}, \quad i = 1, \dots, M.$$

Таким чином, як функція (2.58), так і рівняння зв'язку (2.57) перебувають в лінійній залежності від змінних π_i . Тому виявлення верхньої і нижньої кривих можна проводити методами лінійного програмування. Визначаючи максимум лінійної форми, одержимо значення критеріїв подібності для вивчення найбільш сильного відхилення цільової функції від базисної точки. В свою чергу, мінімум виявляє критерії подібності для дослідження найбільшої стійкості.

2.4 Багатокритеріальний аналіз техніко-економічних моделей

Задачі багатокритеріальної оптимізації є найскладнішими із задачі із кількома основними цілями, що потребують спеціальних методів їхнього рішення. Задача багатокритеріальної (векторної) оптимізації формально ставиться таким чином: для векторного критерію якості мінімізувати локальні цільові функції

$$f_j(x) \rightarrow \min_{x \in D_x}, \quad j = \overline{1, m} \quad (2.59)$$

де D_x – область припустимих рішень векторної змінної $x = (x_1, \dots, x_n)$, обумовлюються обмеженнями:

$$q_k(x) \leq 0, \quad k = \overline{1, S}, \quad (2.60)$$

$$h_l(x) = 0, \quad l = \overline{1, S'}. \quad (2.61)$$

Складність задачі оптимізації за векторним критерієм якості виявляється в її математичній некоректності, оскільки в загальному випадку не існує рішення x_0 , що одночасно дає екстремум усім скалярним критеріям $f_j(x)$ з $F(x)$. З іншого боку, розв'язком задачі (2.59)-(2.61) може вважатися зона компромісів $x^c \subset D_x$ (область ефективних рішень), у якій поліпшення якості рішень за одними критеріями викликає погіршення якості інших, що в свою чергу породжує проблему неоднозначного рішення. Нестійкість багатокритеріальної задачі виявляється в тому, що рішення, обрані з x^c на основі різних принципів компромісу, можуть значно відрізнятись одне від одного на D_x .

Таким чином, вирішення задачі векторної оптимізації можливо лише в разі її регуляризації в тому або іншому сенсі. Проведення такої регуляризації пов'язане з вирішенням наступних проблем [29]: визначення зони компромісів або рішень оптимальних за Па-

рето; визначення схеми компромісів; нормалізація критеріїв; облік пріоритету критеріїв. Різні підходи до рішення зазначених проблем породжують різноманітні методи розв'язання задачі векторної оптимізації.

Нині є кілька різних підходів до класифікації методів розв'язання багатокритеріальних задач [31, 32], серед яких можна виділити такі:

- 1) евристичний;
- 2) ітеративно-градієнтний пошук;
- 3) виявлення функції вибору;
- 4) аксіоматичний.

До першої групи належать методи, які створюють можливість використовувати узагальнений критерій, за допомогою якого нормують значення, одержані за окремими критеріями. Недоліком цього методу є недостатня перевірка вірогідності отриманих результатів.

Для методів другої групи характерна побудова людино-машинної процедури, за допомогою якої проводиться порівняння близьких значень змінних, визначається напрямок, що дає найбільш значний приріст ефективності, і на основі спеціального правила шукається наступна базова точка. Однак цей метод не оцінює ступінь переваги оптимальної альтернативи, а може призвести до зациклення.

Третя група методів дає змогу виявити функцію переваг, що використовується для пошуку оптимуму в багатокритеріальній задачі. Істотним недоліком цієї групи методів є великий обсяг експертних процедур, необхідних для виявлення переваг.

До методів четвертої групи належать аксіоматичні методи, які припускають пошук функції корисності одержуваних рішень, що задовольняє сукупності апріорі сформульованих аксіом [32]. Методи цієї групи дають змогу знаходити точний розв'язок багатокритеріальної задачі практично за будь-яких умов. При виконанні введених аксіом, функція корисності задачі (2.59)-(2.61) виражається так:

$$u = \sum_{j=1}^m \phi_j [f_j(x)], \quad (2.62)$$

де $\phi_j(\cdot)$ – функція корисності за j -м критерієм.

Ряд методів базується на виборі рішення з деякої кінцевої їхньої безлічі на основі матриці корисності $u = \{u_{ij}\}$, $j = \overline{1, m}$, $i = \overline{1, m}$, де

u_{ij} – значення функції корисності i -го рішення по j -му критерію.

В окремому випадку як функції корисності можуть виступати безпосередньо критеріальні функції $f_j(x)$, $j = \overline{1, m}$. Остаточне рішення багатокритеріальної задачі визначається як таке, що доставляє екстремум одному з критеріїв, побудованих на елементах матриці u .

Як такі критерії найбільш широке застосування знаходять [33] критерії максиміна, мінімаксного жалю, Гурвіца, максімаксі та інші. У цьому випадку з'являється проблема вибору критерію, що є не простішою проблеми вибору єдиного рішення.

В ряді методів як додаткову інформацію, що вводиться в задачу, виступає форма залежності функції корисності $u = \phi[F(x), \alpha]$, а також прямі оцінки цієї функції для якоїсь сукупності рішень [34]. У цьому випадку рішення задачі оптимізації проводиться у два етапи: 1) визначаються параметри α функції корисності $\phi(\cdot)$ в результаті апроксимації безлічі прямих оцінок u заданих функціональною залежністю; 2) визначається шукане рішення x^* з умови:

$$x^* : u(x^*) = \underset{x \in D_x}{extr} \phi[F(x, \alpha)] \quad , \quad (2.63)$$

де D_x – область припустимих рішень.

Інший спосіб введення додаткової інформації у задачу векторної оптимізації складається у виборі одного критерію f_j як «головного» і побудові ієрархічної послідовності критеріїв. Оптимізація ієрар-

хічної послідовності критеріїв складається в пошуку рішення x_0 , що задовольняє співвідношенням:

$$f_1(x_0) = \min_{x \in X_0 \subset D_x} f_1(x); \quad f_2(x_0) = \min_{x \in X_1 \subset X_0} f_1(x);$$

$$f_m(x_0) = \min_{x \in X_m \subset X_{m-1}} f_m(x); \quad X_j = \{x / f_j(x) = \min f_j(x), x \in X_{j-1}\}. \quad (2.64)$$

До недоліків цього методу слід віднести те, що оптимізація вже за першим критерієм $f_1(x)$ може привести до єдиного рішення. Це призводить до необгрунтованої заміни задачі векторної оптимізації задачею оптимізації за одним із критеріїв.

Відносно прості в обчислювальному плані алгоритми можуть бути побудовані при переході всіх критеріїв $f_j(x)$ за винятком одного в розряд обмежень. Різновидом такого підходу є метод, у якому у векторові критерії якості $F = \{f_j(x)\}$ поставлений вектор $B = \{e_1, \dots, e_m\}$, що є обмеженням на значення критеріїв $f_j(x)$. У цьому випадку задача знаходження компромісного рішення зводиться до пошуку векторів x_0 , які мінімізують відстань $d(F, B)$ до вектора B . Основними труднощами у використанні таких методів є проблема визначення головного критерію та встановлення граничних значень для критеріїв, переведених в обмеження.

Метод обмежень відноситься до групи методів, що дають змогу провести скаляризацію багатокритеріальної задачі шляхом введення будь-якого вектора невизначених параметрів. Це значення встановлює ОПР. Такі методи описані в літературі також як методи параметризації [35]. Сюди належить метод лінійного зважування, метод асортиментних пропорцій і ряд інших. Відмінною рисою методів параметризації є те, що вони можуть бути використані як самостійно, так і у складі людино-машинних процедур розв'язання багатокритеріальної задачі.

Серед методів другої групи особливе місце займають методи цільового програмування, що ведуть до мінімізації функції вигляду:

$$R(x) = \left(\sum_{j=1}^m |f_j(x) - f_j(x_j^\bullet)|^L \right)^{1/L}, \quad (2.65)$$

де $x_j^\bullet = \arg \text{extr } f_j(x)$. Функція $R(x)$ визначає міру наближення векторного критерію якості до його значення $F^\bullet(x) = \{f_j(x_j^\bullet)\}_{j=1}^m$.

Використання різних метрик у (2.65) шляхом задання відповідного L створює можливість будувати різноманітні алгоритми пошуку рішення багатокритеріальної задачі оптимізації.

В роботі [36] запропонований і детально досліджений алгоритм пошуку розв'язання (названого ідеальною або утопічною точкою) для випадку евклідової метрики ($L = 2$). Функція $R(x)$ у найбільш загальному вигляді має вид:

$$R(x) = \left(\sum_{j=1}^m \alpha_j \left[\frac{f_j(x) - f_j(x_j^\bullet)}{f_j(x_j^\bullet)} \right]^L \right)^{1/L}, \quad (2.66)$$

де α_j вагові коефіцієнти, а розподіл на $f_j(x_j^\bullet)$ здійснюється для нормалізації критеріїв, приведення їх до єдиного безрозмірного масштабу.

Інші модифікації (2.66) можуть бути отримані шляхом введення інших способів нормування цільових функцій, наприклад:

$$R(x) = \sum_{j=1}^m \alpha_j \omega_j, \quad \omega_j = \frac{f_j(x) - f_j^{\min}}{f_j^{\max} - f_j^{\min}}, \quad j = \overline{1, m}, \quad (2.67)$$

де f_j^{\max}, f_j^{\min} – максимальне і мінімальне значення j -ї цільової функції в зоні припустимих розв'язків D_x .

Вибір параметра L у (2.66) визначається характером задачі. Так, якщо $f_j(x)$ є лінійними функціями, то для усунення нерівномірності чутливості $R(x)$ від значень параметрів α_j рекомендується [37] застосовувати квадратичну згортку ($L = 2$).

Для визначення вагових коефіцієнтів α_j можуть бути використані деякі формальні прийоми, що не мають під собою досить глибокого математичного обґрунтування, проте знаходять застосування при рішенні практичних задач. Так, наприклад, у роботі [38] як вагові коефіцієнти запропоновано вибирати числа:

$$\alpha_j = 1 / f_j^\bullet(x_j^\bullet), \quad j = \overline{1, m}, \quad (2.68)$$

де $f_j^\bullet(x_j^\bullet)$ оптимальне значення j -го критерію, отримане без урахування інших критеріїв $f_i(x), i = \overline{1, m}; i \neq j$.

Автори алгоритму [39] пропонують вибирати $\alpha_j, j = \overline{1, m}$ з умови максимального наближення до рівності:

$$\alpha_1 \Delta \hat{f}_1(x) = \alpha_2 \Delta \hat{f}_2(x) = \dots = \alpha_m \Delta \hat{f}_m(x), \quad (2.69)$$

де

$$\Delta \hat{f}_j(x) = \frac{f_j(x_j^\circ) - f_j(x)}{f_j(x_j^\circ) - f_j'}, \quad j = \overline{1, m},$$

f_j' – найкраще значення функції $f_j(x)$.

Проте за наявності неповноти вихідної інформації та невизначеності цілей, а так само при неточному виборі додаткових даних під час розв'язання поставлених задач, доцільніше застосовувати метод перебору варіантів.

При виборі результату з безлічі альтернатив необхідно обмежуватися тими точками зони D (зона відповідає безлічі альтернатив), для яких неможлива одночасна максимізація всіх критеріїв. Такі рішення називають оптимальними за Парето.

Оптимальністю за Парето можна істотно скоротити кількість інформації для аналізу моделі. Вектор-функція вважається оптимальною за Парето, якщо будь-який інший вектор, що є кращим для одного критерію, у той же час буде менш кращим для інших критеріїв. Далі принцип оптимальності за Парето говорить, що ніколи не слід вибирати вектор, що не є Парето-оптимальним, оскільки при подібному виборі можна збільшити ступінь поліпшення значення вектора принаймні деяких критеріїв, не погіршуючи при цьому значення інших. У змістовних термінах це означає, що слід обмежитися тими векторами, для яких неможливе поліпшення значень кількох критеріїв одночасно, тобто значення кожного з критеріїв можна поліпшити за рахунок погіршення значення іншого критерію. Зону, де значення критеріїв взаємно обумовлені, називають областю компромісу.

Маючи допустимі точки A'_1, \dots, A'_{N_0} і одержані значення всіх критеріїв $\Phi_1(A'_i), \dots, \Phi_p(A'_i)$, що цікавлять нас у цих точках, вибирається яка-небудь із припустимих точок, наприклад точка A'_1 . Переглядаючи всі точки A'_i , відмінні від A'_1 , виключаються ті з них, для яких при всіх $\nu = 1, 2, \dots, p$:

$$\Phi_\nu(A'_i) \leq \Phi_\nu(A'_1). \quad (2.70)$$

і хоча б при одному $\nu = \nu_0$ має місце строга нерівність:

$$\Phi_\nu(A'_i) < \Phi_\nu(A'_1). \quad (2.71)$$

Таким чином, виключаються точки безумовно гірші, ніж точка A'_1 , стосовно критеріїв Φ_1, \dots, Φ_p . Після виконання процесу виключення безумовно гірших точок, точки, що залишилися, утворюють безліч ефективних точок.

Цей метод, на наш погляд, більш ефективний для використання в практиці на ПК, економічність якого виявляється серед необхідних порівнянь при значній перевазі кількості точок над кількістю критеріїв.

Одержання рішень на багатокритеріальних моделях сполучено з подоланням високого рівня невизначеності. Це насамперед невизначеності цілей та обмежень, структури моделі і її вихідних даних.

Іншою проблемою у створенні спеціального математичного забезпечення задач техніко-економічних рішень є дослідження алгоритмів багатокритеріальної оптимізації, що створюють можливість відкидати неконкурентоспроможні рішення і найбільш ефективним чином виділяти перспективні безлічі рішень.

Звести некоректні задачі багатокритеріальної оптимізації до точно поставлених математичних задач цілком формальними методами неможливо. Дозвіл або «зняття» невизначеності досягається введенням в задачу яких-небудь гіпотез або евристик, після чого рішення її продовжується на формальному рівні. Вперше такий підхід був сформульований і обґрунтований Стаффордом Біром і названий ним «принципом зовнішнього доповнення» [40, 41].

В основу принципу зовнішнього доповнення Ст. Біром покладені висновки теореми Геделя про принципову неповноту формалізованих обчислень. Відповідно до цієї теореми для всякої системи вихідних аксіом завжди можна знайти твердження, для доказу якого потрібні нові аксіоми – зовнішні доповнення. З іншого боку, з теореми Геделя випливає визначена обмеженість аксіоматичного підходу, що виявляється в тому, що для будь-якої несуперечливої системи аксіом є дійсні припущення, не виведені з аксіом цієї системи [42, 43].

Одним із характерних способів реалізації принципу зовнішнього доповнення є метод самоорганізації математичних моделей А.Г. Івахненко. Суть методу полягає у відновленні єдиної оптимальної моделі за двома критеріями. При цьому за першим критерієм Q_1 будується безліч моделей, з яких за другим критерієм (критерієм селекції) Q_2 вибирається єдина модель. Проблема пошуку компро-

місних рішень у цьому випадку знімається за рахунок поділу інформації, яка використовується у критеріях Q_1 і Q_2 [44, 45].

Аналогічна ситуація має місце в задачах багатокритеріальної оптимізації. Принцип оптимальності Парето створює можливість усунути суперечливість аксіоматичної теорії, побудованої на багатокритеріальній задачі, але тим самим автоматично приводить до її неповноти. Оскільки щодо кожного рішення x^c із безлічі компромісів X^c не можна сказати, чи є воно розв'язком багатокритеріальної задачі.

Суть принципу зовнішнього доповнення в алгоритмах моделювання та оптимізації зводиться до введення в задачу зовнішнього доповнення у вигляді критеріїв, які відображають її фізичний або економічний зміст, що дають змогу або звужити безліч ефективних рішень до деякого кінцевого їхнього числа, або одержати єдине рішення.

Принцип зовнішнього доповнення передбачає введення в задачу моделювання додаткових критеріїв, що характеризуються тим або іншим способом рішення. З іншого боку, в основу процедур багатокритеріальної оптимізації можуть бути покладені методи й алгоритми моделювання. Це допомагає глибше досліджувати закономірності і залежності, які є основою багатокритеріальної задачі, і тим самим знизити рівень вимог до особи, що приймає рішення, за обсягом одержуваної від неї інформації.

Одним із формальних підходів до одержання єдиного розв'язання задачі векторної оптимізації є використання зовнішнього доповнення у вигляді скалярного критерію. У цьому випадку з безлічі припустимих рішень багатокритеріальної задачі (2.59)-(2.61) виділяється підмножина ефективних розв'язків X^c , потім здійснюється пошук екстремуму критерію зовнішнього доповнення.

Особливість даного підходу полягає в тому, що має місце трансформація задачі векторної оптимізації у задачу оптимізації за скалярним критерієм якості, для якої векторний критерій вихідної за-

дачі представляє додаткові обмеження на зону рішень. Такі обмеження виступають опосередковано, оскільки для компонентів векторного критерію при цьому не вводиться ніяких граничних значень.

Незважаючи на очевидну простоту підходу до розв'язання задачі векторної оптимізації на основі принципу зовнішнього доповнення нині практично відсутні ефективні обчислювальні процедури, що дають змогу реалізувати його на ПК для різних класів задач оптимізації. Розробка та дослідження алгоритмів багатокритеріальної пошукової оптимізації для випадку скалярного критерію якості створили передумови для синтезу алгоритмів оптимізації за векторним критерієм якості на основі зовнішнього доповнення, заданого у вигляді глобального критерію $\Phi(x)$, $x \in R^n$, який необхідно мінімізувати на області компромісів задачі (2.59)-(2.61).

Зазначену задачу можна подати таким способом. Знайти мінімум функції:

$$\Phi(x) \rightarrow \min_{x \in X^r}, \quad (2.72)$$

де:

$$X^r = X^d \cap X^c, \quad (2.73)$$

X^d – зона припустимих рішень, обумовлена функціональними обмеженнями (2.59) і (2.61), а X^c – зона компромісів, обумовлена моделлю:

$$X^c = \left\{ x \mid x \in X, \left(x^j \mid f_j(x^j) \geq f_j(x), \forall_j \right) \cap X = \Phi \right\}. \quad (2.74)$$

Формально процедура пошуку рішення x^* задачі (2.72)-(2.73) здійснюється у три етапи:

на першому етапі з використанням векторного критерію $F(x)$ визначається безліч компромісних рішень X^c ;

на другому етапі з безлічі X^c виділяється підмножина припустимих рішень X^r згідно з функцією (2.73);

на третьому етапі процедури на безлічі X^r здійснюється пошук рішення x^* , яке забезпечує мінімум критерію $\Phi(x)$.

Безпосередня побудова обчислювальних процедур за описаною схемою ускладнюється цілим рядом особливостей, властивих реальним задачам. По-перше, безліч X^c містить таку кількість рішень, що знаходження їх за допомогою перерахування не є можливим. По-друге, функціональні співвідношення, що визначають границі безлічі X^c , мають складну структуру, що найчастіше призводить до неможливості відновлення аналітичної залежності для цих співвідношень.

Для подолання зазначених труднощів необхідно всі три етапи об'єднати в єдину ітеративну пошукову процедуру. Можливість такого об'єднання улаштовується за допомогою певних дій. Безліч компромісних рішень X^c параметризується за допомогою вектора параметрів $\alpha = \{\alpha_j\}$, $\alpha_j > 0$, $j = \overline{1, m}$, обумовленого відповідно до обраного методу параметричної скалярізації, наприклад, лінійним згортанням локальних критеріїв. Тобто кожному рішенню $x^c \in X^c$ ставиться у відповідність вектор $\alpha \in A \subset R^m$, бо $x^c = \underset{x}{\text{argextr}} \varphi(x, \alpha)$. Оскільки критерій зовнішнього доповнення оптимізується на X^c , то $\Phi(x)$ розглядається як функція від α яка задається неявно і визначається алгоритмом свого обчислення:

$$\Phi[\cdot] = \Phi[\psi(\alpha)], \quad \alpha \in A, \quad (2.75)$$

Якщо як метод параметричної скалярізації узято метод лінійної згортки критеріїв, то:

$$\alpha \in A = \left\{ \alpha \mid \sum_{j=1}^m \alpha_j = 1, \alpha_j > 0 \right\}. \quad (2.76)$$

Тому між $\alpha \in A$ та $x \in X^c$ встановлюється функціональний зв'язок. У цьому випадку розв'язання задачі (2.72)-(2.73) фактично зводиться до оптимізації функції $\Phi[\psi(\alpha)]$ на безлічі A . При цьому на кожній ітерації зміни вектора α здійснюється «внутрішній» ітераційний процес пошукової оптимізації скалярізованої функції $\phi(x, \alpha)$, що дає змогу знаходити для даного α відповідне йому компромісне рішення x .

Таким чином, виділення єдиного оптимального рішення в багатокритеріальній задачі моделювання можна зробити при наявності додаткової інформації про переваги рішень.

РОЗДІЛ 3

МАРКІВСЬКЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТОСОВНО АВТОМАТИЗОВАНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ В ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЦІ

3.1 Загальні положення

Автоматизовану систему диспетчерського управління (АСДУ) можна визначити як упорядкований набір елементів, які взаємодіють протягом деякого часу з метою досягнення низки цілей або завдань. Елементи системи являють собою об'єкти або компоненти, що вимагають точного уявлення при вивченні внутрішніх механізмів, які керують системою.

На рис. 3.1 показані різні критерії класифікації та типи відповідних систем, особливо важливих для подальшого розгляду в даній роботі.

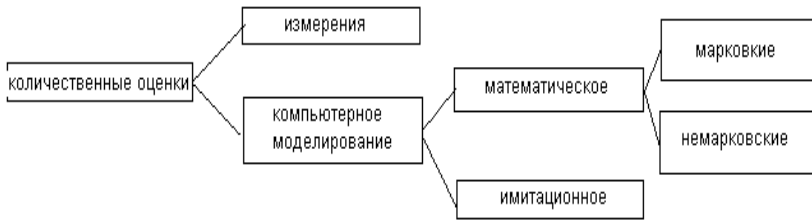


Рисунок 3.1 – Класифікація кількісних оцінок

Таким чином, враховуючи особливості АСДУ, їхні характеристики та завдання для моделювання і дослідження АСДУ ЕЕС доцільно використовувати апарат математичного моделювання.

Моделювання являє собою представлення системи на основі її елементів і їх властивостей. Деякі особливості даної системи орієн-

товані на певні цілі і тому різні моделі можуть являти собою одну й ту ж систему в залежності від поставлених цілей [6].

Моделі використовуються для планування, розробки, аналізу, синтезу або регулювання систем. За допомогою моделей явища системи можуть бути спрощені, можуть бути екстраговані відповідні властивості, а результати можуть бути збільшені або зменшені в просторі або часі для отримання відповідного рівня деталізації. Моделі можуть бути використані для кількісного або якісного вивчення системи [46,47].

Кількісний аналіз моделі має значення при:

- аналізі проекту системи;
- узгодженні умов експлуатації і якості обслуговування;
- обґрунтуванні змін або доповнень в системі;
- оптимальному оновлення системних властивостей (характеристик). Кількісні моделі можуть бути класифіковані різними шляхами [48].

Оцінити систему можливо шляхом спостереження та вимірювання значень масштабних моделей, прототипах або дійсних системах при нормальних або регульованих умовах. Представляють інтерес дослідження надійності і продуктивності АСУ, які можуть бути визначені на основі вимірюваних значень при використанні ІТ-технологій.

Комп'ютерні моделі звичайно поділяються на дві великі категорії: імітаційні та математичні [49, 50].

В імітаційній моделі генератори випадкових змінних або трасировочні стрічки забезпечують мітки часу потоків подій (наприклад, збої і час відновлення в моделі надійності), які обробляються за допомогою комп'ютерної програми, що імітує поведінку системи. Потім відстежується динаміка системи і проводиться аналіз, використовуючи статистичні методи, схожі з тими, що застосовуються для вимірювань [50].

Імітаційне моделювання для дискретних подій застосовується досить часто. Однак при оцінці моделей систем з високою готовністю виникають проблеми із-за необхідної кількості реплікації для

отримання статистично значущих результатів та успадкованої жорсткості враховуються проблем (наприклад, збій і граничні показники ремонту відрізняються між собою на кілька порядків). Недоліками, пов'язаними з імітаційним моделюванням, є [50]:

- великі витрати, отримані при реалізації та використанні моделей дискретного події (МДС);
- складність правильного впровадження та перевірки достовірності таких моделей;
- неточність результатів МДС, які важко оцінити;
- велика складність при відповіді на якісні питання.

Різні типи математичних моделей можуть бути виділені в залежності від природи їх складових елементів і методів рішення. Використовуються для моделювання АСУ моделі засновані на методах простору станів із-за їх гнучкості та потужності при збереженні умов залежності в системі [8, 51 – 53].

Метод простору станів є загальним і його можна застосовувати у більшій кількості випадків при моделюванні надійності і продуктивності АСУ, ніж будь-який інший математичний метод. Його можна також використовувати, коли поведінка компонентів системи є статистично незалежною (s-незалежним), а так само для систем, що включають залежності. Метод діє шляхом перебору системних станів, тобто збору змінних, значення яких визначають стан системи в даній тимчасовій точці [8, 54].

Моделі простору станів можуть носити детермінований або стохастичний характер. Математичні моделі детерміновані, якщо їх елементи достатньо задані і поведінка системи, її продуктивність або робота точно визначені. Стохастичні моделі, з іншого боку, носять імовірнісний характер і не визначають чисельні значення для змінних, як це роблять детерміновані моделі. Вони зазвичай визначають ймовірності і \ або моменти, пов'язані зі змінними стану системи і вихідними змінними. Потім ймовірності стану розраховуються і визначаються. При цьому представляють інтерес значення показників надійності і продуктивності системи [54 – 59].

Стохастичні моделі зазвичай представляють собою метод вибору при моделюванні надійності і продуктивності комп'ютерних систем, оскільки часто повинні бути представлені явища, що включають значні невизначеності і непрогнозовану мінливість (в системі або в її вихідних даних). За допомогою імовірнісного методу можуть стати очевидними наслідки невизначеностей у вирішенні моделі. Стохастичні моделі можуть бути класифіковані як марківські або немарківські [47, 55].

3.2 Марківське моделювання

Причини, по яким марківські моделі використовують для оцінки продуктивності і надійності програмних і апаратних засобів АСУ, включають в себе [60]:

- здатність охоплювати різні залежності;
- однакову легкість обчислень вимірювань стабільного, перехідного та кумулятивного перехідного стану;
- можливість розширення до марковських моделей винагороди, корисних при аналізі працездатності АСУ.

Наприклад, марківське моделювання ефективно при моделюванні систем з режимами залежних збоїв і ремонту, також як при режимі, коли компоненти ведуть себе в s-незалежній манері. Більш того, воно може без всяких концептуальних труднощів моделювати і пристрої з множинними станами, і збої із загальних причин.

3.3 Марківський процес

Стохастичний процес, що бере значення в просторі станів і індексований за допомогою ряду показників T (зазвичай представляє час) називається марківським процесом, якщо для будь-якого умовного розподілу $X(t)$ і заданих значень $X(t_0), \dots, X(t_n)$ залежить тільки від $X(t_n)$, тобто:

$$\Pr\{X(t) \leq x \mid X(t_n) = x_n, \dots, X(t_0) = x_0\} = \Pr\{X(t) \leq x \mid X(t_n) = x_n\}. \quad (3.1)$$

Марківський процес – це стохастичний процес, динамічна поведінка якого така, що розподіл ймовірностей для його майбутнього розвитку залежать тільки від теперішнього стану, а не від того, як процес прийшов до цього стану. Якщо функція умовного розподілу (3.1) висловлює марківську властивість, а також має властивість інваріантності відносно джерела часу t_n (початку) тобто

$$\Pr\{X(t) \leq x \mid X(t_n) = x_n\} = \Pr\{X(t - t_n) \leq x \mid X(0) = x_n\},$$

то марківський процес однорідний у часі.

Для однорідного марківського процесу попередня історія процесу повністю просумована в поточному стані. В іншому випадку точна характеристика теперішнього стану вимагає відповідної за часом інформації і процес є неоднорідним у часі.

Марківський процес з простором дискретних станів називається *марківським ланцюгом*. У разі марківського ланцюга дискретного часу (МЦДЧ), моменти, коли можуть виникнути зміни стану упорядковані, як цілі числа $0, 1, 2, \dots, n, \dots$. У разі марківського ланцюга безперервного часу (МЛБЧ), переходи між станами можуть мати місце в будь-який момент часу.

Послідовність випадкових змінних $\{X_n; n \in \mathbb{N} = [0, 1, \dots, \infty)\}$ формує МЛБЧ, якщо для всіх n і всіх можливих значень випадкових величин маємо $i_0 < i_1 < \dots < i_n$, що становить

$$\Pr\{X_n = j | X_0 = i_0, X_1 = i_1, \dots, X_{n-1} = i_{n-1}\} = \Pr\{X_n = j | X_{n-1} = i_{n-1}\}. \quad (3.2)$$

Вираз у правій частині рівняння (3.2) вважається ймовірністю однокрокового переходу. Якщо виявиться, що ймовірності переходу не залежать від n , то маємо ланцюг, який є однорідним МЛБЧ.

Якщо для всіх цілих чисел n і для всіх послідовностей $t_0 < t_1 < \dots < t_n < t_{n+1}$

$$\Pr\{X(t_{n+1}) = j | X(t_0) = i_0, X(t_1) = i_1, \dots, X(t_n) = i_n\} = \Pr\{X(t_{n+1}) = j | X(t_n) = i_n\}$$

випадковий процес $\{X(t); t \geq 0\}$ формує МЛБЧ.

У однорідного марківського ланцюга марківська властивість накладає жорсткі обмеження на розподіл часу протягом якого процес може залишатися в цьому стані.

Фактично розподіл часу Θ , який процес знаходиться в цьому стані перебування, повинен бути s -незалежним від того, як довго він уже перебував у цьому стані. Це важлива властивість. Відсутність післядії виражається як

$$\Pr\{\Theta < r + t | \Theta \geq t\} = \Pr\{\Theta < r\}, r \geq 0.$$

Якщо Θ є випадковою змінною з відсутністю післядії, то розподіл Θ має бути експоненціальним. Іншими словами, тільки дискретний розподіл з даною властивістю є геометричним розподілом. Але це означає, що час, який однорідний марківський ланцюг з безперервними показниками знаходиться в цьому стані має експо-

ненційний розподіл. Час перебування однорідного марківського ланцюга з дискретними показниками також має геометричний розподіл [61].

Марківські ланцюги представляються графами перехідного стану, які є орієнтованими графами з вузлами. Вузли позначаються марківськими ланцюгами тоді, як переходи позначені ймовірностями або граничними показниками переходу.

3.4 Рішення марківських ланцюгів дискретного часу

Ймовірності однокрокового переходу однорідного МЛДЧ з простором кінцевого стану можуть бути записані як:

$$p_{i,j}^d = \Pr\{X_{n+1} = j \mid X_n = i\}, \forall i, j \in \Omega, n \geq 0.$$

Дані ймовірності можуть бути компактно задані за допомогою матриці ймовірності переходу $P = [p_{i,j}^d]$. Матриця P є стохастичною, оскільки всі її елементи є $(p_{i,j}^d \geq 0)$ з сумами по одиничним рядками $(\sum_{j \in \Omega} p_{i,j}^d = 1, \forall i \in \Omega)$.

Ймовірності n -крокового стану $V_i(n) = \Pr\{X_n = i\}, \forall i \in \Omega$, повністю визначено з матриці ймовірностей переходу P і вектора ймовірностей початкового стану $V_0 = V(0)$ має вигляд:

$$V(n) = V_0 P^n, n \geq 0.$$

Для кінцевого, аперіодичного МЛДЧ можливо отримати ймовірності стабільного стану $\gamma_i^d = \lim_{n \rightarrow \infty} V_i(n)$ шляхом рішення системи лінійних рівнянь:

$$\gamma = VP, \tag{3.3}$$

де $\gamma^d = [\gamma_i], \gamma_i \geq 0, \forall i \in \Omega$ і $\sum_{i \in \Omega} \gamma_i = 1$.

В даному випадку γ є єдиним вектором стаціонарної ймовірності [62].

