УДК 51-77

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ В ЕКОНОМІЦІ

М.І. Погожих, М.С. Софронова

Адаптовано один із модифікованих методів розміщення багатовимірних об'єктів (n-вимірних паралелепіпедів) до розв'язання ряду оптимізаційних економічних задач на прикладі задачі оптимального планування діяльності підприємства (раціонального розподілу ресурсів), що дозволило звести розв'язок задачі до спрямованого перебору припустимих варіантів розподілу ресурсів. Наведено можливі типи вихідних даних оптимізаційних задач та основні вимоги до них.

Ключові слова: *оптимізаційна економічна задача, раціональний розподіл ресурсів, n-вимірний паралелепіпед, екстремум.*

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ В ЭКОНОМИКЕ

М.И. Погожих, М.С. Софронова

Адаптирован один из модифицированных методов размещения многомерных объектов (n-мерных параллелепипедов) к решению ряда оптимизационных экономических задач на примере задачи оптимального планирования деятельности предприятия (рационального распределения ресурсов), что позволило свести решение задачи к направленному перебору допустимых вариантов распределения ресурсов. Приведены возможные типы исходных данных оптимизационных задач и основные требования к ним.

Ключевые слова: *оптимизационная экономическая задача, рациональное распределение ресурсов, n-мерный параллелепипед, экстремум.*

MATHEMATICAL MODELING OF OPTIMIZATION PROBLEMS IN ECONOMICS

N. Pohozhykh, M. Sofronova

The impact of anthropogenic factor on decision-making, where by mathematical models developed in economics do not actually work or are adjusted during implementation that ultimately influences the work of specific companies and macroeconomic indicators is recognized as one of the problems of objective economic forecasting.

One of the modified mathematical methods for solving a number of optimization economic problems is adapted in this article.

The method is illustrated with the example of the problem regarding a company optimal planning. It is necessary to compile the production program of an optimal sequence of works' execution at the enterprise, subject to the limited availability of the enterprise resources and minimize the completion time of a program (a set of specified work). The result is the optimal sequence of work and optimal deadline (determined by the optimal start and end times of execution of each work).

When solving a problem, each job is considered as n-parallelepiped with the dimensions corresponding to the resources of the relevant work.

Among the main types of resources transient (among the n gauges there is measuring "time" – watch type) and resource types (among the n meter there is no meter "time" – resource type) can be distinguished in economic objectives.

Note that "meter" can be considered as a number of products of a certain type, the amount of a certain type of resources, the number of workers, profits (funds), etc.

The following are among the main requirements for the establishment of baselines: the possibility of priority, simultaneity, or indifference of works; delay of work for a certain time; independence of resources, etc.

Computational experiments confirm the efficiency of the method described from the point of view of forming the program, optimal sequence of works' execution close to the optimum.

Keywords: *economic problem optimization, rational allocation of resources, n-dimensional parallelepiped extremum.*

Постановка проблеми у загальному вигляді. Однією з проблем об'єктивного економічного прогнозування слід визнати вплив антропогенного чинника на прийняття рішень. Як на сьогодні визнано і сформульовано в науковій концепції «нейроекономіка», що досить швидко розвивається: людський фактор відіграє важливу, найчастіше негативну, роль у задачах прогнозування та оптимізації. Слід відзначити той факт, що для ухвалення рішення людина використовує всього два способи: логіку та інтуїцію. Визначення поняття «інтуїція» неоднозначні й найчастіше ненаукові. Логіка ж, як наука побудови міркувань і аналізу результатів, досить розвинена і широко застосовується в різних сферах діяльності. Особливістю логіки є те, що результат формально не залежить від внутрішнього вмісту структурних елементів (інформації), а визначається лише ефективною побудовою логічної структури. У зв'язку з цим, математичні побудови цілком об'єктивно можуть застосовуватися для розв'язання різних задач, у тому числі економічних, включаючи оптимізаційні.

