

Сметанкіна Н.В.

Інститут проблем машинобудування
ім. А.М. Підгорного НАН України,
м. Харків, Україна,
E-mail: nsmetankina@ukr.net

**МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ
ДЕФОРМУВАННЯ БАГАТОШАРОВОГО
ОСКЛІННЯ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНИХ
ТЕПЛОВИХ ТА СИЛОВИХ
НАВАНТАЖЕННЯХ**

УДК 534.1:539.3

Запропоновано метод дослідження напружено-деформованого і теплового станів багатошарових елементів оскління літаків з підвищеними параметрами в екстремальних умовах тривалої експлуатації. Метод ґрунтується на уточненій моделі оскління та методі занурення області складної форми у плані в область канонічної форми. Результати розрахунку добре узгоджуються з експериментальними даними. Впровадження обґрунтованих конструкційних і технологічних рішень, одержаних на основі результатів дослідження, буде сприяти зменшенню ваги елементів оскління та підвищенню його надійності за параметрами міцності і довговічності.

Ключові слова: багатошарове оскління, імпульс, температурне навантаження, метод занурення.

Постановка проблеми. Розвиток авіаційної техніки потребує удосконалення матеріалів, конструкцій і технологій виробництва оскління для кабін пілотів. Одним з найбільш важливих конструктивних елементів літальних апаратів є лобове оскління (ліхтарі та кабіни пілотів), тому що від його міцності залежить безпека екіпажа. Відомі випадки виходу з ладу оскління безпосередньо під час польоту у літаках провідних країн світу, у тому числі фірми «Боїнг» [1].

На даний час актуальною проблемою є підвищення конкурентоспроможності літаків через подовження ресурсу оскління та зменшення його ваги. За останні роки також значно підвищилися вимоги до інтенсивності нагрівання оскління. Це призвело до зменшення надійності та ресурсу зовнішнього шару обігрівного скла [2].

Сучасне обігрівне скло кабіни пілотів є складною за формою і структурою великогабаритною багатошаровою конструкцією. Її працездатність залежить в першу чергу від міцності і довговічності скляних елементів, оптимальних параметрів адгезійних шарів та конструкційних рішень, які б забезпечували необхідну термостійкість і міцність покривельного шару при циклічному навантаженні та дії екстремальних експлуатаційних факторів. Відсутність на виробництві сучасних методів контролю дефектності скла та міцності елементів призводить до суттєвої невизначеності стану поверхневого шару елементів скла на усіх етапах виготовлення і експлуатації виробів. Це є основною причиною низького фактичного рівня міцності, надійності і ресурсу як обігрівного скла, так і силового блоку.

Аналіз проблеми показав, що недостатня міцність елементів обігрівного скління і складність методів контролю стану скла при виробництві й експлуатації внаслідок мікроскопічних розмірів поверхневих дефектів, що призводять до руйнування конструкцій, потребують запровадження нових підходів і технічних рішень для розвитку сучасних технологій і конструкцій, які є оптимізованими за параметрами міцності і довговічності.

Аналіз публікацій за темою дослідження. Збільшення швидкості й розмірів літаків, розширення мережі маршрутів і інтенсивності авіаційних вантажних і пасажирських перевезень приводять до зростання кількості зіткнень літальних апаратів із птахами [3].

Велике значення для забезпечення нормального польоту в складних метеорологічних умовах, особливо при посадці літака, має надійний і високоефективний захист від зледеніння оскління кабіни пілотів [2]. Обігрів оскління захищає від зледеніння лобові стекла кабіни й запобігає їх запотіванню, а також збільшує стійкість оскління при руйнуванні за рахунок підвищення піддатливості клейових шарів [4].

У більшості випадків проектування птахостійких елементів конструкцій літака здійснюється на основі експериментальних даних шляхом емпіричного підбору композиції пакета [5]. Теоретичне обґрунтування конструкторських рішень практично відсутнє. Це пояснюється складністю розв'язання задач нестационарної динаміки багатопарових конструкцій при імпульсному й ударному навантаженні, а також складністю опису процесу зіткнення з птахом [6].