3.5 Рішення марківських ланцюгів безперервного часу

$Q = [q_{i,j}]$ – матриця нескінченно малого однорідного МЛБЧ з простором стану Ω . Недіагональні елементи якого задані за допомогою $q_{i,j}$, ($i \neq j, i, j \in \Omega$) і представляють швидкість переходу від стану i до стану j . Основні діагональні елементи Ω задано $q_{i,i} = -\sum_{j \neq i} q_{i,j}$, $i, j \in \Omega$. Вектор ймовірності стану залежного від часу $P(t)$ МЛБЧ підпорядковується диференціальному рівнянню Колмогорова:

$$\frac{dP(t)}{dt} = P(t)Q \quad (3.4)$$

з заданим вектором ймовірностей початкового стану P_0 . Елементи вектора ймовірності стану $P(t)$ становлять безумовну ймовірність МЛБЧ, що знаходиться в даному стані в період часу $t \quad \forall i \in \Omega$, тобто

$$P_i(t) = \Pr\{X(t) = i\}.$$

Передбачається, що вектор ймовірності стабільного стану існує, є єдиним і виражається рівністю:

$$\gamma Q = 0, \quad (3.5)$$

за умови:

$$\sum_{i \in \Omega} \gamma_i = 1,$$

якщо γ_i є ймовірністю стабільного стану МЛБЧ, що знаходиться в стані $\gamma_i = \lim_{t \rightarrow \infty} P_i(t)$, $\forall i \in \Omega$. Для МЛБЧ кінцевий стан, яка є

випадком більшості марківських ланцюгів в моделях комп'ютерних систем [63].

Визначимо вектор вірогідність кумулятивного стану МЛБЧ як

$$L(t) = \int_0^t P(u) du ,$$

де $L(t)$ означає очікуваний загальний час, проведений МЛБЧ в стані i протягом інтервалу $[0, t]$.

$L(t)$ задовольняє диференціальному рівнянню

$$\frac{dL(t)}{dt} = L(t)Q + P_0, \quad (3.6)$$

яке отримано при інтегруванні рівняння (3.4).

Для МЛБЧ з поглинаючими станами простір стану Ω може бути розділено на два підряда: Ω_A (поглинаючі стани) і Ω_T (перехідні стани). Відповідна перехідним станам підматриця Q_T матриці Q може бути визначена шляхом обмеження Q тільки до станів Ω_T . Середній час, проведений МЛБЧ в перехідному стані $i \in \Omega_T$, з точністю до поглинання описується рівнянням:

$$z_i = \int_0^{\infty} P_i(u) du ,$$

яке може бути обчислено шляхом інтегрування рівняння (3.4) від 0 до ∞ :

$$zQ_T = -P_T(0) .$$

Середній час поглинання такого марківського ланцюга описується виразом:

$$\Theta_{\text{погл}} = \sum_{i \in \Omega_T} z_i . \quad (3.7)$$

3.6 Марківські моделі винагороди

Марківські моделі винагороди (ММВ) є розширеннями марківських ланцюгів, які отримано за допомогою завдання функцій трансформації $r[X(\cdot)]$, які називаються функціями швидкості винагороди. Якщо ММВ проводить τ_i одиниць часу в стані i протягом інтервалу, тоді винагорода $r_i \tau_i$ акумулюється до часу t . Також як і базові марківські ланцюги, ММВ становлять особливий випадок стохастичних процесів дискретного стану, в яких поточний стан повністю охоплює попередню історію, що належить до еволюції системи.

Аналіз ММВ починається шляхом знаходження функцій вектора ймовірності стану марківського ланцюга і пов'язаними з ними швидкостями винагороди. Аналіз триває за допомогою комбінування перетворених швидкостей винагороди, зважених за допомогою ймовірності відповідного стану, згідно функції ваги $g(\cdot)$ визначеної на підставі окремого вимірювання (рис. 3.2).

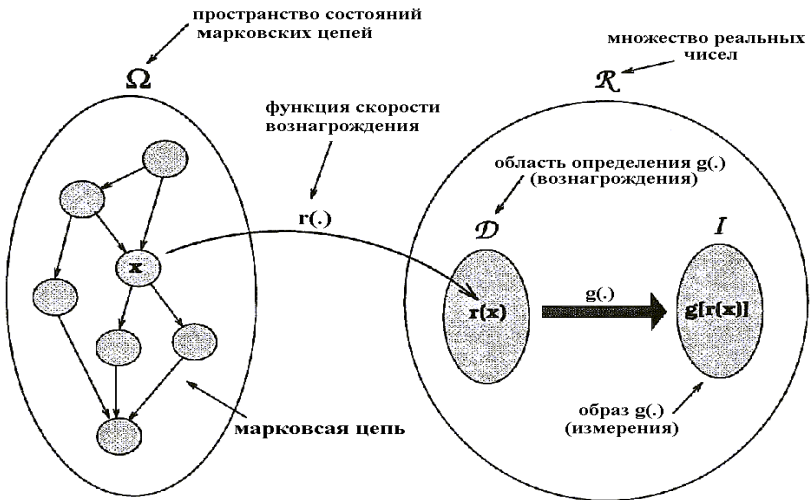


Рисунок 3.2 – Концепція функції швидкості винагороди

Можливими критеріями, які представляють інтерес є [52]:

- очікуване накопичення винагороду до поглинання (для марківського ланцюга з поглинаючими станами);
- розподіл критеріїв винагороди (миттєві, накопичені, до поглинання і через кінцевий інтервал).

Якщо $r(X)$ являє собою швидкість миттєвої винагороди ММВ, то очікувана швидкість миттєвої винагороди в проміжок часу t є:

$$\bar{r}(t) = E[r(x)] = \sum_{i \in \Omega} r_i P_i(t)$$

і очікувана швидкість винагороди стабільного стану може бути записана як

$$\bar{r}(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{r}(t) = \sum_{i \in \Omega} r_i \gamma_i$$

Якщо $R(t)$ позначає накопичення винагороди в інтервалі $[0, t)$, тобто $R(t) = \int_0^t r(u) du$, то очікуване накопичення винагороди в інтервалі часу t являє собою вираз:

$$\bar{R}(t) = E[R(t)] = \sum_{i \in \Omega} r_i L_i(t)$$

Очікуване середнє по часу винагороди в інтервалі $[0, t]$ задано виразом $\bar{R}(t)/t$. Для ММВ з поглинаючими станами очікуване накопичення винагороди до поглинання є:

$$\bar{R}(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{R}(t) = \sum_{i \in \Omega_T} r_i Z_i$$

Важливо зауважити, що різні функції швидкості винагороди, які пов'язані з марківським ланцюгом, виробляють різні ММВ. Іншою властивістю є те, що визначення швидкостей винагороди ортогонально до використовуваного типу аналізу. Так, наприклад, з однаковим визначенням винагороди можливо розрахувати готовність стабільного стану, так само як миттєву готовність та інтервальну готовність моделі надійності.

3.7 Напівмарківський процес

Напівмарківський процес (НМП) являє собою узагальнення марківських ланцюгів (дискретного і безперервного часу), яке допускає функції довільного розподілу часу перебування і можливо залежать від поточного і наступного майбутнього станів.

При заданому НМП (X,S) з простором стану Ω і ядром $K(t)$ можливо уявити обчислювальний процес

$$N(t) = \sup\{n : S_n \leq t\}, t \geq 0,$$

для визначення числа марківських регенераційних проміжків часу t , але не враховуючи його при нулі. НМП являє собою процес

$Y = \{Y_i; t \geq 0\}$, визначений за допомогою

$$Y_t = X_{N(t)} = X_n, \quad \text{если } S_n \leq t < S_{n+1}, \quad (3.8)$$

для всіх $t \geq 0$.

НМП – це стохастичний процес, який переходить від одного стану до іншого всередині рахункового числа послідовних станів. Час, необхідний для кожного послідовного кроку, являє собою випадкову змінну, функція розподілу якої може залежати від двох станів, між якими має зроблено рух. З визначення НМП повинно слідує, що процес змінює стан (можливо на той самий стан, як показано на рис. 3.3) тільки при марківських регенераційних проміжках S_n .

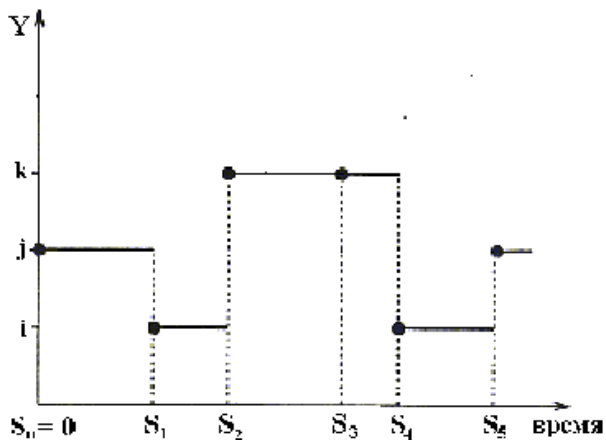


Рисунок 3.3 – Спрощена інтерпретація напівмарківського процесу

НМП походить від дещо обмеженої марківської властивості, яка має майбутнє і не залежить від минулого. Тобто, визначається сьогоднішнім і є марківським регенеруючою проміжком [63].

Зазначимо, оскільки $S_0 = 0$, то початкова умова $Y_0 = i$ також означає, що НМП вступив у стан в початкового проміжку часу.

НМП стає МЛДЧ, якщо всі проміжки часу перебування рівні одиниці і якщо розподіл проміжків часу перебування $Q_{i,j}$, $\forall i, j \in \Omega$ є експоненціально незалежними від такого стану.

РОЗДІЛ 4

МЕТОД ДОСТОВЕРІЗАЦІ ВИХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ НА ОСНОВІ ШТУЧНОЇ БАГАТОШАРОВОЇ НЕЙРО-ФАЗЗИ МЕРЕЖІ

4.1 Короткострокове прогнозування електроспоживання на основі штучної багатошарової нейро-фаззи мережі

На сьогодні задача короткострокового прогнозування електро-споживання вирішується практично всіма організаціями, пов'язаними з виробництвом і розподілом електроенергії. Для її вирішення використовуються як традиційні методи прогнозування (регресійний, кореляційний, спектральний аналізи, підхід Бокса-Дженкінса, експоненційне згладжування, адаптивні предиктори тощо), так і більш «просунуті» підходи, засновані на інтелектуальному аналізі даних – Data Mining [64]

Перевага традиційних підходів полягає в простоті застосування прогнозуючих моделей і наявності доступного програмного забезпечення. Однак, в силу того, що зв'язок між споживанням електроенергії і впливаючими на неї факторами найчастіше носить складний нелінійний характер отримати прийнятні по точності прогнози вдається далеко не завжди у межах зазначених підходів.

Ефективною альтернативою може служити підхід, заснований на застосуванні методів обчислювального інтелекту і, насамперед, штучних нейронних мереж і систем нечіткого виводу. Ефективність даних підходів пов'язана з їх універсальними апроксимуючими можливостями і здатністю до навчання безпосередньо в процесі прогнозування. Дані підходи підтвердили свою ефективність в вирішенні широкого кола завдань, пов'язаних з прогнозуванням в електроенергетиці [65, 66].

Істотні труднощі при використанні систем обчислювального інтелекту виникають у випадку, коли частина оброблюваної інформації задано не в кількісній, а в порядкової або номінальній шка-

лах. Ставши вже традиційними нейро – і нейро-фаззі мережі погано пристосовані до обробки інформації виду «погана, нормальна, гарна погода», «сильний чи слабкий вітер», «хмарно – туманно – морозно» і т. п. У зв'язку з цим пропонується синтез прогнозуючої нейро-фаззі мережі, здатної до сприйняття даних у різних шкалах та алгоритму її навчання, що володіє високою швидкістю збіжності й здатності до обробки інформації по мірі її надходження в реальному часі [64, 67]

4.1.1 Архітектура прогнозуючої нейро-фаззі мережі

Архітектура прогнозуючої багат шарової нейро-фаззі мережі наведена на рис. 4.1.

Запропонована на рис. 4.1 нейро-фаззі мережа має чотиришарову архітектуру і пряму передачу інформації. З нульового (рецепторного) шару інформація надходить на перший прихований шар затримок і фазифікацій входних сигналів. На рецепторному шарі формується передісторія прогнозованого сигналу, а також функції належності факторів, заданих в різних шкалах вимірювання. З виходу цього шару інформація в числовій формі надходить на другий і третій приховані шари, які сформовані з однотипних елементарних нейронів Розенблатта. І, нарешті, вихідний шар запропонованої нейрон – фаззі моделі утворений єдиним нейроном з нелінійною функцією активації, на виході якого формує прогнозований сигнал.

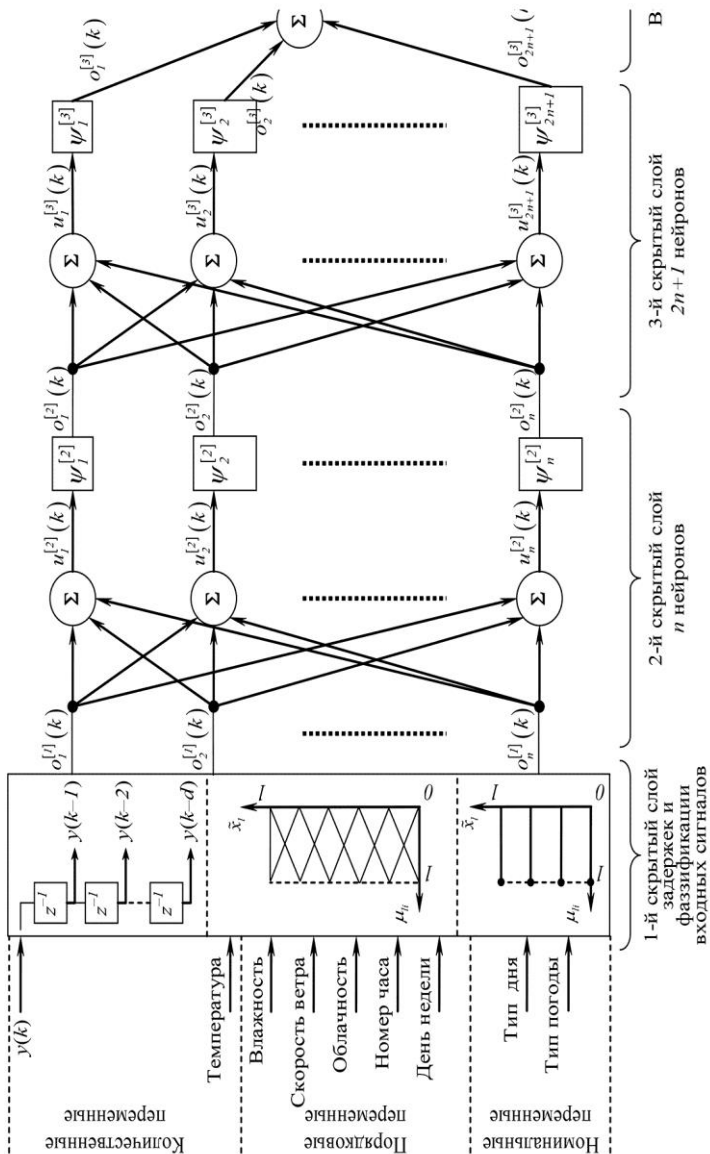


Рисунок 4.1 – Архітектура прогноуючої багатосарової нейро-фаззі мережі

Принцип роботи прогнозуючої багат шарової нейро-фаззі мережі (рис. 4.1).

На вхід першого прихованого шару подається інформація наступного виду:

- кількісні змінні:
 - поточне значення прогнозованого сигналу ($k = 0, 1, 2, \dots, N$ має сенс поточного дискретного часу, N – довжина вибірки);
 - температура повітря;
- порядкові змінні:
 - відносна вологість у формі «низька – середня – висока»;
 - швидкість вітру в формі «штиль – слабкий – сильний ураганний»;
 - хмарність у формі «ясно – змінна – щільна»;
 - номер години в добі: 0, 1, 2, ..., 23;
 - день тижня у формі «понеділок – вівторок – ... – неділя»;
- номінальні змінні:
 - тип дні у формі «робітник – вихідний – святковий – регіональний свято – перенесений вихідний – перенесений робочий»;
 - тип погоди у формі без опадів – туман – дощ – сніг».

Змінні попередньо кодуються в інтервал $[0, 1]$ наступним чином:

$$\tilde{x}_l = \frac{\hat{x}_l - \hat{x}_{l\min}}{\hat{x}_{l\max} - \hat{x}_{l\min}}, \quad (4.1)$$

$$\hat{x}_l = \hat{x}_{l\max} \tilde{x}_l - \hat{x}_{l\min} (\tilde{x}_l - 1), \quad (4.2)$$

де \hat{x}_l – значення l -ї вхідної змінної у вихідній шкалою вимірювань: МВт*ч, °С;

\tilde{x}_l – кодзоване значення l -ї вхідної змінної;

$\hat{x}_{l\min}, \hat{x}_{l\max}$ – мінімальне та максимальне значення l -ї вхідної змінної у вихідній шкалі.

Далі, в першому прихованому шарі з допомогою елементів затримки формується передісторія прогнозованого сигналу виду $y(k-1)$, $y(k-2)$, $y(k-24)$, $y(k-48)$, $y(k-168)$, $y(k-336)$, яка подається на другий прихований шар у вигляді набору $x_1(k)$, $x_2(k)$, $x_3(k)$, $x_4(k)$, $x_5(k)$, $x_6(k)$, при цьому в залежності від горизонту попередження можуть використовуватися і інші значення затримок, відмінні від зазначених вище.

Далі в цьому ж шарі проводиться фазифікація сигналів температури повітря, номеру години в добі, відносної вологості, швидкості вітру, хмарності і дня тижня за допомогою трикутних функцій приналежності, рівномірно розподілених в інтервалі $[0, 1]$, які мають вигляд

$$\mu_{l1} = \frac{c_{l2} - \tilde{x}_l}{c_{l2}}, \tilde{x}_l \in [0, c_{l2}], \quad (4.3)$$

$$\mu_{li} = \begin{cases} \frac{\tilde{x}_l - c_{l,i-1}}{c_{li} - c_{l,i-1}}, \tilde{x}_l \in [c_{l,i-1}, c_{li}], \\ \frac{c_{l,i+1} - \tilde{x}_l}{c_{l,i+1} - c_{li}}, \tilde{x}_l \in [c_{li}, c_{l,i+1}], \\ i = 2, \dots, p_l - 1, \end{cases} \quad (4.4)$$

$$\mu_{p_l} = \frac{\tilde{x}_l - c_{l,p_l-1}}{I - c_{l,p_l-1}}, \tilde{x}_l \in [c_{l,p_l-1}, I], \quad (4.5)$$

де c_{li} – розташування центру i -ї функції приналежності l -ї змінної, p_l – кількість функцій належності l -ї змінної.

На рис. 4.2 в якості прикладу наведена фазифікація температури повітря з допомогою семи функцій належності, при цьому температури, що лежать поза інтервалом $[-30^\circ\text{C}, 30^\circ\text{C}]$, просто проектуються на відрізок $[0, 1]$.

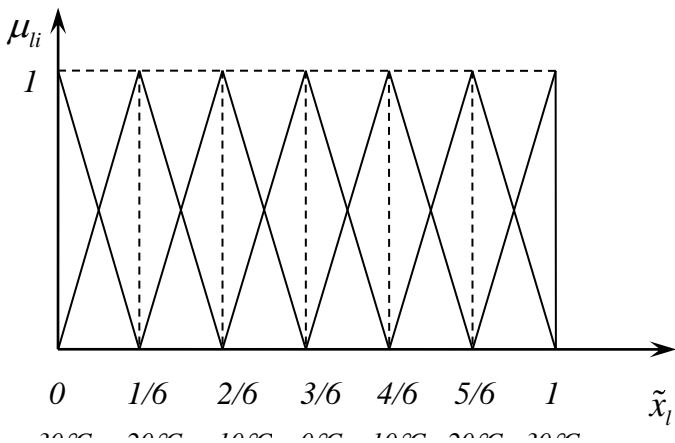


Рисунок 4.2 – Фазифікація температури повітря

В результаті фазифікації l -ї змінної в першому прихованому шарі формуються вхідні сигнали другого прихованого шару так, як це показано на рисунку 4.3.

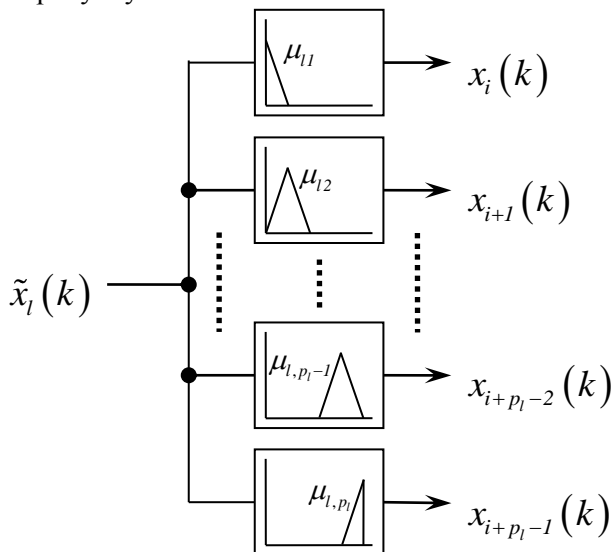


Рисунок 4.3 – Фазифікація вхідних сигналів другого прихованого шару

Фазифікація номінальних змінних типу дня і типу погоди проводиться аналогічно. Однак, замість трикутних функцій належності використовуються синглтони у формі представлений на рисунку 4.4.

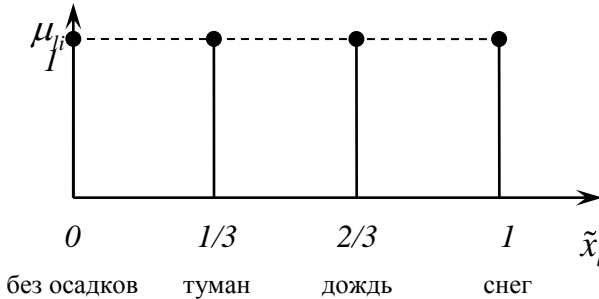


Рисунок 4.4. – Фазифікація типу погоди

В результаті обробки вихідних даних у першому прихованому шарі формується набір вихідних сигналів $o_1^{[l]}, o_2^{[l]}, \dots, o_n^{[l]}$, який далі подається на другий прихований шар у формі $(n+1) \times 1$ -вектора

$$(n+1) \times 1,$$

де одинична компонента необхідна для оцінки зсуву кожного з нейронів наступних шарів.

Другий прихований шар запропонованої нейро-фаззи мережі містить n однотипних нейронів з нелінійними сигмоїдальними функціями активації $\psi_j^{[2]}$, $j = 1, 2, \dots, n$ і містить $n(n+1)$ настроювальних синаптичних ваг $w_{ji}^{[2]}$. Вихідний сигнал j -го нейрона другого прихованого шару має вигляд

$$o_j^{[2]} = \psi_j^{[2]}(u_j^{[2]}) = \psi_j^{[2]} \left(\sum_{i=0}^n w_{ji}^{[2]} x_i^{[2]} \right) \quad (4.6)$$

де $w_{jo}^{[2]} \equiv \theta_j^{[2]}$ – рівень зміщення j -го нейрона.

Вихідний сигнал шару має вигляд:

$$o^{[2]} = \Psi^{[2]} \left(W^{[2]} x^{[2]} \right), \quad (4.7)$$

де $o^{[2]} - (n \times 1)$ – векторний сигнал, переданий на третій прихований шар у вигляді $x^{[3]} = \left(1, o^{[2]T} \right)^T$;

$\Psi^{[2]} = \text{diag} \{ \psi_j^{[2]} \} - (n \times n)$ – матрична активаційна функція;

$W^{[2]} - n \times (n + 1)$ – матриця настроюються синаптичних ваг.

Третій прихований шар містить $2n+1$ нейронів і формує сигнали виду

$$o_j^{[3]} = \psi_j^{[3]} \left(u_j^{[3]} \right) = \psi_j^{[3]} \left(\sum_{i=0}^n w_{ji}^{[3]} x_i^{[3]} \right), \quad (4.8)$$

$$o^{[3]} = \Psi^{[3]} \left(W^{[3]} x^{[3]} \right), \quad (4.9)$$

де $\Psi^{[3]} = \text{diag} \{ \psi_j^{[3]} \} - ((2n + 1) \times (2n + 1))$ – матрична активаційна функція;

$W^{[3]} - ((2n + 1) \times (n + 1))$ – матриця настроювальних синаптичних ваг;

$o^{[3]} - ((2n + 1) \times 1)$ – векторний сигнал, який передається на вихідний шар у вигляді $x^{[4]} = \left(1, o^{[3]T} \right)^T$.

Вихідний шар мережі, який утворено єдиним нейроном, формує скалярний сигнал прогнозу

$$\hat{y} = \psi^{[4]}(u^{[4]}) = \psi^{[4]} \left(\sum_{i=0}^{2n+1} w_i^{[4]} x_i^{[4]} \right) = \psi^{[4]}(w^{[4]T} x^{[4]}), \quad (4.10)$$

де $w^{[4]} - ((2n+2) \times I)$ – вектор настроєчних синаптичних ваг.

Об'єднуючи вирази (4.7 – 4.10), можна записати передатну функцію мережі в цілому у вигляді:

$$\hat{y} = \psi^{[4]} \left(w^{[4]T} \Psi^{[3]} \left(W^{[3]} \Psi^{[2]} \left(W^{[2]} x^{[2]} \right) \right) \right). \quad (4.11)$$

4.1.2 Навчання прогнозуючої нейро – фаззі мережі

В якості мети навчання використовується стандартний локальний квадратичний критерій вигляду:

$$\begin{aligned} E(k) &= \frac{1}{2} e^2(k) = \frac{1}{2} (y(k) - \hat{y}(k))^2 = \frac{1}{2} \left(y(k) - \psi^{[4]}(u^{[4]}(k)) \right)^2 = \\ &= \frac{1}{2} \left(y(k) - \psi^{[4]} \left(\sum_{i=0}^{2n+1} w_i^{[4]} x_i^{[4]}(k) \right) \right)^2, \end{aligned} \quad (4.12)$$

а в якості активаційної функції – сигмоїд вигляду:

$$\psi^{[s]}(u^{[s]}(k)) = \frac{1}{1 - e^{-\gamma u^{[s]}(k)}}, \quad (4.13)$$

де параметр $\gamma > 0$, задає крутизну активаційної функції, в принципі, також може налаштовуватися на $S = 2, 3, 4$ – номер шару.

Навчання проводиться за допомогою зворотного поширення помилок, починаючи з вихідного шару.

Градiєнтна процедура навчання нейрона вихідного шару записується у вигляді:

$$\begin{aligned}
w_i^{[4]}(k+1) &= w_i^{[4]}(k) - \eta^{[4]}(k) \frac{\partial E(k)}{\partial e(k)} \square \frac{\partial e(k)}{\partial u^{[4]}(k)} \square \frac{\partial u^{[4]}(k)}{\partial w_i^{[4]}(k)} = \\
&= w_i^{[4]}(k) + \eta^{[4]}(k) e(k) \frac{\partial \psi^{[4]}(u^{[4]}(k))}{\partial u^{[4]}(k)} x_i^{[4]}(k) = \\
&= w_i^{[4]}(k) + \eta^{[4]}(k) \delta^{[4]}(k) x_i^{[4]}(k), i = 0, 1, \dots, 2n + 1,
\end{aligned} \tag{4.14}$$

де $\eta^{[4]}(k)$ – параметр кроку, що визначає швидкість процесу навчання і зазвичай обирається з емпіричних міркувань.

Локальна помилка вихідного шару має вигляд:

$$\delta^{[4]}(k) = e(k) \frac{\partial \psi^{[4]}(u^{[4]}(k))}{\partial u^{[4]}(k)} = \frac{\partial E(k)}{\partial u^{[4]}(k)}$$

Алгоритм навчання (4.14) можна переписати у вигляді:

$$\begin{aligned}
w^{[4]}(k+1) &= w^{[4]}(k) + \eta^{[4]}(k) \delta^{[4]}(k) x^{[4]}(k) = \\
&= w^{[4]}(k) + \eta^{[4]}(k) \delta^{[4]}(k) \nabla_w u^{[4]}(k),
\end{aligned} \tag{4.15}$$

а з урахуванням **Помилка!** [Джерело посилання не знайдено](#) у вигляді:

$$w^{[4]}(k+1) = w^{[4]}(k) + \eta^{[4]}(k) \gamma \hat{y}(k) (1 - \hat{y}(k)) x^{[4]}(k). \tag{4.16}$$

Підвищити швидкість процесу навчання можливо шляхом відповідного вибору параметру кроку $\eta^{[4]}(k)$. Для цього замість звичайного градієнтного алгоритму використовуються більш витончені процедури.

Розглянемо однокрокову модифікацію алгоритму Левенберга-Марквардта [68]

$$\begin{aligned} w^{[4]}(k+1) &= w^{[4]}(k) + \left(\nabla_w u^{[4]}(k) \nabla_w^T u^{[4]}(k) + \rho I_{2n+2} \right)^{-1} \delta^{[4]}(k) \nabla_w u^{[4]}(k) = (4.17) \\ &= w^{[4]}(k) + \left(x^{[4]}(k) x^{[4]T}(k) + \rho I_{2n+2} \right)^{-1} \delta^{[4]}(k) x^{[4]}(k) \end{aligned}$$

де $\rho > 0$ – параметр регуляризації;

$I_{2n+2} - ((2n+2) \times (2n+2))$ – одинична матриця, яка з урахуванням очевидних співвідношень має вигляд:

$$\begin{aligned} \lim_{\rho \rightarrow 0} \left(x^{[4]}(k) x^{[4]T}(k) + \rho I_{2n+2} \right)^{-1} &= \left(x^{[4]}(k) x^{[4]T}(k) \right)^+, \quad (4.18) \\ \left(x^{[4]}(k) x^{[4]T}(k) \right)^+ x^{[4]}(k) &= x^{[4]T+}(k) = x^{[4]}(k) \left\| x^{[4]}(k) \right\|^{-2}, \end{aligned}$$

і можливо представити у формі:

$$w^{[4]}(k+1) = w^{[4]}(k) + \frac{\delta^{[4]}(k) x^{[4]}(k)}{\left\| x^{[4]}(k) \right\|^2}, \quad (4.19)$$

яка структурно збігається з оптимальною за швидкодією однокрокового алгоритму Качмажа [67].

Аналіз (4.16) показує, що процедури навчання (4.15 – 4.19) різко втрачають швидкість на ділянках сигмоїд близьких до нуля або одиниці. У цих ситуаціях, поряд з (4.19), доцільно використовувати регуляризований алгоритм навчання Чана-Фоллсайда [68], що має вигляд:

$$w^{[4]}(k+1) = w^{[4]}(k) + \eta^{[4]} \delta^{[4]}(k) x^{[4]}(k) + \rho w^{[4]}(k-1), \quad (4.20)$$

де $\eta^{[4]} = \text{const} > 0$, $1 > \rho \geq 0$ – параметр регуляризації, який має вигляд:

$$w^{[4]}(k-1) = w^{[4]}(k) - w^{[4]}(k-1).$$

При русі через плато цільової функції, коли компоненти малі і практично не змінюються від кроку до кроку, (4.20) можна переписати у вигляді:

$$\Delta w_i^{[4]}(k) = -\eta^{[4]} \frac{\partial E(k)}{\partial w_i^{[4]}(k)} + \rho \Delta w^{[4]}(k-1) \approx \frac{\eta}{1-\rho} \frac{\partial E(k)}{\partial w_i^{[4]}(k)}, \quad (4.21)$$

з якого випливає, що варіюванням параметра регуляризації ρ можна домогтися збільшення швидкості збіжності.

Алгоритм навчання нейронів третього прихованого шару може бути записаний у вигляді:

$$\begin{aligned} w_{ji}^{[3]}(k+1) &= w_{ji}^{[3]}(k) - \eta^{[3]}(k) \frac{\partial E(k)}{\partial w_{ji}^{[3]}(k)} = \\ &= w_{ji}^{[3]}(k) - \eta^{[3]}(k) \frac{\partial E(k)}{\partial u_j^{[3]}(k)} \frac{\partial u_j^{[3]}(k)}{\partial w_{ji}^{[3]}(k)} = \\ &= w_{ji}^{[3]}(k) + \eta^{[3]}(k) \delta_j^{[3]}(k) x_i^{[3]}(k), \end{aligned} \quad (4.22)$$

де $\delta_j^{[3]}(k) = \frac{\partial E(k)}{\partial u_j^{[3]}(k)}$, $j = 1, 2, \dots, 2n+1$, $i = 0, 1, \dots, n$.