Слід зазначити, що внаслідок впливу людського фактора математичні моделі, що розробляються, в економіці фактично не працюють або коригуються по ходу виконання, що зрештою відбивається на роботі конкретних підприємств і макроекономічних показниках.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Усередині окресленої проблеми існує й цілком математична задача, а саме: обґрунтування вибору методів математичного моделювання оптимізаційних задач в економіці. Останні досягнення математичної науки дозволяють значно розширити методи розв'язання оптимізаційних задач, пов'язуючи їх із геометричними задачами в багатовимірному просторі. До таких методів слід віднести метод щільної упаковки куль у 8- і 24-вимірних просторах (нещодавнє відкриття української вченої Марини В'язовської), методи розміщення n-вимірних опуклих об'єктів (n-паралелепіпедів, n-гофрів, n-політопів [1; 2]) тощо.

Перевагою цього методу слід вважати те, що він дозволяє працювати з дискретними економічними вимірювачами. У той час, як більшість інших використовують диференціальне числення і функціональний аналіз, де математичною вимогою є неперервність змінних. Таким чином, обраний метод слід вважати математично краще обґрунтованим для розв'язання оптимізаційних задач економіки, особливо для підприємств або регіонів з обмеженим, скінченним фінансовим і виробничим потенціалом.

Серед основних типів оптимізаційних задач в економіці можна виділити такі: задачі оптимального планування діяльності підприємств; задачі оптимального прикріплення споживачів до постачальників (транспортна); задачі оптимального розподілу трудових ресурсів; задачі оптимального складання сумішей; бінарні задачі розподілу. Для розв'язання цих задач використовуються такі оптимізаційні методи, як графічний, симплекс-метод, метод гілок і меж, модифіковані методи, що об'єднують декілька методів в один, тощо.

Мета статті – адаптувати один з модифікованих методів розміщення n-вимірних паралелепіпедів [1] для розв'язання оптимізаційних економічних задач і визначити вимоги до формування вихідних баз даних.

Виклад основного матеріалу дослідження. Розглянемо суть методу на прикладі розв'язання задачі оптимального планування діяльності підприємства. Необхідно скласти виробничу програму оптимальної послідовності виконання робіт на підприємстві за умови обмеженості наявних на підприємстві ресурсів та з метою мінімізації часу завершення програми (сукупності заданих робіт).

Позначимо через $T=\{T_1,T_2,\ldots,T_N\}$ множину всіх робіт на підприємстві, де N – загальна кількість робіт; $r_i=\{r_{i1},r_{i2},\ldots,r_{in}\}$ – множина ресурсів, необхідних для виконання роботи T_i, $i=1,2,\ldots,N$, де r_{ik} – витрата k-го ресурсу при виконанні роботи T_i, у тому числі r_{i1} – тривалість виконання роботи T_i; $r_0=\{r_{01},r_{02},\ldots,r_{0n}\}$ – задана множина ресурсів, необхідних для виконання всіх робіт множини T, де r_{01} – ресурс за часом.

Необхідно побудувати й оптимізувати послідовність виконання робіт із мінімізацією загальної тривалості виконання всіх робіт.

Співвіднесемо ресурси r_{ik} (r_{0k}) з осями декартової системи координат n-вимірного простору. Уявімо роботу T_i у вигляді n-вимірного паралелепіпеда (n-паралелепіпеда)

$$P_i=\{x_i=(x_{i1},x_{i2},\ldots,x_{in})\in R^n : 0\le x_{ik}\le r_{ik}, k=\overline{1,n}\},\quad i=\overline{1,N}.$$

Розглянемо область

$$R_0=\{\, x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)\in R^n : 0\le x_k\le r_{0k}, k=\overline{1,n}\},$$

де величина $r_{01}=d$ є змінною і $r_{ik}\le r_{0k}$, $k=\overline{2,n}$.