Таким чином, розробка ефективних методів розрахунку нестационарних коливань та теплового стану багатопарового оскління, що дозволяють врахувати всі експлуатаційні навантаження, залишається актуальною задачею.

Мета статті. Метою роботи є розробка методу розрахунку параметрів напружено-деформованого та теплового стану елементів багатопарового оскління при впливі різних експлуатаційних факторів для продовження ресурсу багатопарового оскління літаків з підвищеними параметрами термосилового навантаження в екстремальних умовах тривалої експлуатації.

Математична модель багатопарового оскління. Будемо розглядати багатопарове скло як незамкнену шарувату циліндричну оболонку радіуса R , яка складена з I ізотропних шарів сталої товщини. На координатній поверхні xOy оболонка займає область Ω , обмежену довільним контуром $\Gamma: x_\Gamma = x_\Gamma(s), y_\Gamma = y_\Gamma(s)$ (s – поточна довжина дуги). За координатну поверхню приймається зовнішня поверхня першого шару. На оболонку діють нестационарні навантаження $\mathbf{P} = \{p_j(x, y, t)\}$, $j = \overline{1, 3I+3}$. Динамічна поведінка оболонки описується на основі кінематичних гіпотез, які враховують деформації поперечного зсуву, обтиснення вздовж товщини та інерції обертання нормального елемента у межах кожного шару [7]

$$u_k^i = u_k + \sum_{j=1}^{i-1} h_j u_{3+I(k-1)+j} + (z - \delta_{i-1}) u_{3+I(k-1)+i}, \quad k = 1, 2, 3, \quad i = \overline{1, I}, \quad (1)$$

де $\delta_i = \sum_{j=1}^i h_j$, $\delta_{i-1} \leq z \leq \delta_i$; h_i – товщина i -го шару; $u_k = u_k(x, y, t)$ ($k = 1, 2, 3$) – переміщення точки координатної поверхні в напрямку координатних осей; $u_{3+I(k-1)+i} = u_{3+I(k-1)+i}(x, y, t)$ ($k = 1, 2$) – кути повороту нормального елемента в i -му шарі навколо координатних осей Ox та Oy ; $u_{3+2I+i} = u_{3+2I+i}(x, y, t)$ – обтиснення нормального елемента в i -му шарі; t – час.

Деформації шарів визначаються відповідно до формул Коші. Напруження і деформації в шарах зв'язані законом Гука. Рівняння руху багатопарової оболонки та граничні умови виводяться на основі варіаційного принципу Остроградського-Гамільтона з урахуванням гіпотез (1).

Систему рівнянь руху оболонки та граничні умови на контурі Γ можна подати в матричному вигляді

$$\mathbf{M}\mathbf{U}_{,tt} + \mathbf{A}\mathbf{U} = \mathbf{P}, \quad \mathbf{U} = \mathbf{U}_{,t} = 0, \quad t = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{B}^\Gamma \mathbf{U} = \mathbf{P}^\Gamma, \quad (3)$$

де \mathbf{U} – вектор, компонентами якого є шукані функції переміщень (1); \mathbf{M} , \mathbf{A} – квадратні

матриці порядку $3I + 3$ [8]; \mathbf{P} – вектор навантажень. Вигляд елементів матриці \mathbf{B}^Γ та вектора граничних навантажень \mathbf{P}^Γ залежить від граничних умов на контурі оболонки.

Метод розв'язання. Розв'язання отриманої системи рівнянь (2) здійснюється методом занурення [8]. Згідно з цим методом замість вихідної оболонки складної форми у плані розглядається допоміжна шарнірно оперта циліндрична оболонка прямокутної форми у плані того ж радіуса кривини, з тією ж композицією шарів. В області Ω допоміжна оболонка навантажена так само, як і вихідна оболонка. Тотожність напружено-деформованого стану в області Ω допоміжної оболонки стану вихідної оболонки забезпечується шляхом додавання компенсуючих навантажень $q_j^{\text{comp}}(\varphi, t)$, $j = \overline{1, 3I + 3}$, які неперервно розподілені вздовж контуру Γ .