Записавши локальну помилку третього прихованого шару у вигляді:

$$\delta_j^{[3]}(k) = \frac{\partial E(k)}{\partial u_j^{[3]}(k)} = \frac{\partial E(k)}{\partial o_j^{[3]}(k)} \frac{\partial o_j^{[3]}(k)}{\partial u_j^{[3]}(k)} \quad (4.23)$$

з урахуванням того що:

$$o_j^{[3]}(k) = \psi_j^{[3]}(u_j^{[3]}(k)), \quad (4.24)$$

отримуємо:

$$\delta_j^{[3]}(k) = \frac{\partial E(k)}{\partial o_j^{[3]}(k)} \frac{\partial \psi_j^{[3]}(u_j^{[3]}(k))}{\partial u_j^{[3]}(k)}. \quad (4.25)$$

Представивши $\partial E(k)/\partial o_j^{[3]}(k)$ у вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(k)}{\partial o_j^{[3]}(k)} &= \frac{\partial E(k)}{\partial u^{[4]}(k)} \frac{\partial u^{[4]}(k)}{\partial o_j^{[3]}(k)} = \\ &= \frac{\partial E(k)}{\partial u^{[4]}(k)} \frac{\partial}{\partial o_j^{[3]}(k)} \sum_{p=0}^{2n+2} w_p^{[4]}(k) x_p^{[4]}(k) = \delta^{[4]}(k) w_j^{[4]}(k), \end{aligned} \quad (4.26)$$

можна переписати (4.25) у вигляді:

$$\delta_j^{[3]}(k) = \frac{\partial \psi_j^{[3]}(u_j^{[3]}(k))}{\partial u_j^{[3]}(k)} \delta^{[4]}(k) w_j^{[4]}(k), \quad (4.27)$$

звідки слідує, що:

$$\begin{aligned} w_{ji}^{[3]}(k+1) &= w_{ji}^{[3]}(k) + \eta^{[3]}(k) x_i^{[3]}(k) \frac{\partial \psi_j^{[3]}(u_j^{[3]}(k))}{\partial u_j^{[3]}(k)} \delta^{[4]}(k) w_j^{[4]}(k) = \\ &= w_{ji}^{[3]}(k) + \eta^{[3]}(k) x_i^{[3]}(k) \delta_j^{[3]}(k), \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\text{де } \delta_j^{[3]}(k) = \frac{\partial \psi_j^{[3]}(u_j^{[3]}(k))}{\partial u_j^{[3]}(k)} \delta^{[4]}(k) w_j^{[4]}(k).$$

Таким чином, алгоритм навчання j -го нейрона третього прихованого шару може бути записаний у формі:

$$w_j^{[3]}(k+1) = w_j^{[3]}(k) + \eta^{[3]}(k) \delta_j^{[3]}(k) x^{[3]}(k), \quad (4.29)$$

а з урахуванням (4.17), (4.19) у вигляді:

$$w_j^{[3]}(k+1) = w_j^{[3]}(k) + \frac{\delta_j^{[3]}(k) x^{[3]}(k)}{\|x^{[3]}(k)\|^2}. \quad (4.30)$$

Другий прихований шар налаштовується аналогічно третьому за допомогою рекурентних співвідношень:

$$w_j^{[2]}(k+1) = w_j^{[2]}(k) + \eta^{[2]}(k) \delta_j^{[2]}(k) x^{[2]}(k) \quad (4.31)$$

або

$$w_j^{[2]}(k+1) = w_j^{[2]}(k) + \frac{\delta_j^{[2]}(k) x^{[2]}(k)}{\|x^{[2]}(k)\|^2}, \quad (4.32)$$

або

$$w_j^{[2]}(k+1) = w_j^{[2]}(k) + \eta^{[2]} \delta_j^{[2]}(k) x^{[2]}(k) + \rho w_j^{[2]}(k-1), \quad (4.33)$$

де
$$\delta_j^{[2]}(k) = \frac{\partial \psi_j^{[2]}(u_j^{[2]}(k))}{\partial u_j^{[2]}(k)} \sum_{i=1}^{2n+1} \delta_i^{[3]}(k) w_{ij}^{[3]}(k).$$

Таким чином, процедура навчання фактично зводиться до послідовного обчислення локальних помилок, $\delta^{[4]}(k)$, $\delta_j^{[3]}(k)$ і $\delta_j^{[2]}(k)$, а її прискорення – до вибору параметрів кроку $\eta^{[4]}(k)$, $\eta^{[3]}(k)$ и $\eta^{[2]}(k)$.

4.1.3 Чисельний експеримент

Для підтвердження отриманих теоретичних результатів проведемо погодинне прогнозування на 24 години вперед тимчасового ряду споживання електричної енергії Бурштинського енергоострова за допомогою багат шарової нейро-фаззи мережі (NFN) і з допомогою традиційної нейронної мережі типу багат шарового перцептрона (MLP) аналогічної архітектури.

З урахуванням довжини наявної вибірки в один рік, для навчання використані 10 місяців (січень-жовтень), для перевірки – 2 місяці (листопад-грудень).

Мірою якості прогнозування обрано традиційний для задач короткострокового прогнозування споживання електричної енергії показник MAPE (Mean Absolute Percentage Error – середня абсолютна помилка у відсотках), що обчислюється за формулою:

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N \frac{|\hat{y}(k) - y(k)|}{y(k)} 100\%. \quad (4.34)$$

Результати прогнозування наведені на рис. 4.5 – 4.6 та в таблиці 4.1 (жирним шрифтом виділено кращий результат).

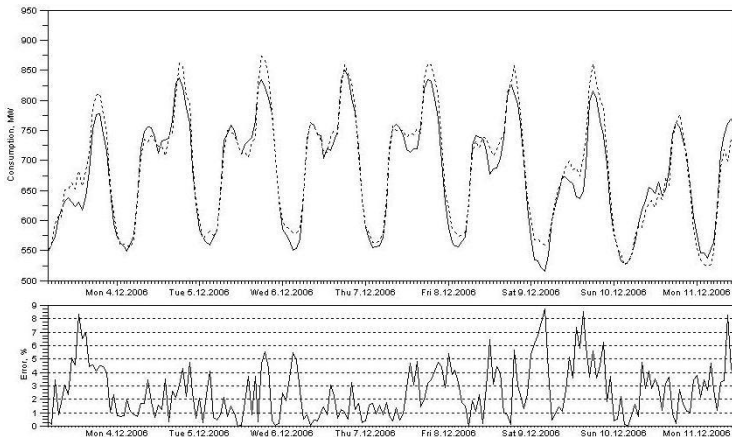


Рисунок 4.5 – Результат прогнозування з допомогою MLP (суцільна лінія – вихідний ряд, пунктирна лінія – прогноз)

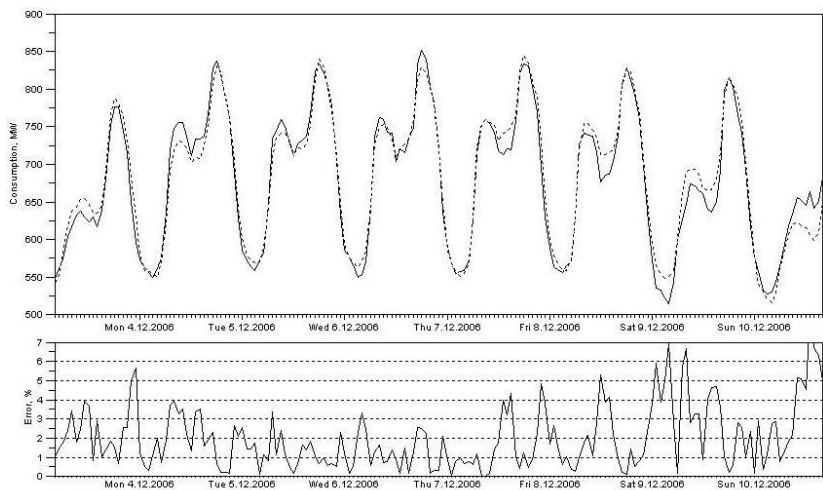


Рисунок 4.6 – Результат прогнозування з допомогою NFN (суцільна лінія – вихідний ряд, пунктирна лінія – прогноз)

Таблиця 4.1

	Навчальна вибірка	Перевірочна вибірка
Багатошаровий перцептрон	3.11%	3.25%
Багатошарова нейро-фаззі мережа	2.24%	2.31%

Аналіз графіків і помилок (рис. 4.5 – 4.6 та в табл. 4.1) прогнозування свідчить, що запропонований підхід показує кращу якість прогнозування у порівнянні з традиційним, забезпечуючи менші як середні, так і пікові значення помилки.

Розглянута задача короткострокового прогнозування споживання електричної енергії з допомогою багатошарової нейро – фаззі мережі, відмінною особливістю якої є можливість обробки інформації заданої в різних шкалах вимірювання, має високу швидкодію.

Вдосконалений підхід забезпечує високу точність прогнозування в умовах істотної мінливості і стохастичності вихідних даних і може бути в подальшому використаний для прогнозування набору взаємопов'язаних годинних рядів, що описують споживання електричної енергії в декількох областях, які входять в єдину енергосистему споживання електричної енергії в межах однієї території і т.п. Для рішення цієї задачі необхідно розширити вектори вхідних і вихідних сигналів, змінивши відповідним чином багат шарову архітектуру нейро – фаззі мережі та її алгоритм навчання.

4.2 Гібридна нейро-фаззі мережа для короткострокового прогнозування електроспоживання

4.2.1 Архітектура гібридної нейро – фаззі мережі

Гібридна нейро – фаззі мережа має тришарову архітектуру з прямою передачею інформації [69].

Архітектура гібридної нейро-фаззі мережі приведена на рис. 4.7.

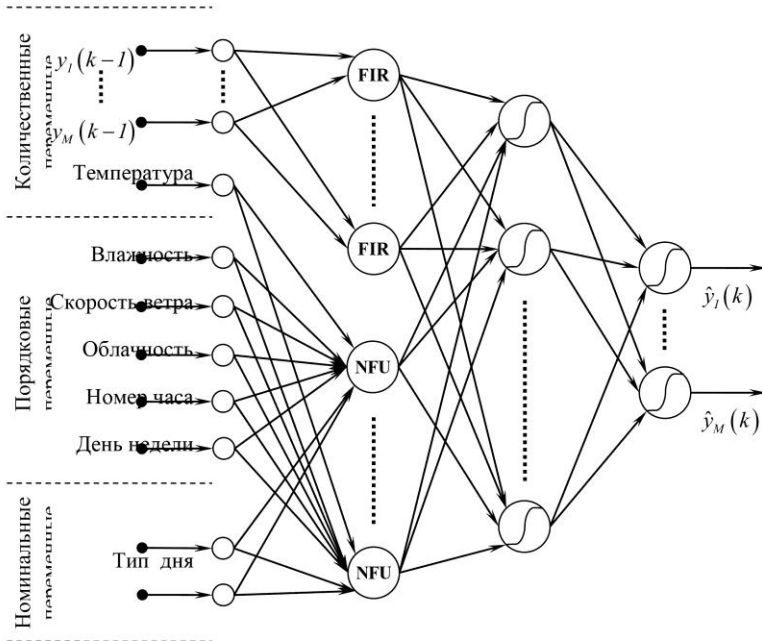


Рисунок 4.7 – Архітектура гібридної нейро-фаззі мережі

З нульового (рецепторного) шару (рис. 4.7) інформація надходить на перший прихований шар, що складається з нейронів двох типів: динамічних нейронів-фільтрів з кінцевою імпульсною характеристикою (FIR) і нейро-фаззі елементів (NFU).

Формування передісторії прогнозованих сигналів, а також функції належності факторів, які задано в різних шкалах вимірювання та навчання вихідного шару нейронами з нелінійною функцією активації, на виході яких формуються прогнозовані сигнали аналогічне багатозарової нейро – фаззі мережі.

Перший прихований шар гібридної нейро – фаззі мережі утворений двома групами нейронів різних типів, що виконують різні функції. Перша група нейронів отримує тільки попередні значення прогнозованих сигналів, а друга – тільки сигнали факторів, тобто має місце неповноз’язне з’єднання шарів мережі.

Динамічні нейрони-фільтри з кінцевою імпульсною характеристикою мають структуру, представлену на рис. 4.8, в якій синаптичні ваги утворені цифровими фільтрами з кінцевою імпульсною характеристикою (КИХ-фільтрами) так, як це показано на рис. 4.9.

Вихідний сигнал синапсу такого нейрона визначається виразом:

$$u_{ij}^{[l]}(k) = w_{ij0}^{[l]}y_j(k) + w_{ij1}^{[l]}y_j(k-1) + \dots + w_{ijd_j}^{[l]}y_j(k-d_j) = W_{ij}^{[l]T}Y_j(k), \quad (4.35)$$

де $W_{ij}^{[l]} = (w_{ij0}^{[l]}, w_{ij1}^{[l]}, \dots, w_{ijd_j}^{[l]})^T$ і

$$Y_j(k) = (y_j(k), y_j(k-1), \dots, y_j(k-d_j))^T - ((d_j + 1) \times 1) -$$

вектори, а їх нелінійне відображення реалізується динамічним нейроном-фільтром і має вигляд:

$$o_i^{[l]}(k) = \psi_i^{[l]}(u_i^{[l]}(k)) = \psi_i^{[l]} \left(\sum_{j=0}^M u_{ij}^{[l]}(k) \right) = \psi_i^{[l]} \left(\sum_{j=0}^M W_{ij}^{[l]T} Y_j(k) \right). \quad (4.36)$$

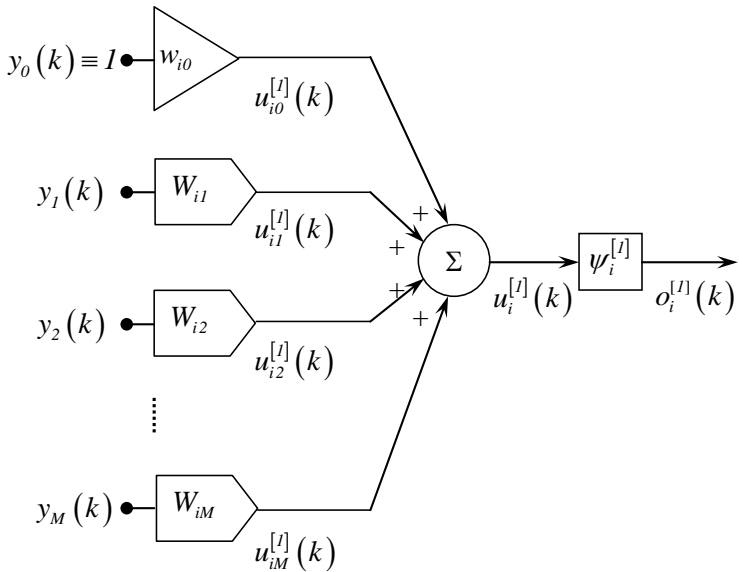


Рисунок 4.8 – Динамічний нейрон-фільтр (FIR)

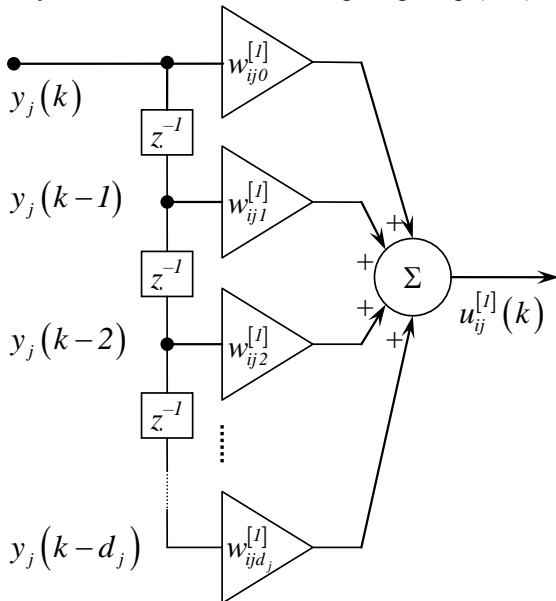


Рисунок 4.9 – Синапс – КИХ-фільтр

Нейро-фаззі елементи мають структуру, представлену на рис.4.10. Дана структура подібна зі структурою динамічних нейронів-фільтрів. Однак, їх синапси містять нелінійні активаційні функції (в даному випадку трикутні) так, як це показано на рисунку 4.11.

Вихідний сигнал нейро-фаззі елемента обчислюється відповідно до виразу:

$$o_i^{[l]}(k) = \psi_i^{[l]} \left(\sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^h w_{jl}^{[l]} \mu_{jl}(\tilde{x}_l(k)) \right) = \psi_i^{[l]} \left(\sum_{l=1}^L f_l(\tilde{x}_l(k)) \right) = \psi_i^{[l]}(u_i^{[l]}(k)), \quad (4.37)$$

де $\tilde{x}_l(k)$ – вхідні сигнали;

μ_{jl} – рівні приналежності;

$w_{jl}^{[l]}$ – синаптичні ваги;

h – число нечітких інтервалів;

L – кількість входів.

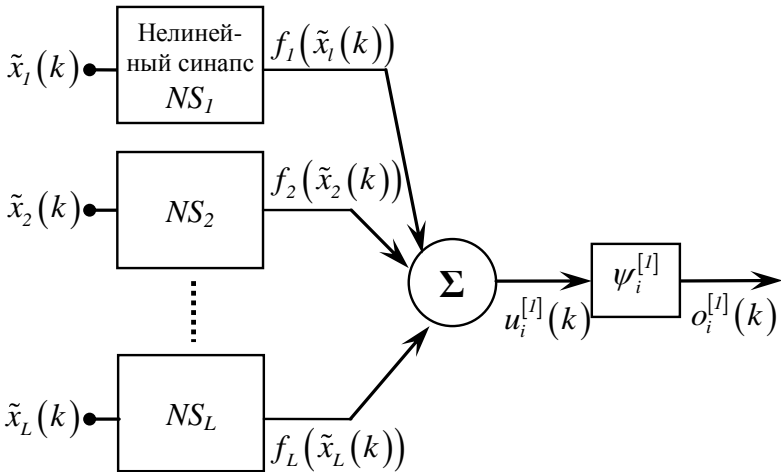


Рисунок 4.10 – Нейро-фаззі елемент (NFU)

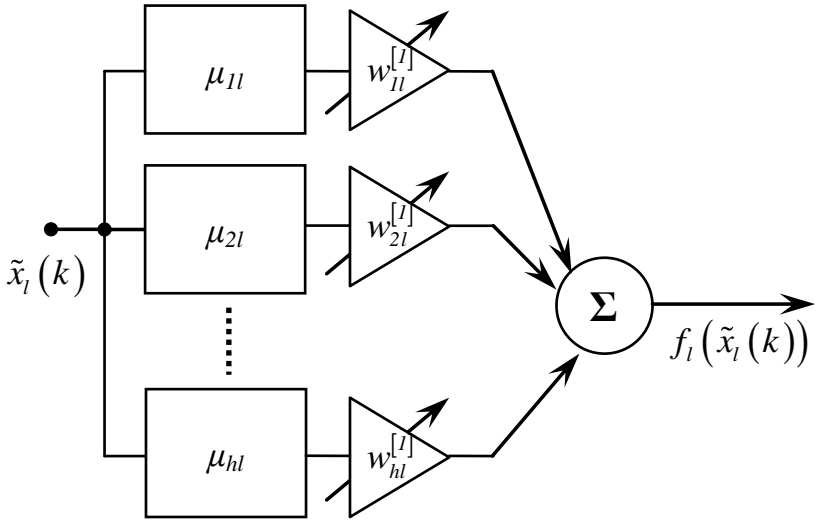


Рисунок 4.11 – Нелінійний синапс

Рівні приналежності залежать від відстані між входом і центрами функцій приналежності:

$$\mu_{jl}(\tilde{x}_l(k)) = \begin{cases} \frac{\tilde{x}_l(k) - c_{j-1,l}}{c_{jl} - c_{j-1,l}}, \tilde{x}_l(k) \in [c_{j-1,l}, c_{jl}]; \\ \frac{c_{j+1,l} - \tilde{x}_l(k)}{c_{j+1,l} - c_{jl}}, \tilde{x}_l(k) \in [c_{jl}, c_{j+1,l}]; \\ 0 \text{ в противном случае,} \end{cases} \quad (4.38)$$

при цьому автоматично забезпечується розбиття Руспіні:

$$\sum_{j=1}^h \mu_{jl}(\tilde{x}_l(k)) = 1, \forall l. \quad (4.39)$$

Центри активаційних функцій вибираються окремо для кожного вхідного сигналу залежно від його фізичного сенсу. В результаті обробки вихідних сигналів динамічними нейронами-фільтрами та нейро-фаззі елементами в першому прихованому шарі формується набір вихідних сигналів $o_1^{[1]}, o_2^{[1]}, \dots, o_n^{[1]}$, який далі подається на другий прихований шар у формі $(n+1) \times 1$ – вектора $x^{[2]} = (1, o_1^{[1]}, o_2^{[1]}, \dots, o_n^{[1]})^T$, де одинична компонента необхідна для оцінки зсуву кожного з нейронів наступних шарів, n – загальне число нейронів першого схованого шару. Другий прихований шар пропонуваної нейро-фаззі мережі містить $2n + 1$ однотипних нейронів з нелінійними сигмоїдальними функціями активації $\psi_j^{[2]}, j = 1, 2, \dots, 2n + 1$, а також містить $(2n + 1) \times (n + 1)$ настрювальних синаптичних ваг $w_{ji}^{[2]}$.

Вихідний сигнал j -го нейрона другого прихованого шару має вигляд:

$$o_j^{[2]} = \psi_j^{[2]}(u_j^{[2]}) = \psi_j^{[2]} \left(\sum_{i=0}^n w_{ji}^{[2]} x_i^{[2]} \right), \quad (4.40)$$

де $w_{j0}^{[2]} \equiv \theta_j^{[2]}$ – рівень зміщення j -го нейрона), а вихідний сигнал шару -

$$o^{[2]} = \Psi^{[2]}(W^{[2]}x^{[2]}), \quad (4.41)$$

де $o^{[2]} - ((2n + 1) \times 1)$ – векторний сигнал, який передається на третій прихований шар у вигляді:

$$x^{[3]} = (1, o^{[2]r})^T;$$

$\Psi^{[2]} = \text{diag}\{\psi_j^{[2]}\} - ((2n+1) \times (2n+1))$ – матрична активаційна функція, тобто матриця настроюються синаптичних ваг.

Вихідний шар мережі містить M нейронів і формує сигнали прогнозу вигляду:

$$\hat{y}_j = \psi_j^{[3]}(u_j^{[3]}) = \psi_j^{[3]} \left(\sum_{i=0}^{2n+1} w_{ji}^{[3]} x_i^{[3]} \right), \quad (4.42)$$

$$\hat{y} = \Psi^{[3]}(W^{[3]}x^{[3]}), \quad (4.43)$$

де $\Psi^{[3]} = \text{diag}\{\psi_j^{[3]}\} - (M \times M)$ – матрична активаційна функція;

$W^{[3]} - (M \times (2n+2))$ – матриця настроюються синаптичних ваг.

Об'єднуючи вирази (4.41 – 4.43), записується передавальна функція мережі в цілому:

$$\hat{y} = \Psi^{[3]}(W^{[3]}\Psi^{[2]}(W^{[2]}x^{[2]})). \quad (4.44)$$

4.2.2 Навчання прогнозуючої нейро-фаззі мережі

В якості мети навчання використовується стандартний локальний квадратичний критерій вигляду:

$$E(k) = \frac{1}{2} e^2(k) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M (y_j(k) - \hat{y}_j(k))^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M (y_j(k) - \psi_j^{[3]}(u_j^{[3]}(k)))^2, \quad (4.45)$$

а в якості активаційної функції – сигмоїду

$$\psi_j^{[s]}(u_j^{[s]}(k)) = \frac{1}{1 - e^{-\gamma u_j^{[s]}(k)}}, \quad (4.46)$$

де параметр $\gamma > 0$, задає крутизну активаційної функції, в принципі, також може налаштуватися на $S = 1, 2, 3$ – номер шару.

Навчання проводиться за допомогою зворотного поширення помилок, починаючи з вихідного шару. Градієнт процедури навчання має вигляд:

$$\begin{aligned}
 w_{ji}^{[3]}(k+1) &= w_{ji}^{[3]}(k) - \eta^{[3]}(k) \frac{\partial E(k)}{\partial e_j(k)} \square \frac{\partial e_j(k)}{\partial u_j^{[3]}(k)} \square \frac{\partial u_j^{[3]}(k)}{\partial w_{ji}^{[3]}(k)} = \\
 &= w_{ji}^{[3]}(k) + \eta^{[3]}(k) e_j(k) \frac{\partial \psi_j^{[3]}(u_j^{[3]}(k))}{\partial u_j^{[3]}(k)} x_i^{[3]}(k) = \\
 &= w_{ji}^{[3]}(k) + \eta^{[3]}(k) \delta_j^{[3]}(k) x_i^{[3]}(k), \quad j = 1, 2, \dots, M, i = 0, 1, \dots, 2n+1,
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

де $\eta^{[3]}(k)$ – параметр кроку, що визначає швидкість процесу навчання і зазвичай обирається з емпіричних міркувань;

$$\delta_j^{[3]}(k) = e_j(k) \frac{\partial \psi_j^{[3]}(u_j^{[3]}(k))}{\partial u_j^{[3]}(k)} = \frac{\partial E(k)}{\partial u_j^{[3]}(k)} \quad \text{– локальна помилка}$$

вихідного шару.

Алгоритм навчання (4.47) можна переписати у вигляді

$$\begin{aligned}
 w_j^{[3]}(k+1) &= w_j^{[3]}(k) + \eta^{[3]}(k) \delta_j^{[3]}(k) x^{[3]}(k) = \\
 &= w_j^{[3]}(k) + \eta^{[3]}(k) \delta_j^{[3]}(k) \nabla_w u_j^{[3]}(k),
 \end{aligned} \tag{4.48}$$

а з урахуванням (4.47) у вигляді:

$$w_j^{[3]}(k+1) = w_j^{[3]}(k) + \eta^{[3]}(k) \gamma \hat{y}_j(k) (1 - \hat{y}_j(k)) x^{[3]}(k). \tag{4.49}$$

Підвищити швидкість процесу навчання можливо шляхом відповідного вибору параметра кроку. Для цього замість звичайного

градієнтного алгоритму слід використовувати більш витончені процедури. А саме одношагову модифікацію алгоритму Левенберга-Марквардта [68]:

$$\begin{aligned} w_j^{[3]}(k+1) &= w_j^{[3]}(k) + \left(\nabla_w u_j^{[3]}(k) \nabla_w^T u_j^{[3]}(k) + \rho I_{2n+2} \right)^{-1} \delta_j^{[3]}(k) \nabla_w u_j^{[3]}(k) = (4.50) \\ &= w_j^{[3]}(k) + \left(x^{[3]}(k) x^{[3]T}(k) + \rho I_{2n+2} \right)^{-1} \delta_j^{[3]}(k) x^{[3]}(k) \end{aligned}$$

де $\rho > 0$ – параметр регуляризації;

$I_{2n+2} - ((2n+2) \times (2n+2))$ - одинична матриця, яку з урахуванням очевидних співвідношень можливо представити у вигляді:

$$\begin{aligned} \lim_{\rho \rightarrow 0} \left(x^{[3]}(k) x^{[3]T}(k) + \rho I_{2n+2} \right)^{-1} &= \left(x^{[3]}(k) x^{[3]T}(k) \right)^+, \quad (4.51) \\ \left(x^{[3]}(k) x^{[3]T}(k) \right)^+ x^{[3]}(k) &= x^{[3]T+}(k) = x^{[3]}(k) \left\| x^{[3]}(k) \right\|^{-2}, \end{aligned}$$

і записати в досить простій формі:

$$w_j^{[3]}(k+1) = w_j^{[3]}(k) + \frac{\delta_j^{[3]}(k) x^{[3]}(k)}{\left\| x^{[3]}(k) \right\|^2}, \quad (4.52)$$

яка структурно збігається з оптимальною за швидкодією однокроковим алгоритмом Качмажа [69].

Аналіз (4.48) показує, що процедури навчання (4.48 – 4.52) різко втрачають швидкість на ділянках сигмоїди яких близькі до нуля або одиниці.

У цих ситуаціях, поряд з (4.52), доцільно використовувати регуляризований алгоритм навчання Чана-Фоллсайда, який має вигляд:

$$w_j^{[3]}(k+1) = w_j^{[3]}(k) + \eta^{[3]} \delta_j^{[3]}(k) x_j^{[3]}(k) + \rho \Delta w_j^{[3]}(k-1), \quad (4.53)$$

де $\eta^{[3]} = \text{const} > 0$, $1 > \rho \geq 0$ – параметр регуляризації.

При русі через плато цільової функції $E(k)$, коли компоненти $\delta_j^{[3]}(k)$ малі і практично не змінюються від кроку до кроку, (4.53) можна переписати у вигляді:

$$\Delta w_{ji}^{[3]}(k) = -\eta^{[3]} \frac{\partial E(k)}{\partial w_{ji}^{[3]}(k)} + \rho \Delta w_{ji}^{[3]}(k-1) \approx \frac{\eta}{1-\rho} \frac{\partial E(k)}{\partial w_{ji}^{[3]}(k)}, \quad (4.54)$$

з якого випливає, що варіюванням параметра регуляризації ρ можливо домогтися збільшенням швидкості збіжності.

Алгоритм навчання нейронів другого прихованого шару може бути записаний у вигляді:

$$\begin{aligned} w_{ji}^{[2]}(k+1) &= w_{ji}^{[2]}(k) - \eta^{[2]}(k) \frac{\partial E(k)}{\partial w_{ji}^{[2]}(k)} = \\ &= w_{ji}^{[2]}(k) - \eta^{[2]}(k) \frac{\partial E(k)}{\partial u_j^{[2]}(k)} \frac{\partial u_j^{[2]}(k)}{\partial w_{ji}^{[2]}(k)} = \\ &= w_{ji}^{[2]}(k) + \eta^{[2]}(k) \delta_j^{[2]}(k) x_i^{[2]}(k), \end{aligned} \quad (4.55)$$

$$\text{де } \delta_j^{[2]}(k) = \frac{\partial E(k)}{\partial u_j^{[2]}(k)}, \quad j = 1, 2, \dots, 2n+1, \quad i = 0, 1, \dots, n.$$

Записавши локальну помилку другого прихованого шару у вигляді:

$$\delta_j^{[2]}(k) = \frac{\partial E(k)}{\partial u_j^{[2]}(k)} = \frac{\partial E(k)}{\partial o_j^{[2]}(k)} \frac{\partial o_j^{[2]}(k)}{\partial u_j^{[2]}(k)}, \quad (4.56)$$

з урахуванням того, що

$$o_j^{[2]}(k) = \psi_j^{[2]}(u_j^{[2]}(k)) \quad (4.57)$$

Отримуємо:

$$\delta_j^{[2]}(k) = \frac{\partial E(k)}{\partial o_j^{[2]}(k)} \frac{\partial \psi_j^{[2]}(u_j^{[2]}(k))}{\partial u_j^{[2]}(k)}. \quad (4.58)$$

Представивши далі $\partial E(k)/\partial o_j^{[2]}(k)$ у вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(k)}{\partial o_j^{[2]}(k)} &= \frac{\partial E(k)}{\partial u^{[3]}(k)} \frac{\partial u^{[3]}(k)}{\partial o_j^{[2]}(k)} = \\ &= \frac{\partial E(k)}{\partial u^{[3]}(k)} \frac{\partial}{\partial o_j^{[2]}(k)} \sum_{p=0}^{2n+1} w_p^{[3]}(k) x_p^{[3]}(k) = \delta^{[3]}(k) w_j^{[3]}(k), \end{aligned} \quad (4.59)$$

можливо переписати (4.58) у вигляді:

$$\delta_j^{[2]}(k) = \frac{\partial \psi_j^{[2]}(u_j^{[2]}(k))}{\partial u_j^{[2]}(k)} \delta^{[3]}(k) w_j^{[3]}(k), \quad (4.60)$$

звідки випливає

$$\begin{aligned} w_{ji}^{[2]}(k+1) &= w_{ji}^{[2]}(k) + \eta^{[2]}(k) x_i^{[2]}(k) \frac{\partial \psi_j^{[2]}(u_j^{[2]}(k))}{\partial u_j^{[2]}(k)} \delta^{[3]}(k) w_j^{[3]}(k) = \\ &= w_{ji}^{[2]}(k) + \eta^{[2]}(k) x_i^{[2]}(k) \delta_j^{[2]}(k), \end{aligned} \quad (4.61)$$

$$\text{де } \delta_j^{[2]}(k) = \frac{\partial \psi_j^{[2]}(u_j^{[2]}(k))}{\partial u_j^{[2]}(k)} \delta_j^{[3]}(k) w_j^{[3]}(k).$$

Таким чином, алгоритм навчання j -го нейрона другого прихованого шару може бути записаний у формі:

$$w_j^{[2]}(k+1) = w_j^{[2]}(k) + \eta^{[2]}(k) \delta_j^{[2]}(k) x^{[2]}(k), \quad (4.62)$$

а з урахуванням (4.50 – 4.53) у вигляді:

$$w_j^{[2]}(k+1) = w_j^{[2]}(k) + \frac{\delta_j^{[2]}(k) x^{[2]}(k)}{\|x^{[2]}(k)\|^2}. \quad (4.63)$$

Перший прихований шар налаштовується аналогічно другому з допомогою рекурентних співвідношень:

$$w_j^{[1]}(k+1) = w_j^{[1]}(k) + \eta^{[1]}(k) \delta_j^{[1]}(k) x^{[1]}(k) \quad (4.64)$$

або

$$w_j^{[1]}(k+1) = w_j^{[1]}(k) + \frac{\delta_j^{[1]}(k) x^{[1]}(k)}{\|x^{[1]}(k)\|^2}, \quad (4.65)$$

або

$$w_j^{[1]}(k+1) = w_j^{[1]}(k) + \eta^{[1]} \delta_j^{[1]}(k) x^{[1]}(k) + \rho \Delta w_j^{[1]}(k-1), \quad (4.66)$$

$$\text{де } \delta_j^{[1]}(k) = \frac{\partial \psi_j^{[1]}(u_j^{[1]}(k))}{\partial u_j^{[1]}(k)} \sum_{i=1}^{2n+1} \delta_i^{[2]}(k) w_{ij}^{[2]}(k) - \text{вектор входів } x^{[1]}(k)$$

формується з вихідних сигналів елементів затримки $y_j(k-d)$ для динамічних нейронів-фільтрів і функцій приналежності для нейрофаззи елементів.

