

**С. А. Шевченко, д-р техн. наук, доцент**

e-mail: serg.shevchen@btu.kharkiv.ua

<https://orcid.org/0000-0002-7921-5252>

**О. М. Тупчій**

e-mail: olgatupnikola@btu.kharkiv.ua

<https://orcid.org/0000-0002-0545-1877>

**Державний біотехнологічний університет**

## **ЧИСЛОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ РОЗВАЛЬНОГО, КРУГОВОГО ТА СЕКТОРНОГО СПОСОБІВ РОЗПИЛЮВАННЯ КОЛОД**

*Предметом дослідження є вплив способу розпилювання колоди на усереднені параметри отримуваних дощок.*

*Метою статті є обчислення числових характеристик розвального, кругового та секторного способів розпилювання колод. Як параметри дощок розглянуто ширину та кут радіальності (кут між річним кільцем і пластю дошки), виміряний у кожній її точці, а числові характеристики цих параметрів дощок, усереднені для колоди, розглянуто як параметри, властиві способу розпилювання колоди.*

*Дослідження здійснено методом математичного моделювання. Для досліджуваних способів розпилювання колод обчислено середнє значення (відносно діаметра верхнього торця колоди) і коефіцієнт варіації ширини дощок, а також середнє значення та коефіцієнт варіації кута радіальності дощок.*

*Застосовано такі спрощення: враховано лише дошки, які розташовані в межах циліндричної частини колоди; відходи в тирсу не враховано; товщину дощок розглянуто як значно меншу за діаметр торця колоди, а на їхню ширину не накладено обмежень.*

*Обчислення середнього значення ширини дощок, які вирізають з колоди, здійснено з урахуванням частини площі торця дошки в площі верхнього торця колоди.*

*За результатами математичного моделювання встановлено:*

*- розвальний спосіб розпилювання колоди характеризується такими показниками: середня ширина дощок становить 85% діаметра верхнього торця колоди, коефіцієнт варіації їх ширини дорівнює 20%, середній кут радіальності становить 45°, коефіцієнт варіації кута радіальності дорівнює 58%;*

- *круговий спосіб розпилювання колоди характеризується такими показниками: середня ширина дощок становить 50% діаметра верхнього торця колоди, коефіцієнт варіації їх ширини дорівнює 32%, середній кут радіальності, який становить 22,5°, коефіцієнт варіації кута радіальності дорівнює 58%;*

- *секторний спосіб розпилювання колоди характеризується такими показниками: середня ширина дощок становить 35% діаметра верхнього торця колоди, коефіцієнт варіації їх ширини дорівнює 32%, середній кут радіальності становить 67,5°, коефіцієнт варіації кута радіальності дорівнює 19%.*

*Перспективним напрямом подальших досліджень є врахування впливу мінімальної ширини дощок на числові характеристики способів розпилювання колоди.*

**Ключові слова:** *дошка, ширина, річне кільце, кут, середнє значення, коефіцієнт варіації, спосіб розпилювання колоди.*

**Постановка проблеми.** Під час розпилювання колод на дошки використовують декілька типових схем, які відрізняються якісними показниками (наприклад, за наявності залишків кори на дошках можливе отримання тільки необрізних дощок, або необрізних і обрізних дощок тощо). Схеми розпилювання колод відрізняються також і за кількісними показниками (наприклад, за максимальною шириною дощок). Однак граничні показники стосуються лише окремих дощок. Тож під час вивчення студентами технології лісопиляльно-деревинообробних виробництв постає завдання порівняти способи розпилювання колод за кількісними показниками, усередненими для всіх дощок.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Порівняння ефективності способів розпилювання колод наведено в низці досліджень, зокрема, у статті [1] наведено оцінки впливу схем розпилювання на вихід пиломатеріалів та якість їхньої поверхні, а також на споживання енергії. Дослідження здійснено на прикладі *Pinus caribaea* завтовшки близько 29 см. Вихід пиломатеріалів становив від 48% до 53%. Вихід пиломатеріалів та енергоспоживання були нижчими під час використання схеми розпилювання з брусовкою.

У науковій публікації [2] досліджували вплив схеми розпилювання великих колод (завтовшки від 30 см до 40 см) криптомерії японської (*Cryptomeria japonica* D. Don) на якість пиломатеріалів. Показано перспективність виробництва пиломатеріалів конструкційного призначення за умови сортування колод за модулем пружності та з урахуванням схеми розпилювання колоди.