Нехай $P_i(u_i)$ – n-паралелепіпед P_i, заданий у власній (рухомій) системі координат $O_i x_i (O_i x_{i1}\ldots x_{in})$ і трансльований на вектор параметрів розміщення [3] $u_i=(u_{i1},u_{i2},\ldots,u_{in})$ n-паралелепіпеда P_i, $i=\overline{1,N}$. Вважаємо, що полюс [3] P_i, $i=\overline{1,N}$, збігається з початком O_i його рухомої системи координат, полюс n-паралелепіпеда R_0 – із початком нерухомої системи координат Ox ($Ox_1\ldots x_n$). Таким чином, вектор $u=(u_1,u_2,\ldots,u_N)\in R^{Nn}$ визначає положення n-паралелепіпедів $P_1, P_2,\ldots, P_N$ у просторі R^n. Припускаємо, що всі об'єкти однаково орієнтовані та не допускають поворотів.

Необхідно мінімізувати величину d (що відповідає мінімізації загальної тривалості виконання всіх робіт) за умови

$$P_i\subset R_0, i=\overline{1,N},\ \ \operatorname{int}P_i\cap\operatorname{int}P_j=\varnothing,\ \ i=\overline{1,N-1};\ j=\overline{i+1,N}.$$

Математичну модель задачі запишемо у вигляді

$$\min_{X\in W\subset R^m} F(X), \tag{1}$$

де $F(X)=d$, $X=(u,d)$, $m=Nn+1$, W – область допустимих розв'язків, що описується системою нерівностей:

$$\begin{cases} \Phi_{ij}(u_i,u_j) \geq 0, \ i=\overline{1,N-1}, \ j=\overline{i+1,N}, & (2) \\ \Phi_j(d,u_j) \geq 0, \ \ j=\overline{1,N}, & (3) \end{cases}$$

$$\Phi_{ij}(u_i,u_j) = \max\{u_{jk} - u_{ik} - r_{ik}; -u_{jk} + u_{ik} - r_{jk}, k=\overline{1,n}\},$$

$$\Phi_j(d,u_j) = \min\{u_{jk}; -u_{jk} + r_{0k} - r_{jk}, r_{01} = d, k=\overline{1,n}\}.$$

Тут $\Phi_{ij}(u_i,u_j)$ – Ф-функція [4] n-паралелепіпедів $P_i(u_i)$ і $P_j(u_j)$, $\Phi_j(d,u_j)$ – Ф-функція n-паралелепіпеда $P_j(u_j)$ і множини $R_0^*(0) = \mathrm{cl}(R^n \setminus R_0)$ [5]. Виконання умови (2) гарантує неперетин n-паралелепіпедів $P_i(u_i)$ і $P_j(u_j)$, виконання умови (3) – розміщення n-паралелепіпеда $P_j(u_j)$ в області R_0.

Враховуючи особливості математичної моделі задачі (1)–(3), зокрема те, що задача є NP-складною [6], пропонується пошук деякого наближення до глобального екстремуму.

Розв’язання складається з двох етапів.

На першому етапі модифікованим методом оптимізації за групами змінних [3] знаходиться локальний екстремум

$$X' = (u'_1,\ldots,u'_N,d') = (u'_{11},u'_{12},\ldots,u'_{1n};\ldots;u'_{N1},u'_{N2},\ldots,u'_{Nn};d') \in R^{Nn+1}$$

задачі (1)–(3). У результаті отримуємо послідовність $(P'_1,P'_2,\ldots,P'_N)$ розміщених n-паралелепіпедів P_i, якій відповідає послідовність $(T'_1,T'_2,\ldots,T'_N)$ виконання робіт T_i, $i=\overline{1,N}$, визначено час початку u'_{i1} і закінчення кожної роботи T'_i, $i=\overline{1,N}$, і загальний термін їх виконання (величина $d' = F(X')$).

На другому етапі знаходиться наближення до глобального екстремуму задачі шляхом перебору локальних екстремумів за допомогою модифікованого методу околів, що звужуються [7]. Знайдене значення $F(X^*)$ приймається як наближення до глобального мінімуму задачі (1)–(3). Тим самим визначається послідовність розміщуваних n-паралелепіпедів P_i, якій відповідає оптимальна послідовність виконання робіт T_i, $i=\overline{1,N}$, і знайдений оптимальний строк їх виконання (величина $d = F(X^*)$). Зауважимо, що на виході буде визначено оптимальний час початку й закінчення виконання кожної роботи T_i, $i=\overline{1,N}$.