Таким чином, процедура навчання фактично зводиться до послідовного обчислення локальних помилок $\delta_j^{[3]}(k)$, $\delta_j^{[2]}(k)$ і $\delta^{[1]}(k)$, а її прискорення – до вибору параметрів кроку $\eta^{[3]}(k)$, $\eta^{[2]}(k)$ и $\eta^{[1]}(k)$.

4.2.3 Чисельний експеримент

Для прикладу застосовується запропонований підхід до задачі погодинного прогнозування на 24 години вперед двох взаємопов'язаних годинних рядів, що описують споживання електроенергії у Західній енергосистемі (ЗЕС) України та Бурштинському енергоострові, який входить в ЗЕС. Для цих двох завдань дані про погоду і календарних події є загальними.

Загальна вибірка довжиною в один рік була розділена на навчальну (січень-жовтень) і перевірочну (листопад-грудень) У якості критерію оцінки якості прогнозування використовується середня абсолютна помилка MAPE (ф. 4.43).

Спочатку виконується незалежне прогнозування даних годинних рядів за допомогою запропонованої нейро-фаззі мережі. Спочатку використовується один вихід і один вхід передісторії. При цьому додаткові входи для календарної інформації і даних погоди однакові для обох рядів. Потім вирішується завдання об'єднаного прогнозування двох годинних рядів за умови, що мережа має два виходи, два входи передісторії і той же набір додаткових входів.

Результати прогнозування показано на рис.4.12 – 4.13 і в таблиці 4.2.

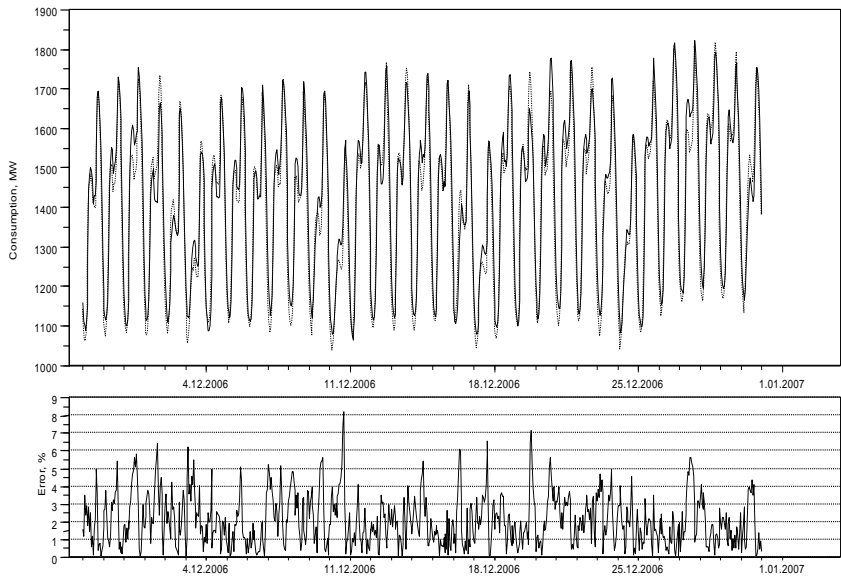


Рисунок 4.12 – Результати об'єднаного прогнозування і сигнал абсолютної помилки для ЗЭС (суцільна лінія – вихідний ряд, пунктирна лінія – прогноз)

На рисунку 4.13 представлені результати об'єднаного прогнозування для одного місяця.

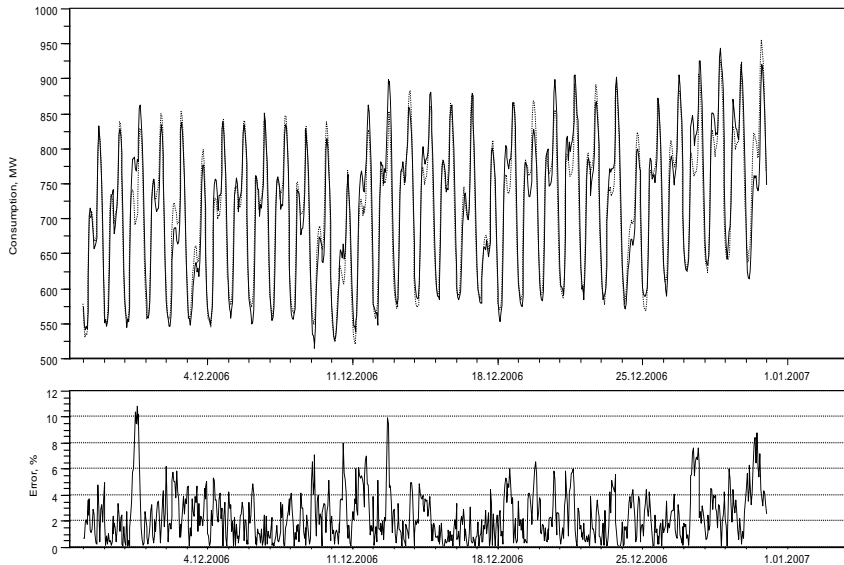


Рисунок 4.13 – Результати об’єднаного прогнозування і сигнал абсолютної помилки для Бурштинського енергоострова (суцільна лінія – вихідний ряд, пунктирна лінія – прогноз)

Таблиця 4.2

	Західна енергосистема	Бурштинський енергоострів
Незалежне прогнозування	2.13%	2.31%
Об’єднане прогнозування	2.09%	2.21%

Аналіз результатів прогнозування (рис.4.12 – 4.13 і табл. 4.2) свідчить, що об’єднане прогнозування з допомогою запропонованого підходу забезпечує більш високу точність у порівнянні з незалежним прогнозуванням. Крім того, мережа об’єднаного прогнозування має менше настроювальних ваг ніж дві мережі разом для незалежного прогнозування, у результаті чого знижуються вимоги до обсягу пам’яті і часі навчання.

РОЗДІЛ 5

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОГНОЗУВАННЯ ЕЛЕКТРО-СПОЖИВАННЯ НА ОСНОВІ НЕЧІТКОГО РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ

Для докладного представлення методів нечіткого регресійного аналізу необхідно насамперед окремо зупинитися на описі основ теорії нечітких множин, тому що саме цей математичний апарат використовується в нечіткому регресійному аналізі для формалізації тієї частини інформації, яка не може бути виражена детерміновано.

Основа теорії нечітких множин була покладена професором Лотфі А.Заде. Публікацією цієї статті він відкрив нову галузь у теоретичних дослідженнях, які привели в останні роки до справжнього вибуху в напрямку практичного застосування теорії нечітких множин [70 – 75].

Заде сформулював принцип часткової належності, згідно з яким елемент x може повністю належати множині X , частково належати або не належати їй взагалі [75].

5.1 Поняття лінгвістичної змінної

Лінгвістичною прийнято називати змінну, значеннями якої є слова або речення природньої або штучної мови [76]. Наприклад, електроспоживання – лінгвістична змінна, але тільки тоді, коли приймає лінгвістичні, а не числові значення, тобто значення великі, не дуже великі, невеликі, маленькі, не дуже маленькі та т.д., а не 2 МВт*год; 2,5 МВт*год; 3 МВт*год та т. д.

Більш точно лінгвістична змінна визначається кортежем $(X, T(X), U, G, M)$, у якому X – назва цієї змінної; $T(X)$ – термножина X , тобто сукупність її лінгвістичних значень; U – універсальна множина; G – синтаксична процедура, що описує процес створення нових термів з множини $T(X)$; $M(X)$ – семантичне пра-

вило, яке кожному лінгвістичному значенню X ставить у відповідність його значення $M(X)$, причому $M(X)$ позначає нечітку підмножину множини U .

Терм-множина може мати нескінченне число елементів. Приміром, терм-множина згаданої вище лінгвістичної змінної «електроспоживання» можна записати так:

T (електроспоживання) = маленьке, не дуже маленьке, немалецьке, значне, середнє, більш ніж середнє, ..., велике, досить велике, дуже велике, величезне і т.д.

Терм, який складається з одного слова або декількох слів, що завжди фігурують разом один з одним, називається атомарним термом. Терм, який складається з одного або більш атомарних термів називається складовим термом.

Нечітке обмеження на значення базової змінної характеризується функцією належності, яка кожному значенню базової змінної ставить у відповідність число з інтервалу $[0,1]$, що символізує сумісність цього значення з нечітким обмеженням. Наприклад, значення функції належності таких чисельних значень змінної «електроспоживання», як 1,5; 2,5 і 3,5 МВт*год з нечітким обмеженням маленькі, можуть бути 1, 0,8 і 0,4 відповідно.

Поняття лінгвістичної змінної включає кілька основних аспектів, які можна уточнити.

По-перше, поняття належності відмінно від поняття ймовірності. Так, висловлення про те, що належність чисельного значення 2,5 нечіткому обмеженню маленькі рівна 0,8, не має ніякого відношення до ймовірності того, що значення змінної «електроспоживання» дорівнює 2,5 МВт*год. Правильна інтерпретація значення належності, рівного 0,8, полягає в тому, що воно є лише суб'єктивною мірою того, наскільки електроспоживання 2,5 МВт*год відповідають у представленні експерта слову «маленькі».

По-друге, лінгвістична змінна має структуру в тому розумінні, що вона пов'язана із двома правилами. Перше – синтаксичне правило – визначає спосіб породження лінгвістичних значень, що належать терм-множини цієї змінної. Друге – семантичне правило –

визначає спосіб обчислення змісту будь-який лінгвістичної змінної, тобто визначає алгоритмічну процедуру для обчислення змісту кожного значення лінгвістичної змінної.

У зв'язку із цим можна відмітити, що типове значення лінгвістичної змінної, наприклад, *не дуже великі* й *не дуже маленькі*, містить у собі те, що можна було б назвати первинними термами, наприклад *маленькі* й *більші*, зміст яких суб'єктивний і залежить від контексту. Априорі передбачається, що зміст таких термів визначений заздалегідь.

Крім первинних термів, лінгвістичне значення може містити в собі такі зв'язки, як *і, або,...*, *ні* й т.п.; заперечення *не*, такі невизначеності, як *дуже, більш-менш, цілковито, цілком, безперечно, частково* й т.п.

Зв'язки невизначеності, заперечення можна трактувати як оператори, що видозмінюють зміст первинних термів особливим, незалежно від контексту чином.

Нарешті, якщо говорити про таку лінгвістичну змінну, як «електроспоживання», то вона є по своїй природі числовою змінною. Тоді ми можемо визначити зміст такого лінгвістичного значення, як *маленькі*, функцією належності, яка ставить у відповідність кожному значенню базової змінної з інтервалу $[0,10]$ число з інтервалу $[0,1]$, що представляє належність даного значення споживання електроенергії поняттю *маленькі*.

5.2 Функція належності нечіткої множини

Нечітка підмножина A універсальної множини X характеризується функцією належності $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$, яка ставить у відповідність кожному елементу $x \in X$ число $\mu_A(x)$ з інтервалу $[0,1]$, що характеризує ступінь належності елемента x підмножині A . Простіше кажучи, функція належності (membership function) – це функція, яка кожному значенню змінної (у межах кожної безлічі) ставить у відповідність значення в інтервалі від 0 до 1.

Тоді нечітка множина $A = \{x, \mu_A(x)\}$ визначається як сукупність упорядкованих пар, складених з елементів x універсальної множини X і відповідних ступенів належності $\mu_A(x)$.

Перш, ніж описувати різні типи функцій належності нечітких множин, слід окремо зупинитися на математичній системі позначень, введеною Заде для опису нечітких множин.

Для кінцевої нечіткої множини A з функцією належності $\mu_A(x)$ Заде ввів наступне позначення на основній множини $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$:

$$A = \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \dots + \frac{\mu_A(x_n)}{x_n} = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_A(x_i)}{x_i}. \quad (5.1)$$

Слід зазначити, що дробова риска й знак плюс тут фігурують тільки формально, вони в цьому випадку не мають того ж значення, що й у класичній математиці. Іноді замість знака ділення пишуть також похилу рису «/», як у виразі (5.2).

$$a = \sum_{i=1}^n \mu_A(x_i) / x_i. \quad (5.2)$$

Звичайно прийнято елемент зі значенням належності $\mu_A(x)=0$ опускати.

Як приклад представимо наступні вирази:

$$X = \{a, b, c, d, e\}. \quad (5.3)$$

$$A = \frac{0,2}{a} + \frac{0}{b} + \frac{0,9}{c} + \frac{1}{d} + \frac{0}{e} = \frac{0,2}{a} + \frac{0,9}{c} + \frac{1}{d}. \quad (5.4)$$

$$\mu_A(a) = 0,2; \mu_A(b) = 0; \mu_A(c) = 0,9; \mu_A(d) = 1; \mu_A(e) = 0. \quad (5.5)$$

Для безкінечних нечітких множин (основна множина X нескінченна) Заде ввів позначення, представлене в наступному вигляді [75].

$$A = \int_x \frac{\mu_A(x)}{x} = \int_x \mu_A(x) / x. \quad (5.6)$$

Багато нечітких множин описуються за допомогою вербально вимовних функцій належностей. Ця обставина є характерною, що найменше, для сьогоdnішнього положення нечіткої логіки і нечіткої математики. Найчастіше можна зустріти нечіткі множини, що мають будь-який із чотирьох основних типів функцій належності [70 – 73, 75]. Функція належності першого типу є монотонно зростаючою: зі збільшенням значень x також зростає функція належності або вона постійна [72]. Функція належності другого типу є монотонно падаючою: зі збільшенням x функція належності зменшується або зостається рівної. Функція належності третього типу монотонно зростає, досягаючи певної величини x з постійним значенням $\mu_A(x) = 1$, а потім монотонно спадає. Функція належності четвертого типу схожа на функцію належності 3 типу. Вона приймає своє максимальне значення не тільки в одній точці, а також і на ділянці основного інтервалу.

Найпоширенішим у нечітких регресійних моделях типом функції належності є трикутний тип.

5.3 Елементи значимої нечіткої арифметики

Нечіткий регресійний аналіз базується на основних принципах нечіткої математики. У нечіткому регресійному аналізі, особливо для вирішення технічних задач, великі обсяги даних вимагають великої кількості арифметичних дій. При використанні звичайної нечіткої арифметики, що залучає більшу нечіткість і велику кількість арифметичних дій, нечіткий розкид міг би приводити до великої кількості операцій. Щоб усунути ці недоліки з метою оптимізації розрахунків, була розроблена значима нечітка арифметика (weighted fuzzy arithmetic, WFA) [76 – 78].

WFA визначає арифметичні дії між двома нечіткими числами як дії двох відповідних значень у кожній нечіткій множині на тому самому рівні належності. WFA використовується як концепція дефазифікації, щоб конвертувати нечітку множина у точне реальне число. Результуюче точне число може інтерпретуватися як середнє значення нечіткого.

Щоб виконати інтеграцію функцій приналежності, нечіткі числа виражені як нормовані асиметричні трикутні функції належності (у випадку симетричних трикутних функцій належності обчислення спрощуються). Якщо нечіткі числа не нормовані, то їх можна нормувати щодо максимального значення належності. Асиметрична трикутна нечітка множина виражена як $\tilde{A} = (m_a, c_{a,L}, c_{a,R})$, де m_a є нечітким центром, $c_{a,L}$ є лівим нечітким розкидом і $c_{a,R}$ – відповідно правим нечітким розкидом. Інша нечітка множина $\tilde{B} = (m_b, c_{b,L}, c_{b,R})$. μ є рівнем належності, а інтервали \tilde{A} і \tilde{B} можуть бути виражені як

$$\mu_{\tilde{A}} = [\mu_{A_L}, \mu_{A_R}] = [m_a - (1 - \mu)c_{a,L} + (1 - \mu)c_{a,R}] \quad (5.7)$$

та

$$\mu_{\tilde{B}} = [\mu_{B_L}, \mu_{B_R}] = [m_b - (1 - \mu)c_{b,L} + (1 - \mu)c_{b,R}] \quad (5.8)$$

Згідно з визначенням WFA, значиме нечітке доповнення визначається як

$$A + B = \frac{\left[\int_{\mu} (\mu_{A_L} + \mu_{B_L}) \mu d\mu \right]_L + \left[\int_{\mu} (\mu_{A_R} + \mu_{B_R}) \mu d\mu \right]_R}{\int_{\mu} \mu d\mu}, \quad (5.9)$$

де знаменник може бути розрахований як

$$\int_{\mu} \mu d\mu = 2 \int_0^1 \mu d\mu = 2 \left[\frac{1}{2} \mu^2 \right]_0^1 = 2 \left(\frac{1}{2} \right) = 1. \quad (5.10)$$

Підставивши вирази для μ_{A_L} , μ_{A_R} , μ_{B_L} , μ_{B_R} у формулу (5.10), можна одержати наступні інтегральні вирази:

$$\begin{aligned} \left[\int_{\mu} (\mu_{A_L} + \mu_{B_L}) \mu d\mu \right]_L &= \int_0^1 \{ [m_a - (1 - \mu)c_{a,L}] + [m_b - (1 - \mu)c_{b,L}] \} \mu d\mu = \\ &= \int_0^1 [(m_a + m_b) - (1 - \mu)(c_{a,L} + c_{b,L})] \mu d\mu = \frac{1}{2}(m_a + m_b) - \frac{1}{6}(c_{a,L} + c_{b,L}) \end{aligned} \quad (5.11)$$

та

$$\begin{aligned} \left[\int_{\mu} (\mu_{A_R} + \mu_{B_R}) \mu d\mu \right]_R &= \int_0^1 \{ [m_a + (1 - \mu)c_{a,R}] + [m_b + (1 - \mu)c_{b,R}] \} \mu d\mu = \\ &= \int_0^1 [(m_a + m_b) + (1 - \mu)(c_{a,R} + c_{b,R})] \mu d\mu = \frac{1}{2}(m_a + m_b) + \frac{1}{6}(c_{a,R} + c_{b,R}) \end{aligned} \quad (5.12)$$

Просумувавши вирази (5.11) і (5.12), отримаємо:

$$\tilde{A} + \tilde{B} = (m_a + m_b) + \frac{1}{6} [(c_{a,R} + c_{b,R}) - (c_{a,L} + c_{b,L})]. \quad (5.13)$$

Якщо \tilde{A} й \tilde{B} – симетричні трикутні нечіткі множини, тобто $c_{a,L} = c_{a,R} = c_a$ й $c_{b,L} = c_{b,R} = c_b$, то вираз (5.13) буде мати вигляд

$$\tilde{A} + \tilde{B} = m_a + m_b. \quad (5.14)$$

Аналогічно можна одержати вирази для значимого нечіткого вирахування ((5.15) і (5.16)), значимого нечіткого множення ((5.17) і (5.18)) і значимого нечіткого ділення ((5.19)).

$$\tilde{A} - \tilde{B} = (m_a - m_b) + \frac{1}{6} [(c_{a,R} - c_{b,R}) - (c_{a,L} - c_{b,L})]. \quad (5.15)$$

$$\tilde{A} - \tilde{B} = m_a - m_b \text{ при симетричних } \tilde{A} \text{ і } \tilde{B}. \quad (5.16)$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}(\tilde{B}) &= (m_a m_b) + \frac{1}{6} [(m_b c_{a,R} - m_a c_{b,R}) - (m_b c_{a,L} - m_a c_{b,L})] + \\ &+ \frac{1}{12} (c_{a,L} c_{b,L} - c_{a,R} c_{b,R}). \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\tilde{A}(\tilde{B}) = (m_a m_b) + \frac{1}{6} (c_a^2 + c_b^2) \text{ при симетричних } \tilde{A} \text{ і } \tilde{B}. \quad (5.18)$$

$$\tilde{A} / \tilde{B} = \int_0^1 \frac{[m_a - (1 - \mu)c_{a,L}]}{[m_b - (1 - \mu)c_{b,L}]} \mu d\mu + \int_0^1 \frac{[m_a - (1 - \mu)c_{a,R}]}{[m_b - (1 - \mu)c_{b,R}]} \mu d\mu, \quad (5.19)$$

де $0 \notin \tilde{B}$.

Є й інша інтерпретація арифметичних операцій над нечіткими числами L-R-Типу [73, 79]. Застосуємо принцип узагальнення, при якому операції над нечіткими числами зводяться до операцій над відповідними функціями належності.

Нехай $\mu_a, \mu_b \in$ безперервними й сюр'єктивними функціями належності нечітких чисел A і B, а $\tilde{\circ}$ - нечітка бінарна операція, що відповідає безперервній й монотонній алгебраїчній операції \circ над

звичайними числами. Тоді $A \tilde{\circ} B$ – нечітке число, функція належності якого безперервна, сюр’єктивна й визначається по формулі:

$$\mu_{A \tilde{\circ} B}(z) = \sup_{z=x \circ y} \min(\mu_a(x), \mu_b(y)). \quad (5.20)$$

Таким чином, результат додавання, вирахування, множення й ділення нечітких чисел L-R-Типу повинен бути точно або приблизно рівний якомусь нечіткому числу з тими ж функціями L-Типу й R-Типу, а коефіцієнти нечіткості $c_{z,L}$ і $c_{z,R}$ повинні однозначно залежати від аналогічних параметрів вихідних нечітких чисел L-R-Типу.

Надалі при розгляді арифметичних операцій над нечіткими числами L-R-Типу будемо всюди припускати, що функції L і R задані.

Сумою нечітких чисел \tilde{A} і \tilde{B} є нечітке число виду

$$\tilde{A} + \tilde{B} = (m_a + m_b, c_{a,L} + c_{b,L}, c_{a,R} + c_{b,R}). \quad (5.21)$$

Різницею нечітких чисел \tilde{A} і \tilde{B} є нечітке число

$$\tilde{A} - \tilde{B} = (m_a - m_b, c_{a,L} + c_{b,R}, c_{a,R} + c_{b,L}). \quad (5.22)$$

Добуток позитивних нечітких чисел \tilde{A} і \tilde{B} визначається вираженням:

$$\tilde{A} \cdot \tilde{B} = (m_a \cdot m_b, m_a c_{b,L} + m_b c_{a,L} - c_{a,L} c_{a,R}, m_a c_{b,R} + m_b c_{a,R} + c_{a,R} c_{b,R}), \quad (5.23)$$

$\tilde{A} > 0, \tilde{B} > 0.$

Під позитивним нечітким числом тут мається на увазі нечітке число, мода якого позитивна. У негативного нечіткого числа мода негативна.

$$\tilde{A} \cdot \tilde{B} = (m_a \cdot m_b, -m_a c_{b,R} + m_b c_{a,L} + c_{a,L} c_{b,R}, -m_a c_{b,L} + m_b c_{a,R} - c_{a,R} c_{b,L}), \quad (5.24)$$

$$\tilde{A} < 0, \tilde{B} > 0.$$

$$\tilde{A} \cdot \tilde{B} = (m_a \cdot m_b, m_a c_{b,L} - m_b c_{a,R} + c_{a,R} c_{b,L}, m_a c_{b,R} - m_b c_{a,L} - c_{a,L} c_{b,R}), \quad (5.25)$$

$$\tilde{A} > 0, \tilde{B} < 0.$$

$$\tilde{A} \cdot \tilde{B} = (m_a \cdot m_b, -m_a c_{b,R} - m_b c_{a,R} - c_{a,R} c_{b,R}, -m_a c_{b,L} - m_b c_{a,L} + c_{a,L} c_{b,L}), \quad (5.26)$$

$$\tilde{A} < 0, \tilde{B} < 0.$$

Добуток нечітких чисел \tilde{A} і \tilde{B} довільного знаку має вигляд:

$$\tilde{A} \cdot \tilde{B} = \left(\begin{array}{l} m_a \cdot m_b, \\ m_a \cdot m_b - \min \left[\begin{array}{l} (m_a - c_{a,L})(m_b - c_{b,L}), (m_a - c_{a,L})(m_b + c_{b,R}), \\ (m_a + c_{a,R})(m_b - c_{b,L}), (m_a + c_{a,R})(m_b + c_{b,R}) \end{array} \right], \\ \max \left[\begin{array}{l} (m_a - c_{a,L})(m_b - c_{b,L}), (m_a - c_{a,L})(m_b + c_{b,R}), \\ (m_a + c_{a,R})(m_b - c_{b,L}), (m_a + c_{a,R})(m_b + c_{b,R}) \end{array} \right] - m_a \cdot m_b \end{array} \right), \quad (5.27)$$

Слід особливо підкреслити, що, якщо у вищезгадані вирази підставити два точні числа замість нечітких, то результати значимої нечіткої арифметики будуть точно такими ж, як і результати звичайної арифметики.

5.4 Нечіткий регресійний аналіз

Методи регресійного аналізу звичайно застосовуються для того, щоб побудувати модель, використовуючи вибірку зібраних статистичних даних, а також одержати рівняння прогнозу для повного обсягу даних. Побудова регресійних моделей можна легко реалізувати на комп'ютері за допомогою різних прикладних пакетів програм. Однак комп'ютери можуть обробляти тільки звичайні точні числа, тобто використання якісних, вербальних даних враховувати для побудови регресійних моделей стає проблематичним. У реальних задачах при спрощенні даних можна було б не враховувати важливу інформацію для регресійних моделей, однак іноді це недоцільно й може відбитися на застосовності отриманих моделей. Деякі спостереження, приміром, експертно задані дані [80], можуть бути описані тільки в лінгвістичному виді (приміром, задовільний, гарний або чудовий). Для таких даних теорія нечітких множин забезпечує апарат оперування лінгвістичними змінними, що використовують нечіткі функції належності.

Щоб урахувати нечіткі дані при побудові регресійних моделей, був запропонований нечіткий регресійний аналіз [78, 80 – 87]. На відміну від звичайного регресійного аналізу, який заснований на теорії ймовірностей, нечіткий регресійний аналіз може бути заснований на теорії можливостей і теорії нечітких множин [78, 81].

У звичайному регресійному аналізі непристосовані помилки між регресійною моделлю і даними спостереження взагалі приймаються як помилка спостереження, яка є випадковою величиною, що має нормальний розподіл з математичним очікуванням, рівним нулю. У нечіткому регресійному аналізі ті ж самі непристосовані помилки розглядаються як обумовлені нечіткістю структури моделі, яка була запропонована Такака.

До теперішнього часу розроблені різні нечіткі методи регресії з використанням декількох критеріїв оптимальності для визначення нечіткого центру й розкидів.

5.5 Нечіткий регресійний аналіз за критерієм мінімальної нечіткості

У нечіткому регресійному аналізі відхилення між спостережуваними значеннями й оціненими значеннями обумовлені нечіткістю системи або нечіткістю коефіцієнтів регресії [78]. Цю гіпотезу розділяють методи нечіткої регресії, описані в цій роботі. Ціль нечіткого регресійного аналізу полягає в тому, щоб знайти регресійну модель, яка задовольняє всім спостережуваним нечітким даним у межах зазначеного критерію оптимальності. Різні нечіткі моделі регресії саме й відрізняються залежно від використовуваного критерію оптимальності.

Танака першим запропонував нечіткий лінійний регресійний аналіз. Згідно із цим методом, коефіцієнти регресії є нечіткими числами, які можуть бути виражені як числа інтервалу зі значеннями належності. Тому що коефіцієнти регресії є нечіткими числами, оцінена вихідна змінна Y – також нечітке число. Нечіткий регресійний аналіз із тільки однієї незалежної змінної X має наступну двокоефіцієнтну модель регресії:

$$\tilde{Y} = \tilde{B}_0 + \tilde{B}_1 X, \quad (5.28)$$

де \tilde{B}_0 є нечітким коефіцієнтом перетинання, а \tilde{B}_1 є нечітким коефіцієнтом нахилу лінії регресії.

Нечіткий параметр $\tilde{B}_j = (m_j, c_j)$ виражений як симетрична трикутна функція належності, яка складається з нечіткого центру m_j і половини нечіткої основи c_j . У таких моделях можуть використовуватися також і інші форми функції належності (асиметричний трикутник, трапеція).

Згідно зданим підходом, нечіткі коефіцієнти $\tilde{B}_j (j=0,1)$ визначені таким чином, що оцінений нечіткий вихід Y має мінімальний нечіткий розкид, поки задовольняє заданому ступеню достовірності h .

Терм h згадано як міра сумісності між вихідними даними й моделлю регресії. Кожна зі спостережуваних вибірок даних, які можуть мати нечіткий \tilde{Y}_i або точний Y_i , повинна попадати в межах оціненого \hat{Y} нарівні h , як показано на рис.5.8 (ступінь пристосування \hat{Y}_i до нечіткої вихідної величини \tilde{Y}_i) [78, 87-89].

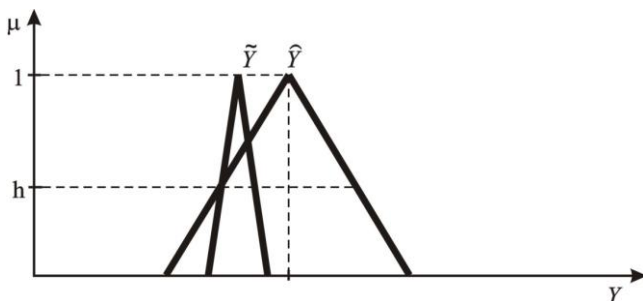


Рисунок 5.8 – Ступінь пристосування оціненої й вихідної величин

Визначаючи нечіткі коефіцієнти $\tilde{B}_j (j=0,1)$, Такакаї інші сформулювали нечітку цільову функцію регресії як наступну задачу лінійного програмування:

Мінімізувати

$$S = nc_0 + c_1 \sum_{i=1}^n |X_i|. \quad (5.29)$$

При обмеженнях $c_0 \geq 0, c_1 \geq 0$,

$$\sum_{j=0}^1 m_j X_{ij} + (1-h) \sum_{j=0}^1 c_j |X_{ij}| \geq Y_i + (1-h)e_i \quad \text{при } i=1..n, \quad (5.30)$$

$$\sum_{j=0}^1 m_j X_{ij} - (1-h) \sum_{j=0}^1 c_j |X_{ij}| \leq Y_i - (1-h)e_i \quad \text{при } i=1..n, \quad (5.31)$$

де S – рівень нечіткості регресійної моделі. Вирази (5.30) і (5.31) можуть використовувати в якості вихідних даних нечітку спостережувану величину $\tilde{Y}_i = (Y_i, e_i)$, де Y_i – нечіткий центр, і e_i – половина нечіткої основи.

Якщо спостережувана величина задана точно, то e нульовий. Тому звичайне точне число – окремий випадок нечіткого числа.

