

УДК 643.33:635.965.2

**В.І. Маяк**, канд. техн. наук

**В.М. Михайлов**, д-р техн. наук

**О.Є. Загорулько**, канд. техн. наук

**В.В. Гольцов**

## **ТЕОРЕТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ КОМПРЕСІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВИСОКОВ'ЯЗКИХ ПРОДУКТІВ**

*Теоретично досліджено компресійні характеристики високов'язких продуктів. Отримано теоретичні залежності, які дозволять розраховувати зсувні характеристики цукатів в умовах їх виробництва.*

*Теоретически исследованы компрессионные характеристики высоковязких продуктов. Получены теоретические зависимости, которые позволят рассчитывать сдвиговые характеристики цукатов в условиях их производства.*

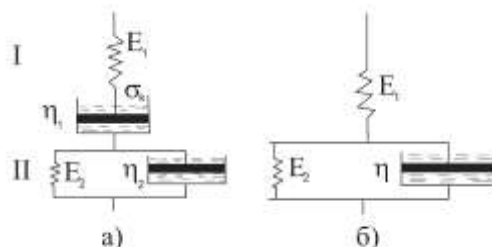
*Theoretical investigational compression descriptions of products of  $n$  enhanceable viscosity. Theoretical dependences which will allow to expect descriptions of change of the candied fruits in the conditions of their production are got.*

**Постановка проблеми у загальному вигляді.** Процес виробництва високов'язких продуктів, таких як цукати пов'язаний із механічною дією робочих органів машин на продукт за різною характеру взаємодії з робочою поверхнею. Одним із видів такої дії є деформація при одноосному стисненні з різними швидкостями. Поведінка продукту в цих умовах і, особливо, вимірювані під час деформації характеристики реологій відрізняються від їх дійсних значень із-за релаксаційних процесів, супроводжуючих деформацію випробовуваного матеріалу. Наприклад, під час формування цукатів спостерігається об'ємна деформація продукту. Ці види деформації характеризують компресійні характеристики процесів виробництва цукатів.

**Мета та завдання статті.** Метою статті є теоретичне дослідження компресійних характеристик, яке необхідне для вдосконалення процесів виробництва високов'язких продуктів і розробки ресурсозберігаючих процесів і обладнання.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** У теперішній час в літературі відсутні дані з деформації цукатів, що виробляються за новою технологією. Для опису деформаційної поведінки структур існує модель реології П.А. Ребіндера – М.1, що показана на рис. 1 [1, 2]. Разом з тим пропонується (рис. 1) спрощена модель М.2, що дозволяє з більшою достовірністю описати деформаційну поведінку цукатних мас і визначити їх зсувні характеристики.

Розглянемо деформаційну поведінку моделі М.2 детальніше.



**Рисунок 1 – Загальна модель реології П.А. Ребіндера М.1. (а); спрощена модель М.2 (б), для випадку  $\sigma < \sigma_k$**

Повна деформація моделі, в умовах стиснення (або розтягання), може бути представлена у вигляді суми

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2. \quad (1)$$

Величина  $\varepsilon_1$  є «пружною» частиною деформації, що миттєво виникає при додатку зовнішнього навантаження і миттєво зникає після зняття навантаження

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E_1}. \quad (2)$$

Величина  $E_1$  є «модулем миттєвої пружності» або «пружним» модулем.

Складова деформації  $\varepsilon_2$  є «непружна», але механічно оборотна частина деформації, що виникає і зникає з деяким запізненням по відношенню до змін зовнішнього навантаження. Це відповідає вже згаданій вище «пружній післядії» навантаження. Залежність  $\varepsilon_2$  від часу  $t$  може бути обчислена шляхом вирішення диференціального рівняння, що характеризує деформаційну поведінку моделі Кельвіна, що складається з елементів  $E_2$  і  $\eta$

$$\sigma = E_2 \varepsilon_2 + \eta \dot{\varepsilon}_2. \quad (3)$$

Як завжди, крапка над  $\varepsilon_2$  означає диференціювання за часом. Величина  $E_2$  є «еластичний» модуль, величина  $\eta$  має розмірність коефіцієнта в'язкості.

При заданому законі зміни зовнішньої напруги з часом  $\sigma(t)$  вирішення рівняння (3) має вигляд

$$\varepsilon_2(t) = e^{-\frac{E_2 t}{\eta}} \left\{ const + \int \frac{\sigma(t)}{\eta} e^{\frac{E_2 t}{\eta}} dt \right\}. \quad (4)$$

Причому, константа  $const$  визначається з початкової умови

$$\varepsilon_2(t=0) = \varepsilon_{2_0}. \quad (5)$$

Задаючи закон зміни, тобто режим вантаження, можна за допомогою формул (1-5) обчислити залежність повної деформації від часу, що описує деформаційну поведінку моделі.