Компенсуючі навантаження визначаються з розв'язку системи інтегро-диференціальних рівнянь, в основі якої лежать граничні умови вихідної оболонки (3). Метод розв'язання цієї системи полягає в тому, що переміщення U й навантаження розвиваються в тригонометричні ряди по функціях, що задовольняють умови шарнірного опирання допоміжної прямокутної оболонки

$$u_j(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_{jmn}(t) B_{jmn}(x, y), \quad p_j(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{jmn}(t) B_{jmn}(x, y), \quad j = \overline{1, 3I + 3},$$

$$B_{1mn} = \cos \alpha_m x \sin \beta_n y, \quad B_{2mn} = \sin \alpha_m x \cos \beta_n y, \quad B_{3mn} = \sin \alpha_m x \sin \beta_n y,$$

$$B_{3+i mn} = B_{1mn}, \quad B_{3+I+i mn} = B_{2mn}, \quad B_{3+2I+i mn} = B_{3mn}, \quad \alpha_m = m\pi/A, \quad \beta_n = n\pi/B, \quad i = \overline{1, I}, \quad (4)$$

де A – довжина твірної допоміжної оболонки; B – довжина дуги цієї оболонки.

Крім того, функції компенсуючих навантажень і граничних переміщень розвиваються в ряд уздовж контуру Γ [5, 6]

$$q_j^{\text{comp}}(s, t) = \sum_{\alpha=1, 2}^{\infty} \sum_{\mu=0}^{\infty} f_{j\alpha\mu}(t) d_{\alpha\mu}(s), \quad u_j(s, t) = \sum_{\alpha=1, 2}^{\infty} \sum_{\mu=0}^{\infty} u_{j\alpha\mu}(t) d_{\alpha\mu}(s), \quad j = \overline{1, 3I + 3}, \quad (5)$$

де $d_{1\mu} = \sin[\mu\gamma(s)]$, $d_{2\mu} = \cos[\mu\gamma(s)]$, $\gamma(s) = 2\pi \int_0^s d\tilde{s} / \int_0^s d\tilde{s}$, $0 \leq \gamma(s) \leq 2\pi$.

У результаті розвинення переміщень і зовнішніх навантажень у ряди (4) та (5) система (2) зводиться до інтегрування системи звичайних диференціальних рівнянь другого порядку зі сталими коефіцієнтами і нульовими початковими умовами. Ця система інтегрується за допомогою однокрокового методу [8], який ґрунтується на розвиненні розв'язку в ряд Тейлора.

Математична модель ударного імпульсу. У роботі пропонується математична модель імпульсу тиску, що виникає при зіткненні багатошарового оскління зі птахом. Птах моделюється еліпсоїдом обертання з півосями a , b і c . Експериментально встановлено, що область взаємодії птаха з елементом оскління являє собою еліптичну площадку [6], а компоненти вектора навантаження \mathbf{P} в системі (2) можна подати у вигляді

$$p_1 = p_2 = p_{3+i} = p_{3+I+i} = p_{3+2I+i} = 0, \quad i = \overline{1, I}, \quad p_3 = \frac{1}{2} [1 + \text{sign}(\tau_b - t)] F(t),$$

де τ_b – час дії імпульсу; $F(t) = P_0 \left[1 - \frac{(x-x_1)^2}{u_b^2} - \frac{(y-y_1)^2}{v_b^2} \right]^{1/2}$; u_b и v_b – півосі площадки

навантаження, які встановлюються на основі експериментальних даних; x_1 і

y_1 - координати точки перетинання траєкторії центра маси птаха з елементом оскління.

Залежність $P_0 = P_0(t)$ також встановлюється на основі експериментальних даних [6, 8].

Моделювання електрообігрівання. На зовнішній і внутрішній поверхнях елементів оскління відбувається конвективний теплообмін. Між першим і другим шарами елементів оскління знаходиться плівкове джерело тепла. Розташування джерела тепла надалі показано на рисунках штриховою лінією.