Вирази (5.29) – (5.31) можна поширити й на модель множинної регресії. Якщо необхідно побудувати нечітку регресійну модель залежності вихідного параметра від k факторів, що впливають, X_{ik} , то цільова функція завдання лінійного програмування буде мати вигляд

$$S = nc_0 + \sum_{i=1}^n (c_1 |X_{i1}| + \dots + c_k |X_{ik}|) \rightarrow \min. \quad (5.32)$$

При обмеженнях $c_0 \geq 0, c_1 \geq 0, \dots, c_k \geq 0$,

$$\sum_{j=0}^k m_j X_{ij} + (1-h) \sum_{j=0}^k c_j |X_{ij}| \geq Y_i + (1-h)e_i \quad \text{при } i = 1 \dots n, \quad (5.33)$$

$$\sum_{j=0}^k m_j X_{ij} - (1-h) \sum_{j=0}^k c_j |X_{ij}| \leq Y_i - (1-h)e_i \quad \text{при } i = 1 \dots n, \quad (5.34)$$

де $j = 0 \dots k$ – номер коефіцієнта регресії, n – обсяг вибірки вихідних даних.

Для різних ступенів достовірності значення нечіткого центру залишаються незмінними, у той час як при збільшенні ступеня вірогідності росте нечіткість нечіткої регресійної моделі. Тому, коли h рівняється 0, нечітка модель регресії має самий вузький нечіткий розкид серед усіх значень h між 0,0 і 1,0.

Даний метод нечіткого регресійного аналізу є, мабуть, найпоширенішим. Існують різні вдосконалення цього методу (приміром, можна використовувати експонентну модель і ін.), однак широкого

використання вони не одержали. У цих поліпшених методах мінімальна нечіткість використовується як критерій оптимальності, і лінійне програмування зберігається як апарат вирішення задачі.

Головний недолік вищезгаданого методу полягає в тому, що тут не використовується концепція методу найменших квадратів (МНК), тому найбільш цікавим розширенням нечіткого регресійного аналізу була б інтеграція із МНК – критерієм.

5.6 Нечіткий регресійний аналіз, комбінований з методом найменших квадратів (FLSRA)

Методи нечіткого регресійного аналізу, комбінованого з методом найменших квадратів (fuzzy least- square regression analysis) були запропоновані Celmins, Diamond, SaviciPedrycz, а також і Chang і Ayub [78, 87]. Celmins [87] визначає міру сумісності між нечіткими даними й моделлю й використовує цю міру як задовольняючий модель критерій. Savic і Pedrycz [87] запропонували об'єднаний підхід для FLSRA, поєднуючи критерій мінімуму нечіткості й звичайний МНК – регресійний аналіз. Chang і Ayub [88] досліджували надійність вихідних даних в FLSRA, тип стандартної помилки й коефіцієнт кореляції. У даній роботі розглядаються два підходи FLSRA, запропоновані Celmins, а також Savic і Pedrycz [78, 87].

FLSRA за критерієм мінімальної нечіткості

Даний метод полягає у двох послідовних кроках. Перший крок використовує звичайний МНК – регресійний аналіз, щоб знайти значення нечіткого центру нечітких коефіцієнтів регресії. На другому кроці використовується критерій мінімальної нечіткості, щоб знайти нечіткий розкид нечітких коефіцієнтів регресії.

На першому кроці лінія регресії пристосована до даних, що використовують вихідну інформацію щодо значень центрів нечітких спостережень. Нечіткі дані використовуються в спрощеному виді як точні дані, і регресійний аналіз виконується як звичайний МНК – регресійний аналіз. Результати першого кроку використовуються у якості значень центрів нечітких коефіцієнтів регресії.

На другому кроці нечіткі коефіцієнти визначаються з використанням критерію мінімальної нечіткості. Розкиди нечітких коефіцієнтів визначені у виразах (5.32) – (5.34) як по методу мінімальної нечіткості з тою тільки відмінністю, що нечіткі центри коефіцієнтів регресії беруться з першого кроку, тобто на даному етапі вони вже відомі й визначити необхідно тільки значення нечітких розкидів.

Слід зазначити, що даний підхід, як і метод мінімальної нечіткості, допускає використання в якості вихідних даних нечіткої спостережуваної величини $\tilde{Y}_i = (Y_i, e_i)$, як описано в попередньому розділі. Внаслідок цього дані підходи можна вважати універсальними методами регресійного аналізу.

У якості висновку можна зауважити наступне. Так як в цьому підході використовується критерій мінімальної нечіткості, то для нього характерні тіж особливості, що й для попереднього методу, тобто, чим вище ступінь достовірності h , тим вище нечіткість регресійної моделі.

FLSRA за критерієм максимальної сумісності

Даний підхід комбінованого нечіткого – МНК регресійного аналізу, заснованого на мірі сумісності між вихідними даними й пристосованою моделлю.

Поняття міри сумісності полягає в наступному. Нехай $\mu_A(X)$ і $\mu_B(X)$ – функції належності двох нечітких множин A і B , тоді мірою сумісності між A і B є $\gamma(A, B)$. Наприклад, якщо $\mu_A(X)$ й $\mu_B(X)$ – дві нормовані трикутні функції належності, то $\gamma(A, B)$ може бути виражена таким чином, як показано на рис.5.9 (а):

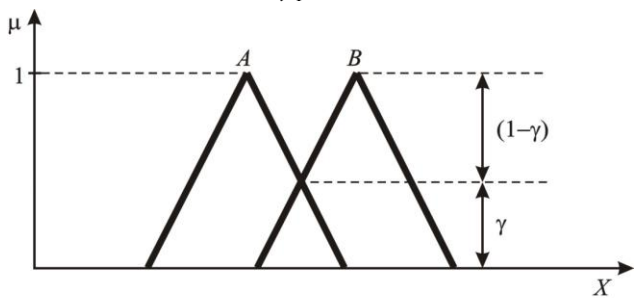
$$\gamma(A, B) = \max \min \{ \mu_A(X), \mu_B(X) \}. \quad (5.35)$$

Значення γ може знаходитися між нулем і одиницею. Два крайні випадки міри сумісності: $\gamma=0$, якщо розкиди двох нечітких множин не накладаються, як показано на рис.5.9 (б), і $\gamma=1$, якщо центри двох нечітких множин накладаються, як показано на рис.5.9 (в).

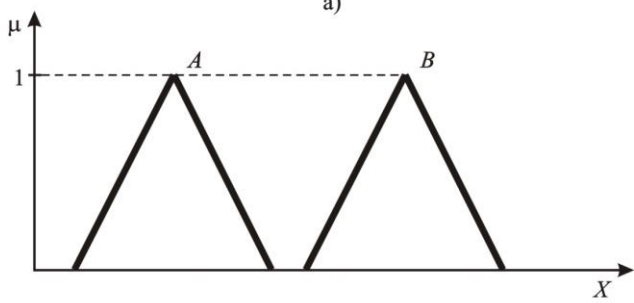
Задача пристосування даних згідно із цим підходом полягає в тому, щоб знайти таку модель, у якої сумісність між даними й пристосованою моделлю перебуває в максимумі. Задавши γ_i як міру сумісності між кожною даною величиною й пристосованою мо-

деллю, можна визначити міру повної сумісності як суму квадратів відхилень γ_i від одиниці. Таким чином, цільова функція в цьому випадку повинна мінімізувати суму квадратів відхилень (W), як показано в наступному виразі:

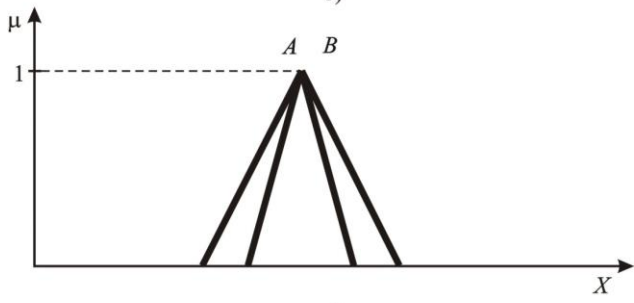
$$W = \sum_{i=1}^m (1 - \gamma_i)^2. \quad (5.36)$$



а)



б)



в)

Рисунок 5.9 – Міра сумісності між двома нечіткими множинами:
а) γ б) $\gamma=0$, в) $\gamma=1$

Згідно із цим підходом, заключна формула для нечіткого – МНК регресійного аналізу, що використовує критерій максимальної сумісності, представлена як

$$\hat{Y} = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X = m_0 + m_1 X \pm \sqrt{c_0^2 + 2c_{01}X + c_1^2 X^2}. \quad (5.37)$$

Перша частина виразу (5.37), $m_0 + m_1 X$, являє собою центральну лінію нечіткої регресійної моделі. Коефіцієнти m_0 і m_1 отримані із МНК – регресії з тим тільки відмінністю, що в якості критерію мінімізації використовується критерій: $1/(\text{нечіткість у кожній точці вибірки})^2$ сумарно мінімізується.

Друга частина виразу (5.44), $\pm \sqrt{c_0^2 + 2c_{01}X + c_1^2 X^2}$, визначає верхню й нижню нечіткі зовнішні границі моделі регресії. c_0 і c_1 – нечітка половина розкиду коефіцієнтів \tilde{A}_0 і \tilde{A}_1 . Згідно Celmins [87], c_{01} – це нечітка відповідність між \tilde{A}_0 і \tilde{A}_1 . Відповідність між двома нечіткими параметрами має подібне значення, що й і ймовірнісна коваріація між двома звичайними параметрами. c_0 , c_1 і c_{01} отримані завдяки ітераційним обчисленням на основі виразів (5.36) і (5.37) зі значенням сумісності між 0 і 1.

Даний підхід, як зрозуміло з вищеописаного, може використовувати в якості вихідних даних чіткі значення залежної змінної. Можливе використання й нечітких даних, що відіб'ється на процедурі обчислення й числових результатах.

В наслідок того, що метод використовує теж саме припущення про нечіткість системи, як в Такака і інших [87] результуюча регресійна модель також є нечітким рівнянням (5.37).

Проаналізувавши даний підхід, можна зробити наступні висновки.

По-перше, рівняння центральної лінії залишається тим самим для різних рівнів сумісності. Чим вище бажана сумісність між да-

ними й моделлю, тим більше нечіткий розкид. Коли $\gamma=0,0$, нечітка модель регресії має самий вузький нечіткий розкид серед усіх γ між 0,0 і 1,0.

По-друге, рівняння центральної лінії відрізняється від звичайного МНК – рівняння регресії. Це відбувається в наслідок того, що критерій максимальної сумісності мінімізує суму квадратів $(1 - \text{сумісність}(\gamma))$. У звичайному МНК – регресійному аналізі критерій пристосування мінімізує суму квадратів (спостережуване значення – передвіщене значення).

Внаслідок надмірної складності обчислень даний підхід не знайшов широкого поширення й у даній роботі в розрізі практичної реалізації не розглядався.

5.7 Нечіткий регресійний аналіз інтервальних даних

Згідно з даним методом, нечіткі дані й нечіткі коефіцієнти регресії представляються як числа інтервалу. Тому що в цьому нечіткому регресійному аналізі застосовуються дії з інтервалами [88, 89], то він називається регресійним аналізом інтервальних даних [87]. Коефіцієнти нечіткої регресії визначені таким чином, що всі нечіткі вихідні дані перебувають у межах нечіткої регресійної моделі. Регресія інтервальних даних для точного X і точного Y показана на рис.5.10 (а).

Модель регресії інтервальних даних для точного X і нечіткого Y показана на рис.5.10 (б).

Для побудови регресійної залежності $\hat{Y} = \tilde{B}_0 + \tilde{B}_1 X$ використовується формулювання задачі лінійного програмування, щоб визначити нечіткі коефіцієнти регресії $\tilde{B}_0 = (m_0, c_0)$ й $\tilde{B}_1 = (m_1, c_1)$, яка представлена як

$$nc_0 + c_1 \sum_{i=1}^n X_{i1} \rightarrow \min. \quad (5.38)$$

При обмеженнях $c_0 \geq 0, c_1 \geq 0$,

$$(m_0 - c_0) + (m_1 - c_1)X_{i1} \leq Y_{i,L} \quad \text{для } i = 1, \dots, n, \quad (5.39)$$

$$(m_0 + c_0) + (m_1 + c_1)X_{i1} \geq Y_{i,R} \quad \text{для } i = 1, \dots, n, \quad (5.40)$$

де Y_{iL} і Y_{iR} – нижні й верхні межі для кожного нечіткого значення відповідно. Цільова функція за виразом (5.38) є результатом мінімізації повного нечіткого розкиду. Обмеження по виразах (5.39) і (5.40) використовуються для визначення всіх нечітких даних, що спостерігаються, у межах нечіткої регресійної моделі.

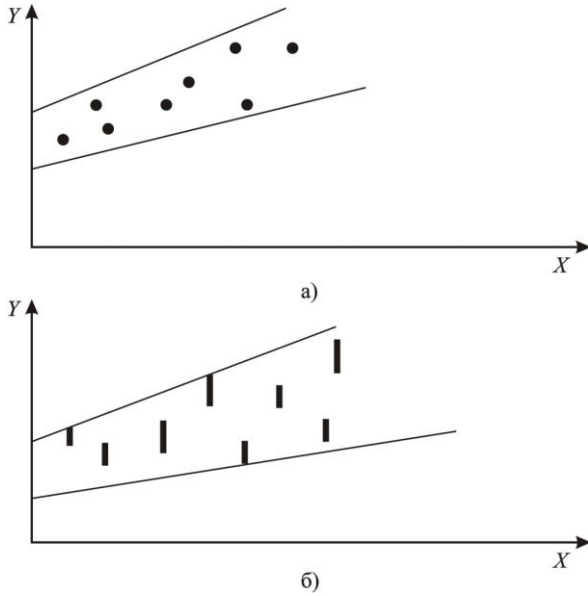


Рисунок 5.10. Регресійний аналіз інтервальних даних:
 а) точний X і точний Y б) точний X і нечіткий Y

Вище згадане формулювання називається задачею мінімізації згідно Ishibuchi [87]. Крім того, даний метод можна поширити й на множинні моделі регресії, що презентовано у вигляді:

$$S = nc_0 + \sum_{i=1}^n (c_1 |X_{i1}| + \dots + c_k |X_{ik}|) \rightarrow \min. \quad (5.41)$$

при обмеженнях $c_0 \geq 0, c_1 \geq 0, \dots, c_k \geq 0$,

$$(m_0 - c_0) + (m_1 - c_1)X_{i1} + \dots + (m_k - c_k)X_{ik} \leq Y_{i,L} \quad \text{для } i = 1, \dots, n, \quad (5.42)$$

$$(m_0 + c_0) + (m_1 + c_1)X_{i1} + \dots + (m_k + c_k)X_{ik} \geq Y_{i,R} \quad \text{для } i = 1, \dots, n, \quad (5.43)$$

де k – кількість коефіцієнтів регресії, n – обсяг вибірки вихідних даних.

У якості резюме можна відзначити, що всі нечіткі дані, одержувані по даній моделі, повинні бути укладені в межах моделі регресії інтервалу (рис. 5.10).

5.8 Оцінка значимості нечітких регресійних моделей

Як і у звичайному регресійному аналізі, після визначення рівняння регресії необхідно оцінити відповідність регресійної моделі досліджуваному об'єкту або процесу. Для цього роблять статистичний аналіз нечіткого рівняння регресії, тобто оцінюють надійність нечіткого регресійного аналізу, інакше кажучи, точність передбачасмих оцінок.

У випадку використання нечітких даних можна розрахувати середнє значення \hat{Y} за допомогою нечіткої арифметики (див.5.6) як точне число [88]. І тоді можна визначити стандартне відхилення як

$$S_{\tilde{y}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(\tilde{Y}_i - \hat{Y} \right)^2}. \quad (5.44)$$

У тому випадку, коли вихідні дані задані нечітко, вираз приймає вид

$$S_{\tilde{y}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(\tilde{Y}_i - \hat{Y} \right)^2 + \frac{1}{6} (e_i)^2} \quad (5.45)$$

Значення $S_{\tilde{y}}$ є мірою дисперсії або невизначеності вихідних нечітких даних.

У якості одного з показників надійності нечітких регресійних моделей використовується гібридний коефіцієнт кореляції (HR), щоб оцінити припущення лінійності гібридної лінійної моделі регресії.

Іншим показником надійності є гібридна стандартна помилка оцінки (HS_e), застосовувана для того, щоб визначити подібність даних, отриманих за допомогою нечіткої регресійної моделі й спостережуваних нечітких даних. Для визначення HR і HS_e за допомогою нечіткої арифметики можна записати як

$$\begin{aligned}
 (HR)^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \hat{\tilde{Y}})^2}{\sum_{i=1}^n (\tilde{Y}_i - \hat{\tilde{Y}})^2} = \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^n \left[\left(m_0 + m_1 X_{i1} + \dots + m_k X_{ik} - \hat{\tilde{Y}} \right)^2 + \frac{1}{6} (c_0 + c_1 X_{i1} + \dots + c_k X_{ik})^2 \right]}{\sum_{i=1}^n \left[\left(\tilde{Y}_i - \hat{\tilde{Y}} \right)^2 + \frac{1}{6} (e_i)^2 \right]},
 \end{aligned} \tag{5.46}$$

$$\begin{aligned}
 HS_e &= \sqrt{\frac{1}{n-p-1} \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \tilde{Y}_i)^2} = \\
 &= \sqrt{\frac{1}{n-p-1} \sum_{i=1}^n \left[\left(m_0 + m_1 X_{i1} + \dots + m_k X_{ik} - Y_i \right)^2 + \frac{1}{6} (c_0 + c_1 X_{i1} + \dots + c_k X_{ik} - e_i)^2 \right]},
 \end{aligned} \tag{5.47}$$

де $n-p-1$ – число ступенів свободи. Для регресійної моделі з одним фактором, що впливає, X значення p рівняється 1.

Значення HS_e розташовуються в інтервалі від нуля до $S_{\tilde{y}}$. Чим менше значення HS_e , тим краще досконалість даних, отриманих по моделі, тобто краща точність прогнозування. Якщо HS_e близький або більше, чим $S_{\tilde{y}}$, то нечіткий регресійний аналіз не призвів до успішних результатів. У такому випадку необхідно використовувати інші методи регресійного аналізу, щоб забезпечити краща досконалість даних, отриманих по моделі.

У тому випадку, коли $S_{\tilde{y}}$ – постійне значення, яке не залежить від використовуваного методу регресії, відношення $HS_e/S_{\tilde{y}}$ є нормованим заходом досконалісті даних, отриманих по моделі. Тому значення HS_e і $HS_e/S_{\tilde{y}}$ можуть використовуватися для того, щоб оцінити ефективність різних нечітких регресійних методів.

Для множинних моделей регресії необхідно також оцінювати значимість коефіцієнтів регресії й відносну значимість предикторів змінних. Для цієї мети визначають стандартизований частковий

коефіцієнт регресії як

$$t_p = \tilde{B}_p S_x / S_{\tilde{y}}, \quad (5.48)$$

де $\tilde{B}_p = (m_p, c_p)$ є коефіцієнтом p -го предиктора змінної, яка оцінюється, а S_x й $S_{\tilde{y}}$ – стандартні відхилення предикторів і змінних критерію відповідно. Значення $S_{\tilde{y}}$ розраховується як точне число. S_x також є точним числом. Значення t_p визначається за допомогою нечіткої арифметики.

Для значимих моделей t_p повинен перебувати в діапазоні $-1 \leq t_p \leq 1$.

Значення t_p застосовується для того, щоб оцінити відносну значимість предикторів змінних. Власне кажучи, чим ближче до 1 абсолютне значення t_p , тим більше значимо предиктор змінної.

РОЗДІЛ 6

МЕТОДИКА ПРОГНОЗУВАННЯ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯ НА ОСНОВІ УДОСКОНАЛЕНОГО НЕЧІТКОГО РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ

6.1 Удосконалення нечіткого регресійного аналізу

6.1.1 Розробка критерію якості підбору коефіцієнтів регресії

У загальному випадку кращий підхід, коли підбор коефіцієнтів регресії здійснюється за критерієм максимальної сумісності, оскільки він відображає якість опису прямо, а не побічно, як це прийняте в МНК – по мінімуму суми квадратів нев’язок. Наведені в попередньому розділі міри сумісності між нечіткими множинами зручні для випадків симетричних нечітких чисел і не враховують особливості їх внутрішньої структури.

Між тим, міру сумісності нечітких множин можна досить точно оцінити по їхньому перетинанню. Це положення лягло в основу для розробки критерію якості підбора коефіцієнтів регресії [90].

Параметр y , заданий у вигляді трикутного нечіткого числа, визначається кортежем із трьох чисел $y = \langle y_{cp}, y_l, y_r \rangle_x$.

Ступінь близькості трикутних нечітких чисел можна оцінити за величиною їх перетинання $S = y_1 \cap y_2$, де $y_1 = \langle y_{1cp}, y_{1L}, y_{1R} \rangle_x$ – нечітка оцінка. Перетинання нечітких чисел у загальному випадку має функцію належності, відмінну від трикутної (на рис. 3.1 виділене жирним) і мати висоту $h \neq 1$. Чисельно перетинання трикутних нечітких чисел відображає площа фігури під функцією належності перетинання $S_{\cap} = S_{\Delta} \cap S_{\Delta_1}$.

Тоді якщо є n значень параметра y при різних значеннях x , то ступінь близькості розрахункових значень до вихідних даних буде відображати величина

$$S_{\cap} = \sum_{i=1}^n S_{\cap i} . \quad (6.1)$$

Однак величина S_{\cap} не може служити єдиним критерієм для підбору коефіцієнтів регресії, оскільки максимум S_{\cap} відповідає максимуму $S_{\Delta i}$, що призведе до невиправданого збільшення ступеня нечіткості регресії.

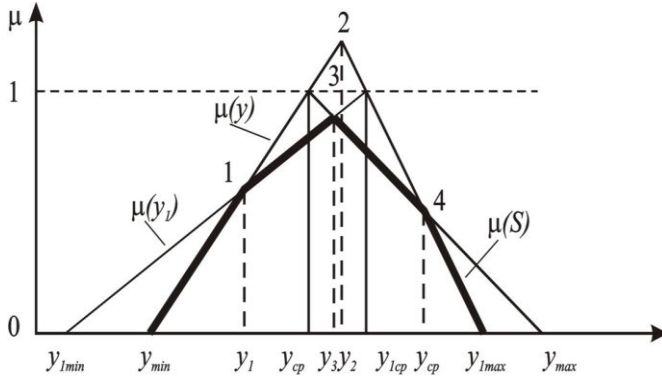


Рисунок 6.1 – Перетин трикутних нечітких чисел

Тому для підбору коефіцієнтів регресії пропонується використовувати й критерій мінімальної нечіткості. Щоб уникнути вирішення задачі в умовах двокритеріальності, пропонується використовувати алгебраїчну згортку даних двох критеріїв у вигляді:

$$S = \sum_{i=1}^n (S_{\Delta i} - S_{\cap i}) + \sum_{i=1}^n (S_{\Delta i} - S_{\cap i}) \rightarrow \min . \quad (6.2)$$

Перша сума в цьому випадку характеризує ступінь нечіткості, а друга – ступінь сумісності. Різниці в (6.2) введені для забезпечення процесу мінімізації згортки критеріїв. Отримана згортка є узагальненим критерієм підбору коефіцієнтів регресії.

Площа фігури під функцією приналежності перетинання трикутних нечітких чисел визначається для різних варіантів перетинань по наступних залежностях, які досить просто виводяться в результаті геометричних побудов:

$$\begin{aligned}
 1) \quad & y_{\min} < y_{1\min}; y_{cp} < y_{1cp}; y_{\max} < y_{1\max} \Rightarrow S_{\cap} = \frac{(y_{\max} - y_{1\min}) \cdot h_3}{2}. \\
 2) \quad & y_{\min} < y_{1\min}; y_{cp} < y_{1cp}; y_{\max} > y_{1\max} \Rightarrow \\
 & S_{\cap} = \frac{(y_3 - y_{1\min}) \cdot h_3}{2} + \frac{(y_4 - y_3) \cdot (h_3 + h_4)}{2} + \frac{(y_{1\max} - y_4) \cdot h_4}{2}. \\
 3) \quad & y_{\min} > y_{1\min}; y_{cp} > y_{1cp}; y_{\max} < y_{1\max} \Rightarrow \\
 & S_{\cap} = \frac{(y_2 - y_{\min}) \cdot h_2}{2} + \frac{(y_4 - y_2) \cdot (h_2 + h_4)}{2} + \frac{(y_{\max} - y_4) \cdot h_4}{2}. \\
 4) \quad & y_{\min} < y_{1\min}; y_{cp} > y_{1cp}; y_{\max} < y_{1\max} \Rightarrow \\
 & S_{\cap} = \frac{(y_1 - y_{1\min}) \cdot h_1}{2} + \frac{(y_2 - y_1) \cdot (h_1 + h_2)}{2} + \frac{(y_4 - y_2) \cdot (h_2 + h_4)}{2} + \\
 & + \frac{(y_{\max} - y_4) \cdot h_4}{2}. \\
 5) \quad & y_{\min} < y_{1\min}; y_{cp} > y_{1cp}; y_{\max} > y_{1\max} \Rightarrow \tag{6.3} \\
 & S_{\cap} = \frac{(y_1 - y_{\min}) \cdot h_1}{2} + \frac{(y_2 - y_1) \cdot (h_1 + h_2)}{2} + \frac{(y_{1\max} - y_2) \cdot h_2}{2}. \\
 6) \quad & y_{\min} > y_{1\min}; y_{cp} > y_{1cp}; y_{\max} > y_{1\max} \Rightarrow S_{\cap} = \frac{(y_{1\max} - y_{\min}) \cdot h_2}{2}. \\
 7) \quad & y_{\min} > y_{1\min}; y_{cp} < y_{1cp}; y_{\max} > y_{1\max} \Rightarrow \\
 & S_{\cap} = \frac{(y_1 - y_{\min}) \cdot h_1}{2} + \frac{(y_3 - y_1) \cdot (h_1 + h_3)}{2} + \frac{(y_4 - y_3) \cdot (h_3 + h_4)}{2} + \\
 & + \frac{(y_{1\max} - y_4) \cdot h_4}{2}. \\
 8) \quad & y_{\min} > y_{1\min}; y_{cp} < y_{1cp}; y_{\max} < y_{1\max} \Rightarrow \\
 & S_{\cap} = \frac{(y_1 - y_{\min}) \cdot h_1}{2} + \frac{(y_3 - y_1) \cdot (h_1 + h_3)}{2} + \frac{(y_{\max} - y_3) \cdot h_3}{2}.
 \end{aligned}$$

Розроблений варіант критерію через свою універсальність може бути застосований до задачі прогнозу на основі статистичної інфо-

рмації, представленої у вигляді послідовності вимірів, отриманих за допомогою АСКОЕ. У цьому випадку універсальність даного апарата впливає з того положення, що однозначні результати вимірювань, представлені у вигляді детермінованого часового ряду, є окремим випадком нечіткого представлення даних. Тобто для нечіткого регресійного аналізу вони є синглтонами.

Вхідні в залежності (6.3) змінні обчислюються за наступними формулами:

$$\begin{aligned}
 h_1 &= (y_{\min} - y_{1\min}) / [(y_{1cp} - y_{1\min}) - (y_{cp} - y_{\min})]; \\
 h_2 &= (y_{1\max} - y_{\min}) / [(y_{1\max} - y_{1cp}) + (y_{cp} - y_{\min})]; \\
 h_3 &= (y_{\max} - y_{1\min}) / [(y_{\max} - y_{cp}) + (y_{1cp} - y_{1\min})]; \\
 h_4 &= (y_{\max} - y_{1\max}) / [(y_{\max} - y_{cp}) + (y_{1\max} - y_{1cp})] \\
 y_1 &= (y_{\min} y_{1cp} - y_{1\min} y_{cp}) / [(y_{1cp} - y_{1\min}) - (y_{cp} - y_{\min})]; \\
 y_2 &= (y_{1\max} y_{cp} - y_{\min} y_{1cp}) / [(y_{1\max} - y_{1cp}) + (y_{cp} - y_{\min})]; \\
 y_3 &= (y_{\max} y_{1cp} - y_{1\min} y_{cp}) / [(y_{\max} - y_{cp}) + (y_{1cp} - y_{1\min})]; \\
 y_4 &= (y_{\max} y_{1cp} - y_{1\max} y_{cp}) / [(y_{\max} - y_{cp}) + (y_{1\max} - y_{1cp})];
 \end{aligned} \tag{6.4}$$

де $y_{\min} = y_{cp} - y_l$, $y_{\max} = y_{cp} + y_r$, $y_{1\min} = y_{1cp} - y_{1l}$, $y_{1\max} = y_{1cp} + y_{1r}$.

Параметр y , заданий у вигляді синглтону може бути представлений, як трикутне нечітке число у якого $y_{\min} = y_{cp} = y_{\max}$.

Тоді перетинання нечіткого трикутного числа y_l (оцінки) із синглтоном у можна оцінити не по площі перетинання фігур під функціями належності, а за значенням функції належності оцінки $\mu_{y_l}(y)|_x$ (на рис. 6.2 показано жирним).

Таким чином, якщо є n значень параметра у при різних значеннях x , то ступінь близькості оцінок і вихідних даних буде відображати величина

$$\mu_{y_l} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu_{y_l}(y_i). \tag{6.5}$$

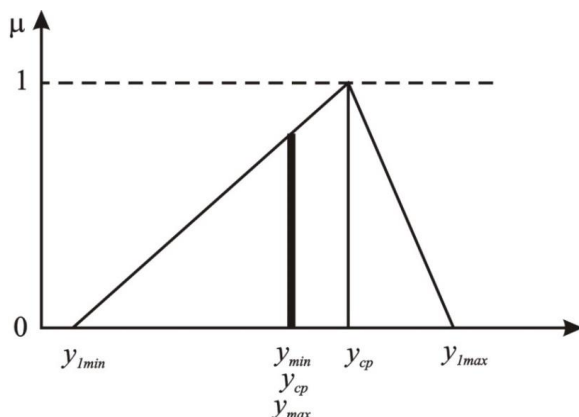


Рисунок 6.2 – Перетин трикутного нечіткого числа й синглтона

Тоді вираз (6.2) прийме вид:

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{1\max i} - y_{1\min i}) / y_i + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (1 - \mu_{y_i}(y_i)) \rightarrow \min \quad (6.6)$$

В результаті коефіцієнти регресії визначаються у вигляді трикутних нечітких чисел виду: $a_i = \langle a_{icp}, a_{il}, a_{ir} \rangle$.

Оскільки характер цільових функцій (6.2), (6.6) заздалегідь не відомий, то для здійснення процесу пошуку коефіцієнтів регресії можна застосувати алгоритм пошуку глобального оптимуму, наприклад, просторової сітки зі змінним кроком, як найбільш простий і абсолютно збіжний із заданою точністю.

6.1.2 Оцінка точності нечітких регресійних моделей

Як і у звичайному регресійному аналізі, після визначення рівняння регресії необхідно оцінити відповідність регресійної моделі досліджуваному об'єкту або процесу. Для цього роблять статистичний аналіз нечіткого рівняння регресії, тобто оцінюють надійність нечіткого регресійного аналізу, інакше кажучи, точність оцінок, що передбачаються.

Для цього можна скористатися таким показником надійності, як гібридна стандартна помилка оцінки (H_{se}), що обчислюється по виразу (2.47) і застосовувана для того, щоб визначити подібність даних, отриманих за допомогою нечіткої регресійної моделі й спостережуваних нечітких даних. Значення H_{se} розташовуються в інтервалі від нуля до $S_{\tilde{y}}$. Чим менше значення H_{se} , тим краще досконалість даних, отриманих по моделі, тобто краща точність прогнозування.

При побудові прогнозних регресійних моделей традиційно точність прогнозу оцінюється по відносній середньомодульній похибці ($MAPE$). Для випадку нечіткої оцінки дану похибку має сенс обчислювати для модальних значень [90].

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_{ci} - y_{1ci}|}{y_{ci}}, \% \quad (6.7)$$

Установимо взаємозв'язок ступеня сумісності (6.5) і віносної середньомодульної похибки (6.7).