У науковій роботі [3] досліджено відмінності у кількісному та вартісному виходах пиломатеріалів під час розпилювання колод бука трьома способами – круговим, брусуванням і розвальним.

У дослідженні [4] також розглянуто розпилювання колод бука (*Fagus sylvatica* L.) та наведено порівняння способів розпилювання колод брусуванням, розвального та секторного за кількісно-якісними показниками.

У науковій публікації [5] розроблено методи оптимізації планів розпилювання колод з урахуванням їхніх розмірно-якісних характеристик. Зокрема, визначено продуктивні зони отримання радіальних пиломатеріалів з колод різних груп товщин.

У статті [6] розроблено методики врахування фактичної форми сегментів і секторів колод під час оптимізації їх розпилювання на радіальні пиломатеріали. Форми сегментів і секторів колоди визначено за результатами сканування форми поверхонь поперечних перетинів. Наведені результати можуть бути використані під час розвально-сегментного та секторного способів розпилювання колод відповідно.

**Формулювання цілей статті.** Огляд публікацій засвідчив великий інтерес до порівняння способів розпилювання колод за кількісними та якісними показниками отримуваних пиломатеріалів. Значну увагу, зокрема, приділяють куту радіальності пиломатеріалів. Отже, як параметри дощок розглядатимемо ширину та середній кут радіальності, а числові характеристики цих параметрів дощок, узагальнені за схемою розпилювання колоди, розглядатимемо як параметри, притаманні способу її розпилювання.

Метою цієї статті є обчислення числових характеристик розвального, кругового та секторного способів розпилювання колод.

**Виклад основного матеріалу дослідження.**

Методика визначення числових характеристик схем розпилювання колод. Спосіб розпилювання колод будемо характеризувати середньою відносною шириною дощок (відносно діаметра верхнього торця колоди) і середнім значеннями кута радіальності дощок.

Застосуємо такі спрощення:

- будемо враховувати лише дошки, які розташовуються в межах циліндричної частини колоди;
- частину торця колоди, відповідну пропилам, будемо розглядати як несуттєво малу, тож відходи в тирсу враховувати не будемо;
- товщину дощок будемо розглядати як значно меншу за діаметр торця колоди, а на їхню ширину не будемо накладати обмежень.

Обчислення середнього значення ширини дощок, які вирізають з колоди, будемо здійснювати з урахуванням частини площі торця дошки в площі верхнього торця колоди:

$$w_{Av}(n) = \sum_{i=1}^n w_i \frac{s_i}{\pi r^2}, \quad (1)$$

де  $w_{Av}$  – середня ширина дощок;  $n$  – кількість дощок, вирізаних з колоди;  $i$  – індекс;  $w_i$  – ширина  $i$ -ї дошки;  $s_i$  – площа торця  $i$ -ї дошки;  $r$  – радіус торця колоди.

Для того щоб обчислити математичне сподівання ширини дощок як характеристику схеми розпилювання колоди, незалежну від товщини окремих дощок, будемо розглядати граничний випадок, з переходом в (1) до нескінченно малої товщини дощок:

$$w_{Av} = \lim_{n \rightarrow \infty} w_{Av}(n). \quad (2)$$

Розбиваючи верхній торець колоди на прямокутники нескінченно малої товщини, ширина яких дорівнює ширині дощок, отримаємо:

$$w_{Av} = \iint_E w(x, y) \frac{ds}{\pi r^2}, \quad (3)$$

де  $w(x, y)$  – ширина дошки, яка проходить через точку з координатами  $(x, y)$ .

Для обчислення дисперсії ширини дошки скористаємось її вираженням через початкові моменти розподілу:

$$D[w] = M[w^2] - w_{Av}^2, \quad (4)$$

де  $D$  – дисперсія;  $M$  – математичне сподівання.

Далі обчислюватимемо середньоквадратичне відхилення та коефіцієнт варіації ширини дощок:

$$\sigma_w = \sqrt{D[w]}, \quad (5)$$

$$v_w = \frac{\sigma_w}{w_{Av}}, \quad (6)$$

де  $\sigma_w$  – середньоквадратичне відхилення ширини дощок;  $v_w$  – коефіцієнт варіації ширини дощок.