Проведені обчислювальні експерименти підтверджують ефективність описаного методу з точки зору формування виробничої програми послідовності виконання робіт, близької до оптимальної (при $N \le 100, n = 2,\ldots,5$).

Зауважимо [8; 9], що, наприклад, при n=4 як ресурси в економічних задачах можна обрати:

– часовий вид: вимірювач 1, вимірювач 2, вимірювач 3, час;

– ресурсний вид: вимірювач 1, вимірювач 2, вимірювач 3, вимірювач 4.

Зауважимо, що під «вимірювачем» можемо розглядати: кількість виробів певного типу, кількість ресурсу певного виду, кількість робітників, прибуток (кошти), витрати (кошти) тощо.

Сформулюємо вимоги до формування вихідних даних.

1. Розглядаються процеси (роботи) T_i, кожен з яких можна описати у вигляді прямокутного n-вимірного паралелепіпеда (n-паралелепіпеда) P_i, i=1,2,…,N.

2. Усі роботи T_i, $i = \overline{1, N}$, мають однакові найменування ресурсів r_{ik}, $k = \overline{1, n}$, за відповідними ребрами n-паралелепіпеда P_i. Розмір ресурсу відповідає довжині ребра a_{ik} n-паралелепіпеда P_i, $i = \overline{1, N}$, $k = \overline{1, n}$.

Далі вимоги залежно від виду ресурсів слід розділити на два типи:

– часовий (кінетичний), який дозволить вирішувати задачі управлінських рішень щодо прогнозування;

– ресурсний (статичний), який дозволить оцінити управлінські рішення, виходячи з необхідних і достатніх фінансових, матеріальних та інших вимірювачів.

3. Часовий (кінетичний) тип.

3.1. При виконанні послідовності робіт T_i (розміщенні n-паралелепіпедів P_i), i=1,2,…,N, можливі такі три варіанти:

3.1.1. *Черговість виконання робіт*. Якщо за умовою задачі необхідно, щоб роботи, наприклад T_l і T_m, виконувалися безпосередньо одна за одною, то при формуванні послідовності розміщуваних об’єктів відповідні n-паралелепіпеди P_l і P_m будуть розглядатися як один об’єднаний об’єкт P'.

Проілюструємо на прикладі (n=2, рис. 1).

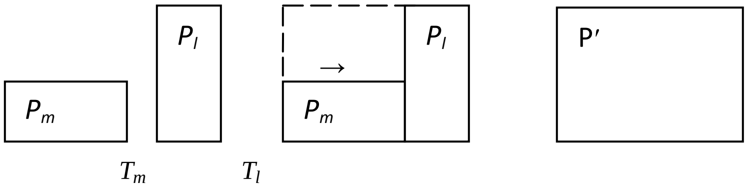

Рис. 1. Формування об’єкта за умови черговості виконання робіт

3.1.2. *Одночасність виконання робіт.* Якщо за умовою задачі необхідно, щоб роботи, наприклад T_l, T_m і T_r, виконувалися одночасно (за часом t), то при формуванні послідовності розміщуваних об’єктів відповідні n-паралелепіпеди P_l, P_m і P_r будуть розглядатися як один об’єднаний об’єкт P′ у формі n-паралелепіпеда з розмірами

$$a' = \{a'_1, a'_2, \ldots, a'_n\},$$

де $a'_1 = \max\{r_{l1}, r_{m1}, \ldots, r_{r1}\}$, $a'_j = r_{lj} + r_{mj} + r_{rj}$, $j = \overline{2, n}$.

Проілюструємо на прикладі (n=2, рис. 2).