Використовуючи приведені на рис. 6.3 побудови, отримаємо:

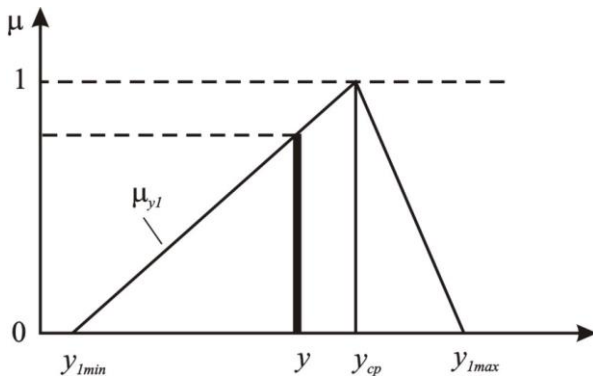


Рисунок 6.3 – Визначення точності опису

$$\frac{y_i - y_{1ci}}{y_{1ci} - y_{1i \min}} = \frac{1 - \mu_{y_i}}{1}.$$

Звідси, беручи до уваги різне положення у відносно y_{1z} , отримаємо

$$|y_i - y_{1ci}| = \begin{cases} (1 - \mu_{y_i})y_{Li}, & \text{при } y_i < y_{1ci}, \\ (1 - \mu_{y_i})y_{Ri}, & \text{при } y_i > y_{1ci}. \end{cases}$$

Тоді

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (1 - \mu_{y_i}) y_{Ti} / y_i, \quad (6.8)$$

де $y_{Ti} = y_{Li}$ при $y_i < y_{ci}$ і $y_{Ti} = y_{Ri}$ при $y_i > y_{ci}$.

Таким чином, маючи ступінь сумісності, отриману на основі нечіткої прогнозної моделі, можна за допомогою (6.8) в певній мірі привести її у відповідність із загальноприйнятою нормою оцінки погрішності. Така відповідність не є повною, оскільки не враховує другу складову якості нечіткої регресії – ступінь нечіткості.

6.1.3 Алгоритм пошуку коефіцієнтів регресії

На відміну від класичного в нечіткому регресійному аналізі визначити коефіцієнти регресії аналітично в загальному випадку неможливо. Пояснюється це особливостями побудови критерію точності обробки даних. Також впливає вид самої залежності, яка використовується для побудови регресійної моделі.

Слід зазначити, що традиційно застосовувані поліноміальні регресійні моделі мають слабкі екстраполяційні можливості. Тому прогнознi моделі можуть бути побудовані на основі більш складних функцій. Що стосується функціональної залежності (6.6), то вона може бути будь якою, у тому числі й нелінійною.

Таким чином, у загальному випадку для пошуку коефіцієнтів регресійної прогнозної моделі слід використовувати методи нелінійного програмування.

Перевагу слід віддавати абсолютно збіжним методам пошуку глобального оптимума. До таких відноситься метод просторової сітки зі змінним кроком [2-4]. Суть його можна викласти у формі наступного алгоритму.

1) Визначення початкових значень коефіцієнтів регресії.
2) Завдання лівого й правого коефіцієнта нечіткості кожного коефіцієнта регресії.

3) Завдання точності визначення коефіцієнтів регресії.

4) Завдання кроку зміни модальних значень і коефіцієнтів нечіткості коефіцієнтів регресії.

5) Перебір усіх можливих комбінацій модальних значень коефіцієнтів регресії й значень коефіцієнтів їх нечіткості. При цьому в якості робочого оптимуму запам'ятовується така комбінація, при якій досягається мінімум цільової функції (6.6).

6) Якщо крок зміни параметрів задовольняє прийнятій точності, то процес зупиняється. А якщо ні, то простір пошуку звужується до розмірів кроку сітки щодо знайденого робочого оптимуму. Крок зміни параметрів, що вар'юються, зменшується із заданим модулем і процес триває з п.5.

7) У результаті ітераційного процесу визначається кожний коефіцієнт регресійної моделі із заданою точністю. При цьому цільова функція (6.6) досягає свого мінімуму.

Час пошуку рішення залежить у числі іншого від початкового розміру простору пошуку, кроку сітки й модуля зміни кроку в міру наближення до оптимуму.

6.2 Методика формування нечіткої прогнозної регресійної моделі електроспоживання

6.2.1 Загальні положення

Електроспоживання підприємств являє собою циклічний процес. Причому характеристики кожного циклу залежать від низки зовнішніх і внутрішніх факторів. До внутрішніх факторів ставляться такі складно формалізовані в загальному виді, як кількість змін, наявність перерв, графік вихідних і т.п. До зовнішніх відносяться такі, як ритмічність замовлень, сезонність, кліматичні особливості й т.п. Є ще ряд факторів, пов'язаних з аварійними ситуаціями, які як правило виносять за рамки прогнозної задачі.

Цикли можна розділити по їхній довжині на добовий, тижневий, місячний, річний. Залежно від цілей прогнозування, модель повинна описувати будь-який із цих циклів. Ступінь урахування зовнішніх і внутрішніх факторів залежить від прогнозного циклу, на який розробляється модель. Чим довше цикл, тим більше факторів необхідно враховувати. На основі пророблених матеріалів можна також зробити висновок, що чим довше прогнозний цикл, тим більше погрішність прогнозу. Модель, розроблена для прогнозу на рік, урахує найбільше число факторів, але має максимальну погрішність для добового прогнозу. Однак, модель, розроблена для добового прогнозу, має мінімальну погрішність при прогнозі на добу, але її погрішність велика при прогнозі на місяць або рік уперед, оскільки число факторів, що враховуються, у ній обмежене.

Пропонований підхід до побудови прогнозних моделей є спробою використовувати переваги довгострокових прогнозних моделей для коротко- й середньострокових прогнозів.

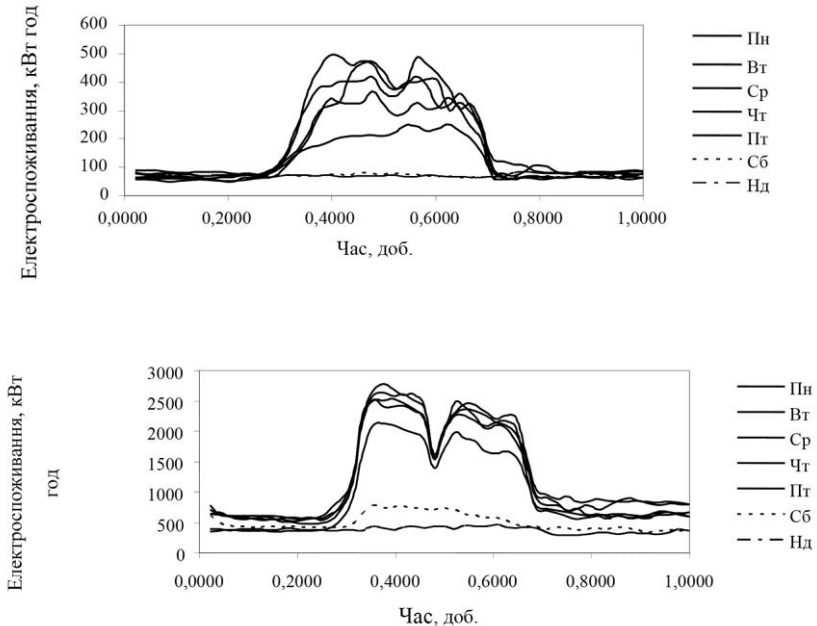
Перевагою довгострокової моделі є максимальне урахування усіх факторів, що впливають на електроспоживання. Це означає, що дана модель якісно правильно описує процес електроспоживання усередині охоплюваного циклу. Але кількісно даний прогноз може бути незадовільним. Якщо довгострокову прогнозну модель

скорегувати з урахуванням оперативної інформації, то, зберігаючи якісний опис процесу, вона набуде й необхідну точність для короткострокового прогнозу. У цьому полягає основна ідея запропонованого підходу.

6.2.2 Формування виду прогнозної залежності на добу

Вид прогнозної залежності визначається на основі аналізу вихідних даних. Слід зазначити, що процес визначення оптимального виду функції регресії не формалізований. А традиційно застосований поліноміальний підхід, виправданий в задачах інтерполяції, часто даремний для завдань прогнозу.

Аналізуючи добові графіки електроспоживання підприємств (рис. 6.4) можна зробити наступний висновок: електроспоживання протягом доби нерівномірне. У цілому електроспоживання протягом доби можна розділити на періоди [92 – 94]



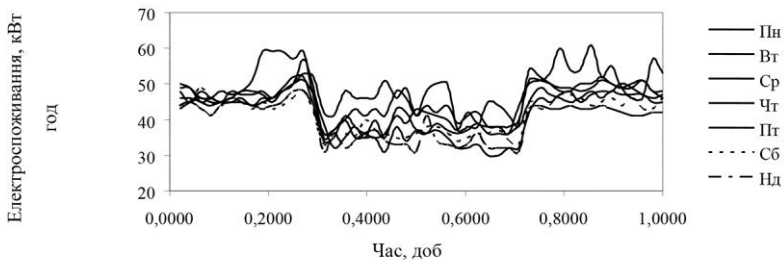
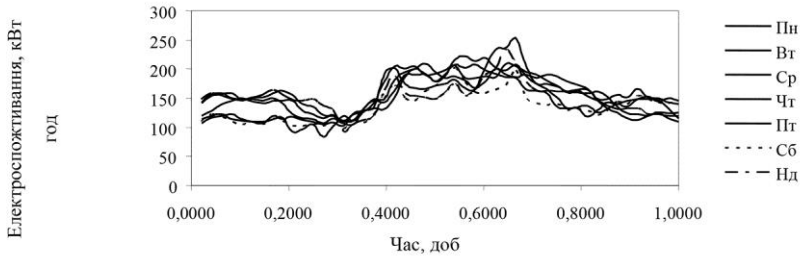


Рисунок 6.4 – Приклади добових графіків електроспоживання підприємств роботи технологічного обладнання, періоди фонового електроспоживання й перехідні періоди

Дані графіки дають інформацію також і про тижневий цикл електроспоживання. Можна виділити графіки електроспоживання підприємств, що містять тижневу циклову складову. Це характерно для підприємств із переривистим виробництвом, коли технологічне обладнання не працює на повну потужність частину доби й у вихідні й святкові дні. Є також графіки електроспоживання підприємств із безперервним виробництвом, у яких тижневий цикл слабо проявлений.

Оскільки в графіках електроспоживання спостерігаються чітко виражені періоди протягом доби, то раціонально прогнозу функцію будувати не у вигляді безперервної функції для всього добового циклу, а у вигляді кусочно-безперервної функції. При цьому раціонально

виділити ділянки фонового електроспоживання, ділянки електроспоживання при працюючому обладнанні й перехідні ділянки.

Для кожного з даних ділянок фонового електроспоживання й електроспоживання при працюючому обладнанні можна вибрати індивідуальний вид прогнозної функції. Визначення коефіцієнтів регресії в цьому випадку можна здійснювати по ділянках окремо, що суттєво скорочує розмірність регресійного завдання.

Для перехідних періодів електроспоживання регресійний аналіз здійснювати нерационально. Досить розв'язати завдання побудови функції по двом точкам для усунення розривів другого роду в загальній прогнозній залежності.

На рис. 6.5 суцільною лінією показані функції, що описують модальні значення нечітких оцінок, а пунктиром – межі нечіткості описів. Тобто

$$\begin{aligned} f_{1,2\text{ фон}}(t) &= \langle f_{1,2\text{ фон}}^{\text{mod}}(t), f_{1,2\text{ фон}}^-(t), f_{1,2\text{ фон}}^+(t) \rangle, \\ f_{1\text{ об'єк}}(t) &= \langle f_{1\text{ об'єк}}^{\text{mod}}(t), f_{1\text{ об'єк}}^-(t), f_{1\text{ об'єк}}^+(t) \rangle, \\ f_{1,2\text{ непер}}(t) &= \langle f_{1,2\text{ непер}}^{\text{mod}}(t), f_{1,2\text{ непер}}^-(t), f_{1,2\text{ непер}}^+(t) \rangle, \end{aligned} \quad (6.9)$$

де

$$\begin{aligned} f_{1\text{ непер}}^{\text{mod}}(t) &= \frac{f_{1\text{ об'єк}}^{\text{mod}}(t_2) - f_{1\text{ фон}}^{\text{mod}}(t_1)}{t_2 - t_1} \cdot t + f_{1\text{ фон}}^{\text{mod}}(t_1) - \frac{f_{1\text{ об'єк}}^{\text{mod}}(t_2) - f_{1\text{ фон}}^{\text{mod}}(t_1)}{t_2 - t_1} \cdot t_1, \\ f_{1\text{ непер}}^-(t) &= \frac{f_{1\text{ об'єк}}^-(t_2) - f_{1\text{ фон}}^-(t_1)}{t_2 - t_1} \cdot t + f_{1\text{ фон}}^-(t_1) - \frac{f_{1\text{ об'єк}}^-(t_2) - f_{1\text{ фон}}^-(t_1)}{t_2 - t_1} \cdot t_1, \\ f_{1\text{ непер}}^+(t) &= \frac{f_{1\text{ об'єк}}^+(t_2) - f_{1\text{ фон}}^+(t_1)}{t_2 - t_1} \cdot t + f_{1\text{ фон}}^+(t_1) - \frac{f_{1\text{ об'єк}}^+(t_2) - f_{1\text{ фон}}^+(t_1)}{t_2 - t_1} \cdot t_1, \\ f_{2\text{ непер}}^{\text{mod}}(t) &= \frac{f_{2\text{ фон}}^{\text{mod}}(t_4) - f_{1\text{ об'єк}}^{\text{mod}}(t_3)}{t_4 - t_3} \cdot t + f_{2\text{ фон}}^{\text{mod}}(t_4) - \frac{f_{2\text{ фон}}^{\text{mod}}(t_4) - f_{1\text{ об'єк}}^{\text{mod}}(t_3)}{t_4 - t_3} \cdot t_4, \\ f_{2\text{ непер}}^-(t) &= \frac{f_{2\text{ фон}}^-(t_4) - f_{1\text{ об'єк}}^-(t_3)}{t_4 - t_3} \cdot t + f_{2\text{ фон}}^-(t_4) - \frac{f_{2\text{ фон}}^-(t_4) - f_{1\text{ об'єк}}^-(t_3)}{t_4 - t_3} \cdot t_4, \\ f_{2\text{ непер}}^+(t) &= \frac{f_{2\text{ фон}}^+(t_4) - f_{1\text{ об'єк}}^+(t_3)}{t_4 - t_3} \cdot t + f_{2\text{ фон}}^+(t_4) - \frac{f_{2\text{ фон}}^+(t_4) - f_{1\text{ об'єк}}^+(t_3)}{t_4 - t_3} \cdot t_4. \end{aligned} \quad (6.10)$$

У цьому випадку представлені залежності для випадку лінійних нечітких оцінок перехідних ділянок. Нескладно одержати подібні вираження й для інших видів залежностей.

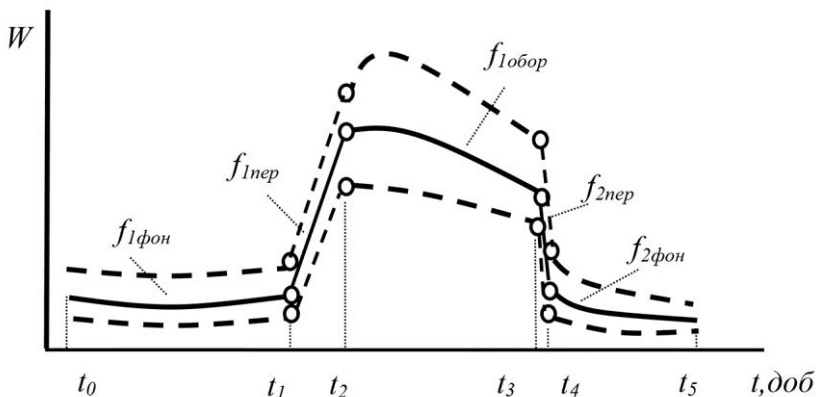


Рисунок 6.5 – Ілюстрація до побудови кусочно-безпервної прогнозної функції на добу

Таким чином, у результаті застосування нечіткого регресійного аналізу визначаються тільки залежності для прогнозу фонових ділянок і ділянок при працюючому встаткуванні. Параметри залежностей для перехідних ділянок визначаються аналітично.

Оскільки технологічне обладнання, як правило, не працює в «рваному» режимі, то для опису електроспоживання на виділених ділянках можна застосовувати досить прості залежності, наприклад, поліноми не вище другого ступеня.

Окремо слід сказати про вибір точок розриву (на рис. 6.5 це $t_1 - t_4$). Найчастіше точки розриву визначаються технологічним циклом підприємства: початок зміни, вихід обладнання на режим, випуск продукції, переривши на обід, випуск продукції, виведення встаткування у фоновий режим, кінець зміни. Але якщо підприємство працює в безперервному режимі, то точки розриву можуть визначатися зовнішніми факторами, такими як тривалість світлового

дня, температура зовнішнього повітря й т.п. Тому для визначення даних крапок важко запропонувати загальний формальний підхід. Слід, очевидно, поєднувати формальні й неформальні методи при аналізі графіків електроспоживання електротехнічного обладнання підприємств.

Маючи в якості вихідних даних результати вимірів електроспоживання протягом року, в результаті застосування описаного підходу у випадку застосування лінійних залежностей від часу доби одержимо для кожної виділеної ділянки кожної доби року:

$$\begin{aligned}
 W_{ij}(t) &= \langle W_{ij}^{\text{mod}}(t), W_{ij}^-(t), W_{ij}^+(t) \rangle, \\
 W_{ij}^{\text{mod}}(t) &= a_{1j}^{\text{mod}} t + a_{2j}^{\text{mod}}, \\
 W_{ij}^-(t) &= a_{1j}^- t + a_{2j}^-, \\
 W_{ij}^+(t) &= a_{1j}^+ t + a_{2j}^+,
 \end{aligned}
 \tag{6.11}$$

де i – номер дня в році, j – номер ділянки на графіку електроспоживання.

6.2.3 Урахування у прогностичній залежності тижневих і річних циклів

Інформація про тижневі й річні цикли в інтегральному виді міститься в коефіцієнтах a_{1ij} , a_{2ij} . Для визначення цих залежностей необхідно включити в процедуру нечіткого регресійного аналізу як аргументів номер дня тижня й номер тижня в році.

Слід зазначити, що тижневі й особливо річні цикли більшою мірою пов'язані із сезонними зовнішніми коливаннями, які носять нелінійний характер. Однак, на основі попереднього аналізу визначено, що оптимальними в цьому випадку є поліноміальні моделі другого ступеня. Тобто пропонується враховувати тижневі й річні цикли в наступному виді

$$\begin{aligned}
a_{1j}^z &= a_{11j}^z d_n^2 + a_{12j}^z d_n + a_{13j}^z, \\
a_{2j}^z &= a_{21j}^z d_n^2 + a_{22j}^z d_n + a_{23j}^z, \\
z &= \{\text{mod}, -, +\}.
\end{aligned} \tag{6.12}$$

де d_n – номер дня тижня.

У свою чергу отримані в (6.12) коефіцієнти залежать від номера тижня в році в наступному виді

$$\begin{aligned}
a_{1kj}^z &= a_{1k1j}^z n^2 + a_{1k2j}^z n + a_{1k3j}^z, \\
a_{2kj}^z &= a_{2k1j}^z n^2 + a_{2k2j}^z n + a_{2k3j}^z, \\
z &= \{\text{mod}, -, +\}, \quad k = \{1, 2, 3\}.
\end{aligned} \tag{6.13}$$

де n – номер тижня.

Підставивши (6.13) в (6.12) і далі в (6.11), одержимо добові прогностні залежності для будь-якого дня в році, що враховують як добовий, так і тижневий і річний цикли електроспоживання.

$$\begin{aligned}
W_j(t) &= \langle W_j^{\text{mod}}(t), W_j^-(t), W_j^+(t) \rangle, \\
W_j^z(t) &= [(a_{111j}^z n^2 + a_{112j}^z n + a_{113j}^z) d_n^2 + (a_{121j}^z n^2 + a_{122j}^z n + a_{123j}^z) d_n + \\
&+ (a_{131j}^z n^2 + a_{132j}^z n + a_{133j}^z)] t + (a_{211j}^z n^2 + a_{212j}^z n + a_{213j}^z) d_n^2 + \\
&+ (a_{221j}^z n^2 + a_{222j}^z n + a_{223j}^z) d_n + (a_{231j}^z n^2 + a_{232j}^z n + a_{233j}^z), \\
z &= \{\text{mod}, -, +\}.
\end{aligned} \tag{6.14}$$

Таким чином, процес побудови виду залежностей для прогнозу електроспоживання електротехнічним комплексом з урахуванням усіх циклів завершений.

Рівняння (6.14) описують залежність електроспоживання на ділянці j від часу доби, як лінійну. Однак, вона може бути и іншої, наприклад квадратичної. Щоб уникнути зайвої громіздкості виразів перепишемо їх у матричному виді. Для цього введемо наступні по-

значення:

$A_j^z = \{a_{jik}^z\}$, $i = 1,9; k = 1,3; z = \{\text{mod}, -, +\}$ – матриця коефіцієнтів регресії на ділянці j для квадратичної залежності від часу доби;

$$N = \begin{pmatrix} n^2 \\ n^1 \\ n^0 \end{pmatrix} \text{ – вектор ступенів номера тижня в році;}$$

$$Dn = \begin{pmatrix} d_n^2 & d_n^1 & d_n^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_n^2 & d_n^1 & d_n^0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_n^2 & d_n^1 & d_n^0 \end{pmatrix} \text{ – матриця ступенів но-}$$

мера дня тижня;

$$T_j = \begin{pmatrix} t_j^2 \\ t_j^1 \\ t_j^0 \end{pmatrix} \text{ – вектор ступенів поточного часу доби на ділянці } j, \text{ тоб-}$$

то $t_{jmin} < t_j < t_{jmax}$.

Тоді вирази (6.14) приймуть наступний вид:

$$\begin{aligned} W_j &= \langle W_j^{\text{mod}}, W_j^-, W_j^+ \rangle, \\ W_j^z &= T_j^1 \times Dn \times A_j^z \times N, \\ z &= \{\text{mod}, -, +\}. \end{aligned} \tag{6.15}$$

Коефіцієнти регресії, що є елементами матриці A_j у виразі (6.15), визначаються в результаті застосування описаної процедури нечіткого регресійного аналізу на масиві даних по електроспоживанню за рік. Експериментальні дані АСКОЕ реєструє, як правило, з періодичністю 30 хвилин. Тому при пошуку коефіцієнтів регресії у ви-

разі (6.15) час дискретизується із зазначеним кроком у межах ділянки. Тоді вирази (6.6) за умови, що на ділянці j k -го дня року є m_j дискретних значень за часом, придбає вид

$$S_{kj} = \frac{1}{m_j} \sum_{i=1}^m (W_{kji}^+ - W_{kji}^-) / W_{ekji} + \frac{1}{m_j} \sum_{i=1}^m (1 - \mu_W(W_{ekji})),$$

$$\mu_W(W_{ekji}) = \max(0, \min(\frac{W_{ekji} - W_{kji}^-}{W_{kji}^{\text{mod}} - W_{kji}^-}; \frac{W_{kji}^+ - W_{ekji}}{W_{kji}^+ - W_{kji}^{\text{mod}}}),)$$

$$S = \frac{1}{365 \cdot n_{\text{ynu}}} \sum_{k=1}^{365} \sum_{j=1}^{n_{\text{ynu}}} S_{kj} \rightarrow \min.$$
(6.16)

Оскільки дані АСКОЕ заносяться у файл EXCEL, то в цьому випадку зручно скористатися середовищем EXCEL для визначення коефіцієнтів регресії, що є елементами матриці A_j . У табличному процесорі досить просто сформувані розрахунки виражень (6.16). Далі, скориставшись сервісом «Пошук розв'язку», задавши в якості цільової чарунку, у якій обчислюється S , а в якості змінюваних – чарунки, де розташовуються коефіцієнти матриці A_j , одержимо значення шуканих коефіцієнтів регресії. Дана операція виконується на підприємстві один раз наприкінці року, тому нема рації розробляти оригінальну обчислювальну програму.

6.2.4 Формування нечіткої регресійної моделі електроспоживання для короткострокового прогнозу

Як було відзначено вище, залежності (6.15) є вихідними для формування короткострокового прогнозу. Вони крім поточного часу як аргументів містять також номер дня тижня й номер тижня в році. Для короткочасного прогнозу на задане число доби від поточної дати необхідно уточнити залежності (6.15) по даним, отриманим АСКОЕ останнім часом.

Для уточнення немає необхідності заново шукати всі елементи матриці A . Якщо прийняти ствердження, що вирази (6.15) якісно

вірно описують залежності електропоживання на виділених ділянках від номера тижня в році, номера дня тижня, поточного часу доби, а підставою для такого ствердження є результати обробки даних за рік, то кількісно уточнити залежності (6.15) на основі оперативних даних по електроспоживанню можна, підібравши постійний член даних залежностей. Тобто на кожній з виділених ділянок необхідно знайти

$$a_{j93}^{\text{mod}}, a_{j93}^-, a_{j93}^+ : S \rightarrow \min. \quad (6.17)$$

Критерій S визначається за виразом (6.6).

Відповідно, для розв'язання такої задачі немає необхідності застосовувати метод просторової сітки. Досить реалізувати процедуру дихотомії до коефіцієнтів виразу (6.17) [91].

6.3 Алгоритм короткострокового прогнозування

Укрупнено алгоритм короткострокового прогнозування складається із двох частин: алгоритму корекції довгострокової прогнозної моделі й власне алгоритму прогнозування [93]. Блок-схема алгоритму корекції довгострокової прогнозної моделі наведена на рис. 6.6.

У блоках 1, 2, 4 здійснюється введення вихідних даних, необхідних для формування коригувальної вибірки. Якщо немає додаткових умов, то в якості коригувальної вибірки береться масив даних за три тижні безпосередньо до поточної дати. Якщо це неможливо, наприклад, у середині січня, то початок збігається з 1 січня.

У блоці 6 обнуляються постійні члени в прогнозних моделях, а в блоці 5 здійснюється формування й перемножування матриць, що фігурують у виразі (6.15).

У блоці 6 визначаються й маркіруються неробочі дні в коригувальній вибірці. Дані по електроспоживанню неробочих днів не беруть участь у корекції прогнозних моделей на ділянках, де працює технологічне обладнання. Ознакою того, що день неробочий є порушення граничного співвідношення

$$W_{обор}^{max} / W_{фон}^{max} > h_{пор},$$

де граничне значення $h_{пор}$ вибирається в результаті попереднього аналізу графіків електроспоживання конкретного підприємства.

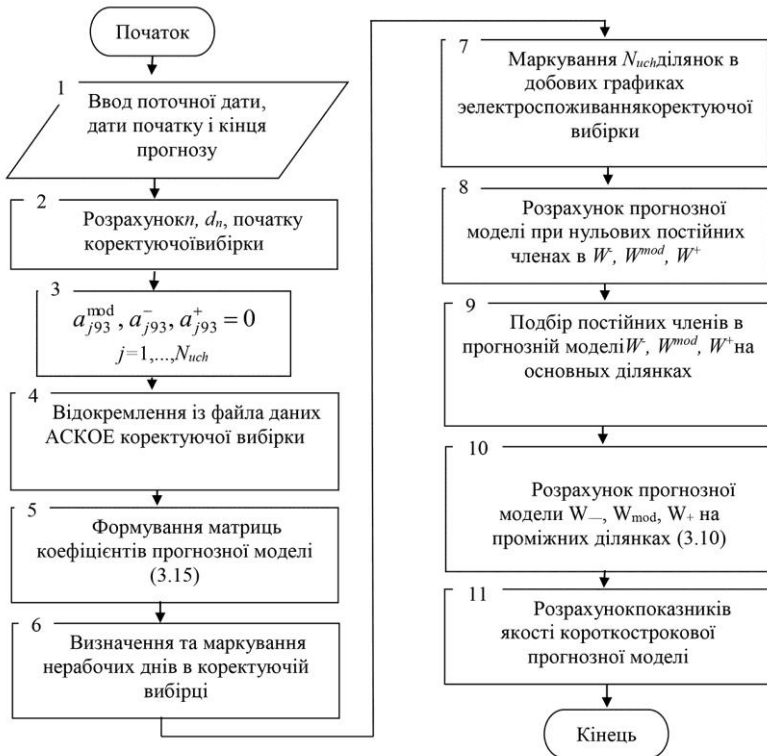


Рисунок 6.6 – Блок-схема алгоритму корекції довгострокової прогнозу моделі

У блоці 7 здійснюється виділення й маркування даних у коригувальній вибірці по їхній належності до відповідних ділянок добового циклу. Для цього використовуються час початків і кінців ділянок, отриманих при розробці довгострокових прогнозу моделей (рис. 6.5).

У блоці 8 проводиться розрахунок прогнозу моделі при нульових постійних членах. Результат даної операції використовується в наступному блоці при доборі постійних членів моделі. Дана

операція дозволяє суттєво заощадити процесорний час при корекції прогнозної моделі.

У блоці 9 реалізується оптимізаційна процедура добору постійних членів прогнозної моделі (6.17). Алгоритм даної процедури є реалізацією методу дихотомії. Блок – схема алгоритму наведена на рис. 6.7. У результаті добору постійних членів прогнозної моделі визначаються значення електроспоживання на фонових ділянках і ділянках із працюючим обладнанням. При цьому на перехідних ділянках значення електроспоживання будуть нульовими.

У блоці 10 здійснюється розрахунки значень електроспоживання на перехідних ділянках. Прийнята лінійна модель (6.10).

Після того, як отримані розрахункові значення електроспоживання на всіх ділянках у блоці 11 здійснюється визначення показників якості скоректованої моделі на основі порівняння розрахункових і експериментальних даних. Визначаються такі показники, як ступінь співпадіння, ступінь невизначеності, MAPE.

Алгоритм підбору постійних членів прогнозної моделі (рис. 6.7) реалізує метод дихотомії на кожній ділянці графіка електроспоживання окремо. У блоці 2 задаються початкові значення постійних членів прогнозної моделі на ділянці j . У якості таких беруться значення з довгострокової прогнозної моделі. У блоках 4-6 задаються початкові границі відрізків зміни постійних членів прогнозної моделі. У блоках 7-16 відбувається корекція границь зміни постійних членів прогнозної моделі таким чином, щоб значення цільової функції в середині відрізка зміни постійного члена була менше, чим на левом і правом його кінцях. У блоках 17-27 реалізується метод дихотомії. Невиконання умови 27 свідчить про досягнення заданої точності визначення постійних членів прогнозних моделей на оброблюваній ділянці. У блоці 28 здійснюється запам'ятовування в прогнозній моделі знайдених значень постійних членів прогнозної моделі.

Алгоритм прогнозування, блок-схема якого представлена на рис. 6.8 а), реалізує розрахунки прогнозної моделі для робочих і неробочих днів. Обидва варіанти рівноправні оскільки в деяких випадках заздалегідь не можна визначити, чи буде день, що входить у прогнозний діапазон, робочим чи ні.

Після введення дат початку й кінця прогнозу (блок 1) здійснюється розрахунки номера тижня початку прогнозу й номера дня тижня на початок прогнозу (блоки 2, 3), необхідні для розрахунків прогнозу електроспоживання по формулах (6.15). Алгоритм розрахунків прогнозних моделей для робочих днів приведено на рис 6.8 б). У даному алгоритмі здійснюється порядок розрахунків одного з компонентів W_z на кожному з основних ділянок. Використовується матриця коефіцієнтів регресії, скоректованих для короткострокового прогнозу. Для розрахунків прогнозу електроспоживання на перехідних ділянках використані лінійні залежності (6.11). Алгоритм (рис. 6.8 б)) використовується в блоці 4 алгоритму (рис.6.8 а)) тричі – для розрахунків W , W_{mod} , W^+ . Блок-схема алгоритму розрахунків короткострокового прогнозу для неробочих днів аналогічний алгоритму для робочих днів. Відмінність у тому, що з добового циклу беруться тільки перший і останній з основних ділянок, а інші вважаються перехідними.