Систему рівнянь теплопровідності та граничні умови для багат шарової оболонки одержано з варіаційного рівняння теплового балансу [9]. Метод розв'язання системи полягає у тому, що температура в шарах T^i , на бічній поверхні T_Γ^i , а також питомі потужності внутрішніх джерел тепла Q^i подаються у вигляді розвинення в ряд по поліномах Лежандра

$$T^i(x, y, z, t) = \sum_{r=0}^{\infty} T_r^i(x, y, t) f_r^i(z), \quad (x, y) \in \Omega, \quad z \in [\delta_{i-1}, \delta_i],$$

$$T_\Gamma^i(x, y, z, t) = \sum_{r=0}^{\infty} T_{\Gamma r}^i(x, y, t) f_r^i(z), \quad (x, y) \in \Gamma,$$

$$Q^i(x, y, z, t) = \sum_{r=0}^{\infty} Q_r^i(x, y, t) f_r^i(z), \quad (x, y) \in \Omega_\Gamma^i, \quad (6)$$

де $T_r^i = \int_{\delta_{i-1}}^{\delta_i} T^i f_r^i dz$, $T_{\Gamma r}^i = \int_{\delta_{i-1}}^{\delta_i} T_\Gamma^i f_r^i dz$, $Q_r^i = \int_{\delta_{i-1}}^{\delta_i} Q^i f_r^i dz$, $j, k = \overline{0, r^*}$, $i = \overline{1, I}$; $f_r^i(z)$ – поліном Лежандра степеня r .

У розвиненнях (6) враховуються перші чотири члени ряду ($r = \overline{0, 3}$), що забезпечує достатню точність розв'язання.

Для розв'язання задачі теплопровідності оболонки зі складною формою плану застосовується метод занурення [8]. Далі на основі раніше побудованої математичної моделі оскління (1)–(3) розв'язується задача про термопружний стан оболонки під впливом отриманих температурних полів у шарах оболонки.

Аналіз результатів чисельних досліджень. Теоретично й експериментально досліджено реакцію елемента оскління ліхтаря кабіни літака АН-24 на удар птаха. Оскління являє собою пружно оперту циліндричну оболонку з радіусом 1,1 м. Шари оболонки виконані з матеріалів з наступними характеристиками: $E_1 = 6,12 \cdot 10^4$ МПа (модуль пружності), $\nu_1 = 0,22$ (коефіцієнт Пуассона), $i = 1, 3, 5$; $E_2 = 1$ МПа, $E_4 = 280$ МПа, $\nu_4 = 0,39$, $i = 2, 4$; $\rho_1 = 2500$ кг/м³, $i = 1, 3, 5$, $\rho_4 = 1200$ кг/м³, $i = 2, 4$ (густина матеріалу); $h_1 = 5$ мм, $h_2 = 5$ мм, $h_3 = 6$ мм, $h_4 = 2$ мм, $h_5 = 10$ мм (товщини шарів).

Удар наносився в середину зовнішньої поверхні оскління паралельно осі фюзеляжу літака. Експериментальне дослідження проводилося методом динамічної широко-смугової тензометрії [8].

На рис. 1 показана розрахункова схема елемента оскління і позначена точка C , у якій досліджувалися деформації. Геометричні параметри елемента оскління такі: $l_1 = 0,36$ м, $l_2 = 0,39$ м, $l_3 = 0,34$ м, $l_4 = 0,45$ м, $R_i = 0,04$ м, $i = \overline{1, 4}$.

На рис. 2 наведена залежність від часу головної деформації ε_1^5 в точці C при ударі птаха 1,74 кг зі швидкістю 99,07 м/с. Результатам розрахунку відповідає суцільна лінія, результатам експерименту – пунктирна. Добре узгодження розрахункових і експериментальних даних підтверджує вірогідність результатів, одержаних за допомогою розробленої методики, що застосовується для розрахунку напружень в елементах оскління.