Середній кут радіальності дощок будемо обчислювати, розділяючи торець колоди на нескінченно вузькі сектори з однаковим кутом радіальності та здійснюючи усереднення по всьому торцю колоди.

**Визначення числових характеристик розвального способу розпилювання колод.** Проаналізуємо схему розвального розпилювання колод, зображену на рис. 1.

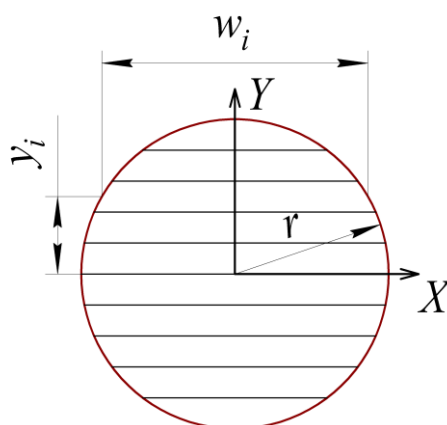


Рис. 1. Схема розвального розпилювання колод

Визначимо залежність ширини дошки від її розташування в схемі розпилювання колоди:

$$w(y) = 2\sqrt{r^2 - y^2}. \quad (7)$$

Обчислимо середню товщину дощок. Для цього перетворимо (3), враховуючи, що пласті дощок паралельні осі  $x$ :

$$w_{Av} = \frac{1}{\pi r^2} \int_{-r}^r \int_{-\frac{w(y)}{2}}^{\frac{w(y)}{2}} w(y) dx dy = \frac{1}{\pi r^2} \int_{-r}^r w^2(y) dy, \quad (8)$$

Ураховуючи симетричність схеми розпилювання колоди відносно осі  $X$ , спростимо (8):

$$w_{Av} = \frac{2}{\pi r^2} \int_0^r w^2(y) dy = \frac{2}{\pi r^2} \int_0^r 4(r^2 - y^2) dy. \quad (9)$$

$$w_{Av} = \frac{16r}{3\pi} \approx 1,698 r, \quad (10)$$

$$w_{Av} = \frac{8d}{3\pi} \approx 0,849 d, \quad (11)$$

де  $d$  – діаметр верхнього торця колоди.

Моменти розподілу та коефіцієнт варіації ширини дощок, вирізаних при розвальному розпилюванні колоди, визначимо за формулами (4–6):

$$M[w^2] = \frac{1}{\pi r^2} \int_{-r}^r \int_{-\frac{w(y)}{2}}^{\frac{w(y)}{2}} w^2(y) dx dy \approx 3,00 r^2, \quad (12)$$

$$D[w] = M[w^2] - w_{Av}^2 \approx 0,118 r^2, \quad (13)$$

$$\sigma_w \approx 0,343 r, \quad (14)$$

$$v_w \approx 20\%. \quad (15)$$

Розглядаючи схему розвального розпилювання колоди в межах першого квадранту визначимо, що кут радіальності розподілений рівномірно в діапазоні від  $0^\circ$  до  $90^\circ$ . Отже, на підставі властивостей рівномірного розподілу:

$$\varphi_{Av} = 45^\circ, \quad (16)$$

$$v_\varphi \approx 58\%, \quad (17)$$

де  $\varphi_{Av}$  – середнє значення кута радіальності;

$v_\varphi$  – коефіцієнт варіації кута радіальності.

**Визначення числових характеристик кругового способу розпилювання колод.** Проаналізуємо схему кругового розпилювання колод (рис. 2). Цю схему розглядатимемо як таку, що складається з кількох частин, які будемо аналізувати окремо:

- чотири бруси трикутного перетину (їх межі визначаються діагоналями квадрату, вписаного в торець колоди);
- чотири сегменти.