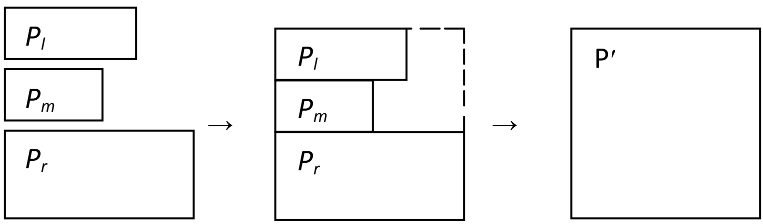

Рис. 2. Формування об’єкта за умови одночасного виконання робіт

3.1.3. *Довільна черговість виконання робіт*. У випадку, коли при виконанні робіт T_i на них не накладаються умови черговості й одночасності, відповідні n-паралелепіпеди P_i, i=1,2,…,N, розміщуються згідно згенерованої послідовності по одному.

3.2. Відкладена робота.

Якщо час виконання роботи T_l відкладається на s_l одиниць часу, то при формуванні послідовності розміщуваних об’єктів відповідний n-паралелепіпед P′ буде мати такі розміри:

$$a' = \{a'_1, a'_2, \ldots, a'_n\}, \text{ де } a'_1 = r_{l1} + s_l, \; a'_j = r_{lj}, \; j = \overline{2, n}.$$

Проілюструємо на прикладі (n=2, рис. 3).

Рис. 3. Формування об’єкта з відкладеною роботою

3.3. Здійснення перевірки коректності формування вихідних даних.

3.3.1. Необхідно, щоб для кожної роботи T_i, i=1,2,…,N, з ресурсами r_i={r_{i1},r_{i2},…,r_{in}} було достатньо заданих обмежень з відповідного ресурсу (сумарних ресурсів підприємства), тобто має виконуватися умова $r_{ik} \le r_{0k}$, $k = \overline{1,n}$.

3.3.2. У разі одночасного (пункт 1.1.2) виконання робіт T_l, T_m і T_r необхідна перевірка умов:

$$\max\{r_{l1}, r_{m1}, r_{r1}\} \le r_{01},\ r_{lj} + r_{mj} + r_{rj} \le r_{0j},\ j = \overline{2,n}.$$

У разі, якщо задане обмеження з ресурсу менше, ніж ресурс для одночасної роботи, то коректність задання (умови) порушується. Отже, потрібні уточнення та погодження вихідних даних щодо збільшення ресурсу або поділ за часом виконання робіт.

4. Ресурсний (статичний) тип.

4.1. Незалежність ресурсів r_{ik}, k=1,2,…,n, i=1,2,…,N.

Назвемо ресурси r_{i1}, r_{i2},…, r_{in} попарно незалежними, якщо виконується одна з двох умов:

1) $\overline{\exists} \varphi(x) : r_{il} = \varphi(r_{im}), \forall l \ne m \in \{1,2,\ldots,N\}$,

де $\varphi(x)$ – деяка функція;

2) $(\exists \varphi(x) : r_{il} = \varphi(r_{im}), l \ne m \in \{1,2,\ldots,N\}) \wedge$
$\wedge(\exists j \ne i \in \{1,2,\ldots,N\} : r_{jl} \ne \varphi(r_{jm}))$.

4.2. Якщо попарна незалежність спостерігається для деякої пари ресурсів, наприклад r_{im} та r_{jl} , по всіх роботах T_i, i=1,2,…,N, тобто

$$\exists \varphi(x) : r_{il} = \varphi(r_{im}), i = 1,2,\ldots,N, \tag{1}$$

то можна виключити ресурс r_{jm} з розгляду в усіх роботах T_i, i=1,2,…,N. Це відповідає формуванню та розгляду задачі розміщення відповідних (n–1)-паралелепіпедів P_i, i=1,2,…,N, у просторі $R^{n\text{-}1}$.

4.3. У результаті розв’язання задачі відповідь буде містити і ресурс r_{jm}, знайдений через r_{jl} за формулою (1).