Також досліджено поле температур з урахуванням впливу плівкового джерела в шарах оскління. Припускається, що силові навантаження відсутні.

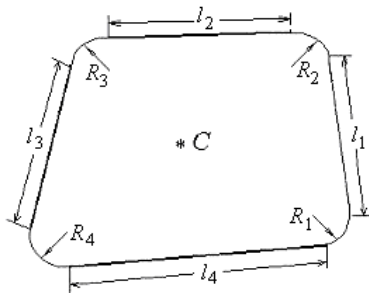


Рис. 1 – Розрахункова схема

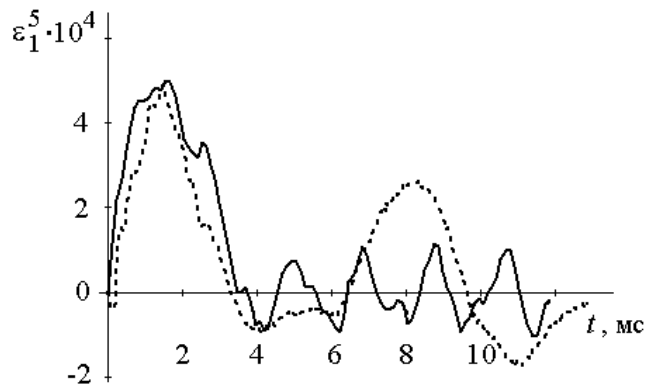


Рис. 2 – Реакція елемента оскління на удар птаха

На рис. 3 наведена розрахункова схема оскління з такими геометричними параметрами: $l_1 = 0,74$ м, $l_2 = 0,16$ м, $l_3 = 0,75$ м, $l_4 = 0,26$ м, $R_k = 0,03$ м, $k = \overline{1,4}$, $R = 2,5$ м. Шари виконані з матеріалів з наступними характеристиками: $E_i = 6,8 \cdot 10^4$ МПа, $\nu_i = 0,22$, $\alpha_i^t = 9 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ (коефіцієнт лінійного температурного розширення), $i = 1, 3, 5$; $E_i = 2,2 \cdot 10^2$ МПа, $\nu_i = 0,38$, $\alpha_i^t = 8,3 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, $i = 2, 4$; $h_1 = 5$ мм, $h_2 = 3$ мм, $h_3 = 12$ мм, $h_4 = 2$ мм, $h_5 = 8$ мм. Плівкове джерело тепла потужністю $q = 6$ кВт/м² розташоване між першим і другим шарами оскління. Розташування джерела показано штриховою лінією. Бічна поверхня оскління вважається ідеально теплоізолюваною. Задача теплопровідності розв'язана з такими вихідними даними: $k_i = 1,08$ Вт/(м·°C), $i = 1, 3, 5$; $k_i = 0,22$ Вт/(м·°C), $i = 2, 4$ (коефіцієнти теплопровідності матеріалу i -го шару); $H_1 = 433$ Вт/(м²·°C), $H_2 = 20$ Вт/(м²·°C) (коефіцієнти конвективного теплообміну на верхній і нижній поверхнях оскління); $T_1 = -30^\circ\text{C}$, $T_2 = 20^\circ\text{C}$ (температура середовища на границі з верхньою й нижньою поверхнями).

На рис. 4 показано композицію шарів, розподіл температури в момент, коли температура на поверхні із джерелом тепла досягає максимального значення, та розподіл головного напруження σ_1^i ($i = \overline{1, I}$) вздовж товщини оскління в точці D . Напруження також отримані для температурного розподілу в момент часу, коли температура на поверхні із джерелом тепла досягає найбільшого значення. На поверхні розділу першого й другого шарів оскління спостерігається різке зміння температури й напружень, викликане наявністю джерела тепла, але при цьому напруження не перевищують допустимих значень.

Висновки і перспективи подальших досліджень. Створено метод дослідження напружено-деформованого і теплового станів багатошарових елементів оскління літаків, який базується на уточненій моделі оскління і враховує вплив різних експлуатаційних факторів.