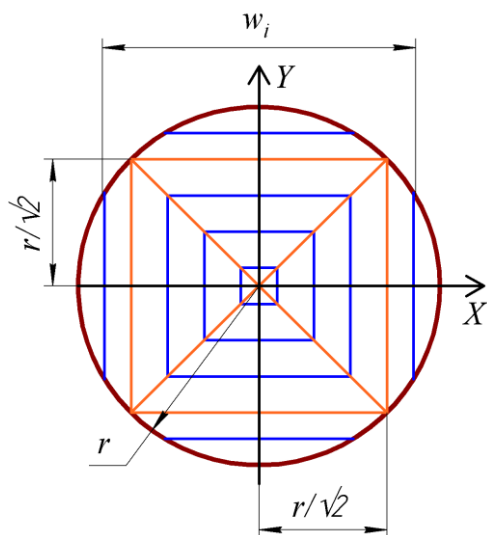


Рис. 2. Схема кругового розпилювання колоди

Отже, перетворимо (3):

$$w_{Av} = \frac{1}{\pi r^2} \left( 4 \iint_T w(x, y) ds + 4 \iint_{Seg} w(x, y) ds \right). \quad (18)$$

Водночас візьмемо до уваги, що ширина дощок, обмежених брусом трикутного перетину, зростає пропорційно їх відстані до осі колоди. Отже:

$$w_T(y) = 2y, \quad (19)$$

де  $w_T$  – ширина дощок, обмежених брусом трикутного перетину.

Розглядаючи брус трикутного перетину та сегмент, розташовані в першому та другому квадрантах, визначимо:

$$\iint_T w(x, y) ds = \int_0^{r/\sqrt{2}} \int_{-w_T(y)/2}^{w_T(y)/2} w_T(y) dx dy, \quad (20)$$

$$\iint_T w(x, y) ds = \frac{\sqrt{2} r^3}{3}, \quad (21)$$

$$\iint_{Seg} w(x, y) ds = \int_{r/\sqrt{2}}^r \int_{-\frac{w(y)}{2}}^{\frac{w(y)}{2}} w(y) dx dy, \quad (22)$$

$$\iint_{Seg} w(x, y) ds = 4r^3 \left( \frac{2}{3} - \frac{5}{6\sqrt{2}} \right). \quad (23)$$

Це дає змогу обчислити середню ширину дощок за формулою (18):

$$w_{Av} = \frac{1}{\pi r^2} \left( 4 \cdot \frac{\sqrt{2} r^3}{3} + 4 \cdot 4r^3 \left( \frac{2}{3} - \frac{5}{6\sqrt{2}} \right) \right), \quad (24)$$

$$w_{Av} = \frac{16r}{\pi} \left( \frac{2 - \sqrt{2}}{3} \right) \approx 0,994r, \quad (25)$$

$$w_{Av} = \frac{8d}{\pi} \left( \frac{2 - \sqrt{2}}{3} \right) \approx 0,497d. \quad (26)$$

Моменти розподілу та коефіцієнт варіації ширини дощок, вирізаних при круговому розпилюванні колоди, визначимо за формулами (4–6):

$$M[w^2] = \frac{1}{\pi r^2} \left( 4 \iint_T w^2(x, y) ds + 4 \iint_{Seg} w^2(x, y) ds \right) \approx 1,09 r^2, \quad (27)$$

$$D[w] \approx 0,101 r^2, \quad (28)$$

$$\sigma_w \approx 0,318 r, \quad (29)$$

$$v_w \approx 32\%. \quad (30)$$

Розглядаючи брус трикутного перетину та сегмент, розташовані в першому та другому квадрантах, визначимо, що кут радіальності розподілений рівномірно в діапазоні від  $0^\circ$  до  $45^\circ$ . Отже, на підставі властивостей рівномірного розподілу:

$$\varphi_{Av} = 22,5^\circ, \quad (31)$$

$$v_\varphi \approx 58\%. \quad (32)$$

**Визначення числових характеристик секторного способу розпилювання колод.** Проаналізуємо схему секторного розпилювання колод на дошки радіального розпилювання (рис. 3).



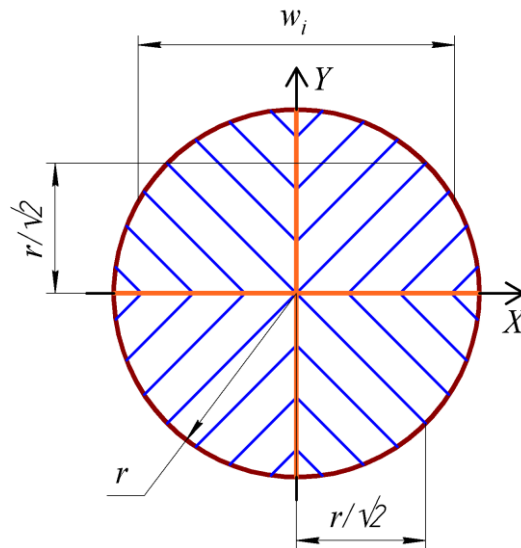


Рис. 3. Схема секторного розпилювання колоди

Цю схему розглядатимемо як таку, що складається з восьми півсекторів, показаних на рис. 4.