Приведемо чисельні результати розв’язання економічної задачі модифікованим методом (табл.). Розглядається N робіт T_i з n ресурсами кожна. Розміри a_{ik} відповідних n-паралелепіпедів P_i обиралися з умови: $0 < a_{ik} \le N \quad \forall i = 1,2,\ldots,N \quad \forall k = 1,2,..,n.$

Таблиця

Відсоткове поліпшення значення функції цілі $F(X)$ після застосування модифікованого методу ($d_н$ – початкове значення функції цілі, отримане на першому етапі, $d_к$ – значення функції цілі після застосування методу)

N	n =3			n=4			n=5		
	$d_н$	d_k	%	$d_н$	d_k	%	$d_н$	d_k	%
25	31	25	19,35	41	34	17,07	56	54	3,57
50	125	116	7,2	109	96	11,93	82	69	15,85
100	451	414	8,2	382	326	14,66	179	160	10,61

Таким чином, при розв’язанні задачі оптимізації інформація міститься у двох областях n-вимірного простору: 1) область D_1, що заповнена об’єктами; 2) пуста область D_2. При цьому перша область містить інформацію про раціональну послідовність виконання робіт (кінетичний тип вихідних даних) або про відносне використання обраних ресурсів для визначених вихідним завданням робіт (статичний тип вихідних даних).

Друга, пуста область і в тому, і в іншому випадку характеризує потенціал, свободу дій підприємства або відносно запасу часу, або відносно обраного ресурсу. При цьому оптимальним управлінським рішенням слід вважати те, що підпорядковується умові

$$\lim_{N \to \infty} D_2 = 0 .$$

Висновки. У статті запропоновано застосування модифікованого методу геометричного проектування до розв’язання ряду оптимізаційних економічних задач на прикладі задачі оптимального планування діяльності підприємства. Наведено можливі типи вихідних даних задач (на прикладі чотиривимірного простору) та основні вимоги до них. Розглянутий числовий приклад дозволяє зробити висновок про ефективність методу розміщення n-вимірних паралелепіпедів щодо розв’язання оптимізаційних економічних задач.

Список джерел інформації / References

1. Гиль Н. И. Решение задачи упаковки n-мерных параллелепипедов для оптимизации выполнения работ на машиностроительных предприятиях /

Н. И. Гиль, М. С. Софронова // Проблемы машиностроения. – Харків, 2005. – Т. 8, № 4. – С. 55–66.

Gil, N.I., Sofronova, M.S. (2005), "Solution of the problem of packing of *n*-dimensional parallelepipeds for optimization of work performance at machine-building enterprises", *Problems of mechanical engineering* ["Reshenie zadachi upakovki n-mernih parallelepipedov dlya optimizatsii vipolneniya rabot na mashonostroitelnih predpriyatiyah", Problemi mashinostroeniya], Kharkiv, Vol. 8, No. 4, pp. 55-66.

2. Мухачева Э. А. Задача планирования *n*-мерных упаковок гофрів / Э. А. Мухачева, В. М. Картак, Л. И. Васильева // Распределительные системы: оптимизация и приложение в экономике и науках об окружающей среде: материалы Междунар. конф. – Екатеринбург : Изд-во ИММ УрО РАН, 2000. – С. 152–156.

Mukhacheva, E. A., Kartak, V.M., Vasilyeva, L.I. (2000), "The problem of planning n-dimensional packages of corrugations", *Distribution systems: optimization and application in the economy and environmental sciences: materials of the Intern. Conf.* ["Zadacha planirovaniya n-mernih upakovok gofrov", Raspredelitelnye sistemi: optimizatsiya i prilozhenie v ekonomike i naukah ob okruzhayushey srede], Ekaterinburg, pp. 152-156.

3. Стоян Ю. Г. Методы и алгоритмы размещения плоских геометрических объектов / Ю. Г. Стоян, Н. И. Гиль. – К. : Наук. думка, 1976. – 247 с.

Stoyan, Yu.G., Gil, N.I. (1976), *Methods and algorithms of placing of flat geometrics* [*Metody i algoritmy razmeshcheniya ploskikh geometricheskikh obektov*], Sciences. thinking, Kyiv, 274 p.

4. Stoyan Yu. G. Ф-function and its basic properties / Yu.G. Stoyan // Докл. АН Украины. Сер. А. – 2001. – № 8. – С. 112–117.