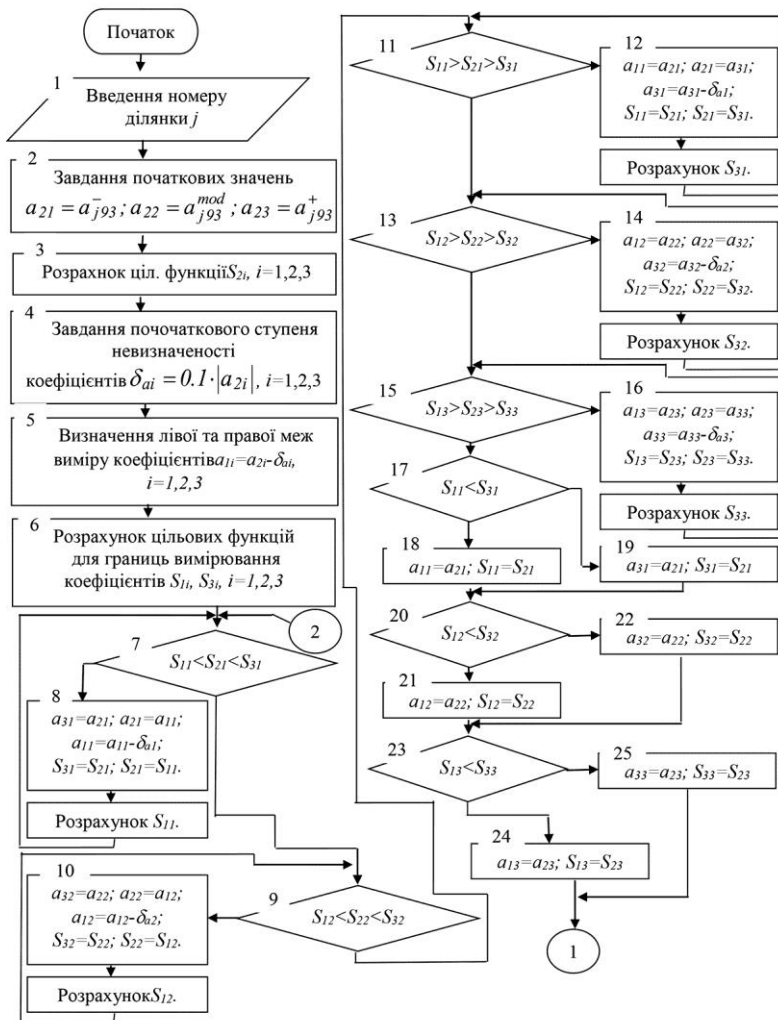


Рисунок 6.7 – Блок-схема алгоритму підбору постійних членів прогнозу моделі

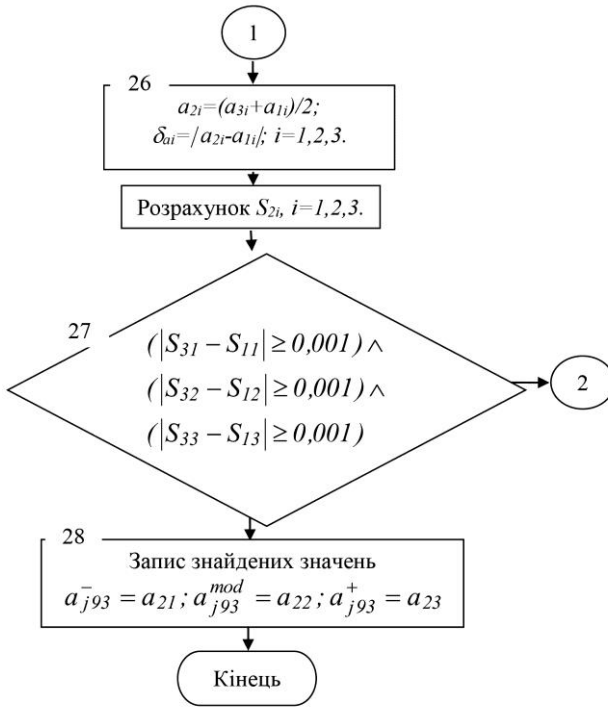


Рисунок 6.7 – Блок-схема алгоритму підбору постійних членів прогновної моделі (продовження)



Рисунок 6.9 – Фрагмент вікна Excel з введеними листами для розрахунків

	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
54											
55											
56											
57											
58											
59											
60											
61											
62											
63											
64											
65											
66											
67											
68											
69											
70											
71											
72											
73											
74											
75											
76											
77											
78											
79											
80											
81											
82											
83											
84											
85											
86											
87											
88											
89											
90											

Рисунок 6.10 – Розміщення коефіцієнтів матриць A_j .

На ЛИСТ3 (Допоміжна для прогнозу) попередньо необхідно внести наступну інформацію: коефіцієнти матриці A_j (рис. 6.10), значення часу, що розділяють ділянки графіка електроспоживання (рис. 6.11) і дату початку поточного року.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	t0	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9
2	0	0.2708	0.3542	0.4375	0.4700	0.4790	0.5208	0.6250	0.7292	1.0000
3	Текущие				Корректировочная неделя					
4	дата	день года	неделя	день недели	дата	неделя				
5	15.12.2013				25.11.2013					
6	01.01.2013									

Рисунок 6.11 – Додаткова інформація на ЛИСТ3

Ці операції проводяться один раз на початку року, коли необхідно скорегувати матриці коефіцієнтів регресії, отримані на основі обробки даних за попередній рік.

Далі протягом поточного року використовується ЛИСТ2 (Прогноз) (рис. 6.12). При необхідності отримати дані по короткостроковому або середньостроковому прогнозу електроспоживанню підприємства необхідно на ЛИСТ2 внести поточну дату, дати початку й кінця прогнозу (рис. 6.12) і клікнути кнопку «Прогноз». По цій команді починає працювати *Процедура корекції прогнозних моделей і короткострокового прогнозу*. Дана процедура ініціює спочатку *Процедуру корекції прогнозної моделі*, яка реалізує алгоритм (рис. 6.6), а потім *Процедуру розрахунків прогнозу електроспоживання*, що реалізує алгоритм (рис. 6.8).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	Прогноз	Текущая дата	15.12.2013	Дата прогноз электропотребления на период с	16.12.2013	по	16.12.2013						
2				Краткосрочный прогноз	350								356
3				Для рабочего дня		Для нерабочего дня							
4	дата	день нед.	неделя	время	Wmin	Wmax	Wmin	Wmax					

Рисунок 6.12 – Вид вікна на ЛИСТ2

У результаті в ЛИСТ2 виводиться результат прогнозних значень електроспоживання у вигляді масивів даних у заданому діапазоні дат з інтервалом 30 хвилин для робочих і неробочих днів окремо (рис. 6.13).

6.5 Дослідження розробленої методики короткострокового прогнозування

Для дослідження ефективності розробленої методики короткострокового прогнозування проведено розрахункове дослідження [5]. Метою даного дослідження є визначення, наскільки чисельно змінюються показники якості прогнозу залежно від його глибини. Дослідження виконане у двох варіантах. Перший варіант має на увазі розробку довгострокової прогнозної залежності за результатами обробки даних по електроспоживанню за попередній рік, корекція даної моделі для короткострокового прогнозу й оцінки його якості на цій же вибірці при прогнозуванні електроспоживання на строк від одного до семи днів, рахуючи від поточної дати. Другий варіант припускає використання розробленої моделі в попередньому варіанті довгострокової прогнозної моделі, корекції її й оцінки якості короткострокового прогнозу на вибірці вихідних даних, що не приймали участь у розробці довгострокової моделі.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		
Прогноз		Текущая дата		15.12.2012									22.12.2012	
				Дата прогноза									22.12.2012	
				Краткосрочный прогноз									47	
				Для рабочего дня									48	
4	дата	день нед.	неделя	прери	Wmin	Wmod	Wmax	Wmin	Wmod	Wmax				
5	22.12.2012	с	52	0,02033333	181,518563	378,2845	515,321	181,518563	378,28448	515,321				
6	22.12.2012	с	52	0,04166667	167,0936223	338,4006	490,9824	167,0936223	338,40056	490,98243				
7	22.12.2012	с	52	0,0625	155,4485409	306,5047	473,6745	155,4485409	306,504714	473,67448				
8	22.12.2012	с	52	0,08333333	146,5833187	282,5969	463,3971	146,5833187	282,596942	463,39713				
9	22.12.2012	с	52	0,10416667	140,4979558	266,6772	460,1504	140,4979558	266,677245	460,1504				
10	22.12.2012	с	52	0,125	137,1924522	258,7456	463,9343	137,1924522	258,745622	463,93429				
11	22.12.2012	с	52	0,14583333	136,6668078	258,8021	474,7488	136,6668078	258,802073	474,74878				
12	22.12.2012	с	52	0,16666667	138,9210228	266,8466	492,5939	138,9210228	266,846598	492,59389				
13	22.12.2012	с	52	0,1875	143,9550969	282,8792	517,4696	143,9550969	282,879198	517,46961				
14	22.12.2012	с	52	0,20833333	151,7690304	306,8999	549,3759	151,7690304	306,899872	549,37595				
15	22.12.2012	с	52	0,22916667	162,3628231	338,9086	588,3129	162,3628231	338,90862	588,3129				
16	22.12.2012	с	52	0,25	175,7064751	378,9094	634,2895	175,7064751	378,909442	634,28946				
17	22.12.2012	с	52	0,27083333	191,8099863	428,8903	687,2786	191,8099863	428,890339	687,27863				
18	22.12.2012	с	52	0,29166667	18,0902716	521,6617	956,0186	191,8022533	428,208245	687,6992				
19	22.12.2012	с	52	0,3125	-213,2716406	616,4331	1224,759	190,1145203	413,526151	688,11978				
20	22.12.2012	с	52	0,33333333	-415,8254541	711,2045	1493,489	189,2267874	406,844058	688,54035				
21	22.12.2012	с	52	0,35416667	-618,4332476	805,9759	1762,239	188,3390544	400,161964	688,96093				
22	22.12.2012	с	52	0,375	-802,4194923	912,5788	1599,773	187,4513214	393,47987	689,3815				
23	22.12.2012	с	52	0,39583333	-471,3646222	1005,667	1551,74	186,5635884	386,77977	689,80208				
24	22.12.2012	с	52	0,41666667	-525,2141772	1085,241	1618,14	185,6758554	380,115683	690,22265				
25	22.12.2012	с	52	0,4375	-664,0226374	1151,301	1798,974	184,7881224	373,433589	690,64323				
26	22.12.2012	с	52	0,45833333	320,55089	1246,395	1973,347	183,9003894	366,751496	691,0638				
27	22.12.2012	с	52	0,47916667	1305,124417	1341,488	2147,72	183,0126565	360,064058	691,48438				
28	22.12.2012	с	52	0,5	924,6133815	1284,751	2601,772	182,1249235	353,387308	691,90496				
29	22.12.2012	с	52	0,52083333	544,1023455	1228,013	3055,824	181,2371985	346,705214	692,32553				
30	22.12.2012	с	52	0,54166667	876,3214254	1217,45	2667,036	180,3044575	340,023121	692,74611				

Рисунок 6.13 – Результат прогнозу на ЛИСТ2

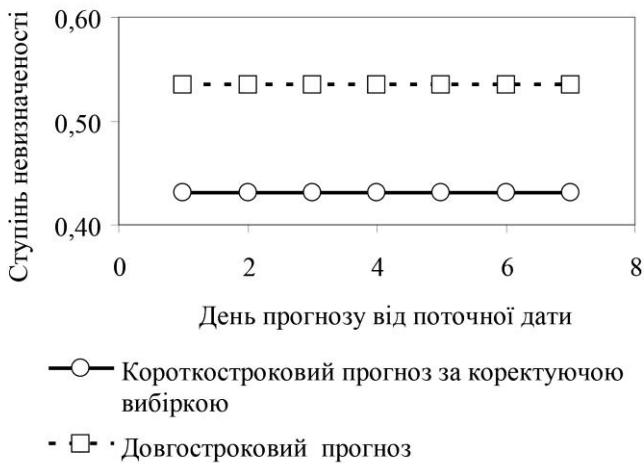
У рамках першого варіанта дослідження дані по електроспоживанню підприємства за рік були оброблені за допомогою вдосконаленого нечіткого регресійного аналізу й отримані залежності для довгострокового прогнозу з такими показниками якості: ступінь сумісності $m=0,53$, ступінь невизначеності $d=0,51$, $MAPE=12,26\%$. При цьому 91 % даних потрапило в межі нечіткості моделі. Ці залежності використовувалися для корекції й застосування для короткострокового прогнозу. Корекція здійснювалася на підставі даних по електроспоживанню за два тижні, що передують поточній даті. Оцінка якості короткострокового прогнозу проводилася для глибини прогнозу 1-7 днів від поточної дати. Таких розрахунків проведено 24 – для двох дат кожного місяця року (з інтервалом 15 днів), щоб охопити весь річний цикл. Результати по цих розрахунках усереднені й відображають середню якість прогнозу за рік при використанні розробленої методики (табл. 6.1, рис. 6.14).

За даними результатами можна зробити висновок, що в результаті корекції довгострокових прогнозних моделей ступінь невизначеності прогнозу суттєво (на 18,8%) нижче (рис. 6.14 а)), чим в довгостроковій моделі, а ступінь сумісності збільшився незначно (мал. 6.14 б)). Це свідчить про підвищення якості прогнозу. Побічно це підтверджує й зниження оцінки $MAPE$ до 10,31 %.

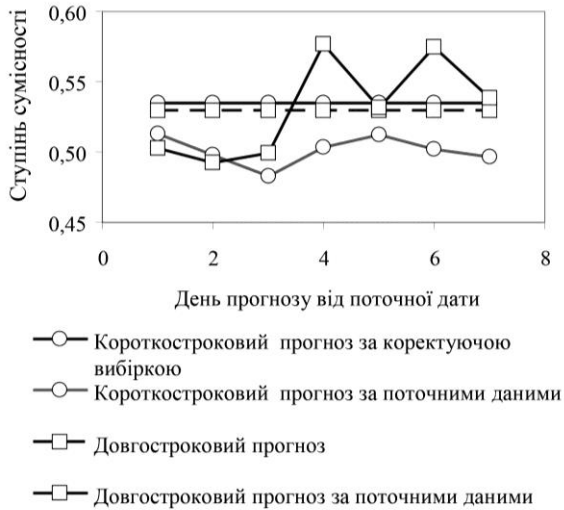
Оцінка якості прогнозу залежно від глибини показала, що ступінь сумісності моделі в режимі прогнозу тільки за перші два дні від поточної дати вище, чим у довгостроковій моделі, а $MAPE$ змінюється від 10,69 до 12,05 %, що трохи вище, чим по коригувальній вибірці, але нижче, чим по довгостроковій моделі.

Таблиця 6.1 – Результати перевірки якості короткострокового прогнозу на вибірці за рік

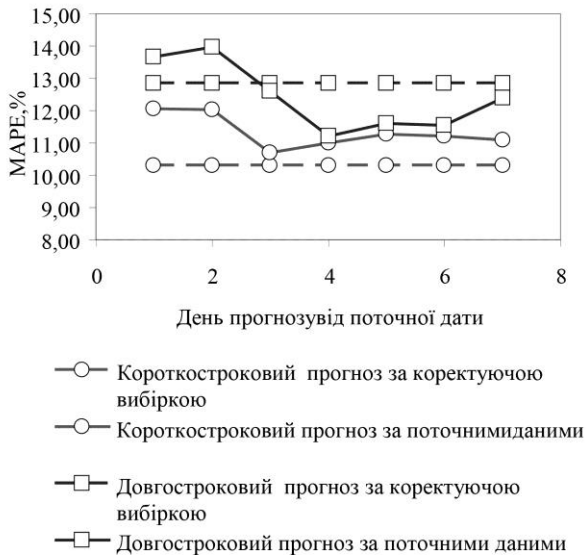
Глиб. прогн., дні	Короткостроковий					Довгостроковий				
	По вибірці			Реально		По вибірці			Реально	
	d	m	MAPE	m	MAPE	d	m	MAPE	m	MAPE
1	0,43	0,54	10,31	0,51	12,05	0,53	0,53	12,86	0,50	13,68
2	0,43	0,54	10,31	0,50	12,02	0,53	0,53	12,86	0,49	13,98
3	0,43	0,54	10,31	0,48	10,69	0,53	0,53	12,86	0,50	12,59
4	0,43	0,54	10,31	0,50	11,00	0,53	0,53	12,86	0,58	11,22
5	0,43	0,54	10,31	0,51	11,28	0,53	0,53	12,86	0,53	11,62
6	0,43	0,54	10,31	0,50	11,20	0,53	0,53	12,86	0,57	11,55
7	0,43	0,54	10,31	0,50	11,10	0,53	0,53	12,86	0,54	12,41



а)



б)



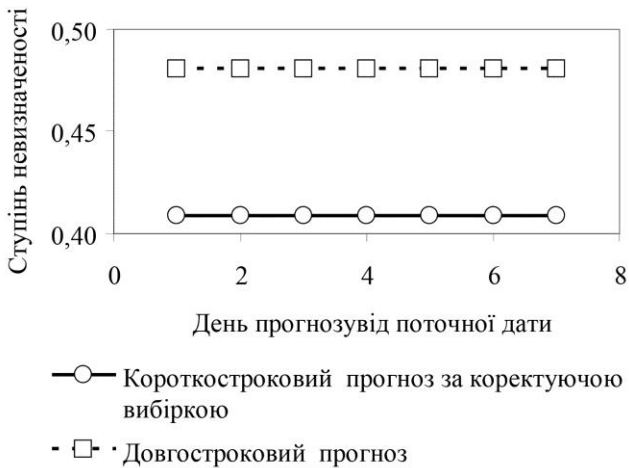
в)

Рисунок 6.14 – Результат дослідження якості короткострокової прогнозної моделі на вибірці даних за рік

У рамках другого варіанта дослідження використані дані АС-КОЕ за попередній і наступний роки, які не використовувались при побудові прогнозних моделей. Довгострокова прогнозна модель не мінялася. Результати, наведені в табл. 6.2, 6.3, на рис. 6.15, 6.16 показують, що при несуттєвих змінах у технологічному процесі підприємства, розроблена методика адаптації одного разу отриманої довгострокової прогнозної моделі до короткострокового прогнозу є ефективною. Причому, для даних за попередній рік прогнозна модель навіть більш ефективна, чим на вибірці, для якої розроблялася модель.

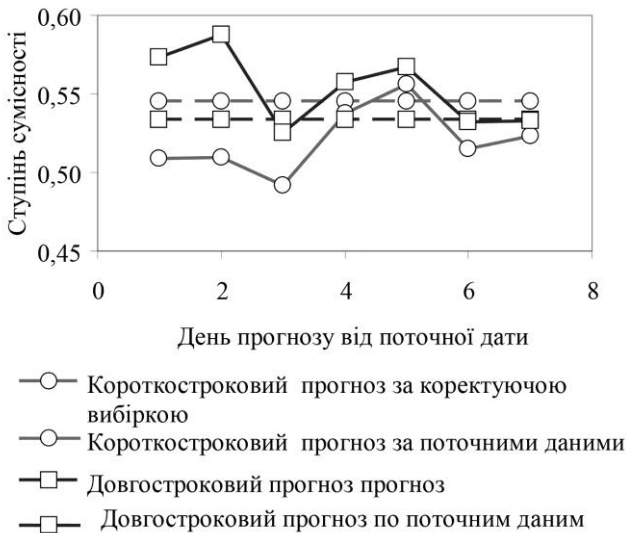
Таблиця 6.2 – Результати перевірки якості короткострокового прогнозу на вибірці за попередній рік

Глиб. прогн. дні	Короткостроковий					Довгостроковий				
	По вибірці			Реально		По вибірці			Реально	
	d	m	MAPE	m	MAPE	d	m	MAPE	m	MAPE
1	0,41	0,55	9,81	0,51	10,42	0,48	0,53	12,08	0,57	11,03
2	0,41	0,55	9,81	0,51	10,16	0,48	0,53	12,08	0,59	10,45
3	0,41	0,55	9,81	0,49	10,51	0,48	0,53	12,08	0,53	12,06
4	0,41	0,55	9,81	0,54	9,44	0,48	0,53	12,08	0,56	10,89
5	0,41	0,55	9,81	0,56	8,95	0,48	0,53	12,08	0,57	10,58
6	0,41	0,55	9,81	0,52	10,39	0,48	0,53	12,08	0,53	12,02
7	0,41	0,55	9,81	0,52	9,79	0,48	0,53	12,08	0,53	11,70



а)

Рисунок 6.15 – Результат дослідження якості короткострокової прогнозної моделі на вибірці даних за попередній рік



б)

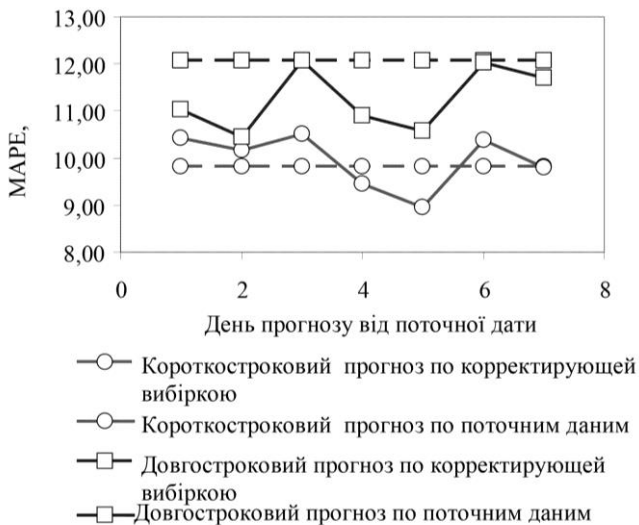
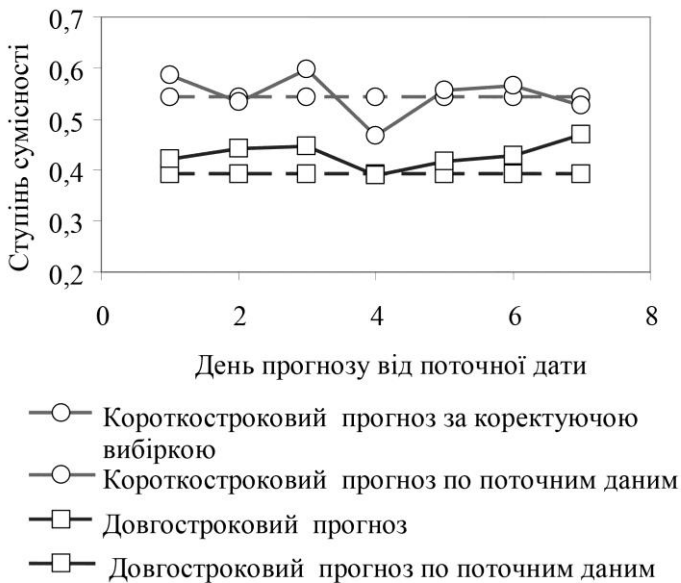
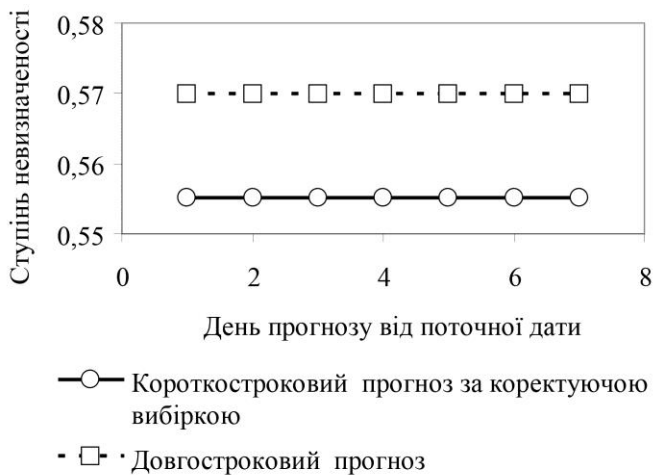


Рисунок 6.15 – Результат дослідження якості короткострокової прогнозної моделі на вибірці даних за попередній рік

Таблиця 6.3 – Результати перевірки якості короткострокового прогнозу на вибірці за наступний рік

Глиб. прогн., дні	Короткостроковий					Довгостроковий				
	По вибірці			Реально		По вибірці			Реально	
	d	m	MAPE	m	MAPE	d	m	MAPE	m	MAPE
1	0,56	0,54	13,81	0,59	12,26	0,57	0,39	20,50	0,42	19,25
2	0,56	0,54	13,81	0,53	12,12	0,57	0,39	20,50	0,44	17,52
3	0,56	0,54	13,81	0,60	10,73	0,57	0,39	20,50	0,45	16,11
4	0,56	0,54	13,81	0,47	14,00	0,57	0,39	20,50	0,39	20,00
5	0,56	0,54	13,81	0,56	11,62	0,57	0,39	20,50	0,42	18,22
6	0,56	0,54	13,81	0,57	11,36	0,57	0,39	20,50	0,43	18,29
7	0,56	0,54	13,81	0,53	12,58	0,57	0,39	20,50	0,47	17,30



б)

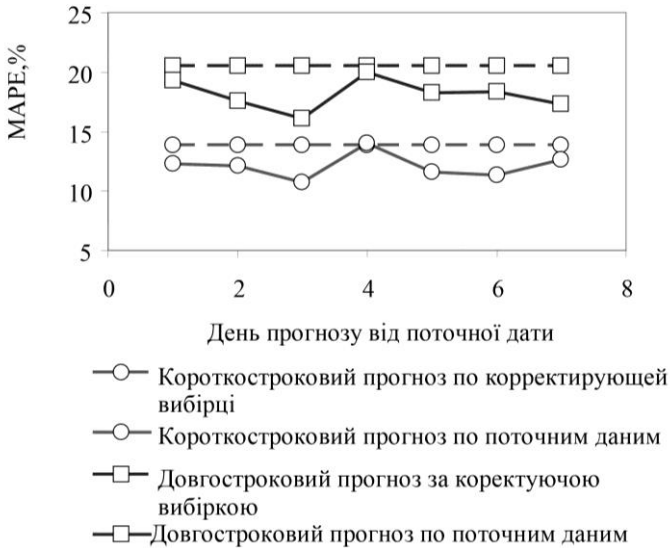


Рисунок 6.16 – Результат дослідження якості короткострокової прогнозної моделі на вибірці даних за наступний рік

Порівняння якості короткострокового прогнозування по ступеню співпадіння й середньомодульній відносній погрішності протягом вибірки даних, що охоплює трирічний період (рис. 6.17) показує, що зазначені показники досить стабільні. Ступінь сумісності в середньому збільшилася на 0,019 і 0,046, а MAPE зменшалася на 1,38% і збільшилася на 0,76% відповідно для даних попереднього і наступного років. Це говорить про те, що для даного підприємства вид довгострокової прогнозної моделі розроблений вдало й може не мінятися щороку, а використовуватися для адаптації до короткострокового прогнозу протягом ряду років.

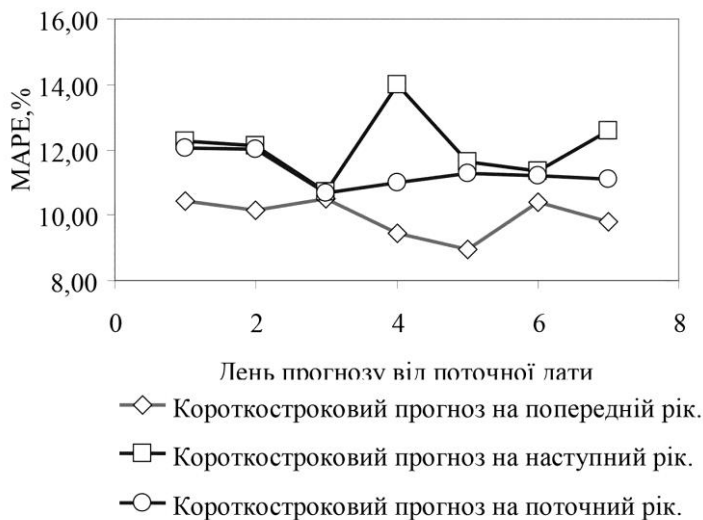
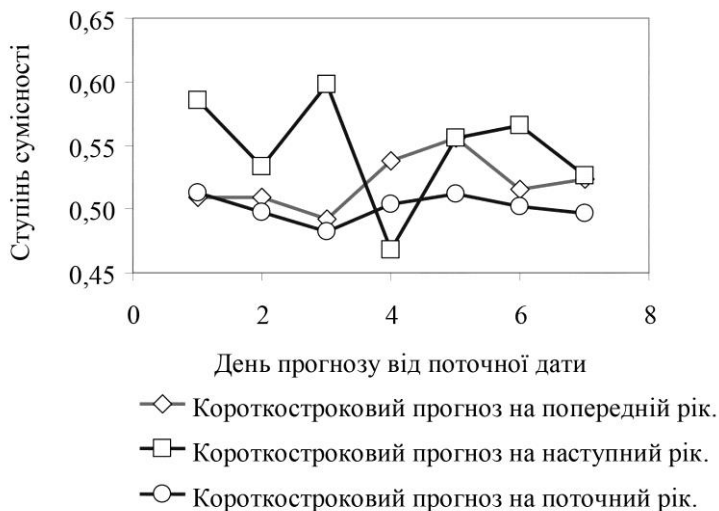


Рисунок 6.17 – Результат порівняльного аналізу якості короткострокової прогнозної моделі на вибірці даних за три роки

6.6 Приклад розробки прогнозної моделі для підприємства

6.6.1 Формування вихідних даних для побудови довгострокової прогнозної моделі на основі аналізу даних АСКОЕ

В прикладі використано дані електроспоживання одного з теплостачальних підприємств.

Приведені на рис. 6.18 дані дозволяють допустити, що графік електроспоживання не має чіткої залежності від дня тижня. На підставі більш детального аналізу даних АСКОЕ в добовому циклі електроспоживання виділено три ділянки:

ділянка 1 $t = (0 - 0,25)$ доби., або $t = (0 - 6)$ година;

ділянка 2 $t = (0,25 - 0,3333)$ доби., або $t = (6 - 8)$ година;

ділянка 3 $t = (0,3333 - 1)$ доби., або $t = (8 - 24)$ година.

На рис. 6.19 наведені дані АСКОЕ на 12 годин 15 числа кожного місяця, що дозволяють зробити висновок, що електроспоживання підприємства носить сезонний характер і прив'язане до опалювального періоду. В опалювальний період електроспоживання відносно високе й практично не залежить від номера тижня. У неопалювальний період електроспоживання відносно низьке й також не залежить від номера тижня.

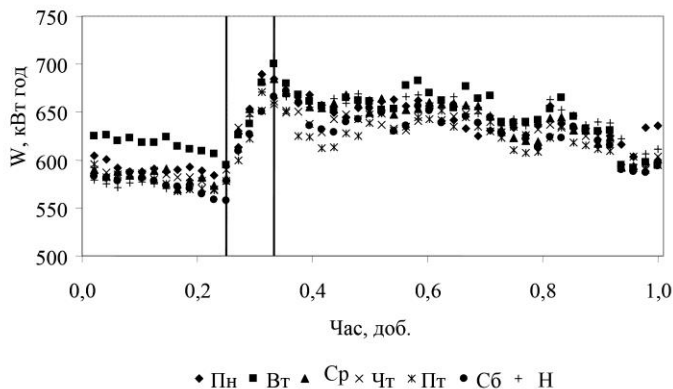


Рисунок 6.18 – Фрагменти даних АСКОЕ для характеристики добового й тижневого циклу електроспоживання підприємством

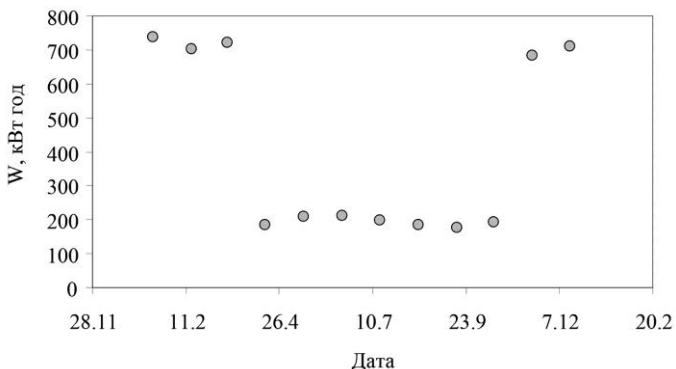


Рисунок 6.19 – Фрагменти даних АСКОЕ для характеристики річного циклу електроспоживання підприємством

У розглянутий рік (2013) опалювальний сезон у відповідному регіоні тривав з 01.01 по 04.04 і з 02.10 по 61.12. У прийнятих вище одиницях виміру опалювальний сезон можна описати наступними інтервалами ($n = 1, dn = 2 ; n_{ок} = 14, d_{нок} = 4$) і ($n_{он} = 40, d_{ни} = 3 ; n = 53, dn = 2$).