За допомогою моделі М.2 можна вивести загальне рівняння, в яке входить повна деформація, а не її доданки  $\varepsilon_1$  і  $\varepsilon_2$ . Для отримання цього рівняння виразимо  $\varepsilon_2$  як, звідки  $\dot{\varepsilon}_2 = \dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_1$  і підставимо в (3), тоді отримаємо

$$\sigma = E_2(\varepsilon - \varepsilon_1) + \eta(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_1). \quad (6)$$

Згідно з (2) маємо

$$\dot{\varepsilon}_1 = \frac{\dot{\sigma}}{E_1}. \quad (7)$$

З (2), (6), (7) отримуємо

$$\sigma = E_2 \left( \varepsilon - \frac{\sigma}{E_1} \right) + \eta \left( \dot{\varepsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{E_1} \right). \quad (8)$$

Після деяких перетворень приводимо це рівняння до більш симетричного вигляду:

$$\sigma + \tau_1 \dot{\sigma} = E(\varepsilon + \tau_2 \dot{\varepsilon}), \quad (9)$$

де

$$\tau_1 = \frac{\eta}{E_1 + E_2}; \quad \tau_2 = \frac{\eta}{E_2}; \quad E = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}. \quad (10)$$

Рівняння (9) має велику спільність, оскільки, в найбільш загальному вигляді, виражає зв'язок між напругою, деформацією і їх першими похідними в часі. Воно використовується в багатьох областях науки для кількісного опису різних релаксаційних явищ (при цьому замість  $\sigma$  і  $\varepsilon$  в рівнянні типу (9) стоять інші величини:  $D$  і  $E$ ,  $B$  і  $H$  ін.). Зокрема, рівняння (9) широко застосовується для опису релаксаційних явищ у твердих тілах, внутрішнього тертя в металах і т.д.; в цих

випадках воно зазвичай називається рівнянням «стандартного лінійного тіла», або «тіла Фойхта».

Вирішення рівняння (9), при заданому законі, дозволяє обчислити залежність, не підрозділяючи  $\varepsilon$  на доданки  $\varepsilon_1$  і  $\varepsilon_2$ . Проте, при аналізі фізичного сенсу отримуваних рішень і наочному представленні деформаційної поведінки моделі М.2, такий підрозділ необхідний.

Розглянемо тепер деформаційну поведінку моделі М.2 в різних режимах вантаження. Простий можливий режим полягає в миттєвому додатку зовнішнього навантаження, постійного, що надалі залишається:  $\sigma = const = \sigma_0$ . При цьому згідно з (2), миттєво виникає «пружна» частина деформації

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_0}{E_1}. \quad (11)$$

Рівняння (3) для  $\varepsilon_2$  набуває вигляду

$$\dot{\varepsilon}_2 + \frac{E_2}{\eta} \varepsilon_2 = \frac{\sigma_0}{\eta}. \quad (12)$$

Його розв'язок за початкової умови  $\varepsilon_2(t=0) = 0$  є:

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_0}{E_2} \left( 1 - e^{-\frac{E_2 t}{\eta}} \right), \quad (13)$$

при  $t \rightarrow \infty$  величина  $\varepsilon_2$  прагне до значення

$$\varepsilon_2(t \rightarrow \infty) = \varepsilon_{2\infty} = \frac{\sigma_0}{E_2}. \quad (14)$$

Вираз для повної деформації  $\varepsilon$  має вигляд

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2} \left( 1 - e^{-\frac{E_2 t}{\eta}} \right). \quad (15)$$

Загальний вигляд залежності, за цих умов, показаний на рис. 2 (ліва частина).

За повного миттєвого зняття зовнішнього навантаження величина  $\varepsilon_1$  миттєво зникає, а  $\varepsilon_2$  зменшується поступово з часом. Вирішуючи рівняння (12), за початкової умови  $\varepsilon_2(t=0) = \varepsilon_{2\infty} = \frac{\sigma_0}{E_2}$  (тобто під час «релаксації»  $\varepsilon_2$  від раніше досягнутого асимптотичного значення  $\varepsilon_{2\infty}$ ), знаходимо закон убутання  $\varepsilon_2$  з часом у вигляді

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{2\infty} e^{-\frac{E_2 t}{\eta}} = \frac{\sigma_0}{E_2} e^{-\frac{E_2 t}{\eta}}. \quad (16)$$