Stoyan, Yu.G. (2001), "Ф-function and its basic properties", *Lectures of academy of sciences of Ukraine, series of A,* [*Doklad. A. N. Ukraini*], No. 8, pp. 112-117.

5. Стоян Ю. Г. *Ф*-функция *n*-мерных параллелепипедов / Ю. Г. Стоян, Н. И. Гиль, М. С. Муравьева // Доповіді Національної академії наук України. – Київ, 2005. – № 3. – С. 22–27.

Stoyan, Yu.G., Gil, N.I., Muravyova, M.S. (2005), "Ф-function of *n*-dimensional parallelepipeds", *Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine* ["*Fi-funktsiya n-mernih parallelepipedov*", *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukraini*], Kiev, No. 3, pp. 22-27.

6. Пападимитриу Х. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность / Х. Пападимитриу, К. Стайглиц. – М. : Мир, 1985. – 512 с.

Papadimitriu, H., Staiglitz, K. (1985), *Combinatorial optimization. Algorithms and complexity* [*Kombinatornaya optimizatsiya. Algoritmi i slozhnost*], Mir, Moscow, 512 p.

7. Stoyan, Y., Yaskov, G., Scheithauer, G. (2001), *Packing of various radii solid spheres into a parallelepiped*. Preprint, Techn. Univ. of Dresden, MATH – NM – 17, Dresden, p. 21.

8. Орлов А. И. Теория принятия решений : учеб. пособие / А. И. Орлов. М. : Март, 2004. – 656 с.

Orlov, A.I. (2004), *Decision theory* [*Teoriya prinyatiya resheniy*], Mart, Moscow, 656 p.

9. Власов М. П. Моделирование экономических процессов / М.П. Власов. – М. : Феникс, 2005. – 400 с.

Vlasov, M.P. (2005), *Modeling of economic processes* [*Modelirovaniye ekonomicheskih protsessov*], Phoenix, 400 p.

Погожих Микола Іванович, д-р техн. наук, проф., факультет обладнання та технічного сервісу, зав. кафедри фізико-математичних та інженерно-технічних дисциплін, Харківський державний університет харчування та торгівлі. Адреса: вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна, 61051. Тел.: (057)349-45-86.

Погожих Николай Иванович, д-р техн. наук, проф., факультет оборудования и технического сервиса, заведующий кафедрой физико-математических и инженерно-технических дисциплин, Харьковский государственный университет питания и торговли. Адрес: ул. Клочковская, 333, г. Харьков, Украина, 61051. Тел.: (057)349-45-86.

Pohozhykh Nikolai, Doctor of Technical Sciences, Faculty of Equipment and Technical Services, Head of Department of Physical and Mathematical and Engineering Disciplines, Kharkov State University Food and Trade. Address: Klochkivska Str., 333, Kharkiv, Ukraine, 61051. Tel.: (057)349-45-86.

Софронова Марина Сергіївна, канд. фіз.-мат. наук, доц., факультет обладнання та технічного сервісу, кафедра фізико-математичних та інженерно-технічних дисциплін, Харківський державний університет харчування та торгівлі. Адреса: вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна, 61051. Тел.: (057)349-45-46; e-mail: m_myravyova@ukr.net.

Софронова Марина Сергеевна, канд. физ.-мат. наук, доц., факультет оборудования и технического сервиса, кафедра физико-математических и инженерно-технических дисциплин, Харьковский государственный университет питания и торговли. Адрес: ул. Клочковская, 333, г. Харьков, Украина, 61051. Тел.: (057)349-45-46; e-mail: m_myravyova@ukr.net.

Sofronova Marina, Cand. Sci. Sciences, Assoc. Proff., Faculty of Equipment and Technical Services, Department of Physical and Mathematical and Engineering Disciplines, Kharkov State University Food and Trade. Address: Klochkivska Str., 333, Kharkiv, Ukraine, 61051. Tel.: (057)349-45-46; e-mail: m_myravyova@ukr.net.

Рекомендовано до публікації д-ром екон. наук, проф. В.А. Гросул.
Отримано 15.04.2017. ХДУХТ, Харків.