6.6.2 Розробка прогнозної моделі для річного циклу

Оскільки в цьому випадку виділено три ділянки, приймемо ділянку 2 у якості перехідної. На фоновій ділянці 1 і на робочій ділянці 3 – приймемо квадратичну залежність.

Для ділянки 2 можна скористатися залежностями (6.10).

За результатами даних АСКОЕ за 2013 рік за допомогою вдосконаленого нечіткого регресійного аналізу отримані значення коефіцієнтів регресії, що входять в (6.15) (табл. 6.4).

Ступінь співпадіння оцінок і вихідних даних, визначена по формулі (6.5) склала: $\mu_{\cap} = 0,5263$. Ступінь нечіткості 0,4449. Відповідно середномодульна похибка регресійної залежності склала: $MAPE = 7,27\%$. В інтервал невизначеності попадає 91% оброблених даних.

Для перевірки взяті дані АСКОЕ за 2012 і 2014 рік, що не піддавалися обробці регресійним аналізом. Оцінка точності показала: $\mu_{\cap} = 0,4928$, $MAPE = 9,46\%$, ступінь нечіткості 0,3225 для 2012 г;

$\mu_{\cap} = 0,431$, $MAPE = 6,18\%$, ступінь нечіткості 0,2435 для 2014 р. Як видно, ступінь співпадіння прогнозу моделі для цієї вибірки нижче, а ступінь нечіткості й середньомодульна погрішність може бути й вище й нижче.

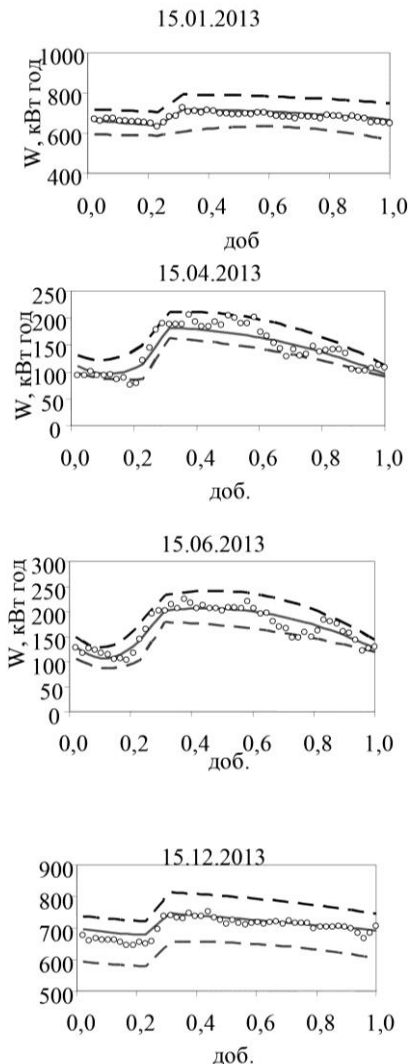


Рисунок 6.20 – Результати обробки даних АСКУЕ

Таблица 6.4

Элементы матрицы A_j^z

	j	-			mod			+		
	1	0,006	-1,628	18,251	-0,057	2,976	-27,089	-0,110	4,851	5,319
		-0,327	18,639	-5,804	-0,298	16,790	-28,429	0,423	-16,471	-11,014
		0,110	-3,017	-2,324	0,092	1,196	-9,812	0,210	-17,987	-1,394
		0,055	-2,549	-2,794	0,046	-2,546	17,975	0,030	-1,359	-4,393
Опаловальный сезон	2	-0,377	18,944	-27,786	-0,166	9,623	-77,788	-0,257	12,789	-27,263
		0,450	-23,873	-10,323	0,134	-9,175	-27,147	0,203	-10,528	5,940
		-0,094	4,875	-6,068	-0,022	1,097	-3,715	-0,013	0,651	-3,045
		0,751	-38,883	51,509	0,167	-8,287	29,041	0,110	-5,828	32,606
		-0,656	32,672	587,231	-0,134	6,410	646,604	-0,117	6,486	671,037
	3	-0,350	17,479	-0,563	-0,093	4,384	-4,630	-0,076	3,683	-0,235
		2,668	-132,354	-4,462	0,705	-32,331	7,251	0,605	-28,706	-39,873
		-1,825	84,678	-65,598	-0,862	37,881	-60,065	-0,961	45,529	-10,021
		0,533	-26,612	1,565	0,135	-6,357	6,876	0,125	-6,151	9,498
		-4,056	201,331	12,883	-1,031	47,394	-14,442	-0,992	48,077	-20,676
2,753		-126,944	-63,159	1,229	-53,724	1,264	1,556	-75,620	59,459	
-0,213		10,737	-6,708	-0,050	2,366	-3,493	-0,047	2,273	-5,568	
Не опаловальный	1	1,648	-82,986	59,098	0,384	-17,779	17,018	0,349	-16,704	22,593
		-1,168	55,900	600,689	-0,354	14,685	733,830	-0,404	18,817	776,952
		0,054	-4,944	-24,322	0,191	-5,700	-22,517	0,038	-2,238	-19,742
		-0,274	52,915	-24,718	-2,094	71,629	-21,751	-1,468	61,371	-19,650
		-2,227	26,634	-7,500	0,872	46,347	-6,266	1,281	40,772	-5,457
		0,041	-0,723	23,828	-0,024	0,090	21,388	0,024	-1,417	29,642
		-0,283	-2,087	-78,102	0,409	-10,967	-75,705	0,314	-10,245	-65,528
		1,032	-15,863	-27,363	-0,320	-6,738	-30,690	-0,647	2,721	-25,075
		-0,012	0,425	-5,527	0,001	-0,017	-0,980	-0,004	0,231	-4,069
		0,038	-0,127	3,477	-0,033	1,395	-6,193	-0,021	0,583	5,631
2	-0,025	-2,323	134,003	-0,007	1,760	84,045	0,007	1,803	95,950	
	0,035	-2,320	24,253	0,027	-1,183	15,823	0,069	-2,265	14,487	
	-0,028	4,599	-21,865	0,034	-4,237	41,715	-0,292	4,723	41,282	
	-0,308	2,388	-92,043	0,013	-1,822	-114,173	0,369	-15,978	-122,415	
3	-0,019	1,577	-12,019	-0,035	1,581	-20,240	-0,093	3,058	-17,942	
	-0,104	1,204	-71,788	-0,003	2,912	-23,304	0,445	-9,269	-25,313	
	0,311	2,587	-34,630	-0,173	11,972	-88,137	-0,675	31,373	-98,315	
	0,005	-0,553	4,792	0,005	-0,231	2,588	0,016	-0,355	-1,961	
	-0,018	3,049	-23,598	0,019	-1,340	13,095	-0,063	-0,406	45,969	
	-0,062	-2,716	207,848	-0,141	6,754	104,000	-0,056	4,835	95,688	

6.6.3 Перевірка прогнозних можливостей знайденої регресійної залежності для короткострокового прогнозу

Для перевірки використовувалися дані АСКОЕ за 2012, 2013 і 2014 роки. Розрахунки проводилися для +1 +7 днів від поточної дати. Коефіцієнти регресії уточнювалися по даним електроспоживання за два тижні, що передують поточній даті. Результати розрахунків приведені в табл. 6.5.

Таблиця 6.5

Якість короткострокового прогнозу

Прогноз на..., дні	Ступінь нечіткості	Ступінь співпадіння	MAPE,%
2012 р.			
1	0,3131	0,431	5,893
2	0,2917	0,462	5,721
3	0,3014	0,449	6,108
4	0,2892	0,466	5,624
5	0,3022	0,441	6,020
6	0,2976	0,463	6,005
7	0,3235	0,430	6,230
2013 р.			
1	0,2792	0,483	3,396
2	0,2862	0,448	4,100
3	0,2856	0,448	4,045
4	0,2954	0,452	4,630
5	0,3192	0,463	4,937
6	0,2931	0,443	4,758
7	0,3023	0,444	4,725
2014 р.			
1	0,2196	0,498	3,184
2	0,2206	0,435	3,745
3	0,2391	0,491	3,719
4	0,2499	0,530	2,562
5	0,2416	0,521	2,873
6	0,2117	0,422	4,045
7	0,1962	0,374	5,331

Як видно з табл. 6.5, ступінь співпадіння короткострокового прогнозу в цілому нижче, чим у довгострокової прогнозної моделі. Це пояснюється меншим ступенем нечіткості прогнозу (ці критерії суперечливі), відповідно й середньомодульна похибка короткострокового прогнозу суттєво нижче, чим у довготермінового. Слід зазначити, що якість прогнозу практично не залежить від глибини прогнозу до 7 днів від поточної дати. Спостерігається зниження точності прогнозу, при корегуванні регресійної залежності за даними тижня, перехідного від неопалюваного до опалювального періоду й навпаки.

ВИСНОВКИ

В монографії розглянуто питання вдосконалення методів достовіризації вихідної інформації й показано, що на різних етапах розвитку теорії надійності для оцінювання показників безвідмовності і ремонтпридатності електроенергетичних систем використовувався різний математичний апарат. Спираючись на представлені наукові дослідження слідує, що створені таким чином методи формують групи в залежності від ступені і виду невизначеності вихідної інформації:

– для вихідної інформації, що містить невизначеність типу випадковості – методи, які базуються на апараті класичної теорії ймовірностей: критеріальний метод; метод, який використовує апарат теорії марківських процесів;

– для складних випадків, коли важко визначити тип і ступінь невизначеності – метод достовіризації вихідної інформації на основі штучної багатошарової нейро – фаззи мережі;

– для вихідної інформації, що містить невизначеність типу багатозначності, «розмитості», суб'єктивності – метод, який базуються на основі нечіткого регресійного аналізу.

Обґрунтовано, що розвиток представлених методів дозволить покращити достовіризацію вихідної інформації під час розв'язання прогностичних задач в електроенергетиці. А саме:

1. Алгоритми критеріального методу дозволяють знайти оптимальні і кількісні зв'язки об'єкту як при заданій, так і неповній вихідній інформації в умовних одиницях. Окрім цього, даний метод поряд з визначенням оптимальних значень функції мети і параметрів оптимізації дозволяє оцінити стійкість функції до зміни параметрів в межах точки мінімуму, дослідити чутливість рішення задачі до зміни вихідної інформації.

Перевагою критеріального методу є:

- визначення оптимальних значень функції мети;
- параметрів оптимізації;

- оцінка стійкості функції до зміни параметрів довколо точки мінімуму;
- дослідження чутливості рішення задачі при зміні вихідної інформації.

Методика критеріального аналізу дозволяє під час виконання прогнозних задач виділення єдиного оптимального рішення в багатокритеріальній задачі моделювання за наявності додаткової інформації про переваги рішення.

2. Ефективність марківських ланцюгів полягає в тому, що вони представляються графами перехідного стану, які є орієнтованими графами з вузлами, а вузли позначаються марківськими ланцюгами тоді, як переходи позначені ймовірностями або граничними показниками переходу.

Марківське моделювання доцільне під час оцінювання продуктивності і надійності програмних і апаратних засобів автоматизованої системи управління (АСУ) за рахунок здатності охоплювати різні залежності, однакову легкість обчислень вимірювань стабільного, перехідного та кумулятивного перехідного стану, а також за можливість розширеного аналізу АСУ.

3. Ефективність підходів достовіризації вихідної інформації на основі штучної багат шарової нейро-фаззі мережі пов'язана з їх універсальними апроксимуючими можливостями і здатністю до навчання безпосередньо в процесі прогнозування. Дані підходи підтвердили свою ефективність в вирішенні широкого кола завдань, пов'язаних з прогнозуванням в електроенергетиці.

Але, ставши вже традиційними, нейро – і нейро-фаззі мережі погано пристосовані до обробки інформації виду «погана, нормальна, гарна погода», «сильний чи слабкий вітер», «хмарно – туманно – морозно» і т. п. У зв'язку з цим в монографії пропонується синтез прогнозуючої нейро-фаззі мережі, здатної до сприйняття даних у різних шкалах та алгоритм її навчання, що володіє високою швидкістю збіжності й здатності до обробки інформації по мірі її надходження в реальному часі.

4. Ефективність застосування нечіткого регресійного аналізу для отримання прогнозних моделей полягає в універсальному підході до вихідної інформації, яка може бути детермінованою, нечіткою, експертною, ймовірнісною. Цей метод дозволяє врахувати не тільки наявність інформації, а і ступінь довіри до неї особи, що приймає рішення.

Розглянуто побудову нечітких регресійних моделей з нечіткими коефіцієнтами регресії, які мають трикутні функції належності, що обумовлює простоту реалізації математичних обчислень.

Представлено варіант розв'язання проблеми двох критеріїв: ступені сумісності і ступені нечіткості. Дана проблема вирішується за рахунок побудови їх алгебраїчної згортки під час створення нечітких прогнозних моделей. Також аналітично встановлено зв'язок розробленого виду ступеня сумісності нечіткої регресії й експериментальних даних із традиційно використовуваною оцінкою ефективності регресії за середньомодульним відносним відхиленням, що дозволяє проводити порівняльний аналіз нечітких і чітких оцінок.

Також запропоновано орієнтовану на нечіткий регресійний аналіз методику формування прогнозної моделі електроспоживання у вигляді кусочно-безперервної функції, що дозволяє досить просто формувати вид графіка добового електроспоживання будь-якої складності.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Титов Н.Н., Доценко М.С., Доценко С.И., Черемисин Н.М., Лежнюк П.Д. Формирование ведомственной системы сбора метеоданных в условиях эффективного оптового рынка электроэнергетики. *Праці інституту електродинаміки НАН України. Спеціальний випуск. Енергетичні ринки: перехід до нової моделі ринку двосторонньої контрактів і балансуєчого ринку*. 2009. С. 41 – 48.
2. Бондаренко В.Е., Черемисин Н.М., Черкашина В.В. Исследование процесса управления режимами работы электрических сетей в современных условиях. *Восточно-европейский журнал передовых технологий*. 2015. №6/8(78). С. 11 – 18.
3. Черемисин М.М., Черкашина В.В., Поясник В.О. Особливості керування режимами роботи електричних мереж на сучасному етапі. *Наукові праці Донецького технічного університету. Серія «Електротехніка і електроенергетика»*. 2013. Вип. 1 (14). С.300 – 304.
4. Лежнюк П.Д., Черемисин Н.М., Редько Ю.Ф., Мирошник О.О., Черкашина В.В. Повышение эффективности управления режимами электрических сетей на базе мониторинга параметров воздушных линий и окружающей среды. *Енергетика та електрифікація*. 2012. №12. С. 34 – 41.
5. Добровольська Л.Н., Лесько В.О., Черкашина В.В. Автоматизація розподільних електричних мереж в умовах балансуєчого ринку електроенергії: навч. посіб. / Луцьк: РВВ Луцького НТУ, 2014. 208 с.
6. Титов Н.Н. Модернизация оперативно-информационного комплекса АСДУ Северной энергосистемы Украины / Н.Н. Титов, В.Ю. Прохвятилов, Т.В. Рыбальченко и др. // Автоматизация в промышленности – 2005 – №7.
7. Барлоу Р., Прошан Т. Математическая теория надежности. М.: Советское радио, 1971. 171 с.

8. Черкашина В.В., Добровольська Л.Н., Бондаренко В.О., Гадай А.В., Грицюк Ю.В., Грицюк І.В., Давиденко Л.В., Коменда Н.В., Волинець В.І. Підвищення рівня ефективності енергоспоживання в електротехнічних пристроях і системах: монографія. Луцьк: РВВ Луцького НТУ, 2017. 268 с.

9. Дружинин Г.В. Надежность автоматизированных производственных систем. – М.: Энергоатомиздат, 1986. 480 с.

10. Диллон Б., Сингх Ч. Инженерные методы обеспечения надежности систем. М.: Мир, 1984. 318 с.

11. Майн Х., Осаки С. Марковские процессы принятия решений. М.: Наука, 1977. 176 с.

12. Алтунин, А. Е. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях [Текст]: монография / А. Е. Алтунин, М. В. Семухин. – Тюмень: Изд-во Тюменского гос. ун-та, 2000. 352 с.

13 Cherkashyna V. Adjustment of a ir l ine structure for optimal transport management a nd electricity distribution. *Technology audit and production reserves*. 2018. № 2/1(40). P. 45–48.

14. Дж.Гросс, Ф.Д.Гальяна. Краткосрочное прогнозирование нагрузки / ТИИЭР, т. 75, №12. – 1987/ С.23–24.

15. Тимченко В.Ф., Меламед А.М. Прогнозирование режимов электропотребления нерегулярных дней // Электрические станции. 1987. №5. С. 25–29.

16. Черкашина В.В., Черемисин Н.М., Мирошник А.А. Мониторинг параметров воздушных линий и окружающей среды для управления режимами работы распределительных электрических сетей. «*Energetica Moldovei-2016: Aspecte regionale de dezvoltare*». 2016. P. 378 – 384.

17. Фомина В.Н. Экономика энергетики: – М.:ГУУ, 2005. 383 с.

18. Розен В.В. Математические модели принятия решений в экономике. М: Высшая школа, 2002. 288 с.

19. Saaty, Thomas L. «Relative Measurement and its Generalization in Decision Making: Why Pairwise Comparisons are Central in Mathematics for the Measurement of Intangible Factors – The Analytic Hierarchy/Network Process». *RACSAM (Review of the Royal Spanish Academy of Sciences, Series A, Mathematics)*. 2008. № 102 (2). P. 251–318.
20. Кононюк А.Е. Базовая теория оптимизации. Безусловная оптимизация. К.2. ч.2. Киев: "Освіта України", 2011. 616 с.
21. Гордиевский И.Г. Оптимизация параметров электрических сетей – М.: «Энергия», 1978. 144 с.
22. Черкашина В.В. Фактор времени в стратегии усовершенствования электрических сетей. *Електротехніка і Електромеханіка*. 2014. №3. С. 65 – 68.
23. Gudapati Sambasiva Rao. Unification of DG units to the electrical network.: monograph. LAP LAMBERT: Academic Publishing, 2015. 112 p.
24. Будзко И.А., Левин М.С. Энергетически целесообразная плотность тока в проводах электрических линий. *Электричество*. – 1982. №2. С. 22.
25. Химельбау Д. Нелинейное программирование. / Д. Химельбау – М.: «Мир», 2007. 267 с.
26. Кибернетика электрических систем. Астахов Ю.Н. и др. – М.: Высшая школа, 1974. 328 с.
27. Наконечний С.І., Савіна С.С. Математичне програмування: навч. посіб. / К.:КНЕУ, 2003. 452 с.
28. Черемисин Н.М., Черкашина В.В. Критериальный метод анализа технико-экономических задач в электрических сетях и системах: учеб. пособ. / Харьков: Факт, 2014. 96 с.
29. Мороз А.Н., Черемисин Н.М., Черкашина В.В., Холод А.В. Нейро-сетевое моделирование в задачах прогнозирования режимов работы электрических сетей. *Електротехніка і Електромеханіка*. 2016. №31. С. 65–68.

30. Шнелль Р.В., Картавец В.В. Оптимизация основных параметров электропередачи. *Электричество*. 1982. № 4. С. 34 – 38.
31. Емельянов С.В., Борисов В.И., Малевич А.А., Черкашин А.М. Модели и методы векторной оптимизации. – В кн. : Итоги науки и техники. Техническая кибернетика, №5. М.: ВINITI, 1973. С. 386–448.
32. Емельянов С.В., Ларичев О.И. Многокритериальные методы принятия решения. М.: Знание. 1985. 32 с.
33. Ларичев О.И., Машкович Е.М. Качественные методы принятия решений: Вербал. Анализ решений. М.: Наука: Физматлит, 1996. 207 с.
34. Мушик Э., Мюллер П. Методы принятия технических решений: Пер. с нем. М. :Мир, 1990. 208 с.
35. Ашманов С.А., Тихонов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях. М.: Наука, 1991. 446 с.
36. Чумаков В.В., Чумаков И.В. Принятия решения в условиях Объективной и субъективной неопределенности.– М.:ВЦ АН СССР, 1991. 35 с.
37. Банди, Брайан. Методы оптимизации: Вводный курс: пер. с англ. О.В. Шихеевой, под. ред. В.А.Волынского. – М.: Радио и связь, 1988. 122 с.
38. Каплинский А.И. Моделирование и алгоритмизация слабо форматированных задач выбора наилучших вариантов системы / А.И.Каплинский, И.Б.Русеман, В.М.Умывакин. – Воронеж: изд-во Воронеж. ун-та, 1991. 167 с.
39. Штойер, Ральф. Многокритериальная оптимизация. Теория вычислений и прил. / пер.с англ. Е.М. Столяровой; под. ред. А.В.Лотова. М.: Радио и связь. 1992. 504 с.
40. Ириков В.А., Курилов А.Е. Методы и алгоритмы построения диалоговых процедур многокритериального выбора. // Автоматизация проектирования. М.: 1978, вып. 2. 59 с.

41. Бир С. Кибернетика и управление производством. М.: Наука, 1965. 392 с.
42. Начель Э., Ньюмен Д. Теорема Геделя. М.: Знание, 1970. 64 с.
43. Стел Р. Множества логика аксиоматические теории. М.: Просвещение, 1968. 231 с.
44. Ивахненко А.Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами. Киев: Техника, 1975. 312 с.
45. Венецкий И.Г., Венецкая В.И. Основные математико-статистические понятия и формулы в экономическом анализе. М.: Статистика, 1979. 448 с.
46. Гордонова В.П., Морозов В.А. Численные алгоритмы выбора параметра в методе регуляризации. // Вычис. матем. и мат. физики. 1973, т.13, №3. С. 539–545.
47. Основы моделирования сложных систем / Под ред. И.В. Кузьмина. К.: Вища школа, 1981. 360 с.
48. Молчанов А.А. Моделирование и проектирование сложных систем. К.: Вища школа, 1988. 359 с.
49. Снапелев Ю.М., Старосельский В.А. Моделирование и управление в сложных системах. М.: Советское радио, 1974. 264 с.
50. Исследование операций. Методологические основы и математические методы: Пер. с англ.: В 2 т./ Под ред. Дж. Моудера, С. Алмаграбли. М.: Мир, 1981. Т. 1. 712 с.
51. Бусленко В.Н. Автоматизация имитационного моделирования сложных систем. – М.: Наука, 1977. 239 с.
52. David I. Heimann, Nitin Mittal, and K.S. Trivedi. Availability and reliability modeling for computer systems. In Marshall C. Yovits, editor, *Advances in Computers*, volume 31, pages 175-233, San Diego, CA, USA, 1990. Academic Press.
53. Jogesh K. Muppala, Manish Malhotra, and Kishor S. Trivedi. Markov dependability models of complex systems: Analysis techniques.

In Slileyman Ozekici, editor, Reliability and Maintenance of Complex Systems, pages 442-486, Berlin, Germany, 1996. Springer.

54. Robin Sahner, Kishor S. Trivedi, and Antonio Puliafito. Performance and Reliability Analysis of Computer Systems: An Example-Based Approach Using the SHARPE Software Package. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1995.

55. Balbir S. Dhillon. Reliability Engineering in Systems Design and Operation. Van Nostrand Reinhold, New York, NY, USA, 1983.

56. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. – М.: Наука. 1982. 286 с.

57. Анисимов В.В., Лебедев Е.А. Стохастические сети обслуживания. Марковские модели : Учеб.пособие для вузов. К.: Либідь, 1992. 208 с.

58. Vidyadhar G. Kulkarni. Modeling and Analysis of Stochastic Systems. Chapman & Hall, London, UK, 1995.

59. Edward D. Lazowska, John Zahorjan, G. Scott Graham, and Kenneth C. Sevcik. Quantitative System Performance: Computer System Analysis Using Queueing Network Models. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1984.

60. Lawrence M. Leemis. Reliability: Probability Models and Statistical Methods. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1995.

61. K. S. Trivedi, J. K. Muppala, S. P. Woollet, and B. R. Haverkort. Composite performance and dependability analysis. Performance Evaluation, 14(3 & 4):197-216, February 1992.

62. Сарымсаков Т.А. Основы теории процессов Маркова. 2-е изд. Ташкент: Фан, 1988. 242 с.

63. Sheldon M. Ross. Applied Probability Models With Optimization Applications. Dover Publications, New York, NY, USA, 1970.

64. Kishor S. Trivedi. Probability & Statistics with Reliability, Queueing, and Computer Science Applications. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1982.

65. Bodyanskiy Ye., Popov S., Titov N. Function Decomposition Network// Lecture Notes in Computer Science.-Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. Vol.5768. P. 718 – 727.

66. Бодянский Е.В., Попов С.В., Рыбальченко Т.В., Титов Н.Н. Краткосрочное прогнозирование потребления электроэнергии на основе искусственной многослойной нейро-фаззи сети // Энергетика и элекрофикация. 2008. №9. С.37 – 43.

67. Загорский Я.Т., Жданова Ю.Е., Комкова Е.В. Метрологические аспекты при повышении точности измерений и нормировании допустимого небаланса. Матер. Международ. науч.-технич. семинара «Нормирование, анализ и снижение потерь электроэнергии в электрических сетях». М.: НИЦ ЭНАС, 2002. С. 112 – 117.

68. Bodyanskiy Ye., Popov S., Titov N. Robust Learning Algorithm for Networks of Neuro-Fuzzy Units // Innovations and Advances in Computer Sciences and Engineering / Ed. By T. Sobh.-Dordrecht: Springer, 2010. P. 343 – 346.

69. Бодянский Е.В., Попов С.В., Рыбальченко Т.В., Титов Н.Н. Гибридная нейро-фаззи сеть для краткосрочного прогнозирования взаимосвязанных процессов потребления электроэнергии // Праці інституту електродинаміка НАН України. 2008. Вип. 21. С. 13 – 22.

70. Аверкин, А. Н. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта [Текст] / А. Н. Аверкин, И. З. Батыршин, А. Ф. Блишун ; под ред. Д. А. Поспелова. М.: Мир, 1986. 312 с.

71. Орловский С. А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации [Текст]/ С.А.Орловский. М.: Наука, 1981. 208 с.

72. Кандель, А. Нечеткие множества, нечеткая алгебра, нечеткая статистика [Текст] / А. Кандель, У. Дж. Байатт // Труды америк. о-ва инженеров радиоэлектроников. 1978. Т. 66, № 12. С. 37 – 61.

73. Trager, D. H. Einfuehrung in die Fuzzy-Logik [Text] / D. H. Trager. Stuttgart: Teubner, 1994. 256 p. 76 Boehme, G. Fuzzy-Logik: Einfuehrung in die algebraischen und logischen Grundlagen [Text] / G. Boehme. Springer: Verlag, 1993. 319 p.

74. Miranda, V. Genetic algorithms in optimal multistage distribution network planning [Text] / V. Miranda, J. V. Ranito, L. M. Proenca // IEEE Trans. Power Syst. 1994. Vol. 9. № 4. P. 1927 – 1933.

75. Заде, Л. А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений [Текст] / Л. А. Заде; пер. с англ. Н. И. Ринго. М: Мир, 1976. 165 с.

76. Сапкина, Н.В. Свойства группоида нечетких чисел LR-типа [Текст] / Н.В. Сапкина // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий: Сборник трудов VI Международной конференции, Воронеж, 10–16 сентября 2013г. Воронеж: ИПЦ ВГУ, 2013. С. 216 – 218.

77. Бурбаки, Н. Алгебра. Алгебраические структуры. Линейная и полилинейная алгебра [Текст] / Н. Бурбаки. М.: Оникс, 2012. 516 с.

78. Yun-Hsi O. Chang Hybrid fuzzy least-squares regression analysis and its reliability measures / Yun-Hsi O. Chang // Fuzzy Sets and Systems. Vol. 119 (2). 2001. P. 225 – 246.

79. Манусов, В.З. Методы оценивания потерь электроэнергии в условиях неопределенности [Текст] / В.З. Манусов, А.В. Могиленко // Электричество, 2003. №3. 2 – 8 с.

80. Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения: перевод с англ. [Текст] / под ред. Р.Р. Ягера. – М.: Радио и связь, 1986. 408 с.

81. Nazarko, J. The Fuzzy Regression Approach to Peak Load Estimation in Power Distribution Systems./ J. Nazarko, W. Zalewski // IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 14, No. 3, August 1999. 809–814 p.

82. Soliman, S.A. Application of fuzzy linear regression algorithm to power system voltage measurements./ S.A.Soliman, H. Abdel Rahman Mansour, M.E. El-Hawary // Electric Power Systems Research, Vol. 42, 2000. 195 – 200 p.

83. Wang, Hsiao-Fan Insight of a fuzzy regression model./ Wang Hsiao-Fan, Tsaur Ruey-Chyn // Fuzzy Sets and Systems, Vol. 112 (3), 2000. 355 – 369 p.

84. Duniak, James P. Fuzzy regression by fuzzy number neural networks./ James P. Duniak, Donald Wunsch // Fuzzy Sets and Systems, Vol. 112 (3), 2000. 371 – 380 p.

85. Buckley, James J. Linear and non-linear fuzzy regression: Evolutionary algorithm solutions [Text] / James J. Buckley, Thomas Feuring // Fuzzy Sets and Systems, Vol. 112 (3), 2000. 381–394 p.

86. Yun-Hsi O. Chang Fuzzy regression methods – a comparative assessment [Text] / Yun-Hsi O. Chang, Bilal M. // Fuzzy Sets and Systems, Vol. 119 (2), 2001. 187 — 203 p.

87. Soliman, S.A. Fuzzy linear parameter estimation algorithms: a new formulation [Text] / S.A. Soliman, R.A. Alammari, H.K. Temraz, M.E. El-Hawary // Electrical Power and Energy Systems, Vol. 24, 2002. 415 – 420 p.

88. Манусов, В.З. Нечеткий регрессионный анализ потерь электроэнергии в распределительных сетях [Текст] / В.З.Манусов, А.В. Могиленко // Научно-технический журнал, «Проблемы энергетики». Баку: Элм, 2002. № 1–2. 20 – 29 с.

89. Шокин, Ю.И. Интервальный анализ [Текст] / Шокин Ю.И. Новосибирск: Наука. – 1981. 284 с.

90. Тимчук, С.А. Разработка критерия качества подбора коэффициентов регрессии в задачах прогнозирования электропотребления [Текст] / С.А.Тимчук, И.А.Катюха // Восточно-европейский журнал передовых технологий. Харьков, 2014. Вип. 5/8(71). С. 16 – 20.

91. Овчаров, В.В. Використання нечіткого регресійного аналізу для прогнозування електроспоживання на підприємстві [Текст] / В.В.Овчаров, І.А.Катюха, С.О.Тимчук // Праці ТДАТУ. 2013. С. 29 – 36.

92. Овчаров, В.В. Довгостроковий прогноз електроспоживання з використанням нечіткого регресійного аналізу на підприємстві [Текст] / В.В.Овчаров, С.О.Тимчук, І.А.Катюха // Наукові праці Доннту. Серія: Обчислювальна техніка і автоматизація. Донецьк, 2013. №1(24). С. 139 – 145.

93. Тимчук, С.О. Прогнозування електроспоживання на основі нечіткого регресійного аналізу [Текст] / С.О.Тимчук, І.А.Катюха // Проблеми енергозабезпечення та енергозбереження України: вісник ХНТУСГ. Харків, 2012. Вип. 130. С. 51 – 53.

94. Тимчук, С.А. Методика формування нечіткої прогнозної регресійної моделі електропотреблення [Текст] / С.А.Тимчук, І.А.Катюха // Проблеми енергозабезпечення та енергозбереження України: вісник ХНТУСГ. Харків, 2014. Вип. 154. С. 51 – 56.

Наукове видання

ТИМЧУК Сергій Олександрович
ЧЕРЕМІСІН Микола Михайлович
ЧЕРКАШИНА Вероніка Вікторівна

**ВДОСКОНАЛЕННЯ
МЕТОДІВ ДОСТОВЕРІЗАЦІЇ ВИХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ
НА ПРИКЛАДАХ ПРОГНОЗНИХ ЗАДАЧ
В ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЦІ**

Монографія

Відповідальна за випуск *М. В. Десятникова*

Формат 60×84 1/16. Ум. друк. арк. 11,16. Наклад 300. Зам. 20-

Видавництво «Факт»

Україна, 61166, м. Харків, вул. Бакуліна, 11, оф. 2-26.

+38 (057) 760-47-16, publish_fakt@ukr.net

www.fakt.kh.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3172 від 22.04.2008.

Виготовлено у ФОП В. С. Гудзинський

Україна, 61072, м. Харків, вул. 23-го Серпня, 27.

+38 (057) 340-52-26, for_veg@ukr.net

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ХК № 269 від 23.11.2010.