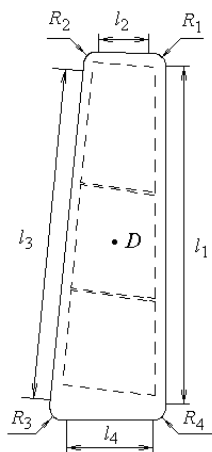


Рис. 3 – Елемент оскління

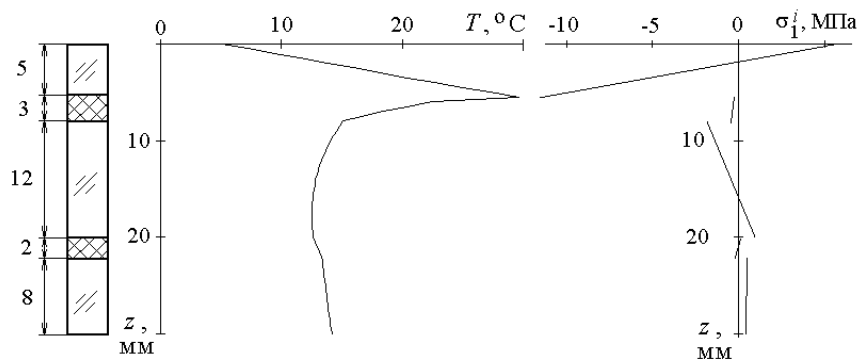


Рис. 4 – Розподіл температури та напруження у шарах оскління

Метод включає в себе метод розрахунку на міцність багатошарового електрообігрівного оскління кабін пілотів літальних апаратів при ударі птахом та метод визначення температурних полів і температурних напружень в шарах елементів оскління при впливі електрообігріву. Оскління розглядається як багатошарова незамкнена циліндрична оболонка складної форми в плані. Проведено дослідження напружено-деформованого стану та температурних полів в шарах елементів оскління сучасних літаків.

Запропонований підхід дозволяє скоротити витрати і час на передпроектні дослідження і натурні випробування. Одержані результати можуть бути використані у процесі проектування шаруватих оболонкових елементів енергетичних, транспортних і будівельних конструкцій під дією швидкоплинних інтенсивних навантажень, які відповідають підвищеним вимогам до їх міцності та надійності в умовах тривалої експлуатації.

Література

1. Dolbeer R.A. Height distribution of birds recorded by collisions with civil aircraft / R.A. Dolbeer // The Journal of Wildlife Management. – 2006. – Vol. 70, № 5. – P. 1345-1350.
2. Smojver I. Bird strike damage analysis in aircraft structures using Abaqus/Explicit and coupled Eulerian Lagrangian approach / I. Smojver, D. Ivancevic // Composites Science and Technology. – 2011. – Vol. 71, N 4. – P. 489–498.
3. Anghileri M. Birdstrike: approaches to the analysis of impacts with penetration / M. Anghileri, L.-M.L. Castelletti, V. Mazza // WIT Transactions on Eng. Sci. – 2005. – Vol. 49. – P. 63-74.
4. Heimbs S. Computational methods for bird strike simulations: a review / S. Heimbs // Computers and Structures. – 2011. – Vol. 89, № 23 – 24. – P. 2093-2112.
5. Yang J. Experimental and FEM study of windshield subjected to high speed bird impact / J. Yang, X. Cai, C. Wu // Acta Mechanica Sinica. – 2003. – Vol. 19, № 6. – P. 543-550.
6. Shupikov A.N. Bird dummy for investigating the bird-strike resistance of aircraft components / A.N. Shupikov, S.V. Ugrimov, N.V. Smetankina, V.G. Yareschenko // J. of Aircraft. – 2013. – Vol. 50, № 3. – P. 817-826.
7. Smetankina N.V. A noncanonically-shape laminated plate subjected to impact loading. Theory and experiment / N.V. Smetankina, A.N. Shupikov, S.Yu. Sotrikhin, V.G. Yareschenko // Trans. ASME. J. Appl. Mechanics. – 2008. – Vol. 75, № 5. – P. 051004-1-051004-9.
8. Сметанкина Н.В. Нестационарное деформирование, термоупругость и оптимизация многослойных пластин и цилиндрических оболочек / Н.В. Сметанкина. – Харьков: Міськдрук, 2011. – 376 с.