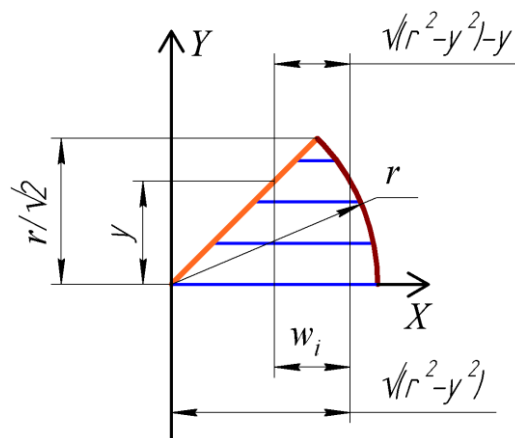


Рис. 4. Півсектор

Отже, перетворимо (3):

$$w_{Av} = \frac{8}{\pi r^2} \left( \iint_Q w(x, y) ds \right), \quad (33)$$

Водночас використаємо залежність ширини дощок від їх вертикальної координати:

$$w_Q(y) = \sqrt{r^2 - y^2} - y, \quad (34)$$

де  $w_Q$  – ширина дошки під час секторного розпилювання колоди.

Отже,

$$\iint_Q w(x, y) ds = \int_0^{r/\sqrt{2}} \int_y^{\sqrt{r^2-y^2}} w_Q(y) dx dy = r^3 \frac{2}{3} (\sqrt{2} - 1), \quad (35)$$

$$\iint_Q w(x, y) ds = r^3 \frac{2}{3} (\sqrt{2} - 1). \quad (36)$$

Тож

$$w_{Av} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{16}{3} (\sqrt{2} - 1) \right) r \approx 0,703r, \quad (37)$$

$$w_{Av} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{8}{3} (\sqrt{2} - 1) \right) d \approx 0,352d. \quad (38)$$

Моменти розподілу та коефіцієнт варіації ширини дощок, вирізаних при секторному розпилюванні колоди, визначимо за формулами (4–6):

$$M[w^2] = \frac{8}{\pi r^2} \left( \int_0^{r/\sqrt{2}} \int_y^{\sqrt{r^2-y^2}} w_Q(y) dx dy \right) \approx 0,545 r^2, \quad (39)$$

$$D[w] \approx 0,051 r^2, \quad (40)$$

$$\sigma_w \approx 0,225 r, \quad (41)$$

$$v_w \approx 32\%. \quad (42)$$

Розглядаючи півсектор (див. рис. 4), визначимо, що кут радіальності розподілений рівномірно в діапазоні від  $45^\circ$  до  $90^\circ$ . Отже, на підставі властивостей рівномірного розподілу:

$$\varphi_{Av} = 67,5^\circ, \quad (43)$$

$$v_\varphi \approx 19\%. \quad (44)$$

**Висновки.** Методом математичного моделювання визначено числові характеристики (середні значення та коефіцієнти варіації) ширини і кута радіальності дощок, отримуваних при розвальному, круговому та секторному розпилюванні колод. Здобуті результати можуть бути використані під час порівняння та вибору способів розпилювання колод.