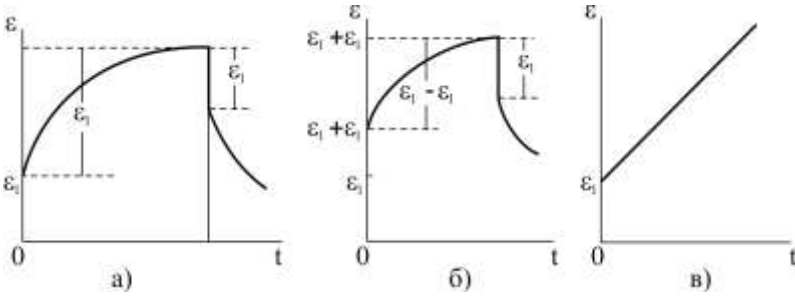


Рисунок 2 – Залежність відносної деформації від часу за миттєвого додавання навантаження: а – початкова деформація рівна 0; б – початкова деформація відмінна від 0; в – «повзучість»

Характер зміни  $\varepsilon_2(t)$  у вигляді (16) показаний також на рис. 2. а (права частина). Якщо в якийсь момент процесу зменшення  $\varepsilon_2$  згідно з (16) законом до моделі знов прикладається зовнішнє навантаження  $\sigma = \sigma_0$  (за деякого значення деформації  $\varepsilon_{20}$ ), то вирішення рівняння (12) для цього випадку дає

$$\varepsilon_2 = \left( \varepsilon_{20} - \frac{\sigma_0}{E_2} \right) e^{-\frac{E_2 t}{\eta}} + \frac{\sigma_0}{E_2}. \quad (17)$$

Величина  $\varepsilon_2$  знов зростає, прагнучи при  $t \rightarrow \infty$  до того ж асимптотичному значенню  $\varepsilon_{2\infty} = \frac{\sigma_0}{E_2}$ . Крім того, знов виникає і «пружна» частина деформації  $\varepsilon_1 = \frac{\sigma_0}{E_1}$ .

Відмітимо, що за малих значень «еластичного» модуля  $E_2$  або за великих значень «Параметра в'язкості», протягом тривалого часу навантаження, виконується умова

$$\frac{E_2 t}{\eta} \ll 1. \quad (18)$$

Частина деформації, приблизно лінійно, зростає з часом, згідно з формулою (13)

$$\varepsilon_2 \approx \frac{\sigma_0}{E_2} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{E_2}{\eta} t \right) \right] = \frac{\sigma_0}{\eta} t. \quad (19)$$

Цим явищем є аналог «сталого повзучості» в твердих тілах (рис. 2, в). Залежність  $\varepsilon_2(t)$  такого вигляду повинна спостерігатися для харчових продуктів із великою в'язкістю і малою пружністю (наприклад для цукатів). Слід відмітити, що «дійсної» повзучості в цьому випадку немає, оскільки пластичної деформації не відбувається і модель М.2 є механічно оборотною.

Приведені співвідношення повністю описують деформаційну поведінку моделі М.2 при постійному зовнішньому навантаженні. Вони добре узгоджуються із експериментальною деформаційною поведінкою, що спостерігається у таких продуктах, як цукати. Порівняння результатів, отриманим за формулою з експериментальними кривими дозволяє визначити значення параметрів моделі  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\eta$ . Дійсно,  $E_1$  легко визначається за величиною «пружної» частини деформації  $\varepsilon_1$  (11).

Значення  $E_2$  можна оцінити за граничною величиною  $\varepsilon_{2\infty} = \frac{\sigma_0}{E_2}$ . За вже відомого значення  $E_2$  легко визначити параметр  $\eta$  шляхом аналізу «кривого розвантаження» (16) або за формулою (19) для «повзучості».

**Висновки.** Таким чином отримані теоретичні залежності дозволять розраховувати зсувні характеристики цукатів в умовах їх виробництва.

#### *Список літератури*

1. Ребиндер, П. А. Исследование упруго-пластично-вязких свойств структурированных дисперсных систем [Текст] / П. А. Ребиндер, Е. Е. Сегалова // Доклады АН СССР. – 1950. – Т. 71. – № 2. – С. 85–89.
2. Белопольский, М. С. Исследование деформационного поведения глиняной массы в условиях одноосного сжатия [Текст] / М. С. Белопольский // Коллоидный журнал. – 1964. – Т. 26, В.5. – С. 555–559.

Отримано 1.10.2010. ХДУХТ, Харків.

© В.І. Маяк, В.М. Михайлов, О.Є. Загоруйко, В.В. Гольцов, 2010.