9. Shupikov A.N. Nonstationary heat conduction in complex-shape laminated plates / A.N. Shupikov, N.V. Smetankina, Ye.V. Svet // Trans. ASME. J. Heat Transfer.– 2007. – Vol. 129, № 3. – P. 335-341.

Summary

Smetankina N. Modeling of deformation process of multilayer glazing at non-stationary thermal and force loadings

The research is devoted to modeling of multilayer airplane glazing deformation at nonstationary loadings. The purpose of this paper is development of the method for analysis of stresses and temperature fields in multilayer airplane glazing under different operation factors for glazing resource prolongation under extreme conditions. The method includes a technique for strength analysis of the multilayer airplane glazing under bird impact, and also a technique for investigation of temperature fields and thermal stresses in glazing at electrical heating.

The model of multilayer glazing is based on the refined theory of the first-order accounting transverse shear strains, thickness reduction and normal element rotation inertia each layer. The mathematical model of pressure impulse authentically reproducing bird impact is based on the experimental researches. Electrical heating influence is modeled by a film heat source. The analytical solutions of problem about non-stationary vibrations of multilayer glazing under bird impact, thermal transfer and thermoelasticity problems are obtained by using the immersion method and are reduced to integration of systems of the integral-differential singular equations. Theoretical results are in good agreement with experimental data that allows recommending the method for working out new airplane glazing elements.

Keywords: multilayer glazing, impulse, thermal loading, immersion method.

References

1. Dolbeer R.A. Height distribution of birds recorded by collisions with civil aircraft / R.A. Dolbeer // The Journal of Wildlife Management. – 2006. – Vol. 70, № 5. – P. 1345-1350.
2. Smojver I. Bird strike damage analysis in aircraft structures using Abaqus/Explicit and coupled Eulerian Lagrangian approach / I. Smojver, D. Ivancevic // Composites Science and Technology.– 2011. – Vol. 71, N 4. – P. 489–498.
3. Anghileri M. Birdstrike: approaches to the analysis of impacts with penetration / M. Anghileri, L.-M.L. Castelletti, V. Mazza // WIT Transactions on Eng. Sci. – 2005. – Vol. 49. – P. 63-74.
4. Heimbs S. Computational methods for bird strike simulations: a review / S. Heimbs // Computers and Structures. – 2011. – Vol. 89, № 23 – 24. – P. 2093-2112.
5. Yang J. Experimental and FEM study of windshield subjected to high speed bird impact / J. Yang, X. Cai, C. Wu // Acta Mechanica Sinica. – 2003. – Vol. 19, № 6. – P. 543-550.
6. Shupikov A.N. Bird dummy for investigating the bird-strike resistance of aircraft components / A.N. Shupikov, S.V. Ugrimov, N.V. Smetankina, V.G. Yareschenko // J. of Aircraft. – 2013. – Vol. 50, № 3. – P. 817-826.
7. Smetankina N.V. A noncanonically-shape laminated plate subjected to impact loading. Theory and experiment / N.V. Smetankina, A.N. Shupikov, S.Yu. Sotrikhin, V.G. Yareschenko // Trans. ASME. J. Appl. Mechanics. – 2008.– Vol. 75, № 5. – P. 051004-1-051004-9.
8. Smetankina N.V. Nestacionarnoe deformirovanie, termouprugost' i optimizacija mnogoslojnyh plastin i cilindricheskih obolochek / N.V. Smetankina – Harkov: Mis'kdruck, 2011.– 376 s.
9. Shupikov A.N. Nonstationary heat conduction in complex-shape laminated plates / A.N. Shupikov, N.V. Smetankina, Ye.V. Svet // Trans. ASME. J. Heat Transfer.– 2007. – Vol. 129, № 3. – P. 335-341.