### Список використаних джерел

1. Carreiro, G.D.; da Silva, P.Y.C.; Mulin, L.B.; da Silva, J.G.M.; Oliveira, M.P.; Moulin, J.C. Sawing Patterns for The Breakdown of *Pinus caribaea* var. *caribaea* Wood on Portable Sawmills. *Floresta* 2021, 51, 686–695 DOI:10.5380/rf.v51i3.72332
2. Matsumura, Y.; Murata, K.; Ikami, Y.; Matsumura, J. Influence of Sawing Patterns on Lumber Quality and Yield in Large Sugi (*Cryptomeria japonica*) Logs. *Forestry Products Journal*. 2012, 62, 25–31. DOI:10.13073/FPJ-D-11-00125.1
3. Popadić, R.; Šoškić, B.; Milić, G.; Todorović, N.; Furtula, M. Influence of the Sawing Method on Yield of Beech Logs with Red Heartwood. *Drvna Industrija*. 2014, 65, 35–42. DOI:10.5552/drind.2014.1312
4. Vilkovský, P.; Klement, I.; Vilkovská, T. The Impact of the Log-Sawing Patterns on the Quantitative and Qualitative Yield of Beech Timber (*Fagus sylvatica* L.). *Applied Sciences*. 2023, 13, 8262. DOI: 10.3390/app13148262
5. Пінчевська О. О., Марченко Н. В. Теорія і практика лісопиляння. К.: Освіта України, 2013. 224 с.
6. Mayevskyy V. O., Vus A. Ya., Mayevska O. M., Matsyuk R. I. Location of sawing pattern on the covering working zone of segment and sector with consideration of their real shape. *Forestry, Forest, Paper and Woodworking Industry*. Lviv: UNFU. 2014. Vol. 40. P. 51–58.

### References

1. Carreiro, G.D., da Silva, P.Y.C., Mulin, L.B., da Silva, J.G.M., Oliveira, M.P., Moulin, J.C. (2021). Sawing Patterns for The Breakdown of *Pinus caribaea* var. *caribaea* Wood on Portable Sawmills. *Floresta*, 51, 686–695. DOI:10.5380/rf.v51i3.72332
2. Matsumura, Y., Murata, K., Ikami, Y., Matsumura, J. Influence of Sawing Patterns on Lumber Quality and Yield in Large Sugi (*Cryptomeria japonica*) Logs. (2012). *Forestry Products Journal*, 62, 25–31. DOI:10.13073/FPJ-D-11-00125.1
3. Popadić, R., Šoškić, B., Milić, G., Todorović, N., Furtula, M. Influence of the Sawing Method on Yield of Beech Logs with Red Heartwood. (2014). *Drvna Industrija*, 65, 35–42. DOI:10.5552/drind.2014.1312
4. Vilkovský, P., Klement, I., Vilkovská, T. The Impact of the Log-Sawing Patterns on the Quantitative and Qualitative Yield of Beech Timber (*Fagus sylvatica* L.). (2023). *Applied Sciences*, 13, 8262. DOI: 10.3390/app13148262
5. Pinchevska O.O., Marchenko N.V. (2013). *Teoriia i praktyka lisopyliannia* [Theory and practice of log sawing]. Kyiv: Osvita Ukrainy. 224 p.

6. Mayevskyy, V.O., Vus, A.Ya., Mayevska, O.M., Matsyuk, R.I. (2014). Location of sawing pattern on the covering working zone of segment and sector with consideration of their real shape. Forestry, Forest, Paper and Woodworking Industry. Lviv: UNFU. 40, 51–58.

**Shevchenko S.A., Tupchii O.M. Numerical characteristics of live, grade, and quarter methods of log sawing.** Subject of study. The subject of the study is the influence of the method of sawing the log on the averaged parameters of the cut boards.

**The aim of the study.** The aim of this study is to calculate the numerical characteristics of the live, grade, and quarter methods of log sawing. The width and the angle between the annual layer and the face of the board are considered as parameters of the boards, and the numerical characteristics of these parameters of the boards, generalized for the log, are considered as parameters specific to the method of its sawing.

**Research methods.** The research was carried out by the method of mathematical modeling. The following simplifications are applied: only boards that are located within the cylindrical part of the log are taken into account; wood losses in cuts are not taken into account; the thickness of the boards is considered to be much smaller than the diameter of the end of the log, and there are no restrictions on their width.

The calculation of the average value of the width of the boards that are cut from the log is carried out taking into account part of the area of the end of the board in the area of the top end of the log.

**Results of work.** For the studied methods of sawing logs, the average value (relative to the top end diameter) and the coefficient of variation of the width of the boards, as well as the average value and the coefficient of variation of the angle between the annual layer and the face of the board are calculated.

For example, the live method is characterized by the following parameters: the average width of the boards is 85% of the top diameter, while the coefficient of variation of their width is 20%; the average angle between the annual layer and the face of the board is 45° with an angle variation coefficient of 58%.

A promising direction of further studies is taking into account the influence of the minimum width of the boards on the characteristics of the methods of sawing the log.

**Key words:** board, width, annual ring, angle, average value, coefficient of variation, method of log sawing.

Стаття надійшла до редакції: 2.09.2024р